

1996-03

SIAD permettant la définition des services offerts au personnel d'un centre de production

Vincent Giard et Christine Triomphe

IAE de Paris - Université Paris 1 (Panthéon - Sorbonne)

Résumé : Cet article présente un système d'aide à la décision pour la détermination des services et l'ajustement charge-capacité d'un centre de production. Cet outil s'appuie sur un programme d'optimisation (programmation linéaire mixte) pour déterminer une combinaison de services, et les effectifs associés à chaque service, permettant de réaliser un bon ajustement charge-capacité, tout en minimisant les coûts de personnel. Un certain nombre de paramètres et d'options définissant le programme mathématique sont définis grâce à des menus par l'utilisateur ; la convivialité de l'interface permet à l'utilisateur d'explorer un grand nombre de scénarios alternatifs.

Mots-clés : SIAD, définition des horaires de travail, programmation linéaire en nombres entiers, La Poste.

Abstract: This paper introduces a decision support system whose goal is to determine the operator shifts and the load/capacity adjustment of a manufacturing centre. This tool is based upon a mixed integer programming model aiming to determine a shift combination and the related headcounts for each shift, in order to adjust the capacity to the charge, while minimising labour costs. Some of the parameters and options of the mathematical model are selected by the user; thanks to the friendship interface, the user can test many schemes.

Key words: IDSS, shift scheduling, mixed integer programming, Post.

Un outil informatique d'aide à la décision est en cours de réalisation à la demande d'une grande entreprise française pour permettre à ses centres productifs d'adapter leur capacité en terme de ressources humaines aux variations des conditions d'exploitation. Cet outil graphique propose à l'utilisateur un ensemble d'options lui permettant de paramétrer le système, de définir les degrés de liberté laissés au problème et de tester différents scénarios. Il s'appuie sur un programme d'optimisation (programmation linéaire mixte) pour déterminer une combinaison de services, et les effectifs associés à chaque service, afin de «coller» au profil de charge, tout en minimisant les coûts de personnel. Différentes options sont proposées à l'utilisateur pour la définition des pauses associées à chaque service, en particulier la détermination automatique du positionnement des pauses (dont la durée est fixée) sur des plages de temps, avec des possibilités de pauses décalées prises par sous-groupes dans chaque service. Le profil de charge défini initialement peut être également ajusté par l'outil. En effet, étant donné l'interdépendance des variables de décision, la solution satisfaisant l'ensemble des contraintes résulte en définitive d'un véritable ajustement charge-capacité nécessitant des modifications du profil de charge initial, c'est-à-dire des transferts de charge dans le temps (la charge totale devant être traitée avant l'heure limite imposée) dans des limites fixées par l'utilisateur.

Les modèles mathématiques utilisés par cet outil seront présentés dans la première partie de ce document, les caractéristiques du SIAD seront présentées dans la seconde.

1 Modélisation par la programmation mathématique

Le problème de la programmation des opérateurs a été largement traité dans la littérature, notamment dans le domaine des services [5]. Le problème de la détermination du nombre

d'opérateurs par services, avec des services multiples, sous contrainte du nombre d'opérateurs requis par période a été initialement formulé comme un programme linéaire, minimisant le nombre total de personnes, par G.B. Dantzig [2] en 1954 à propos d'un problème de péage. Cette modélisation, que nous utiliserons, a été reprise par de nombreux auteurs.

Le modèle présenté détermine les effectifs de chaque service en fonction des besoins par période évalués antérieurement, à partir d'un ensemble de services potentiels fixés a priori, dont les durées sont quelconques, avec une flexibilité complète au niveau de la définition et de la localisation des pauses, qui peuvent être positionnées automatiquement. Il intègre la notion de catégorie de personnel, avec une affectation fixe pour certains opérateurs et variable au cours du temps pour le personnel polyvalent. Enfin, le programme de production préétabli par catégories de personnel (zone de production ou qualification), servant à la définition des besoins, est modifiable dans des limites fixées (sur une plage de traitement), par des transferts de charge en amont et en aval, ou uniquement en aval, limités par des contraintes précises (production minimale et maximale).

1-1 Le modèle de base

Le fondement du modèle de détermination des services offerts et des effectifs associés, proposé par Dantzig [2], est simple. On utilise les indices i pour les services ($i = 1$ à n) et t pour les périodes élémentaires de la journée ($t = 1$ à T), pour créer les variables x_i , nombre de personnes affectées au service i et les paramètres du problème : $a_{it} = 1$ si le service i implique une présence durant la période t ($a_{it} = 0$, dans le cas contraire) ; c_i , coût unitaire d'une personne affectée au service i ; d_t , effectif requis durant pour la période t . Dans ces conditions, la fonction-objectif est définie par la **relation 1**, qui cherche à minimiser le coût de fonctionnement du système :

