



# Planification de personnel avec deux ou trois jours de repos par semaine

**Fethi JARRAY**

Equipe Optimisation Combinatoire  
CEDRIC-CNAM

# *Plan de la présentation*

---

---

- Problème de planification de personnel
- Problème de base
- Décomposition du problème
  - Dates de début de repos
  - Attribution des repos
  - Solution complète
- Problème de repos mensuels
- Conclusion

# *Planification de personnel*

---

---

Elaborer des plannings

# *Planification de personnel*

---

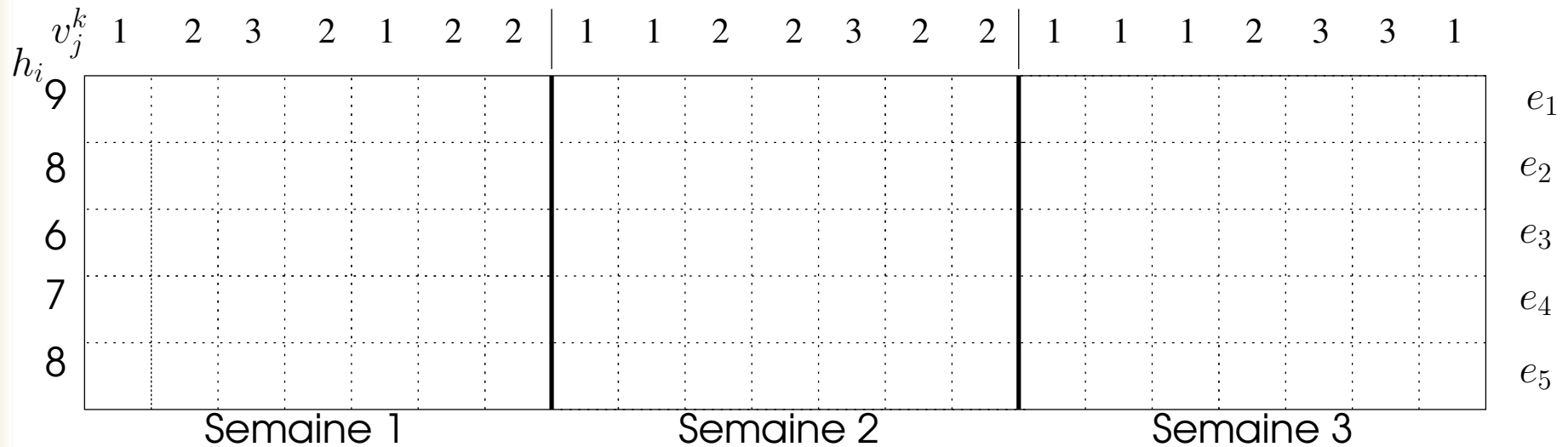
---

Elaborer des plannings

Trois classes de problèmes

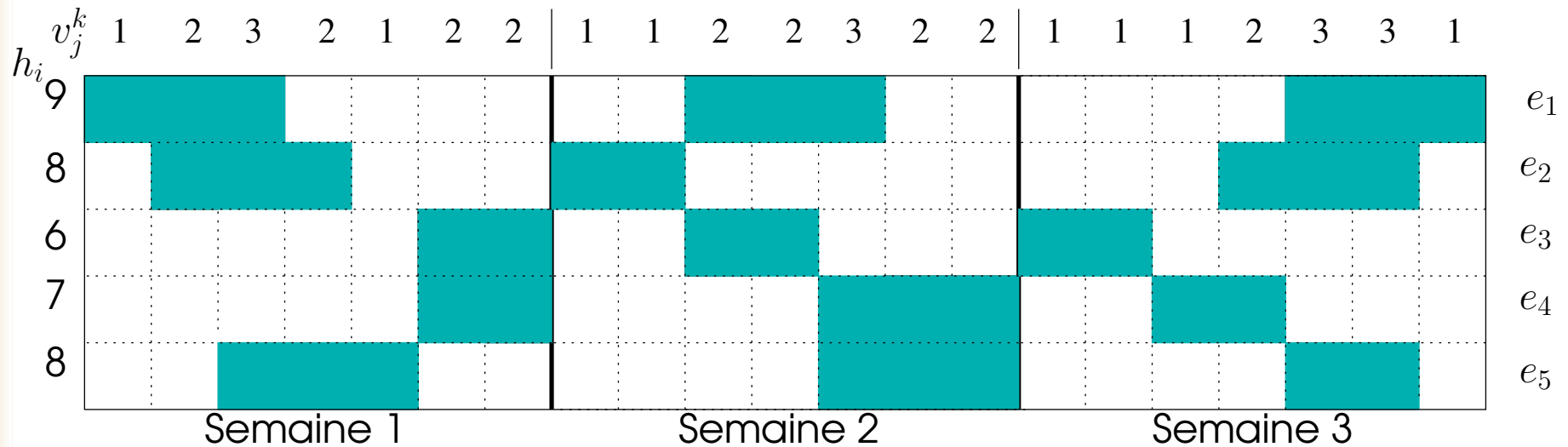
- Construction de vacations
- Construction de grilles de travail
- Construction de cycles

# Problème de base



- $m$  employés:  $h_i$  jours de repos pour  $e_i$
- $W$  semaines:  $v_j^k$  employés au repos le jour  $d_j$  de  $w_k$
- Un employé bénéficie de 2 ou 3 jours de repos consécutifs par semaine (2-RC ou 3-RC)

# Problème de base



- $m$  employés:  $h_i$  jours de repos pour  $e_i$
- $W$  semaines:  $v_j^k$  employés au repos le jour  $d_j$  de  $w_k$
- Un employé bénéficie de 2 ou 3 jours de repos consécutifs par semaine (2-RC ou 3-RC)

### Propriétés des données

- $v_1^k + v_4^k \leq m$
- $v_1^k \leq v_2^k$
- $m \leq v_2^k + v_4^k + v_6^k$

### Résolution en 3 étapes

- Calculer les dates de début des repos
