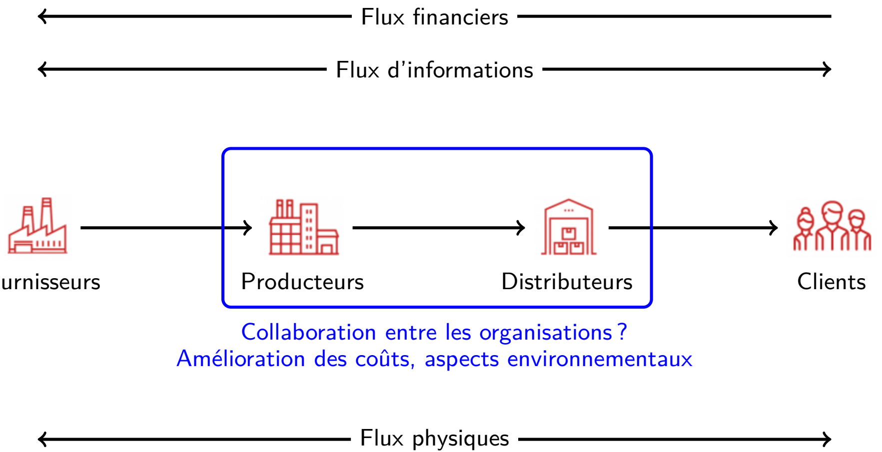
# Optimisation des décisions de planification avec coopération entre agents asymétriques dans une chaîne logistique à deux niveaux

**Siao-Leu Phouratsamay**

Équipe *RealOpt*, INRIA Bordeaux Sud-Ouest, IMB, Université de Bordeaux

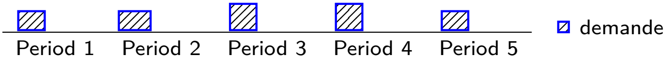
Journée AFIA - ROADEF
10 Septembre 2020

# Chaîne logistique collaborative



# Planification et lot-sizing

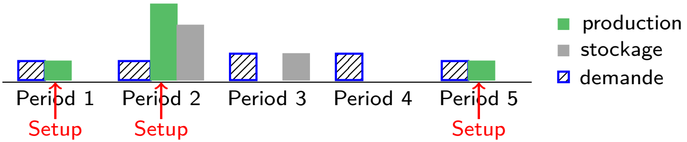
Satisfaire la demande à moindre coût :
Combien d'unités $x_t$ doit-on produire à chaque période ?
Nombre d'unités en stock $s_t$ entre les périodes $t$ et $t-1$




Coûts opérationnels à chaque période $t$ :
$f_t$ : coût fixe de production
$p_t$ : coût unitaire de production
$h_t$ : coût unitaire de stockage

# Planification et lot-sizing

Satisfaire la demande à moindre coût :
Combien d'unités $x_t$ doit-on produire à chaque période ?
Nombre d'unités en stock $s_t$ entre les périodes $t$ et $t-1$



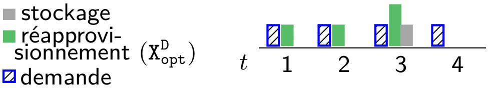

Coûts opérationnels à chaque période $t$ :
$f_t$ : coût fixe de production
$p_t$ : coût unitaire de production
$h_t$ : coût unitaire de stockage

# Motivations : monopole distributeur

Fournisseur : $f^F = (100, 100, 300, 300)$,$p^F = 1$,$h^F = 2$
Distributeur : $f^D = (50, 50, 50, 50)$,$p^D = (15, 10, 10, 15)$,$h^D = 1$,demande $= 100$

**Approche décentralisée :** décision optimale $\mathtt{X}^{\mathtt{D}}_{\mathtt{opt}}$

**Distributeur (monopole)** : $\mathtt{C}^{\mathtt{R}}_{\mathtt{opt}} = 4750$

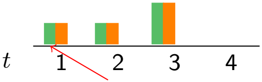


# Motivations : monopole distributeur

Fournisseur : $f^F = (100, 100, 300, 300)$,$p^F = 1$,$h^F = 2$
Distributeur : $f^D = (50, 50, 50, 50)$,$p^D = (15, 10, 10, 15)$,$h^D = 1$,demande $= 100$