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n c_i x_i \quad \text{Relation 1}$$

sous contraintes d'effectifs disponibles au moins égaux aux effectifs requis, pour chaque période t (**relation 2**) :

$$\sum_{i=1}^n a_{it} x_i \geq d_t \text{ pour } t \quad \text{Relation 2}$$

On peut préférer à cette **relation 2**, la **relation 3** qui exprime la contrainte en terme de charge et capacité de travail (exprimée dans une unité d'oeuvre commune pouvant être un temps total de travail), plutôt qu'en terme d'opérateurs requis et disponibles. Si c_t est la charge à écouler durant la période t et r_t le rendement des opérateurs par unité de temps (exprimé avec la même unité que c_t), on peut écrire :

$$\sum_{i=1}^n a_{it} x_i \leq c_t / r_t \text{ pour } t \quad \text{Relation 3}$$

1-2 Introduction de la notion de catégorie des opérateurs

La notion de catégorie d'opérateurs est considérée ici de façon large, elle peut faire référence à une notion de compétence requise pour le personnel (qualification), à une notion de type de production ou à une notion spatiale d'affectation du personnel, telle qu'une zone ou un atelier de production.

Lorsque l'on introduit la notion de catégorie, on reste en présence d'un problème défini par les relations 1 et 2, pour chaque catégorie considérée, si le personnel d'une catégorie n'a pas le droit d'effectuer des tâches confiées normalement au personnel d'une autre catégorie. La poly-

valence d'une partie du personnel constitue, depuis longtemps, une réponse pertinente aux aléas de la charge ou au problème de disponibilité du personnel. La prise en compte de la flexibilité offerte par la polyvalence ne peut être éludée de nos jours. Pour ce faire, on introduira l'indice j pour repérer les catégories ($j = 1$ à $J-1$), la catégorie J correspondant à la catégorie "polyvalent". On n'envisagera ici qu'une seule catégorie de polyvalent ; la réalité peut être plus complexe et plusieurs catégories de polyvalents exister, chacune pouvant se substituer à un ensemble de catégories spécialisées¹. Cette généralisation, ne posant pas de problème additionnel au niveau des principes, ne sera pas détaillée. Une autre transformation du problème sera en même temps introduite pour tenir compte du fait que souvent, le nombre de personnes prenant un service donné est fixé a priori (équipe de travail).

Dans ces conditions, si la définition des services i possibles est la même pour toutes les catégories², les variables de commande du système deviennent x_{ij} , nombre d'équipes de la catégorie j , affectées au service i et il convient d'y ajouter y_{jt} , nombre de polyvalents affectés à un travail de la catégorie j , durant la période t . On notera μ_{ij} , la taille requise pour l'équipe du service i , pour la catégorie j (la taille de l'équipe pouvant être indépendante du service et liée uniquement à la catégorie) ; μ_{ij} est un entier positif (éventuellement égal à 1, ce qui rend cette formulation générale) et plusieurs équipes peuvent avoir le même service (l'effectif disponible est donc : $\mu_{ij}x_{ij}$). Enfin, on notera d_{jt} , le coût unitaire d'une personne de la catégorie j , affectée au service i et d_{jt} , l'effectif de la catégorie j requis durant pour la période t . Dans ces conditions, la fonction-objectif de la [relation 1](#) est remplacée par celle de la [relation 4](#).

$$\text{Min} \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^n [\mu_{ij}x_{ij}] \quad \text{Relation 4}$$

La contrainte de la [relation 2](#) forçant les effectifs disponibles à être au moins égaux aux effectifs requis se dédouble pour tenir compte de la polyvalence : la [relation 5](#) oblige les effectifs disponibles (de la catégorie requise ou polyvalent) à être au moins égaux aux effectifs requis pour chaque catégorie j , durant chaque période t et la [relation 6](#) force, pour chaque période t , les effectifs de polyvalents disponibles ($j = J$) à être au moins égaux aux effectifs de polyvalents utilisés en renfort des personnels spécialisés.

$$\sum_{i=1}^n [\mu_{ij}x_{ij}] + y_{jt} \geq d_{jt} \quad \text{pour } (j, t) \quad \text{Relation 5}$$

$$\sum_{i=1}^n [\mu_{iJ}x_{iJ}] \geq \sum_{j=1}^{J-1} y_{jt} \quad \text{pour } t \quad \text{Relation 6}$$

Si l'on préfère la formulation en terme de charge / capacité introduite avec la [relation 3](#), la [relation 5](#) se transforme en [relation 7](#) (en supposant que les polyvalents ont la même performance que les opérateurs de la catégorie j) et la [relation 6](#) qui porte sur l'affectation des polyvalents reste valable :

$$\sum_{i=1}^n [\mu_{ij}x_{ij}] + y_{jt} \leq C_{jt} \quad \text{pour } (j, t) \quad \text{Relation 7}$$

Si les effectifs x_{ij} peuvent varier librement entre deux bornes $\mu_{\min_{ij}}$ et $\mu_{\max_{ij}}$, les relations [4](#) à [6](#) restent valables à condition de donner la valeur 1 aux μ_{ij} et d'ajouter la [relation 8](#) qui limite la variation des x_{ij} .