- Attribution des repos aux employés
- Solution

## *Etape 1: Les dates de début des repos*

---

---

$\alpha_j^k$ : nombre de 2-RC commençant  $d_j$  de  $w_k$

$\beta_j^k$ : nombre de 3-RC commençant  $d_j$  de  $w_k$



## Etape 1: Les dates de début des repos

---

$\alpha_j^k$ : nombre de 2-RC commençant  $d_j$  de  $w_k$

$\beta_j^k$ : nombre de 3-RC commençant  $d_j$  de  $w_k$

$$S \left\{ \begin{array}{l} v_1^k = \alpha_1^k + \beta_1^k \\ v_2^k = \alpha_1^k + \beta_1^k + \alpha_2^k + \beta_2^k \\ v_j^k = \alpha_j^k + \beta_j^k + \alpha_{j-1}^k + \beta_{j-1}^k + \beta_{j-2}^k, \quad j = 3, \dots, 7 \\ \sum_{j=1}^7 (\alpha_j^k + \beta_j^k) = \sum_{j=1}^6 \alpha_j^k + \sum_{j=1}^5 \beta_j^k = m \\ 0 \leq \alpha_j^k, \beta_j^k \leq m \end{array} \right.$$

## Etape 1: Les dates de début des repos

---

$\alpha_j^k$ : nombre de 2-RC commençant  $d_j$  de  $w_k$

$\beta_j^k$ : nombre de 3-RC commençant  $d_j$  de  $w_k$

$$S \left\{ \begin{array}{l} v_1^k = \alpha_1^k + \beta_1^k \\ v_2^k = \alpha_1^k + \beta_1^k + \alpha_2^k + \beta_2^k \\ v_j^k = \alpha_j^k + \beta_j^k + \alpha_{j-1}^k + \beta_{j-1}^k + \beta_{j-2}^k, \quad j = 3, \dots, 7 \\ \sum_{j=1}^7 (\alpha_j^k + \beta_j^k) = \sum_{j=1}^6 \alpha_j^k + \sum_{j=1}^5 \beta_j^k = m \\ 0 \leq \alpha_j^k, \beta_j^k \leq m \end{array} \right.$$

