POLITECNICO DI MILANO

7°





Methods and Models for Decision Making

Alberto Colorni – Dipartimento INDACO, Politecnico di Milano
Alessandro Lué – Consorzio Poliedra, Politecnico di Milano

God in 7 steps:

- Rating problems: a logical path
- Def. of indicators, weights, categories, profiles
- Comparison between objects and profiles
- Outranking (when K **s** Pij) & thresolds
- Examples of rating
- Winning coalitions

Index:

Summary

1. Uninominal voting vs voting-by-ranking
2. The Arrow's theorem
3. Problems of the uninominal voting
4. Two voting-by-ranking systems: Condorcet and Borda
5. The *Colorni award* with your rankings
6. A general framework for negotiation:
   Maastricht & Distillation approaches
7. Possible research topics
8. Conclusions of the course

The frame

- N decision makers, each with his/her ranking
- The “social” choice → a shared (collective) decision

- Two general ways:
  - (i) uninominal voting
  - (ii) voting-by-ranking

  - Non-existence of a “sure” method (Arrow’s theorem)
  - Ranking → pro and con of Condorcet
  - Ranking → pro and con of Borda

Arrow's impossibility theorem (1)

We consider 5 properties that we assume to be
reasonable requirements of a fair voting method:

- **Anonymity** → No voter should be favored to others; if two voters switch their ranking, the collective ranking should remain the same.
- **Neutrality** → No candidate should be favored to others; if two candidates switch their positions (name), they should switch positions also in the ranking.
- **Monotonicity** → If the ranking of a candidate is improved by a voter, its position in the collective ranking can only improve.
- **Consistency** → If voters are split into two disjoint sets, S and T, and both the aggregation of voters in S and the aggregation of voters in T prefer a to b, also the aggregation of all voters should prefer a to b.
- **Sincerity** → Voters vote for the candidates they prefer; there are not strategic behaviors of the voters.

Arrow's impossibility theorem (2)

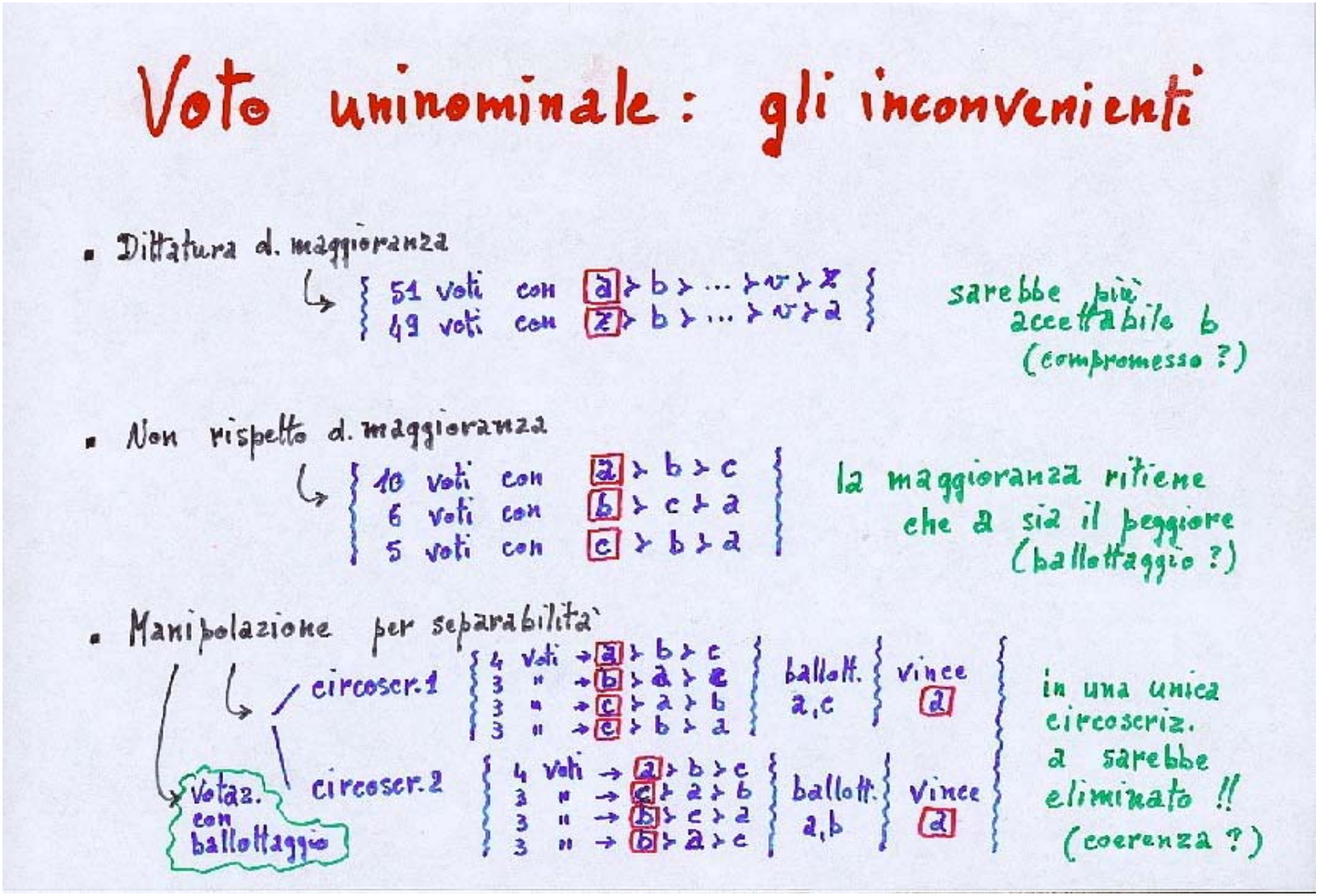
If the decision-making body has at least two voters (decision-makers) and at least three alternatives (candidates or options) to decide among,

