

DESS ID
Jeudi, 12 Décembre 2004
Durée : 1h30
Les documents sont autorisés

Examen d'ordonnancement

L'examen est composé de 4 exercices indépendants.
Barème à titre indicatif : Exo 1 : 7pts – Exo2 : 3pts – Exo3 : 5pts – Exo4 : 5pts

1 Ordonnancement de projet

Chaque année, l'association des étudiants de Dauphine organise une semaine dite de "Ski-Etudes" dans une station de leur choix. Cette année, la semaine est planifiée pendant la semaine 14, toute l'organisation doit être achevée pour le départ des étudiants en car en fin de semaine 13. L'association cherche à définir son planning pour répartir les tâches. Dix tâches principales sont à effectuer, l'estimation de leur durée, les contraintes d'antériorité et le nombre de personnes nécessaires à leur réalisation sont données dans le tableau suivant.

Tâches	Durée	Contraintes d'antériorité	Effectif
A : Recherche de la station	3		3
B : Campagne d'information	2	A, D avancée à 50%	3
C : Recherche des enseignants volontaires	6		1
D : Conception des activités et contact sponsor	4	A	2
E : Location du matériel d'animation	1	A, D	2
F : Commercialisation	4	B	3
G : Négociation de location de studios	2	F avancée à 75%	2
H : Appel d'offre transporteurs	3	A	2
I : Signature contrat transport	0,5	F, H	1
J : Finalisation du contrat studio	1	F, G	1

1. Modéliser ce problème par un graphe, calculer le temps minimum de réalisation, en déduire la date au plus tard de début de projet, date retenue par la suite.
2. Enumérer les tâches critiques. Donner pour les autres tâches les marges totales et libres (par rapport au calendrier au plus tôt).
3. Pour des raisons évidentes de suivi, ce sont les deux mêmes personnes qui doivent réaliser les tâches G, H, I et J. Trouver un ordre de réalisation des tâches G, H, I et J qui modifie le moins possible la durée de réalisation du projet.

2 Problème $J|r_j|L_{max}$

On considère le problème $J|r_j|L_{max}$.

1. Rappeler brièvement les caractéristiques du problème.
2. Proposer une modélisation du problème avec un graphe disjonctif.

3 Gala Dauphine

Dans le cadre du Gala Dauphine, 7 associations présentent, chacune, une candidate à l'élection de Miss Dauphine. Chacune des 7 candidates est habillée et maquillée par une habilleuse et une maquilleuse professionnelle. On ne dispose que d'une habilleuse et d'une maquilleuse. Le maquillage ne peut s'effectuer que si l'habillage est réalisé.

Le tableau suivant donne les temps d'habillage (en minutes) et de maquillage pour chacune des représentantes. Le lancement du gala est prévu à 20h30, il ne sera effectué que si toutes les candidates sont prêtes à rentrer en scène, bien sur ! On désire convoquer les deux techniciennes (habilleuse et maquilleuse) et les futures Miss le plus tard possible.

1. Quel problème d'ordonnement peut modéliser ce problème (Notation $\alpha|\beta|\gamma$)
2. Quel plan de convocation proposez-vous ?

Numéros des candidates	1	2	3	4	5	6	7
Habillage	10	12	5	9	18	20	15
Maquillage	5	9	4	12	20	6	20

4 Problème à machines parallèles et règle LPT

On se propose de démontrer la borne donnée par l'algorithme de liste utilisant la règle de priorité LPT (*Longest Processing Time first*) pour le problème $P||C_{\max}$. Dans ce qui suit n désigne le nombre de tâches et m le nombre de machines.

1. Soit j' la tâche qui se termine le plus tard dans un ordonnancement de liste utilisant la règle LPT. Montrer que si la tâche j' n'est pas celle qui commence le plus tard dans cet ordonnancement, alors on peut simplifier le problème en enlevant les tâches qui commencent après la date de début $s_{j'}$ de j' .
2. On peut supposer alors que, dans l'ordonnancement de liste utilisant la règle LPT, la tâche qui finit en dernier est celle qui commence en dernier.
 - (a) Que vérifie la durée $p_{j'}$ de j' ?
 - (b) Montrer que LPT retourne un ordonnancement dont la durée $C_{\max}(LPT)$ est telle que

$$C_{\max}(LPT) \leq \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n p_i + p_{j'}$$

- (c) Dédurre le résultat suivant

$$C_{\max}(LPT) \leq C_{\max}^* + p_{\min}$$

où C_{\max}^* est la valeur de la solution optimale et p_{\min} est la durée de la plus courte tâche.

- (d) Considérer les deux cas $p_{\min} \leq C_{\max}^*/3$ et $p_{\min} > C_{\max}^*/3$ pour montrer le résultat suivant :

$$C_{\max}(LPT) \leq \frac{4}{3} C_{\max}^*$$

Indication : Dans le cas où $p_{\min} > C_{\max}^*/3$, remarquer que dans un ordonnancement optimal, il y a au plus deux tâches par machines. Par conséquent on a $n \leq m$ ou $m < n \leq 2m$ (2 sous cas à envisager).