- Propriétés cohérentes  $\implies S$  admet une solution
- $\beta_3^k, \beta_4^k$  et  $\beta_5^k$  fixées  $\implies$  Système de Cramer

## Etape 2: Attribution des repos

---

$x^k$ : nombre d'employés ayant un 2-RC dans  $w_k$

$y^k$ : nombre d'employés ayant un 3-RC dans  $w_k$

$c_i$ : nombre de semaines avec un 3-RC pour  $e_i$

## Etape 2: Attribution des repos

---

$x^k$ : nombre d'employés ayant un 2-RC dans  $w_k$

$y^k$ : nombre d'employés ayant un 3-RC dans  $w_k$

$c_i$ : nombre de semaines avec un 3-RC pour  $e_i$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^k + y^k = m \\ 2(m - y^k) + 3y^k = \sum_{j=1}^7 v_j^k \\ 3c_i + 2(W - c_i) = h_i \end{array} \right. \implies \begin{array}{l} x^k = 3m - \sum_{j=1}^7 v_j^k \\ y^k = \sum_{j=1}^7 v_j^k - 2m \\ c_i = h_i - 2W \end{array}$$

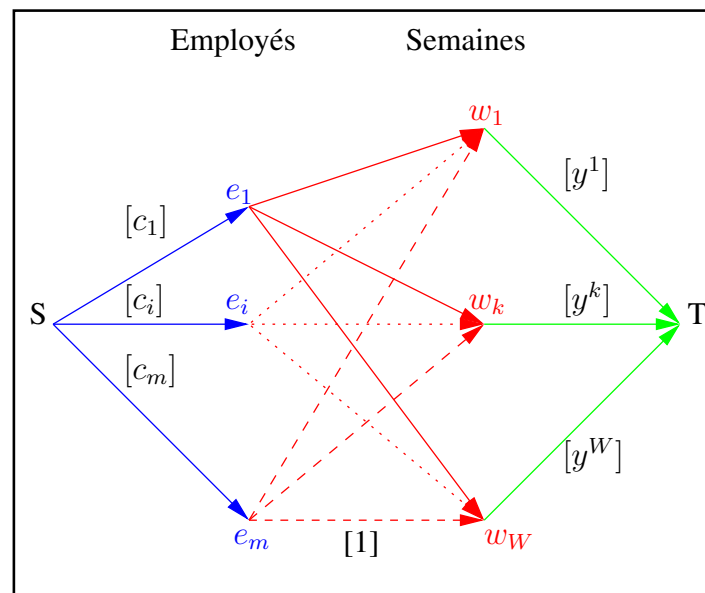
## Etape 2: Attribution des repos

$x^k$ : nombre d'employés ayant un 2-RC dans  $w_k$

$y^k$ : nombre d'employés ayant un 3-RC dans  $w_k$

$c_i$ : nombre de semaines avec un 3-RC pour  $e_i$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^k + y^k = m \\ 2(m - y^k) + 3y^k = \sum_{j=1}^7 v_j^k \implies y^k = \sum_{j=1}^7 v_j^k - 2m \\ 3c_i + 2(W - c_i) = h_i \implies c_i = h_i - 2W \end{array} \right.$$



