

Collection  ESTION

SÉRIE : Production et Techniques quantitatives  
appliquées à la gestion

*dirigée par Vincent Giard, Professeur des Universités (IAE de Paris Université de Paris 1)*

# **Aide Multicritère à la Décision : Méthodes et Cas**

**Bernard ROY  
Denis BOUYSSOU**

 ESTION



ECONOMICA


49, rue Héricart, 75015 Paris

## GUIDE DE LECTURE

Ce livre a été organisé de façon à en faciliter des lectures différentes selon la personnalité du lecteur. Certes, une lecture ordonnée, méthodique, de la première à la dernière page, n'est nullement déconseillée mais le balisage porté en marge, l'usage de petits caractères, la multiplicité des renvois, la richesse de l'index terminologique, la présence de résumés ainsi que celle d'introductions permettant de situer paragraphes, sections et chapitres dans le plan d'ensemble devraient également rendre possible une lecture moins ordonnée, adaptée aux attentes de diverses catégories de lecteurs. Ceux-ci pourront, par exemple, choisir de "naviguer" entre les sept premiers chapitres introduisant des concepts et des méthodes et les trois derniers présentant des cas réels d'application. Nous espérons ainsi rendre cet ouvrage utile aussi bien aux décideurs ou aux demandeurs d'études, qu'aux producteurs d'études, aux chercheurs et aux étudiants.

Précisons que les parties balisées par une trame en marge ne peuvent pas être sautées en première lecture sans risque de compromettre la compréhension de la suite. Au contraire, les passages en petits caractères, relatifs à des connexions ou remarques mineures, des problèmes de pointe, des justifications ou démonstrations complexes, des illustrations ou explications supplémentaires, des procédures ou méthodes spécifiques peuvent être, sans risque pour la suite, sautés par tout lecteur qui n'éprouve pas le besoin d'approfondir le sujet concerné. Les passages en caractère normal, sans balisage, se rapportent à des notions, des résultats, des exemples, des développements, des aspects méthodologiques non nécessairement essentiels sur le champ mais auxquels le lecteur devra peut-être (avec l'aide de renvois) se reporter ultérieurement pour comprendre certains passages plus fondamentaux.

Le lecteur trouvera en fin d'ouvrage, outre un index terminologique détaillé, près de 300 références complétées par une bibliographie commentée portant sur une centaine de cas réels d'application.

Repères	Niveaux de lecture
 en marge	Niveau 1 : Indispensable pour comprendre la suite
Caractères courants sans repère en marge	Niveau 2 : Peut être sauté en première lecture mais parfois retour nécessaire
Petits caractères sans repère en marge	Niveau 3 : Peut-être sauté sans gêne pour la compréhension (illustration - approfondissement)

## REMERCIEMENTS

Arrivés au terme d'un travail qui s'est déroulé sur plusieurs années, nous avons plaisir à reconnaître nos dettes envers de nombreuses personnes. Il ne nous paraît pas possible de citer ici nommément toutes celles qui, de manière plus ou moins directe, nous ont influencé durant la rédaction de cet ouvrage. Nombreux sont les enseignants-chercheurs du LAMSADE<sup>1</sup>, les membres du Groupe de Travail Européen sur l'Aide Multicritère à la Décision<sup>2</sup>, les étudiants de l'ESSEC et de l'Université de Paris-Dauphine qui ont, par une remarque, une critique ou une suggestion, contribué à façonner tel page, section ou chapitre de ce livre. Qu'ils sachent ici que nous leur en savons gré.

Nous avons eu la chance de bénéficier des commentaires de Patrice Perny, Daniel Vanderpooten, Jean-Claude Vansnick et Philippe Vincke sur tout ou partie de ce texte. Nous tenons ici à les en remercier très sincèrement. Notre dette envers eux est d'autant plus grande que nous avons été amenés, ici et là, à développer certaines de leurs idées et à présenter certains de leurs travaux.

Dominique Vallée, en vérifiant de multiples formules et en refaisant de nombreux calculs, de même que Yves Nicodème, en procédant à une relecture attentive de l'ensemble de l'ouvrage, ont apporté une contribution efficace à sa mise en forme définitive. Qu'ils en soient ici chaleureusement remerciés.