then

it is impossible to design a social welfare function (that is a collective ranking) that satisfies all these properties at once

Kenneth Arrow (1972 Nobel Prize in Economics)

Uninominal voting



Voting-by-ranking systems: an example

- 5 decision-makers
- 4 alternatives → A, B, C, D

	1° pos	2° pos	3° pos	4° pos
2 DM	D	C	B	A
2 DM	D	C	A	B
1 DM	C	A	B	D

Condorcet (1)

- Each decision-maker expresses her own ranking of the alternatives
- The alternatives are pairwise compared considering the number of decision-makers that prefer one alternative over another
- The alternative that prevails in all the comparisons is chosen

Condorcet (2)

N° of decision-makers that prefers the alternative in the row in respect to the alternative on the column

	1°	2°	3°	4°
2 dec.	D	C	B	A
2 dec.	D	C	A	B
1 dec.	C	A	B	D

	A	B	C	D
A	-			
B		-		
C			-	
D				-

Condorcet (3)

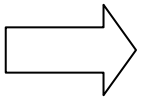
N° of decision-makers that prefers the alternative in the row in respect to the alternative on the column

	1°	2°	3°	4°
2 dec.	D	C	B	A
2 dec.	D	C	A	B
1 dec.	C	A	B	D

	A	B	C	D
A	-	3	0	1
B	2	-	0	1
C	5	5	-	1
D	4	4	4	-

Condorcet (4)

In red: the alternatives that prevails in the single pairwise comparisons



Alternative D prevails in all the pairwise comparisons

	1°	2°	3°	4°
2 dec.	D	C	B	A
2 dec.	D	C	A	B
1 dec.	C	A	B	D

	A	B	C	D
A	-	3	0	1
B	2	-	0	1
C	5	5	-	1
D	4	4	4	-

Condorcet (5)

- 3 decision-makers
- 4 alternatives: A, B, C e D

Rankings:

- Two DMs: B A C D
- One DM: A C D B

	A	B	C	D
A	-	1	3	3
B	2	-	2	2
C	0	1	-	3
D	0	1	0	-

The method is not compensatory

B is chosen, although is really

a bad alternative for one decision-maker

Borda (1)

- Each decision-maker expresses her ranking of the alternatives
- How many times (decision-makers) each alternative takes a particular position ?
- A score is assigned to each position
- For each alternative, the scores are summed
- The alternative with the overall "best“ score is chosen

Borda (2)

N° of decision-makers for which the
alternative (row) is in the ranking position (column)

	1°	2°	3°	4°
A				
B				
C				
D				

	1°	2°	3°	4°
2 dec.	D	C	B	A
2 dec.	D	C	A	B
1 dec.	C	A	B	D

Borda (2)

N° of decision-makers for which the
alternative (row) is in the ranking position (column)

	1°	2°	3°	4°
A		1	2	2
B			3	2
C	1	4		
D	4			1

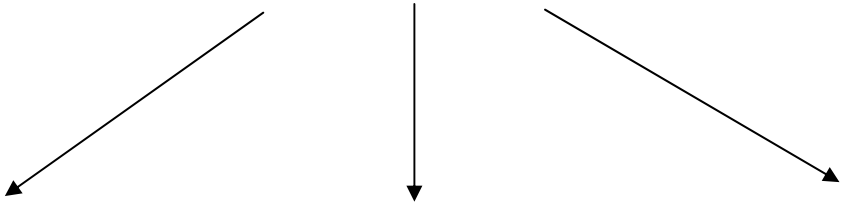
	1°	2°	3°	4°
2 dec.	D	C	B	A
2 dec.	D	C	A	B
1 dec.	C	A	B	D

Borda (3)

From the ranking position to the score

$\Downarrow$

a subjective scale



score = position

3th pos. $\Rightarrow$ 3 points

score = position ^{2}

3th pos. $\Rightarrow$ 9 points

other scales ...