**Approche décentralisée :** décision optimale $\mathtt{X}^{\mathtt{D}}_{\mathtt{opt}}$

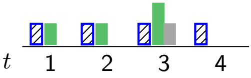
**Fournisseur** : $\mathtt{C}^{\mathtt{F}} = 900$




imposée par le distributeur ($\mathtt{X}^{\mathtt{D}}_{\mathtt{opt}}$)

- production ($\mathtt{X}^{\mathtt{F}}$)
- stockage
- réapprovisionnement ($\mathtt{X}^{\mathtt{D}}_{\mathtt{opt}}$)
- demande

**Distributeur (monopole)** : $\mathtt{C}^{\mathtt{R}}_{\mathtt{opt}} = 4750$

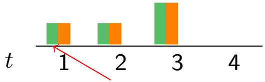


# Motivations : monopole distributeur

Fournisseur : $f^F = (100, 100, 300, 300)$,$p^F = 1$,$h^F = 2$
Distributeur : $f^D = (50, 50, 50, 50)$,$p^D = (15, 10, 10, 15)$,$h^D = 1$,demande $= 100$

**Approche décentralisée :** décision optimale $\mathtt{X}^{\mathtt{D}}_{\mathtt{opt}}$

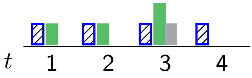
**Fournisseur** : $\mathtt{C}^{\mathtt{F}} = 900$




imposée par le distributeur ($\mathtt{X}^{\mathtt{D}}_{\mathtt{opt}}$)

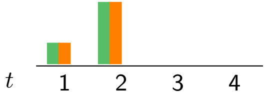
- production ($\mathtt{X}^{\mathtt{F}}$)
- stockage
- réapprovisionnement ($\mathtt{X}^{\mathtt{D}}_{\mathtt{opt}}$)
- demande

**Distributeur (monopole)** : $\mathtt{C}^{\mathtt{R}}_{\mathtt{opt}} = 4750$



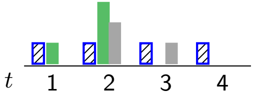

**Approche centralisée** : minimise le coût total de la chaîne logistique

**Fournisseur** : $\mathtt{C}^{\mathtt{F}} = 600$




- production ($x^F$)
- stockage
- réapprovisionnement ($x^D$)
- demande

**Distributeur** : $\mathtt{C}^{\mathtt{R}} = 4900$



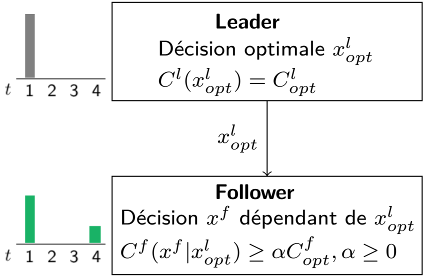

Quels algorithmes mettre en place pour optimiser le coût de tous les acteurs ?

# Nécessité d'une coopération : situation de monopole

**Chaîne logistique avec deux organisations**

Chaque agent (organisation) $i$ a ses coûts opérationnels $f^i, p^i, h^i$

Chaque agent a ses propres intérêts qui peuvent être conflictuels




$\Rightarrow$ Jeu de Stackelberg avec un leader connu

Comment faire coopérer les agents pour modifier la décision du leader ?