<sup>1</sup> Laboratoire d'Analyse et Modélisation de Systèmes pour l'Aide à la Décision de l'Université de Paris-Dauphine, Unité de Recherche Associée au CNRS n° 825.

<sup>2</sup> groupe de travail de l'Association EURO (the Association of European Operational Research Societies within IFORS).

Indépendamment de la rédaction de ce livre, les relations qu'il nous a été donné d'avoir avec des milieux professionnels divers nous ont permis, au cours des ans, de mettre à l'épreuve le bien-fondé de certaines idées, la portée de certains concepts, la validité de certaines techniques présentés dans ce livre. Bien qu'empruntant des voies souvent détournées, l'apport de ces contacts et expérimentations s'est avéré très riche. Nous tenons à remercier tout spécialement la Régie Autonome des Transports Parisiens et la Direction Générale des Postes pour nous avoir fourni l'occasion de traiter deux cas exemplaires.

Ce livre contient, en plus de quelques 300 références, une bibliographie commentée d'une centaine de cas d'applications de l'aide multicritère à la décision. Le rôle de Dominique Champ-Brunet dans l'établissement de cette bibliographie a été déterminant. Elle a collecté et déposé la majeure partie des articles qui y figurent. Sans sa précieuse collaboration, cette bibliographie n'aurait sans doute pas vu le jour.

Nous tenons enfin à exprimer notre profonde reconnaissance envers Dominique François. Elle a frappé, corrigé, reformaté, transformé, recorrecté, ..., avec une patience, une efficacité et une minutie rares, les versions successives de ce livre. En bout de course, c'est elle qui a assuré, avec intelligence et soin, une ultime relecture en même temps qu'elle mettait en forme, page après page, le présent ouvrage tel qu'il est maintenant entre les mains du lecteur.

Bernard Roy  
Denis Bouyssou

## Table des matières

Guide de lecture .....	1
Remerciements .....	3

### CHAPITRE I : INTRODUCTION ET CONCEPTS FONDAMENTAUX

Résumé .....	17
1.1 Décision, processus de décision, aide à la décision .....	17
1.2 Concept d'action et ensemble des actions potentielles .....	19
1.3 Problématiques d'aide à la décision .....	26
1.4 Modélisation des préférences .....	29
1.4.1 Généralités .....	30
1.4.2 Principales structures de préférences .....	31
a) Préordre complet .....	34
b) Quasi-ordre et ordre d'intervalle .....	37
c) Préordre partiel .....	39
d) Pseudo-ordre .....	40
e) Relations de préférence floues .....	41
1.4.3 Modélisation des préférences sur des "écarts" .....	42
1.5 Modélisation des conséquences .....	43
1.6 Critères .....	44
1.6.1 Généralités .....	46
1.6.2 Définitions et techniques de construction .....	46
1.6.3 Pouvoir discriminant d'un critère .....	51
	55

1.6.4 Graduations .....	58
1.7 Agrégation des performances et élaboration de la recommandation .....	59
Glossaire - Quelques définitions structurantes .....	64

## CHAPITRE 2 : FAMILLE DE CRITÈRES : PROBLÈME DE COHÉRENCE ET DE DÉPENDANCE

Résumé .....	73
2.1 Comment juger une famille de critères en fonction de ce que l'on en attend ? .....	73
2.2 Axiomes fondamentaux de cohérence et tests opérationnels .....	75
2.2.1 Axiome d'exhaustivité .....	79
a) Principe .....	80
b) Énoncé formel .....	80
c) Test opérationnel .....	83
d) Remarques .....	84
2.2.2 Axiome de cohésion .....	87
a) Principe .....	89
b) Énoncé formel .....	89
c) Test opérationnel .....	92
d) Remarques .....	95
2.2.3 Axiome de non redondance .....	98
a) Principe .....	99
b) Énoncé formel .....	99
c) Test opérationnel .....	100
2.2.4 Famille cohérente de critères .....	102
2.3 Concepts et propriétés en marge de la cohérence .....	103
2.3.1 Famille inductive .....	103
2.3.2 Famille séparable .....	104
2.3.3 Famille fondamentale .....	106
2.4 Quelles formes d'indépendances convient-il de rechercher ? .....	110
2.4.1 Isolabilité de chaque critère (indépendance au sens des dispersions) .....	111
2.4.2 Séparabilité de chaque sous-famille de critères (indépendance au sens des préférences) .....	112