Borda (4)

	1°	2°	3°	4°
A		1	2	2
B			3	2
C	1	4		
D	4			1

score = position

	1°	2°	3°	4°	
A		2	6	8	16
B			9	8	17
C	1	8			9
D	4			4	8

score = position^2

	1°	2°	3°	4°	
A		4	18	32	54
B			27	32	59
C	1	16			17
D	4			16	20

Borda (5): independence of irrelevant alternatives

	A	B	C	D
Voter 1	1°	2°	3°	4°
Voter 2	4°	1°	2°	3°
Voter 3	3°	4°	1°	2°
Voter 4	1°	2°	3°	4°
Voter 5	4°	1°	2°	3°
Voter 6	3°	4°	1°	2°
Voter 7	1°	2°	3°	4°

4 candidates (A, B, C e D)

Score = inverse of the position

(1°→ 4 points, 2°→ 3 points, 3°→ 2 points, 4°→ 1 points)

	A	B	C	D
Voter 1	4	3	2	1
Voter 2	1	4	3	2
Voter 3	2	1	4	3
Voter 4	4	3	2	1
Voter 5	1	4	3	2
Voter 6	2	1	4	3
Voter 7	4	3	2	1
Total score	18	19	20	13

Borda (5): independence of irrelevant alternatives

	A	B	C
Voter 1	1°	2°	3°
Voter 2	3°	1°	2°
Voter 3	2°	3°	1°
Voter 4	1°	2°	3°
Voter 5	3°	1°	2°
Voter 6	2°	3°	1°
Voter 7	1°	2°	3°

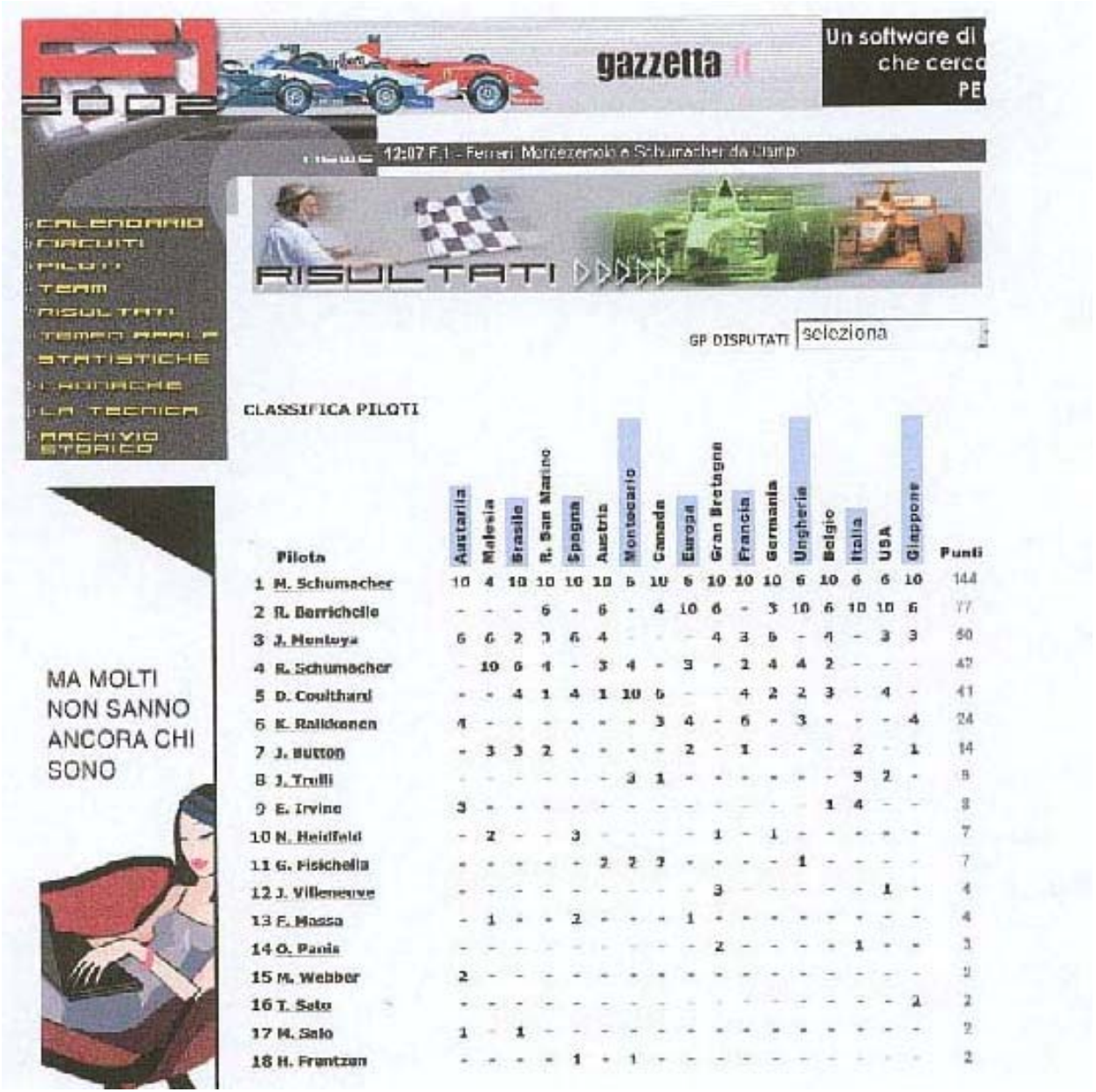
3 candidati (A, B, e C)