1. Ces ensembles pouvant être ou non disjoints et leur réunion comporter ou non l'ensemble des catégories spécialisées.
2. ce qui ne restreint pas la généralité de la formulation, puisqu'il suffit de travailler sur la réunion des services offerts et de "neutraliser" les variables inutiles (en rendant nuls les paramètres associés à ces variables).

$$\mu_{\min_{ij}} x_{ij} \mu_{\max_{ij}} \text{ pour } (i, j) \quad \text{Relation 8}$$

On peut souhaiter que les effectifs de certaines services soient identiques, par exemple pour permettre aux personnels affectés à ces services de passer périodiquement d'un service à un autre (roulement de services). Si les effectifs des services d'indices contigus i_a à i_b doivent être identiques, la [relation 9](#) est nécessaire (et sera dupliquée pour chaque groupe de services devant avoir le même effectif).

$$\mu_{i_j} x_{i_j} = \mu_{i+1,j} x_{i+1,j} = \mu_{i+2,j} x_{i+2,j} = \dots = \mu_{i_j} x_{i_j} \quad \text{Relation 9}$$

1-3 Introduction d'une flexibilité au niveau des pauses

Un service se définit non seulement par une heure d'arrivée et une heure de départ mais aussi, dans de nombreuses entreprises, par la possibilité réglementaire de prendre une ou plusieurs pauses au cours de cet intervalle de temps. Les formulations introduites précédemment permettent de prendre en compte ces pauses de deux façons possibles. Si la pause s'effectue à un moment prédéterminé et s'étend sur une ou plusieurs périodes consécutives (ce qui implique une certaine finesse dans le découpage temporel), il suffit de mettre à zéro les x_{it} concernés. La seconde solution utilise la formulation faite en terme de charge / capacité de travail (cf [relation 3](#)) et intègre la pause sous forme d'une diminution moyenne de la capacité disponible par période. Avec un taux moyen de pause p_i du service i , la [relation 3](#) devient :

$$\sum_{i=1}^n (1 - p_i) x_{it} = c_t \text{ pour } t \quad \text{Relation 10}$$

Bien évidemment, si l'on introduit la catégorie des opérateurs et une possibilité de polyvalence, le taux de pause devient¹ p_{ij} et il faut adapter la [relation 7](#) (au lieu de la [relation 3](#)) et la [relation 6](#), ce qui donne :

$$\sum_{i=1}^n x_{it} (1 - p_{ij}) [\mu_{ij} x_{ij}] + y_{jt} = c_{jt} \text{ pour } (j, t) \quad \text{Relation 11}$$

$$\sum_{i=1}^n x_{it} (1 - p_{ij}) [\mu_{iJ} x_{iJ}] = \sum_{j=1}^{J-1} y_{jt} \text{ pour } t \quad \text{Relation 12}$$

En pratique, lorsque la charge de travail connaît de fortes fluctuations cycliques dans la journée, il est plus judicieux de traiter le positionnement des pauses comme variable de commande du problème. Pour ce faire, on définit pour chaque service i , un ensemble de *régimes de travail avec pauses* repérés par l'indice k_i ($k_i = 1$ à K_i). Si le régime de travail avec pauses k_i du service i implique un travail possible durant la période t , on pose $z_{k_i,t} = 1$ (et 0, dans le cas contraire). La variable z_{k_i} correspond au nombre de personnes du service i ayant le régime de travail avec pause k_i (cette variable valant 0 si le régime de travail avec pause k_i n'est pas retenu ou si le service i ne l'est pas). Toute personne affectée au service i est obligatoirement rattachée à un régime de pause et un seul, ce que traduit la [relation 13](#).

$$x_i = \sum_{k_i=1}^{K_i} z_{k_i}, \text{ pour } i \quad \text{Relation 13}$$

En remplaçant dans la [relation 3](#), x_i par l'expression donnée dans la [relation 13](#) et en remplaçant les x_{it} par les $z_{k_i,t}$, on obtient la [relation 14](#) :

1. Ce taux peut être indépendant de la catégorie, au quel cas, il faut remplacer p_{ij} par p_i . Il est, bien sûr possible que ces taux soient en outre indépendants du service, auquel cas, il faut remplacer p_{ij} par p .

$$\sum_{i=1}^n \left[\begin{array}{c} K_i \\ k_i t z_{k_i} \end{array} \right] C_t, \text{ pour } t \quad \text{Relation 14}$$