# État de l'art : mécanimes de coordination

Sur les 20 dernières années, beaucoup de travaux pour coordonner les décisions des agents dans une chaîne logistique
→ Majorité d'entre-eux traitent de cas continu ou sans prendre en compte le temps
→ Peu de travaux existent pour le lot-sizing

**Mécanismes inciter l'agent avec tous les pouvoirs de dévier de sa solution optimale :**

- Enchère : compétition et partage d'information entre les agents [Fiala (2016)]
- Modèle de négociation : phase de négociation sur plusieurs tours [Dudek and Stadler (2005)]
- Jeu de Stackelberg : modèle avec un leader et un follower [Geunes *et al.* 2016]
- Contrats : [Cachon (2003), Li and Wang (2007), Tsay *et al.* (1999)]

# Contrat entre les organisations (Cachon 2003)

1. Quels sont les contrats qui permettent de coordonner une chaîne logistique ?
$\rightarrow$ Définir les actions qui doivent être coordonnés

2. Comment assurer que les joueurs vont accepter un contrat ?
$\rightarrow$ Les actions du contrat devraient être un équilibre de Nash

3. Quels contrats peuvent être accepter facilement ?

# Schéma de coordination

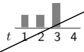
Utiliser les informations disponibles pour coordonner les flux physiques

**Informations disponibles**
Solution $(\mathtt{X}^{\mathtt{l}}_{\mathtt{opt}}, \mathtt{X}^{\mathtt{f}})$ sans coopération
Données sur les organisations

↓

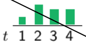
**Coordinateur**
Nouvelle solution $x^l, x^f$
Compensation $z \geq 0$
Max gain receveur $u^f(x^f, z)$

Contrat $(x^l, z)$




**Leader**
Accepte le contrat ?

Contrat $(x^f, z)$




**Follower**
Accepte le contrat

# Définition d'un contrat

**Contrat :** paire $(x^l, z)$ composée d'un nouveau plan de production $x^l$ et d'un paiement $z \geq 0$ entre les agents

Le contrat devra vérifier :

- utilité du leader $u^l(x^l, z) = \mathtt{C}^{\mathtt{l}}_{\mathtt{opt}} - (C^l(x^l) - z)$
- utilité du follower $u^f(x^f, z) = \mathtt{C}^{\mathtt{f}}(\mathtt{X}^{\mathtt{f}}|\mathtt{X}^{\mathtt{l}}_{\mathtt{opt}}) - (C^f(x^f) + z)$ où $x^f$ est la nouvelle solution du follower associée au contrat
- inciter le leader à participer grâce à la contrainte de rationalité individuelle (participation volontaire) : $u^l(x^l, z) \geq 0$
- la solution associée est un équilibre de Nash

Comment définir la fonction d'utilité ? Quelles informations possèdent le coordinateur ?

# État de l'art : lot-sizing et contrats

**Monopole distributeur**

| Référence | IC | AI | Hypothèses sur $z$ | Méthodologie |
|---|---|---|---|---|
| Mobini *et al.* (2014) | | X | pas de limitation | formulation mathématique |
| Kerkkamp *et al.* (2018) | | X | pas de limitation | approche bi-niveau<br>programmation dynamique |
| Geunes *et al.* (2016) | X | | pas de paiement | jeu de Stackelberg<br>rabais des coûts |
| Phouratsamay *et al.* (2020) | X | X | pas de paiement<br>uniquement le stock<br>pas de limitation | programmation dynamique<br>inapproximabilité<br>complexité |

* IC : information complète, AI : asymétrie d'information

# État de l'art : lot-sizing et contrats

**Monopole distributeur**

| Référence | IC | AI | Hypothèses sur $z$ | Méthodologie |
|---|---|---|---|---|
| Mobini *et al.* (2014) | | X | pas de limitation | formulation mathématique |
| Kerkkamp *et al.* (2018) | | X | pas de limitation | approche bi-niveau<br>programmation dynamique |
| Geunes *et al.* (2016) | X | | pas de paiement | jeu de Stackelberg<br>rabais des coûts |
| Phouratsamay *et al.* (2020) | X | X | pas de paiement<br>uniquement le stock<br>pas de limitation | programmation dynamique<br>inapproximabilité<br>complexité |

* IC : information complète, AI : asymétrie d'information

**Monopole fournisseur avec information complète**

| Référence | Type de contrat | Méthodologie |
|---|---|---|
| Park and Kim (2014) | pas de paiement<br>réservation de capacité | horizon roulant |
| Phouratsamay *et al.* En soumission | plusieurs scénarios de paiement<br>coût de pénalité | programmation dynamique<br>complexité, sous-traitance |