Score = inverse of the position

(1°→ 3 points, 2°→ 2 points 3°→ 1 points)

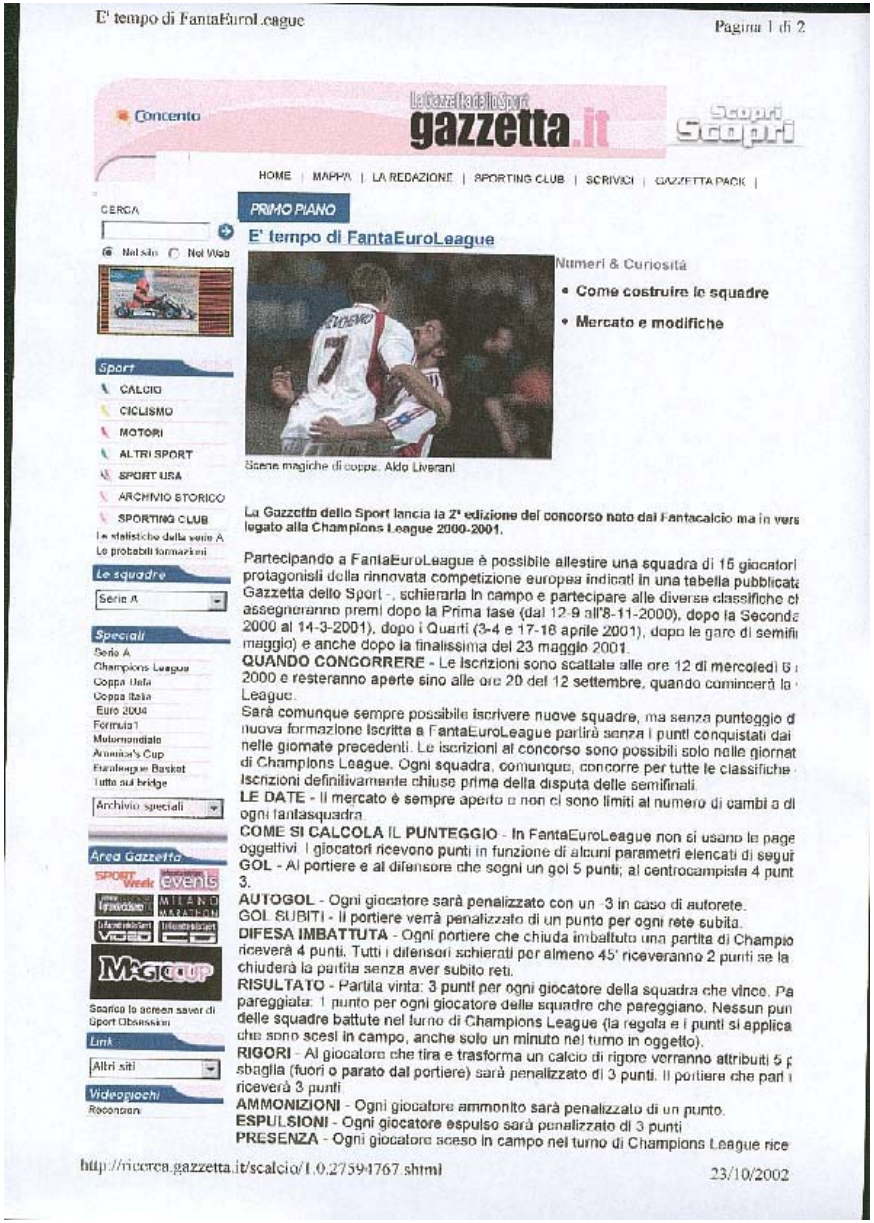
	A	B	C
Voter 1	3	2	1
Voter 2	1	3	2
Voter 3	2	1	3
Voter 4	3	2	1
Voter 5	1	3	2
Voter 6	2	1	3
Voter 7	3	2	1
Total score	15	14	13

Borda or Condorcet?