La prise en compte de contraintes d'effectif minimum b_i d'opérateurs du service i ayant le même régime de pauses implique que z_{k_i} prenne soit la valeur 0, soit une valeur supérieure ou égale à b_i . Si l'on définit la variable binaire k_i comme valant 1 si le régime de travail avec pause k_i est retenu pour le service i (et 0, dans le cas contraire), on oblige z_{k_i} à prendre soit une valeur supérieure ou égale à b_i par la [relation 15](#), soit une valeur nulle par la [relation 16](#), dans laquelle H est un nombre arbitrairement grand. Les deux relations partageant la même valeur de la variable k_i (qui n'intervient pas dans la fonction-objectif) force bien z_{k_i} à être nul ou supérieur à b_i .

$$z_{k_i} \geq b_i \quad k_i, \text{ pour } (i, k_i) \quad \text{Relation 15}$$

$$z_{k_i} = 0 \quad k_i, \text{ pour } (i, k_i) \quad \text{Relation 16}$$

Par contre, si l'on veut que la totalité du personnel rattaché à un service ait le même régime de pauses, il faut remplacer les relations 15 et 16 par la [relation 17](#), qui force à ne retenir qu'un régime de pauses par service i , et la Relation 18 qui force la variable z_{k_i} à prendre une valeur nulle dans tous les cas où k_i vaut 0 :

$$\sum_{k_i=1}^{K_i} k_i = 1, \text{ pour } i \quad \text{Relation 17}$$

$$z_{k_i} = 0 \quad k_i, \text{ pour } (i, k_i) \quad \text{Relation 18}$$

Si l'on intègre maintenant les catégories, avec la possibilité de la polyvalence, et taille d'équipe imposée, il faut remplacer z_{k_i} par $z_{k_{ij}}$. En supposant que tous les opérateurs d'une équipe de catégorie j d'un service soient simultanément en pause, il faut adapter la [relation 7](#) pour obtenir la [relation 19](#), laquelle doit être complétée par la [relation 20](#) (adaptation de la [relation 6](#)) :

$$\sum_{i=1}^n \mu_{ij} \left[\begin{array}{c} K_i \\ k_i t z_{k_{ij}} \end{array} \right] + y_{jt} = C_{jt}, \text{ pour } (j, t) \quad \text{Relation 19}$$

$$\sum_{i=1}^n \mu_{iJ} \left[\begin{array}{c} K_i \\ k_i t z_{k_{iJ}} \end{array} \right] = \sum_{j=1}^{J-1} y_{jt}, \text{ pour } t \quad \text{Relation 20}$$

Bien évidemment, la prise en compte simultanée de catégories, d'équipes et de contraintes d'effectif minimum pour un même régime de pauses, nécessite l'ajout de l'indice j dans les relations 15 et 16, ce qui conduit aux relations 21 et 22.

$$\mu_{ij} z_{k_{ij}} \geq b_{ij} \quad k_{ij}, \text{ pour } (j, i, k_i) \quad \text{Relation 21}$$

$$\mu_{iJ} z_{k_{iJ}} = 0 \quad k_{ij}, \text{ pour } (j, i, k_i) \quad \text{Relation 22}$$

Par contre, si la totalité du personnel de catégorie j rattaché à un service doit avoir le même régime de travail avec pause, il faut transformer les relations 17 et 18 en y ajoutant l'indice j , ce qui donne les relations 23 et 24 :

$$K_i = \sum_{k_j=1}^{k_j} 1, \text{ pour } (j, i) \quad \text{Relation 23}$$

$$z_{k_j} = H_{k_j}, \text{ pour } (j, i, k_j) \quad \text{Relation 24}$$

Il est fort possible que les contraintes précédentes concernant les pauses soient spécifiées au niveau d'un service toutes catégories confondues, on utilise alors les relations 15 et 16 (ou les relations 17 et 18), en remplaçant z_{k_i} par $\sum_{j=1}^J \mu_{ij} z_{k_j}$.

1-4 Introduction de possibilités d'ajustement de la demande à satisfaire

La contrainte de présence minimale d'opérateurs d'une catégorie donnée repose sur une hypothèse de programme de production prédéfini. En pratique, même en cas de production à la commande, on dispose d'une certaine marge de manoeuvre se traduisant par la possibilité de modifier partiellement la répartition temporelle de la production effectuée sur un ensemble de plusieurs périodes consécutives. Cette possibilité d'ajustement est de nature à permettre de travailler avec moins de personnes (en cas de variations importantes de la charge de travail au cours d'une journée) et donc de baisser le coût de fonctionnement du système productif ; elle permet également de décaler la production non réalisée pendant les périodes de pause.

Nous reprenons la formulation en terme de charge / capacité, introduite avec la relation 7, plus pertinente pour ce problème d'ajustement.

L'ajustement de la charge (ou demande à satisfaire) modifie la répartition dans le temps du besoin initial, la demande globale étant satisfaite en totalité. Dans le cas de production sur stock, l'ajustement, qui entraîne des transferts de charge dans le temps, peut se traduire par une production en avance ou en retard, dans des limites de temps fixées, par rapport à la programmation initiale (§ 1-4.1). Dans certains cas de production à la commande, le traitement ne peut être avancé car les produits à traiter ne sont pas disponibles (contrainte d'alimentation), l'ajustement n'est alors possible qu'en retardant la production (§ 1-4.2).