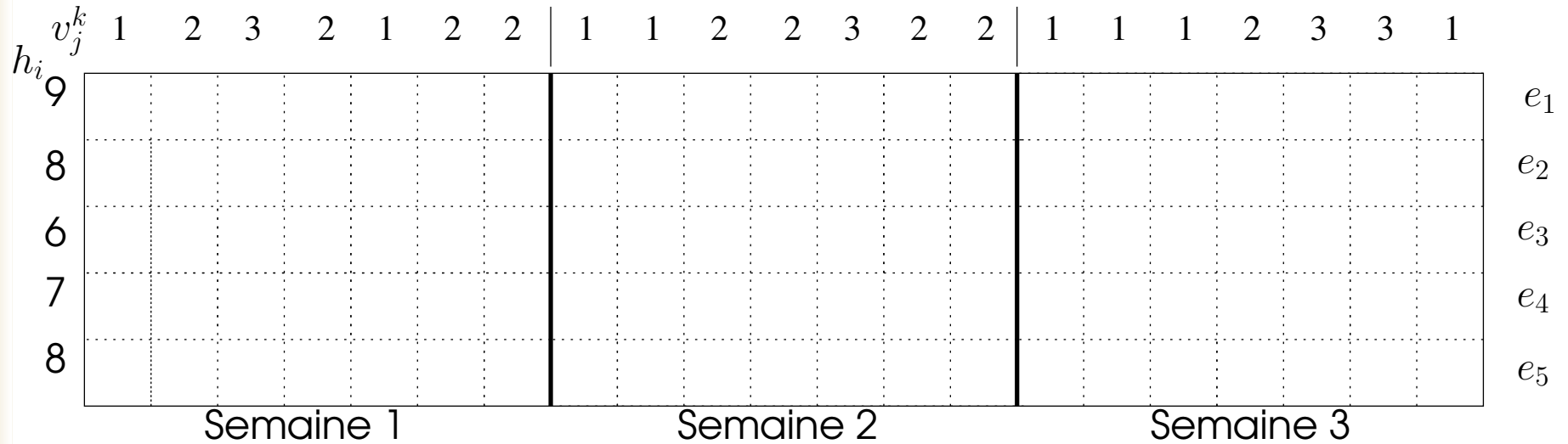
## Etape 3: Solution complète

---

---

- $x^k = \sum_{j=1}^6 \alpha_j^k$  et  $y^k = \sum_{j=1}^6 \beta_j^k$
- Nombre d'employés ayant un 3-RC dans  $W_k =$  nombre de 3-RC qui commencent dans  $w_k$   
 $\implies$  Attribution de dates de début de repos aux employés à l'aide d'un algorithme glouton

# Exemple



## Première étape

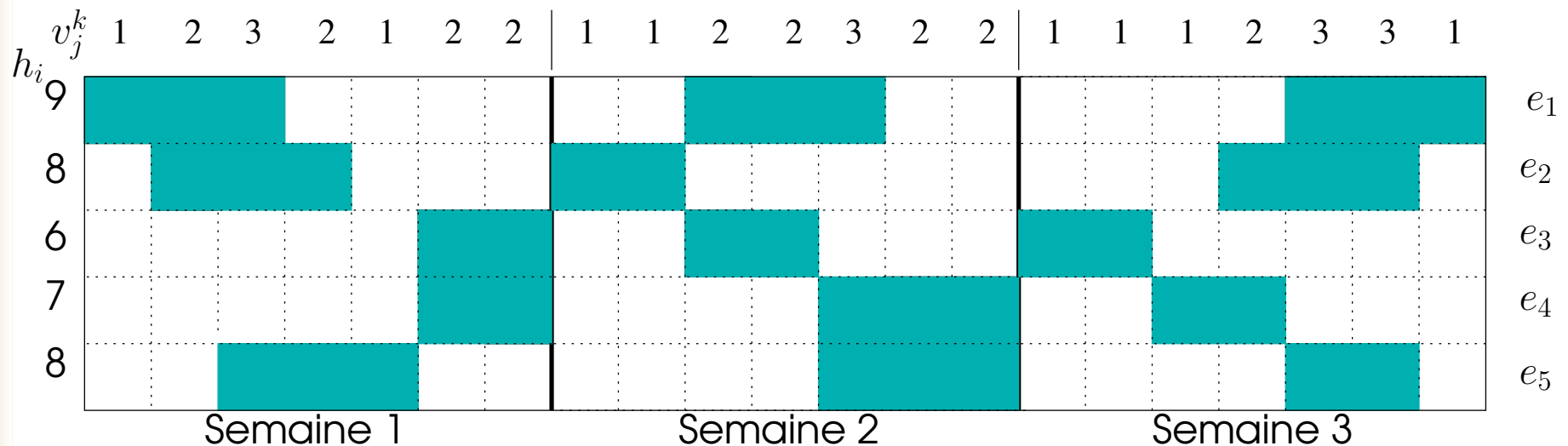
Jour	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
2 jours de repos	0	0	0	0	0	2	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
3 jours de repos	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	2	0	0	0	0	0	1	1	0	0