	Pilota	Australia	Malesia	Brasile	R. San Marino	Spagna	Austria	Montecarlo	Canada	Europa	Gran Bretagna	Francia	Germania	Ungheria	Belgio	Italia	USA	Giappone	Punti
1	M. Schumacher	10	4	10	10	10	10	5	10	6	10	10	10	6	10	6	6	10	144
2	R. Barrichello	-	-	-	6	-	6	-	4	10	6	-	3	10	6	10	10	6	77
3	J. Montoya	6	6	2	3	6	4	-	-	-	4	3	6	-	4	-	3	3	50
4	R. Schumacher	-	10	6	4	-	3	4	-	3	-	2	4	4	2	-	-	-	42
5	D. Coulthard	-	-	4	1	4	1	10	6	-	-	4	2	2	3	-	4	-	41
6	K. Raikkonen	4	-	-	-	-	-	-	3	4	-	6	-	3	-	-	-	4	24
7	J. Button	-	3	3	2	-	-	-	-	2	-	1	-	-	-	2	-	1	14
8	J. Trulli	-	-	-	-	-	-	3	1	-	-	-	-	-	-	3	2	-	9
9	E. Irvine	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	4	-	-	8
10	N. Heidfeld	-	2	-	-	3	-	-	-	-	1	-	1	-	-	-	-	-	7
11	G. Fisichella	-	-	-	-	-	2	2	2	-	-	-	-	1	-	-	-	-	7
12	J. Villeneuve	-	-	-	-	-	-	-	-	-	3	-	-	-	-	-	1	-	4
13	F. Massa	-	1	-	-	2	-	-	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	4
14	O. Panis	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2	-	-	-	-	1	-	-	3
15	M. Webber	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2
16	T. Sato	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2	2
17	M. Salo	1	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2
18	H. Frentzen	-	-	-	-	1	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2

Borda or Condorcet?



E' tempo di FantaEurol.eague Pagina 1 di 2

Concento gazzetta.it Scopri Scopri

HOME | MAPPA | LA REDAZIONE | SPORTING CLUB | SCRIVICI | GAZZETTA PACK |

CERCA

Nel sito Nel Web

Sport
CALCIO
CICLISMO
MOTORI
ALTRI SPORT
SPORT USA
ARCHIVIO STORICO
SPORTING CLUB
Le statistiche della serie A
Le probabili formazioni

Le squadre
Serie A

Speciali
Serie A
Champions League
Coppa Uefa
Coppa Italia
Euro 2004
Formula 1
Motomondiale
America's Cup
Euroleague Basket
Tutto sul bridge
Archivio speciali

Area Gazzetta
Scarica lo screen saver di Sport Obsession

Link
Altri siti

Videogiochi
Recensioni

PRIMO PIANO

E' tempo di FantaEuroLeague

Numeri & Curiosità
- Come costruire le squadre
- Mercato e modifiche

Scene magiche di coppe. Aldo Liverani

La Gazzetta dello Sport lancia la 2ª edizione del concorso nato dal Fantacalcio ma in vers legato alla Champions League 2000-2001.

Partecipando a FantaEuroLeague è possibile allestire una squadra di 15 giocatori protagonisti della rinnovata competizione europea indicati in una tabella pubblicata Gazzetta dello Sport -, schierarla in campo e partecipare alle diverse classifiche ch assegneranno premi dopo la Prima fase (dal 12-9 all'8-11-2000), dopo la Seconda 2000 al 14-3-2001), dopo i Quarti (3-4 e 17-18 aprile 2001), dopo le gare di semifi maggio) e anche dopo la finalissima del 23 maggio 2001.

QUANDO CONCORRERE - Le iscrizioni sono scattate alle ore 12 di mercoledì 6 2000 e resteranno aperte sino alle ore 20 del 12 settembre, quando comincerà la League.

Sarà comunque sempre possibile iscrivere nuove squadre, ma senza punteggio d nuova formazione iscritta a FantaEuroLeague partirà senza i punti conquistati dai nelle giornate precedenti. Le iscrizioni al concorso sono possibili solo nelle giornat di Champions League. Ogni squadra, comunque, concorre per tutte le classifiche Iscrizioni definitivamente chiuse prima della disputa delle semifinali.