1-4.1 Cas général : l'ajustement de la charge en avançant ou en retardant la production

L'ajustement de la charge doit souvent être limité dans le temps pour répondre à des contraintes de début et de fin de traitement fixées, c'est pourquoi les transferts de charge ne sont autorisés que dans les limites d'une plage de traitement. Une plage de traitement se définit comme un ensemble de périodes successives allant de la période t à la période $t + 1 - 1$ ($= 1$ à t). Les plages peuvent être définies différemment selon les catégories de personnel, plus particulièrement dans le cas où la catégorie fait référence à une notion spatiale, une zone de production par exemple ; ce cas de figure conduit à ajouter l'indice j et à définir des plages p_j (ce qui ne sera pas fait pour ne pas alourdir la présentation).

Il faut introduire une nouvelle variable ch_{jt} , qui est la charge de la catégorie j effectivement traitée suite à l'ajustement pendant la période t .

Désignons par $c_{min_{jt}}$, la charge minimale de la catégorie j à traiter durant la période t (au minimum 0 ; cette limite facultative implique que le traitement de cette charge minimale ne peut être modifié), et par $c_{max_{jt}}$, la charge maximale de la catégorie j pouvant être traitée durant la période t (cette limite facultative peut être due à des contraintes de capacité). La charge traitée doit être comprise entre ces deux bornes :

$$c_{min_{jt}} \leq ch_{jt} \leq c_{max_{jt}} \text{ pour } (j, t) \quad \text{Relation 25}$$

Si l'on considère qu'il y a *indépendance des* plages de traitements (interdiction de report de travail d'une plage de traitement sur la suivante), la relation 26 force le traitement du cumul des

charges initialement programmées sur les périodes composant la plage θ , dans cette même plage :

$$ch_{jt} = c_{jt} \text{ pour } (j, \theta) \quad \text{Relation 26}$$

En ce qui concerne la détermination de la capacité requise, il faut remplacer la [relation 7](#) par la [relation 27](#), qui force la capacité, découlant des effectifs de la catégorie j et des polyvalents présents, à être supérieure à la charge ajustée, pour chaque période t ; la [relation 6](#) reste valable pour la détermination des services des polyvalents.

$$\sum_{i=1}^n [\mu_{ij} x_{ij}] + y_{jt} \geq ch_{jt} \text{ pour } (j, t) \quad \text{Relation 27}$$

1-4.2 L'ajustement de la charge en retardant la production

Lorsque les plages de traitement sont **indépendantes**, l'interdiction de transfert de charge en amont (avance du traitement) conduit à ajouter aux relations définies dans le paragraphe 1-4.1, la [relation 28](#), qui impose que le cumul des charges traitées sur une ou plusieurs périodes consécutives t' appartenant à la plage de traitement θ soit inférieur ou égal au cumul des charges initialement programmées sur ces mêmes périodes t' , et ceci pour chaque plage θ (délimitée par les périodes t et $(t_{+1} - 1)$)

$$\sum_{t'=t}^t ch_{jt'} \leq \sum_{t'=t}^t c_{jt'} \text{ , } t \text{ , tel que } (t = t_{+1} - 1) \text{ , pour } (j, \theta) \quad \text{Relation 28}$$

Dans certaines configurations de systèmes productifs, les plages de traitements peuvent être **dépendantes** les unes des autres, ce qui signifie que le transfert d'une partie de la charge, initialement programmée sur une plage, sur la plage suivante est possible. Cette opération nécessite de fixer la valeur limite de la charge d'une plage qui est susceptible d'être reportée sur la plage suivante, ou de fixer la charge totale minimale d'une plage qui doit être impérativement traitée sur cette plage et ne pas être reportée. Cette seconde formulation est retenue.

Soit $cc_{j\theta}$ la charge cumulée minimale de la catégorie j devant être traitée sur la plage de traitement θ ; cette valeur peut être :

- inférieure au cumul des charges c_{jt} initialement programmées sur la plage θ dans le cas d'un report possible sur la plage suivante,
- égale au cumul des charges c_{jt} initialement programmées sur la plage θ dans le cas où aucun report n'est possible,
- supérieure au cumul des charges c_{jt} initialement programmées sur la plage θ dans le cas où des reports en provenance de la (ou des) plage précédente sont à traiter sur la plage θ .