# Exemple (suite)

## Deuxième étape

emp	semaine 1	semaine 2	semaine 3
1	3	3	3
2	3	2	3
3	2	2	2
4	2	3	2
5	3	3	2

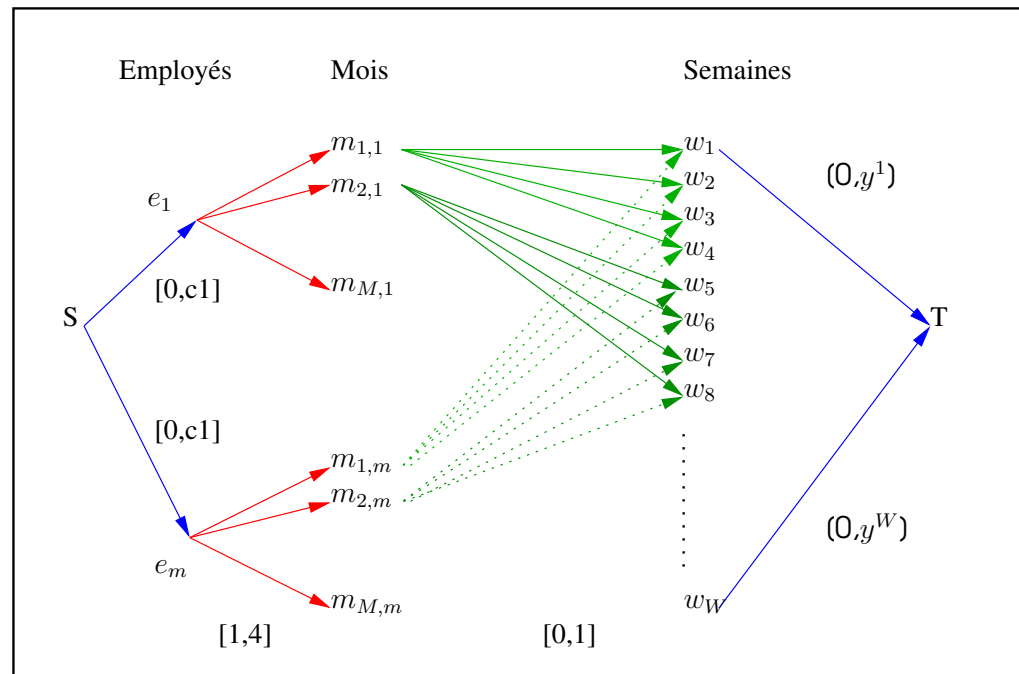
## Troisième étape





# Extensions

- Problème de repos mensuel: Un employé bénéficie d'un 3-RC par mois



- Problème de week-ends mensuel
- Des 3-RC et 4-RC au lieu des 2-RC et 3-RC

# Conclusion

---

---

- Problème de base: Polynomial
- Problème de repos mensuel: Polynomial
- Problème de week-ends mensuel:  
Polynomial sous conditions
- Des 3-RC et 4-RC au lieu des 2-RC et  
3-RC