LE DATE - Il mercato è sempre aperto e non ci sono limiti al numero di cambi o di ogni fantasquadra.

COME SI CALCOLA IL PUNTEGGIO - In FantaEuroLeague non si usano le page oggettivi. I giocatori ricevono punti in funzione di alcuni parametri elencati di seguit

GOL - Al portiere e al difensore che segni un gol 5 punti; al centrocampista 4 punt 3.

AUTOGOL - Ogni giocatore sarà penalizzato con un -3 in caso di autorete.

GOL SUBITI - Il portiere verrà penalizzato di un punto per ogni rete subita.

DIFESA IMBATTUTA - Ogni portiere che chiuda imbattuto una partita di Champio riceverà 4 punti. Tutti i difensori schierati per almeno 45' riceveranno 2 punti se la chiuderà la partita senza aver subito reti.

RISULTATO - Partita vinta: 3 punti per ogni giocatore della squadra che vince. Pa pareggiata: 1 punto per ogni giocatore delle squadre che pareggiano. Nessun pun delle squadre battute nel turno di Champions League (la regola e i punti si applica che sono scesi in campo, anche solo un minuto nel turno in oggetto).

RIGORI - Al giocatore che tira e trasforma un calcio di rigore verranno attribuiti 5 p sbaglia (fuori o parato dal portiere) sarà penalizzato di 3 punti. Il portiere che pari riceverà 3 punti

AMMONIZIONI - Ogni giocatore ammonito sarà penalizzato di un punto.

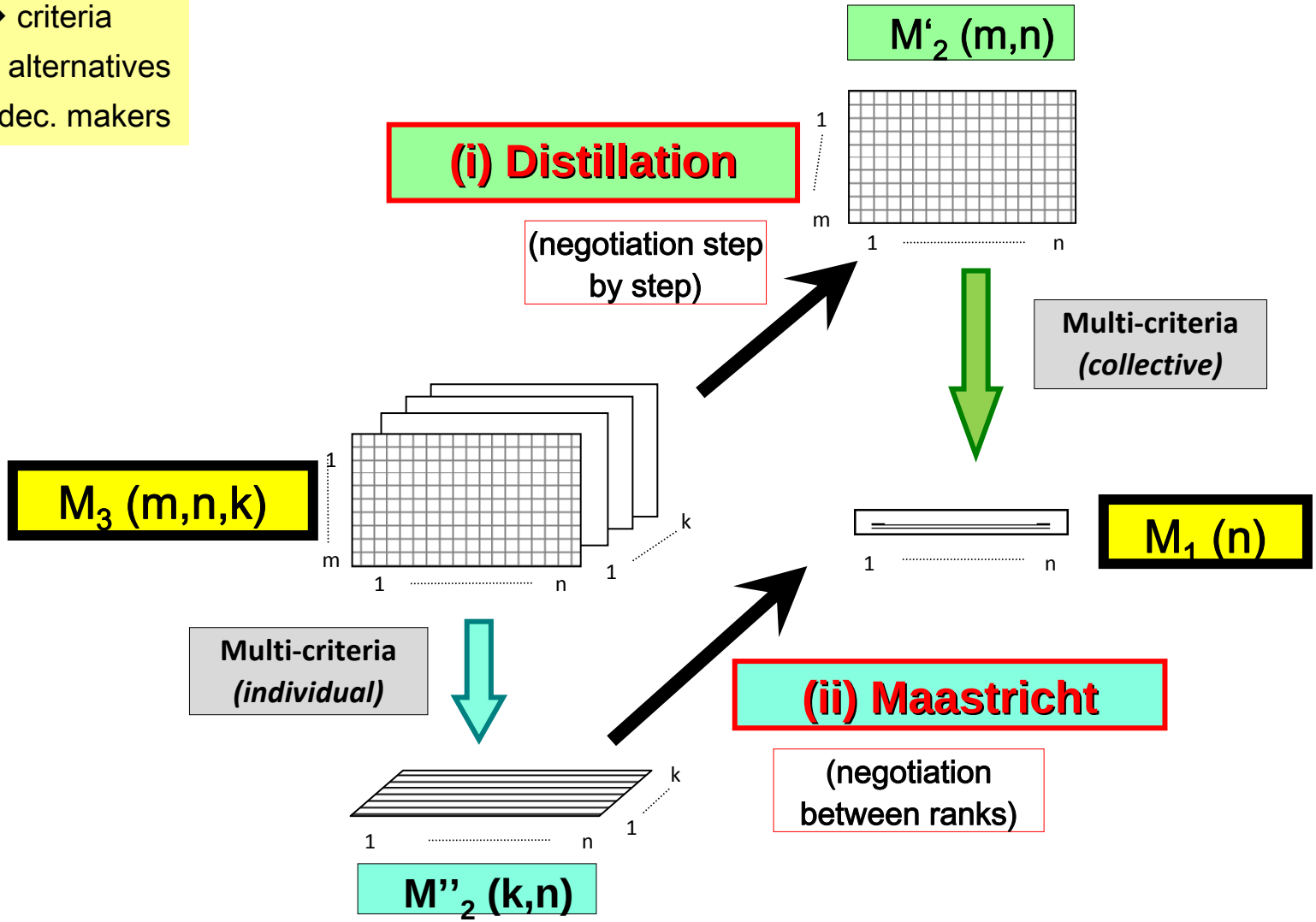
ESPULSIONI - Ogni giocatore espulso sarà penalizzato di 3 punti