# Contrats proposés : monopole distributeur

Leader = distributeur, follower = fournisseur

**Défnition de la fonction d'utilité**

$C^D(x^D)$ = coût total du distributeur = $\sum_t (f_t^D y_t^D + p_t^D x_t^D + h_t^D s_t^D)$

$C^F(x^F)$ = coût total du fournisseur = $\sum_t (f_t^F y_t^F + p_t^F x_t^F + h_t^F s_t^F)$

**Plusieurs hypothèses sur le paiement $z$**

1. $z = 0$ (paiement non autorisé)
2. $z = C^D(x^D) - \mathtt{C}^{\mathtt{D}}_{\mathtt{opt}}$ et $z \leq \sum_t h_t^D s_t^D$ (paiement pour compenser le stock)
3. $z = C^D(x^D) - \mathtt{C}^{\mathtt{D}}_{\mathtt{opt}}$ (paiement pour compenser tout le surcoût)

# Contrats proposés : monopole distributeur

Leader = distributeur, follower = fournisseur

**Défnition de la fonction d'utilité**

$C^D(x^D)$ = coût total du distributeur = $\sum_t (f_t^D y_t^D + p_t^D x_t^D + h_t^D s_t^D)$
$C^F(x^F)$ = coût total du fournisseur = $\sum_t (f_t^F y_t^F + p_t^F x_t^F + h_t^F s_t^F)$

**Plusieurs hypothèses sur le paiement $z$**

1. $z = 0$ (paiement non autorisé)
2. $z = C^D(x^D) - \mathtt{C}^{\mathtt{D}}_{\mathtt{opt}}$ et $z \leq \sum_t h_t^D s_t^D$ (paiement pour compenser le stock)
3. $z = C^D(x^D) - \mathtt{C}^{\mathtt{D}}_{\mathtt{opt}}$ (paiement pour compenser tout le surcoût)

Résolution du nouveau problème de lot-sizing suivant :

$$\max \quad u^F(x, z) = \mathtt{C}^{\mathtt{F}}(\mathtt{X}^{\mathtt{F}} | \mathtt{X}^{\mathtt{D}}) - (C^F(x) + z)$$

s.t. Contraintes de lot-sizing à deux niveaux

$$u^D(x, z) = \mathtt{C}^{\mathtt{D}}_{\mathtt{opt}} - (C^D(x) - z) \geq 0 \qquad \text{(RI)}$$

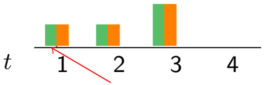
Hypothèse sur le paiement

# Exemple : compensation du surcoût (cas 3)

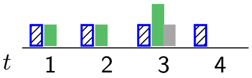
Fournisseur : $f^F = (100, 100, 300, 300)$, $p^F = 1$, $h^F = 2$
Distributeur : $f^D = (50, 50, 50, 50)$, $p^D = (15, 10, 10, 15)$, $h^D = 1$, demande $= 100$

**Sans coopération**

**Fournisseur (follower)** : $\mathtt{C}^{\mathtt{F}}(\mathtt{X}^{\mathtt{F}}|\mathtt{X}^{\mathtt{D}}_{\mathtt{opt}}) = 900$ **Distributeur (leader)** : $\mathtt{C}^{\mathtt{R}}_{\mathtt{opt}} = 4750$




production $(\mathtt{X}^{\mathtt{F}})$
stockage
réapprovisionnement $(\mathtt{X}^{\mathtt{D}}_{\mathtt{opt}})$
demande



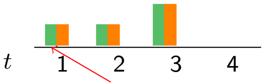

imposée par le distributeur $(\mathtt{X}^{\mathtt{F}})$

# Exemple : compensation du surcoût (cas 3)

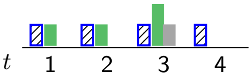
Fournisseur : $f^F = (100, 100, 300, 300)$, $p^F = 1$, $h^F = 2$
Distributeur : $f^D = (50, 50, 50, 50)$, $p^D = (15, 10, 10, 15)$, $h^D = 1$, demande $= 100$