2.4.3 Absence de facteurs influençant conjointement plusieurs critères (indépendance d'ordre structurel) .....	123
--	-----

## CHAPITRE 3 : CONFLITS ENTRE CRITÈRES ET PROCÉDURES ÉLÉMENTAIRES D'AGRÉGATION MULTICRITÈRE

Résumé .....	127
3.1 Avec quels concepts comparer deux actions d'après des critères pouvant être conflictuels .....	129
3.1.1 Critères en conflit dans la comparaison de deux actions .....	129
3.1.2 Analyse de la concordance et hiérarchie de niveau .....	133
3.1.3 Analyse de la discordance et effet de veto .....	138
3.1.4 Déassement de la dominance en dehors d'informations servant à différencier l'importance des critères .....	142
a) Compléments sur la relation de dominance ( $\Delta_P$ ) .....	142
b) La relation de $\Delta$ -surclassement ( $S_\Delta$ ) .....	143
c) La relation de PQ-surclassement ( $S_{PQ}$ ) .....	145
d) Les relations de $\gamma$ -Q-surclassement ( $S_{\gamma Q}$ ) et de $\Delta P$ -surclassement ( $S_{\Delta P}$ ) .....	147
e) Autres relations .....	148
3.1.5 Analyse des compensations : Valorisation sur un axe des écarts par taux de substitution .....	148
3.1.6 Informations inter-critères .....	156
3.2 Procédure d'agrégation multicritère : définition et premiers exemples .....	158
3.2.1 Définition et remarques .....	159
3.2.2 Présentation de quelques PAMC élémentaires .....	163
a) PAMC lexicographique .....	163
b) PAMC élémentaire de type concordance .....	166
c) PAMC élémentaire de type concordance-discordance .....	167
d) PAMC de type somme pondérée .....	169
3.2.3 Prise en compte de l'importance relative des critères dans une PAMC .....	172

3.2.4 Agrégation des performances et agrégation des préférences en théorie du choix social	177
<b>CHAPITRE 4 : PROCÉDURES D'AGRÉGATION MULTICRITÈRE CONDUISANT À UN CRITÈRE UNIQUE DE SYNTHÈSE</b>	
Résumé	181
4.1 Généralités	181
4.2 Cas où l'on cherche à bâtir un vrai-critère	182
4.2.1 Agrégation additive	186
4.2.1.1 Définitions et remarques	187
4.2.1.2 Analyse axiomatique	187
4.2.1.3 Mise en œuvre	192
4.2.1.4 Retour sur l'indépendance au sens des préférences	197
4.2.2 Autres formes d'agrégation conduisant à un vrai-critère de synthèse	198
4.2.2.1 Fonctions $v_i$	200
4.2.2.2 Coefficients $k_j$	202
4.3 Agrégation conduisant à un quasi, pré ou pseudo-critère	204
4.3.1 Quasi-critère de synthèse	206
4.3.2 Autres cas	207
4.4 Cas où l'on cherche à bâtir une graduation ou une mesure	208
4.4.1 Généralités	208
4.4.2 Procédures d'agrégation additive et multiplicative	210
4.4.3 Mise en œuvre	213
4.5 Cas particulier de la théorie de l'utilité espérée	215
4.5.1 Généralités	215
4.5.2 Procédures d'agrégation utilisées en théorie de l'utilité espérée	219
4.5.2.1 Compléments sur les notions d'indépendance	219
4.5.2.2 Agrégations additive et multiplicative	221
4.5.2.3 Autres procédures d'agrégation	225
4.5.3 Mise en œuvre	226
4.5.3.1 Compléments sur les hypothèses d'indépendance	226