PRESENZA - Ogni giocatore sceso in campo nel turno di Champions League rice

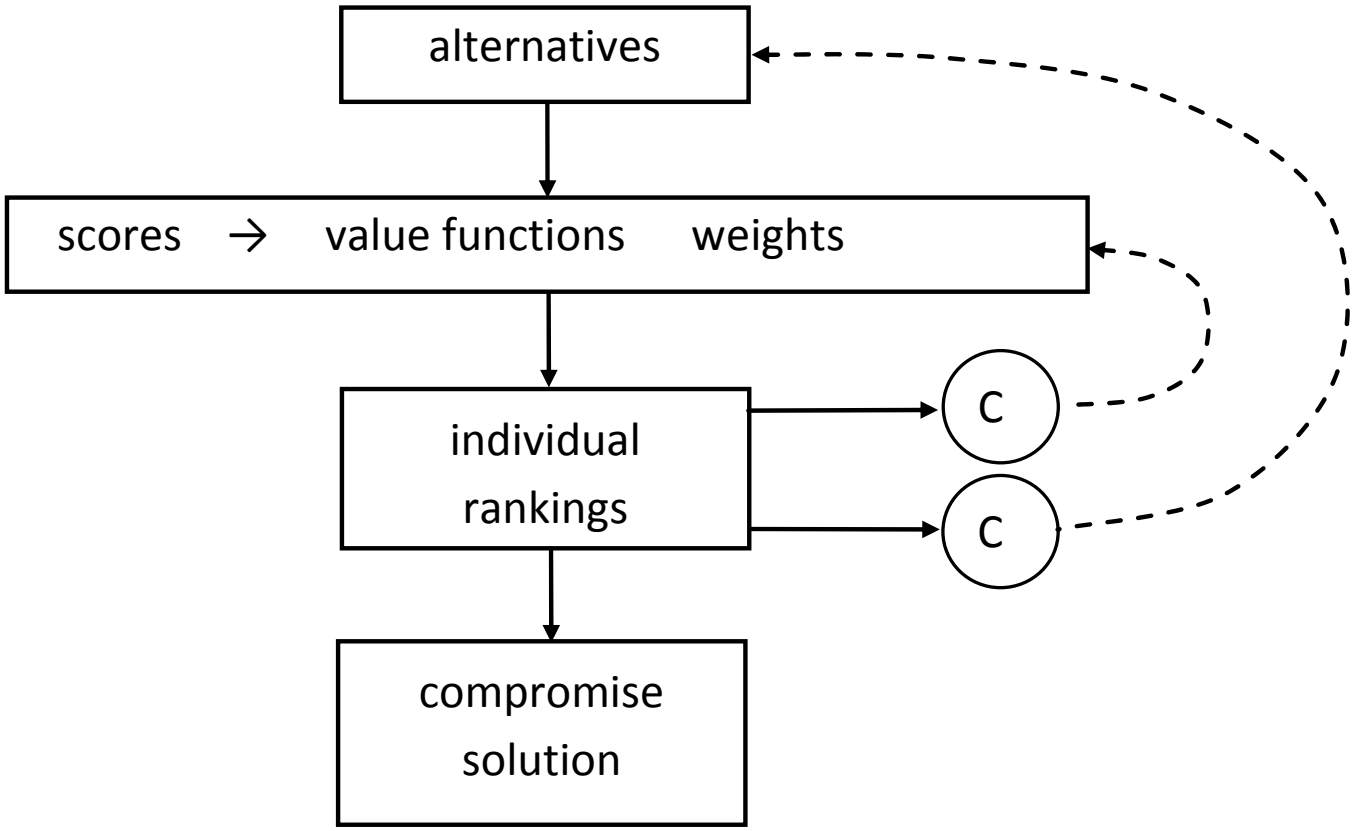
http://ricerca.gazzetta.it/scalcio/1.0.27594767.shtml 23/10/2002