**Sans coopération**

**Fournisseur (follower)** : $\mathtt{C}^{\mathtt{F}}(\mathtt{X}^{\mathtt{F}}|\mathtt{X}^{\mathtt{D}}_{\mathtt{opt}}) = 900$ **Distributeur (leader)** : $\mathtt{C}^{\mathtt{R}}_{\mathtt{opt}} = 4750$



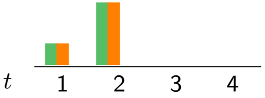

production ($\mathtt{X}^{\mathtt{F}}$)
stockage
réapprovisionnement ($\mathtt{X}^{\mathtt{D}}_{\mathtt{opt}}$)
demande



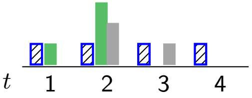

imposée par le distributeur ($\mathtt{X}^{\mathtt{F}}$)

**Avec coopération**

**Fournisseur (follower)** : $\mathtt{C}^{\mathtt{F}} = 750$ **Distributeur (leader)** : $\mathtt{C}^{\mathtt{R}} = \mathtt{C}^{\mathtt{R}}_{\mathtt{opt}}$




production ($x^F$)
stockage
réapprovisionnement ($x^D$)
demande




Contrat $(x^D, z)$ : $C^D(x^D) = 4900$, $z = 4900 - 4750 = 150$
$C^F(x^F) = 600$, $u^f(x^F, z) = (900 - (600 + 150)) = 450$

# Résultats

**Complexité des problèmes**

**Cas 1 :** $z = 0$
Polynomial, programmation dynamique $\mathcal{O}(T^3)$

**Cas 2 :** $z = C^D(x^D) - \mathtt{C}^{\mathtt{D}}_{\mathtt{opt}}$ et $z \leq \sum_t h_t^D s_t^D$
NP-difficile

**Cas 3 :** $z = C^D(x^D) - \mathtt{C}^{\mathtt{D}}_{\mathtt{opt}}$
Polynomial : équivalent à un problème de lot-sizing à deux niveaux
Programmation dynamique $\mathcal{O}(T^2 \log T)$ [Melo et Wolsey 2010]

**Observations**

1. $u^D(x^D, z) = 0$
2. $u_3^F(x^F, z) \geq u_2^F(x^F, z) \geq u_1^F(x^F, z)$

**Observations numériques**

- Utilité du fournisseur quasi nulle sans transfert
- Différence ~2% entre l'utilité du fournisseur dans les cas 2 et 3

# Autre contrat : monopole fournisseur

$C_t$ : capacité de production fixée par le fournisseur
$x_t$ : unité de production $\leq C_t$
$u_t$ : unité de production $> C_t$

**Définition de la fonction de gain**
$b_t$ : pénalité si $\mathtt{X}^{\mathtt{F}}_{\mathtt{opt}}$ est dépassée
$C^D(x^D) =$ coût total du distributeur + pénalité pour les unités $u_t$
$C^F(x^F) =$ coût fixe de production + coût unitaire de production des unités $x_t$
$z =$ compensation des setup additionnels

# Autre contrat : monopole fournisseur

$C_t$ : capacité de production fixée par le fournisseur
$x_t$ : unité de production $\leq C_t$
$u_t$ : unité de production $> C_t$

**Définition de la fonction de gain**
$b_t$ : pénalité si $\mathtt{X}^{\mathtt{F}}_{\mathtt{opt}}$ est dépassée
$C^D(x^D)$ = coût total du distributeur + pénalité pour les unités $u_t$
$C^F(x^F)$ = coût fixe de production + coût unitaire de production des unités $x_t$
$z$ = compensation des setup additionnels