Les relations [25](#) et [27](#) restent inchangées. Mais il faut remplacer la [relation 26](#) par la [relation 29](#), qui impose, pour chaque plage, que le cumul des charges effectivement traitées depuis le début soient supérieur à la somme des cumuls de charge imposés sur la plage en cours et les plages précédentes. Il faut également remplacer la [relation 28](#) par la [relation 30](#), qui considère l'ensemble des périodes.

$$\sum_{t=1}^{t_{+1}-1} ch_{jt} \geq \sum_{\theta'=1}^{\theta} cc_{j\theta'} \text{ pour } (j, \theta) \quad \text{Relation 29}$$

$$\sum_{t'=1}^t ch_{jt'} \leq \sum_{t'=1}^t c_{jt'} \text{ , } t \text{ , pour } (j, \theta) \quad \text{Relation 30}$$

Bien évidemment, les différentes possibilités de modification de la demande à satisfaire peuvent être combinées avec les options définies au niveau de l'intégration des pauses. Ce type d'association d'options, paramétrées par l'utilisateur, est une des caractéristiques du SIAD présenté en détail dans le paragraphe suivant.

2 Présentation du SIAD

2-1 Introduction

Les centres de production étudiés sont des établissements qui fonctionnent en permanence 24 heures sur 24. Ils ont une charge de travail qui présente de forte variation dans la journée avec des «effets de pointe» sur des périodes relativement courtes, résultant de la production à la commande de certaines catégories de produit dans des délais très courts. Une partie importante de la production s'effectue manuellement ce qui signifie qu'une grande part de la capacité de l'unité productive est déterminée par le nombre d'opérateurs présents. L'ajustement charge-capacité doit donc être obtenu principalement par une combinaison et superposition judicieuse de services (ou vacations) permettant de suivre la courbe de charge.

Ce problème peut être traité globalement [3] en déterminant en une seule étape la capacité globale nécessaire sur l'horizon retenu, l'allocation des ressources aux ateliers de production, la programmation des productions et la détermination des effectifs associés aux services proposés. Ce type de modèle global est difficile à manipuler et n'offre pas une flexibilité suffisante au niveau de la définition du plan de production, qui comporte un certain nombre de degrés de liberté au niveau de la programmation. D'un point de vue opérationnel, il est préférable de traiter les problèmes d'organisation de ce type de système productif en deux étapes successives mais néanmoins interdépendantes : la définition d'un plan de production optimisé sur la base d'une demande de référence, satisfaisant les contraintes techniques et de niveau de service (délai de production associé à chaque catégorie de produit), puis la détermination d'un ensemble de services (horaires de présence du personnel) et les effectifs associés à chaque service, permettant de répondre au besoin de capacité résultant de la programmation initiale. Deux SIAD sont actuellement en cours de développement pour répondre à ce problème; l'outil d'aide à la conception de services permettant de répondre au besoin de capacité résultant de la programmation initiale de la production, réalisée par le premier module [4], est présenté dans la suite de cet article.

Le SIAD, en cours de développement, ne présente pas toutes les options possibles, qui ont été définies, testées, et qui sont disponibles au niveau du programme mathématique, notamment des possibilités de lissage de charge. Nous avons utilisé le logiciel GAMS (General Algebraic Modeling System) [1] (diffusé par Scientific Press), qui appartient à la catégorie des langages algébriques [6]. Ce sont des langages non procéduraux (ou déclaratifs), proches de la notation mathématique conventionnelle. GAMS permet une description concise du problème en autorisant l'utilisation de variables et paramètres indicés, et d'opérateurs Somme et Produit, la résolution du programme d'optimisation est effectuée par le solveur OSL. Le SIAD fonctionne sur un 486-DX cadencé à 100 MHz, avec une mémoire étendue à 16 Mo, sous Windows. Les temps de résolution sont de quelques minutes.

2-2 Caractéristiques du SIAD

L'objectif était de réaliser un outil simple d'utilisation et convivial laissant à l'utilisateur (le responsable de la production en collaboration avec le responsable des ressources humaines) une certaine liberté dans la définition d'un certain nombre de contraintes et de paramètres du problème, lui fournissant des résultats sous forme graphique, et lui permettant de tester rapidement de nombreux scénarios. Il ne s'agissait pas de fournir un outil de «décision automatique», mais d'aide à la décision utilisé dans un processus progressif et itératif où une solution trouvée

réroagit sur la formulation du problème jusqu'à ce qu'une formulation et une solution jugées satisfaisantes soient obtenues.

En fonction d'un scénario défini par l'utilisateur et d'un profil de charge, le SIAD détermine les effectifs nécessaires à la production, répartis par services, les services retenus étant choisis parmi un ensemble de services candidats, en minimisant le coût total de la solution, qui est la somme des coûts unitaires des services multipliés par l'effectif correspondant à chaque service. Il détermine également la localisation temporelle des pauses de chaque service retenu et les effectifs correspondant. La capacité déterminée doit obligatoirement être supérieure ou égale à la charge, les déficits n'étant pas autorisés.