From $M_3(m,n,k)$ to $M_1(n)$: two ways

m → criteria
n → alternatives
k→ dec. makers

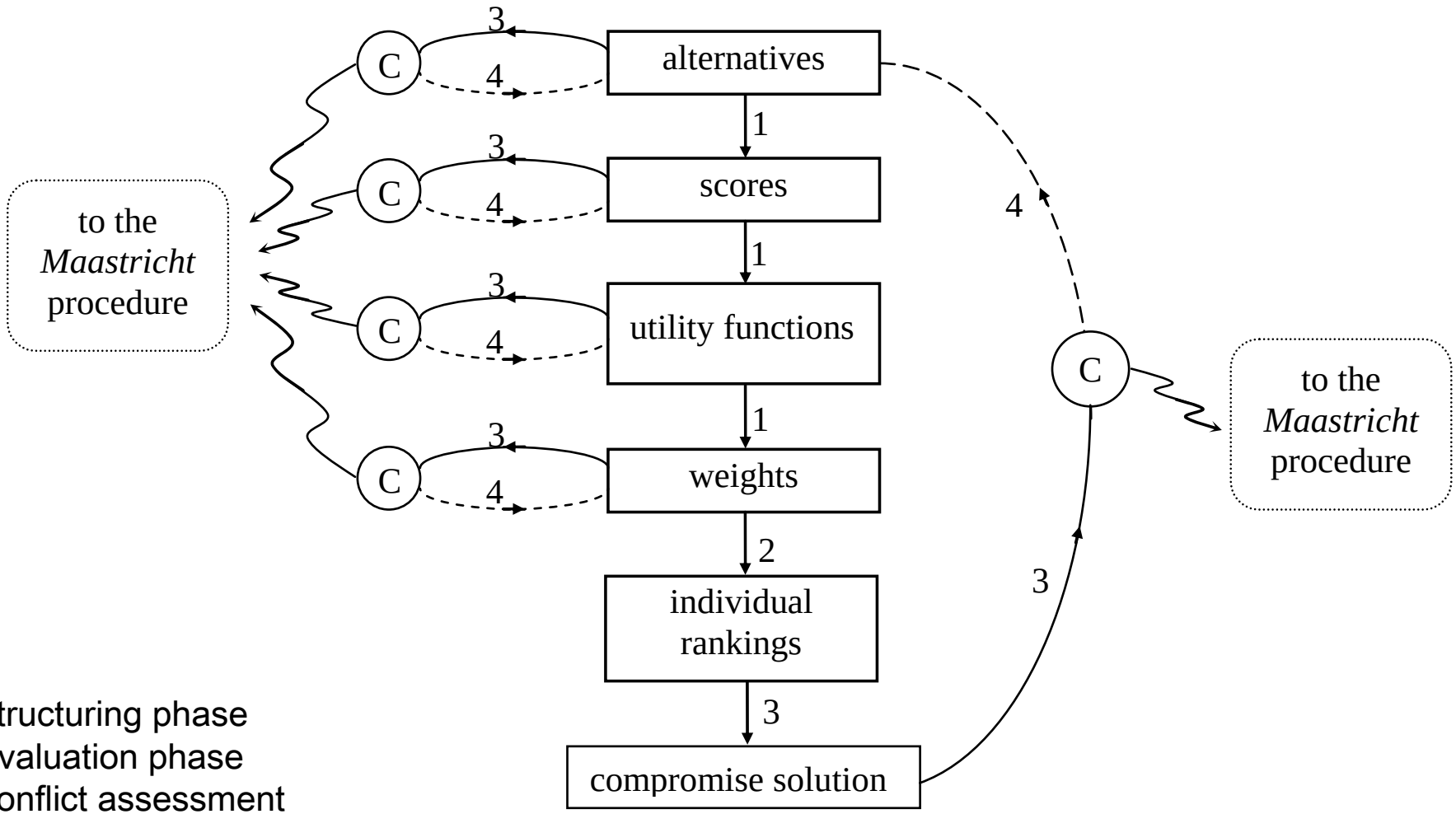


The “Maastricht procedure” for the MAUT



C possible conflict

The “Distillation procedure” for the MAUT



1 structuring phase
2 evaluation phase
3 conflict assessment
4 conflict mitigation
C possible conflict

Research topics

- How to decide **collectively how to structure** the problem (identification of the criteria, alternatives, …)
- The identification of a **reasonable** number of alternatives as a combination of several actions
- The **uncertainty** in a group multicriteria problem
- Application of a group multicritieria analysis to a **real** case study regarding the field you are studying
- **You** propose …