**Nouveau problème de lot-sizing :**

$$\max \quad u^D(x^D, z) = \mathtt{C}^{\mathtt{D}}(\mathtt{X}^{\mathtt{D}}|\mathtt{X}^{\mathtt{F}}) - (C^D(x^D) + z)$$

s.t. Contraintes de lot-sizing avec capacité $\mathtt{X}^{\mathtt{F}}_{\mathtt{opt}}$ et sous-traitance

$$u^F(x^F, z) = \cancel{\mathtt{C}^{\mathtt{F}}_{\mathtt{opt}} - (C^F(x^F) - z)} \geq 0 \qquad \text{(RI)}$$

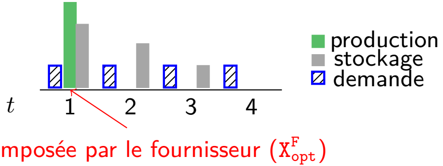
Lot-sizing avec capacité quelconque : NP-difficile [Florian et Klein 1971]

# Exemple : fournisseur (leader)

Fournisseur : $f^F = (100, 100, 300, 300)$,$p^F = 1$,$h^F = 2$, capacité $\mathtt{X}^{\mathtt{F}}_{\mathtt{opt}} = (400, 0, 0, 0)$
Distributeur : $f^D = 50$,$p^D = (15, 10, 10, 15)$,$h^D = 1$,demande $= 100$

**Pour le distributeur (follower) :**

Sans coopération



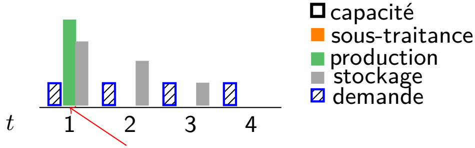

$\mathtt{C}^{\mathtt{F}}_{\mathtt{opt}} = 500$
$\mathtt{C}^{\mathtt{D}}(\mathtt{x}^{\mathtt{D}}|\mathtt{x}^{\mathtt{F}}_{\mathtt{opt}}) = 6650$

# Exemple : fournisseur (leader)

Fournisseur : $f^F = (100, 100, 300, 300)$,$p^F = 1$,$h^F = 2$, capacité $\mathtt{X}^{\mathtt{F}}_{\mathtt{opt}} = (400, 0, 0, 0)$
Distributeur : $f^D = 50$,$p^D = (15, 10, 10, 15)$,$h^D = 1$,demande $= 100$

**Pour le distributeur (follower) :**

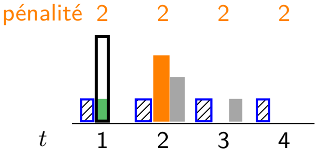
Sans coopération




imposée par le fournisseur ($\mathtt{X}^{\mathtt{F}}_{\mathtt{opt}}$)

$\mathtt{C}^{\mathtt{F}}_{\mathtt{opt}} = 500$
$\mathtt{C}^{\mathtt{D}}(\mathtt{x}^{\mathtt{D}}|\mathtt{x}^{\mathtt{F}}_{\mathtt{opt}}) = 6650$

Avec coopération




Contrat $(x^F, z)$ :
$C^F(x^F) = 300,\ z = 100$
$u^F(x^F, z) = (500 - (300 - 100)) = 300$
$C^D(x^D) = 5500$
$u^D(x^D, z) = (6650 - (5500 + 100)) = 1050$

Nouvel algorithme de programmation dynamique polynomial

# Asymétrie d'information

**Hypothèse**
Le coordinateur n'a pas toutes les informations :
le leader n'est pas obligé de lui fournir ses vrais coûts opérationnels

**Jeu de sélection (**Stiglitz 1975)
- Ensemble de scénarios correspondants à $N$ profils possibles du leader
- Connaissance de la probabilité $P_\theta$ qu'un leader soit de profil $\theta \in \{1, \ldots, N\}$

$\rightarrow$ Proposition d'un un ensemble de contrats :
un contrat $(x_\theta^l, z_\theta)$ par profil $\theta \in \{1, \ldots, N\}$