4.5.3.2 Elaboration des fonctions d'utilité partielles	227
4.5.3.3 Attribution de valeurs aux coefficients $k_j$	232
4.6 Conclusion	233
<b>CHAPITRE 5 : PROCÉDURES D'AGRÉGATION MULTICRITÈRE NON FONDÉES SUR UN CRITÈRE UNIQUE DE SYNTHÈSE (PAMC DE TYPE ELECTRE)</b>	
Résumé	239
5.1 Généralités	239
5.1.1 Objectif des procédures étudiées	240
5.1.2 Examen critique	243
5.2 Procédures aboutissant à un unique système de préférences	246
5.2.1 Systèmes de type (S, R) ou (P, I, R)	249
5.2.1.1 Système de préférences dans ELECTRE I	250
5.2.1.2 Système de préférences dans ELECTRE IS	251
5.2.2 Autres systèmes de préférences	252
5.2.2.1 Systèmes de préférences dans ELECTRE I	253
5.2.2.2 Systèmes de préférences dans les procédures d'écrémage	254
5.2.2.3 Autres systèmes de préférences	255
5.2.2.1 Systèmes de préférences dans TACTIC	258
5.2.2.2 Systèmes de préférences dans TACTIC	258
5.2.2.3 Systèmes de préférences dans TACTIC	260
5.3 Procédures aboutissant à plusieurs systèmes de préférences	260
5.3.1 Cas où le nombre des systèmes est imposé	261
5.3.1.1 Systèmes de préférences dans ELECTRE II	266
5.3.1.2 Systèmes de préférences dans ELECTRE II	268
5.3.1.3 Systèmes de préférences dans ELECTRE II	268
5.3.2 Systèmes de préférences dans ELECTRE II	268
5.3.3 Systèmes de préférences dans ELECTRE II	269

5.3.1.2 Systèmes de préférences dans ELECTRE IV	270
a) Formules	270
b) Commentaires	271
5.3.2 Cas où le nombre des systèmes est indéterminé	276
5.3.2.1 Systèmes de préférences dans PROMETHEE I, II et III	280
a) Formules	280
b) Commentaires	282
5.3.2.2 Systèmes de préférences dans ELECTRE III	284
a) Formules	284
b) Commentaires	286
5.3.2.3 Systèmes de préférences dans les procédures par compensation probante	289
5.4 Compléments pratiques	295
5.4.1 Généralités	295
5.4.2 Attribution de valeurs aux coefficients d'importance $k_j$	298
a) Quelques rappels	298
b) Quelques constatations empiriques	299
c) Quelques principes généraux	301
d) Une façon de procéder	302
5.4.3 Attribution de valeurs aux seuils de veto $v_j$	309
5.4.4 Analyse de robustesse	313
5.5 Compléments théoriques	318
a) Peut-on obtenir une relation quelconque avec une PAMC de type II ?	319
b) A quelles conditions une relation obtenue avec une PAMC de type II peut-elle posséder des propriétés remarquables de transitivité ?	323
c) Peut-on axiomatiser des PAMC de type II ?	326
<b>CHAPITRE 6 : AIDE À LA DÉCISION FONDÉE SUR UNE PAMC DE TYPE ELECTRE</b>	331
Résumé	331
6.1 Généralités	332
6.1.1 Précisions sur l'objet du chapitre	332
6.1.2 Cas de la problématique du choix ( $P.\alpha$ )	335

a) S est transitive et $R = \emptyset$	338
b) S est transitive et $R \neq \emptyset$	340
c) S est quelconque	343
6.1.3 Cas de la problématique du tri ( $P.\beta$ )	347
a) Affectation en présence d'un vrai-critère unique de synthèse g	349
b) Affectation en l'absence d'un vrai-critère unique de synthèse	351
6.1.4 Cas de la problématique du rangement ( $P.\gamma$ )	356
6.1.5 Comment choisir une méthode ?	362
6.2 Procédures d'exploitation en problématique du choix : ELECTRE I et ELECTRE IS	365
6.2.1 ELECTRE I	365
a) Présentation	366
b) Commentaires théoriques	368
c) Commentaires pratiques	369
6.2.2 ELECTRE IS	371
a) Présentation	373
b) Commentaires théoriques	380
c) Commentaires pratiques	382
6.3 Procédure d'exploitation en problématique du tri : ELECTRE TRI	389
a) Présentation	390
b) Commentaires théoriques	391
c) Commentaires pratiques	398
6.4 Procédures d'exploitation en problématique du rangement : PROMETHEE I et II, ELECTRE II, III et IV	401
6.4.1 PROMETHEE I et II	402
a) Présentation	402
b) Commentaires théoriques	403
c) Commentaires pratiques	408
6.4.2 ELECTRE II	409
a) Présentation	410
b) Commentaires théoriques	412
c) Commentaires pratiques	415
6.4.3 ELECTRE III	415
a) Présentation	416
b) Commentaires théoriques	420
c) Commentaires pratiques	426