Par rapport aux modèles mathématiques présentés dans le paragraphe 1, la notion d'équipe, qui introduit une certaine rigidité dans la définition des effectifs, n'a pas été retenue car elle ne correspond pas au mode d'organisation de ce système productif. Le problème de la prise en compte des catégories et de la polyvalence a été intégré mais sous une forme un peu différente : la charge de travail peut être définie par zone, ce qui conduit à avoir des effectifs affectés à une zone de travail et des effectifs polyvalents susceptibles de changer de zone de travail. Le découpage temporel retenu dans le modèle est de 15 minutes.

2-3 La définition du problème par l'utilisateur

Avant toute recherche de solution, l'utilisateur doit définir le profil de charge et l'offre de services.

2-3.1 Le profil de charge

Le profil de charge résulte d'une programmation prévisionnelle de la production réalisée en amont, sur la base de volumes de référence tenant compte de la variabilité de la demande. Il est établi sur une journée-type de 24 heures, avec un découpage temporel laissé au choix de l'utilisateur qui peut être de 60, 30 ou 15 mn. Ce profil de charge est défini pour une zone de production, la notion de zone est laissée à l'appréciation de l'utilisateur et peut correspondre à un atelier de traitement comme à l'ensemble du système productif (dans ce dernier cas, la polyvalence des opérateurs est totale). Le profil de charge peut être indiqué de deux façons, au choix de l'utilisateur : en points-minute (quantité de travail exprimée en minutes à fournir sur une période), en équivalent-ressource (nombre «d'opérateurs au travail» requis sur la période considérée), avec une conversion automatique des valeurs dans l'unité non choisie (tenant compte d'un taux de rendement).

2-3.2 La définition d'un scénario

Un scénario correspond à un ensemble de services candidats, définis par des caractéristiques, proposés simultanément par l'utilisateur au programme d'optimisation. La définition des services candidats est entièrement libre tant au niveau du nombre de services, que de leur durée. La génération automatique de services sous des contraintes définies (durée, heure de début, décalage, etc.), qui ne pose aucun problème, n'a pas été intégrée car jugée d'un intérêt limité par les utilisateurs, qui souhaitent maîtriser cette donnée du problème. Les services sont paramétrables (voir la figure 1) et l'utilisateur définit pour chaque service :

- l'heure de début et de fin du service avec une scission possible, par exemple pour la coupure du déjeuner,
- le coût moyen horaire du service, le coût total du service étant calculé automatiquement en fonction de la durée du service ; le coût du service peut être un coût fictif mais il est important que les coûts des différents services soient cohérents (par exemple, respect de la proportionnalité entre les coûts des services de nuit et de jour) car l'optimisation est basée sur une minimisation des coûts des services,
- l'effectif minimum (qui est égal à 0 par défaut) et maximum du service ;
- le type de pause, qui définit le mode de calcul des pauses et les degrés de liberté laissés pour leur localisation temporelle.

La contrainte d'identité des effectifs d'un ou plusieurs services afin de permettre les roulements a été testée mais reste à ajouter dans un écran.

Figure 1 : Ecran de définition d'un scénario

Scénarios

Scénarios : **NANTO1** ↑
 nouv-ser
 pause-fixe
 pause_dec ↓

Créer
 Supprimer

Nom scénario: **NANTO1** Etablissement: Centre A

Commentaires: Centre de production A

Services associés

Ajouter Service Enlever Service Editer Afficher graphe

Service	Config	Heure Debut	Heure Fin	Heure2 Debut	Heure2 Fin	Coût Total	Type Pause	Taux Pause	Eff. Min	Eff. Max	Coût Moyen/h
CD	CDV6	20:00	06:00			120	Plages de pauses	0	0	500	12
E	EV6	17:00	00:00			77	Plages de pauses	0	0	500	11
N10	N10V6	13:00	20:45			77.5	Plages de pauses		0	500	10
N3	N3V6	18:00	22:00			40	Pas de pauses		0	25	10
N8	N8V6	00:00	06:00			60	Plages de pauses		0	15	10

Valider Quitter Aide

Au niveau de l'intégration des pauses (qui n'est pas obligatoire), plusieurs options sont proposées à l'utilisateur (voir la figure 2). Tout d'abord, les pauses peuvent être prise en compte forfaitairement en les déduisant de la capacité de travail d'un opérateur, ce qui revient à corriger le temps de présence par un taux de pause. Le taux de pause correspond au pourcentage du temps total passé par un opérateur en pause. Ce mode de calcul revient à «étaler» le temps de pause sur la durée du service ; la solution trouvée (et son coût) peut servir de solution de référence lors de la comparaison des solutions de plusieurs scénarios.