# Problème à résoudre

**Fonction objectif :** $\max \sum_{\theta=1}^{N} P_\theta u^f(x_\theta^f, z_\theta) = \sum_{\theta=1}^{N} P_\theta(\mathtt{C}_\theta^{\mathtt{f}}(\mathtt{X}_\theta^{\mathtt{f}}|\mathtt{X}_\theta^{\mathtt{l}}) - (C_\theta^f(x_\theta^f) + z_\theta))$

**Contraintes :**

- Contraintes de flot du problème de lotsizing à deux niveaux pour chaque profil $\theta$
- **Contrainte de rationalité individuelle**
  $u^l(\theta, \hat{\theta}, x_{\hat{\theta}}^l, z_{\hat{\theta}})$ : utilité du leader de profil $\theta$ choisissant le contrat $(x_{\hat{\theta}}^l, z_{\hat{\theta}})$ du profil $\hat{\theta}$

$$u^l(\theta, \theta, x_\theta^l, z_\theta) = \mathtt{C}_{\theta,\mathtt{opt}}^{\mathtt{l}} - (C_\theta^l(x_\theta^l) - z_\theta) \geq 0 \quad \forall \theta$$

# Problème à résoudre

**Fonction objectif :** $\max \sum_{\theta=1}^{N} P_\theta u^f(x_\theta^f, z_\theta) = \sum_{\theta=1}^{N} P_\theta (\mathtt{C}_\theta^\mathtt{f}(\mathtt{X}_\theta^\mathtt{f}|\mathtt{X}_\theta^\mathtt{l}) - (C_\theta^f(x_\theta^f) + z_\theta))$

**Contraintes :**

- Contraintes de flot du problème de lotsizing à deux niveaux pour chaque profil $\theta$
- **Contrainte de rationalité individuelle**
  $u^l(\theta, \hat{\theta}, x_{\hat{\theta}}^l, z_{\hat{\theta}})$ : utilité du leader de profil $\theta$ choisissant le contrat $(x_{\hat{\theta}}^l, z_{\hat{\theta}})$ du profil $\hat{\theta}$

$$u^l(\theta, \theta, x_\theta^l, z_\theta) = \mathtt{C}_{\theta,\mathtt{opt}}^\mathtt{l} - (C_\theta^l(x_\theta^l) - z_\theta) \geq 0 \quad \forall \theta$$

- **Contrainte de véracité garantie**
  Avec paiement, le leader peut être inciter à mentir en choisissant un contrat ne correspondant pas à son vrai profil

$$u^l(\theta, \theta, x_\theta^l, z_\theta) \geq u^l(\theta, \hat{\theta}, x_{\hat{\theta}}^l, z_{\hat{\theta}}) \quad \forall \theta, \hat{\theta}$$

Le coût du follower ne peut pas être amélioré en utilisant un algorithme optimal où le leader peut mentir (Principe de révélation, Myerson 1981)

# Résultats

**Résultat d'inapproximabilité (monopole distributeur)**

Soit $c > 1$. Il n'existe pas d'algorithme à véracité garantie $c$-approché pour le problème avec paiement strictement positif et asymétrie d'information, *i.e.* $z_\theta > 0$ pour tout $\theta \in \mathcal{N}$.

# Conclusions

- Étude de coopération entre agents avec pouvoir asymétrique dans une chaîne logistique intégrant théorie des jeux algorithmique et lot-sizing
- Définition de contrats entre les agents pour atteindre la performance d'une chaîne logistique centralisée
- Analyse de complexité et algorithmes de programmation dynamique polynomiaux
- Limites des contrats :
  $\rightarrow$ Leader peut avoir une utilité nulle
  $\rightarrow$ En cas d'asymétrie d'information, le jeu de sélection nécessite de connaître les profils probables

**Perspectives**

- Algorithmes de résolution pour le cas avec asymétrie d'information
- Intégration de critères liés à l'environnement
- Chaîne logistique avec plusieurs agents sans pouvoir
  $\rightarrow$ Théorie des jeux coopératifs : étude des coalations

Merci pour votre attention !