6.4.4 ELECTRE IV .....	426
6.5 Compléments théoriques .....	429
a) Procédures de sélection (P.α) .....	431
b) Procédures d'affectation (P.β) .....	432
c) Procédures de rangement (P.γ) .....	433

## CHAPITRE 7 : APPROCHE DU JUGEMENT LOCAL INTERACTIF

Résumé .....	435
7.1 Généralités .....	435
7.1.1 Approche classique et approche interactive .....	436
7.1.2 Sens et validité d'une méthode interactive - Le problème de la "convergence" .....	441
a) Trois versions d'un même jeu .....	442
b) Trois hypothèses sur le déroulement de l'interaction .....	444
7.1.3 Portée et limites des méthodes interactives .....	448
7.2 Structure générale des méthodes interactives .....	450
7.2.1 Schéma général d'interaction dans les diverses problématiques .....	450
7.2.2 L'étape de dialogue .....	455
7.2.2.1 La phase d'explication .....	456
7.2.2.2 La phase d'interrogation .....	457
7.2.3 L'étape de calcul .....	460
7.2.4 Remarques et exemples .....	470
7.3 Méthodes interactives dans une problématique de choix .....	477
7.3.1 Présentation de quelques méthodes interactives en P.α .....	477
7.3.1.1 La méthode STEM .....	477
7.3.1.2 La méthode de Geoffrion-Dyer- Feinberg .....	480
7.3.1.3 La méthode du point de mire évolutif .....	483
7.3.1.4 La méthode de Vanderpooten .....	485
7.3.2 Autres méthodes interactives en P.α .....	490
a) La méthode de Zions et Wallenius ..	490
b) La méthode de Vincke .....	491
c) La méthode du point de référence ..	491
d) La méthode de Steuer et Choo .....	492

e) La méthode de Korhonen et Laakso ..	493
f) La méthode PRIAM .....	493
7.4 Méthodes interactives dans une problématique de tri ou de rangement .....	494

## CHAPITRE 8 : ANALYSE DES RÉPONSES À UN APPEL D'OFFRES : AIDE À LA SÉLECTION D'UNE MACHINE À TRIER LES PAQUETS

Résumé .....	501
8.1 Les problèmes d'évaluation et de sélection .....	501
8.1.1 Cadre général de l'étude .....	503
8.1.2 Cahier des charges et appel d'offres .....	503
8.1.3 Définition des actions potentielles et choix de la problématique .....	506
8.2 Evaluation des offres .....	507
8.2.1 Analyse fonctionnelle succincte d'un système automatique de tri-paquets .....	509
8.2.2 Conséquences élémentaires, dimensions et barèmes de notation .....	510
8.2.3 Passage des dimensions aux critères : sources d'imprécision, d'incertitude et d'indétermination .....	518
8.3 Famille cohérente de critères et choix d'une PAMC ..	520
8.3.1 Une première esquisse : 11 critères .....	520
8.3.2 Tests de cohérence : adjonction d'un douzième critère .....	525
8.3.3 Les offres et le tableau des performances .....	526
8.3.4 Choix d'une PAMC .....	528
8.4 Mise en œuvre d'ELECTRE IS .....	530
8.4.1 Valeurs des poids $k_i$ .....	530
8.4.2 Valeurs des seuils de veto $v_j$ .....	531
8.4.3 Exploitation de la relation de référence S avec ELECTRE IS .....	533
8.4.4 Analyse de robustesse .....	537
8.5 Résultats finaux et commentaires .....	540



<b>CHAPITRE 9 : COMPARAISON DE DEUX ÉTUDES D'AIDE À LA DÉCISION À PROPOS D'UN CAS DE LOCALISATION D'UNE CENTRALE NUCLÉAIRE</b>	
Résumé	543
9.1 Généralités	543
9.2 Le cas WPPSS : L'étude U	544
9.2.1 Insertion dans le processus de décision, problématique, détermination des actions potentielles	545
9.2.2 Détermination des axes de signification	546
9.2.3 Détermination des dimensions	548
9.2.4 Evaluation des distributions de probabilités	552
9.2.5 Détermination de la forme de la fonction d'utilité	554
9.2.6 Fonctions d'utilité partielles	557
9.2.7 Remarque : obtention d'un tableau de performances	558
9.2.8 Evaluation des coefficients $k_i^U$	564
a) Classement des coefficients $k_i^U$	566
b) Evaluation de taux de substitution	567
c) Evaluation des coefficients $k_i^U$	568
9.2.9 Elaboration de la recommandation	570
9.3 Le travail en laboratoire : L'étude S	572
9.3.1 Actions potentielles, problématique et axes de signification	572
9.3.2 Elaboration des critères	573
9.3.3 Elaboration des informations inter-critères	581
a) Indices d'importance	583
b) Seuils de veto	585
9.3.4 Elaboration de la recommandation	587
9.4 Comparaison des deux méthodes à la lumière du cas	591
<b>CHAPITRE 10 : PROGRAMMATION D'INVESTISSEMENTS LOURDS : COMPARAISON A POSTERIORI ENTRE LES RÉSULTATS D'UNE "APPROCHE SCIENTIFIQUE" ET LE DÉROULEMENT EMPIRIQUE D'UN PROCESSUS DE DÉCISION</b>	
Résumé	599

10.1 L'objet de l'étude	601
10.1.1 Cadre général	601
10.1.2 Raison d'être de l'étude a posteriori	604
10.1.3 Critères et tableau de performances	609
10.2 Le choix d'une méthode	611
10.2.1 Pourquoi ELECTRE IV ?	611
10.2.2 Prise en compte de la connaissance sur la part d'arbitraire qui affecte les performances	612
10.3 Les résultats de l'approche scientifique	615
10.3.1 Application d'ELECTRE IV au système S de référence	615
10.3.2 Analyse de robustesse	620
10.4 Comparaison avec le déroulement empirique du processus de décision	623
Bibliographie commentée de cas d'application	627
Références	661
Index terminologique	691

## Chapitre 1

# INTRODUCTION ET CONCEPTS FONDAMENTAUX

### RÉSUMÉ

L'objet de ce chapitre est de présenter les grandes lignes de la méthodologie sur laquelle reposent les développements de cet ouvrage. Celle-ci est présentée dans le livre de Bernard ROY : *Méthodologie multicritère d'aide à la décision* (Economica, 1985) dont ce chapitre reprend le plan. On y aborde successivement :

- les concepts de décision, de processus de décision et d'aide à la décision (1.1) ;
- le concept d'action, point d'appui de l'aide à la décision (1.2) ;
- l'esprit dans lequel formuler l'aide à la décision avec la présentation de quatre problématiques de référence (1.3) ;
- les concepts de base et les principales structures utiles pour modéliser des préférences (1.4) ;
- la modélisation des conséquences des actions (1.5) ;
- le concept central de critère (1.6).

La section 1.7 aborde enfin le problème de l'agrégation des performances et de l'élaboration de recommandations qui constituent l'objet du présent ouvrage dont on introduit le plan.

Un glossaire, situé en fin de chapitre, réunit les principales définitions qui structurent la méthodologie résumée dans ce chapitre.

Depuis très longtemps, l'homme cherche à prendre appui sur l'abstraction, le raisonnement hypothético-déductif pour guider et justifier ses actes. Peu après la seconde guerre mondiale, on a vu apparaître et se multiplier des organismes d'études dont la fonction était d'analyser et de préparer des décisions de toutes sortes. Les entreprises, les administrations se sont ensuite dotées