Ensuite, les pauses des services peuvent être intégrées explicitement. Dans ce cas, leur définition est très souple et les contraintes, données par l'utilisateur, sont définies pour chacun des services et non globalement ; ainsi, le nombre de pauses d'un service est libre, la longueur des pauses peut être égale à un nombre quelconque de périodes, les différents services d'un même scénario peuvent tout à fait avoir des pauses différentes (en nombre et en durée). Les pauses peuvent être fixées par l'utilisateur (*Pauses fixes*) ou positionner automatiquement par le programme d'optimisation sur des plages de temps (*Pauses mobiles*), ces plages limites étant définies par l'utilisateur (par une heure de début et de fin) ainsi que la durée des pauses ; pour un même service, les deux options sont possibles pour des pauses différentes. Lorsque les pauses sont mobiles, deux options sont proposées :

- l'option *Non décalée* signifie que l'effectif total du service en question a ses pauses au même moment. Le logiciel indique alors pour chaque pause d'un service retenu, le positionnement dans le temps de la pause (le nombre d'opérateurs en pause étant égal à l'effectif du service) ;

- l'option **Décalée** signifie que les opérateurs sont susceptibles de prendre des pauses décalées, c'est-à-dire des pauses prises par sous-groupes ; une contrainte d'effectifs minimum en pause simultanément peut être facilement intégrée et a été testée (Cf. paragraphe 1-3). Dans ce cas, le logiciel indique pour chaque pause d'un service retenu, les différentes localisations temporelles retenues de la pause ainsi que le nombre d'opérateurs en pause pour chaque localisation.

Un scénario regroupe un ensemble de services candidats. Un service donné peut être dupliqué et appartenir à plusieurs scénarios, soit avec des caractéristiques différentes au niveau de son régime de pause, soit car il est associé à des combinaisons différentes de services candidats. L'application propose l'affichage du graphe des services, à savoir la représentation simultanée en fonction du temps de tous les services composant un scénario, ce qui permet de voir la couverture temporelle de la journée.

Figure 2 : Ecran de définition d'un service

Editer un service

Service : Heure1 Debut : Heure1 Debut :

Configuration : Heure1 Fin : Heure1 Fin :

Effectifs **Coût de la main d'œuvre** **Pauses**

EYedif*Yin : Coût Moyen Horaire : Pas de pauses

ETedif*Yin : Coût Total Calculé : Pauses

Total de pause :

Pauses

Heure deb	Heure fin	Durée	Fixe Mobile	Décalage	Commentaires
21:15	21:30	15	<input checked="" type="radio"/> Fixe <input type="radio"/> Mobile	<input type="checkbox"/> Décalée <input checked="" type="checkbox"/> Non décalée	
23:00	01:00	60	<input type="radio"/> Fixe <input checked="" type="radio"/> Mobile	<input checked="" type="checkbox"/> Décalée <input type="checkbox"/> Non décalée	Pause Repas
02:45	03:00	15	<input checked="" type="radio"/> Fixe <input type="radio"/> Mobile	<input type="checkbox"/> Décalée <input checked="" type="checkbox"/> Non décalée	

2-3.3 Introduction de possibilités de transfert de charge dans le temps

La détermination des effectifs requis peut être effectuée en considérant la répartition de la charge dans le temps comme une contrainte absolue à respecter. Mais, par rapport à la programmation initiale de la production réalisée à capacité infinie, il est intéressant de réaliser un véritable ajustement charge-capacité conduisant à des modifications du profil de charge initial. Cette possibilité permet dans certains cas de limiter les effectifs nécessaires en écrêtant partiellement les pointes de charge, et permet de moduler la production pendant les périodes de pauses, qui se traduisent pas une diminution de la capacité effective.

La modification du profil de charge se traduit par des transferts de charge dans le temps, la charge totale devant être impérativement traitée. Pour cela, il est nécessaire de définir des plages

de traitement, correspondant à un ensemble de périodes consécutives, dans lesquelles les transferts de charge sont autorisés (les transferts pouvant ne pas être autorisés sur certaines plages), l'amplitude des plages étant entièrement libre (d'une période à la totalité des périodes). Sur une plage de traitement donnée, le transfert de charges peut être autorisé sur toute la plage (en amont ou en aval) ou uniquement en retardant les charges dans le temps (en aval). Compte-tenu des spécificités du système productifs étudié (production à la commande de lots, arrivant au fil du temps dans le système, avant une heure limite de traitement impérative), le décalage n'est autorisé qu'en retardant le traitement d'une partie de la charge (Cf. paragraphe 1-4.2). Deux cas de figures sont alors à envisager :

- soit les plages de traitements sont complètement indépendantes les unes des autres, ce qui signifie qu'il ne peut y avoir de report de charge d'une plage sur l'autre ,
- soit les plages de traitements sont dépendantes, ce qui signifie que les reports d'une partie de la charge d'une plage sur une autre plage sont possibles, dans des limites fixées par les contraintes de production.

La définition des plages de traitement est très souple et les contraintes, fixées par l'utilisateur, sont définies pour chacune des plages et non globalement ; ainsi, le nombre de plages est libre et la longueur des plages (définies par une heure de début et de fin, comme les plages de pause) peut être égale à un nombre quelconque de périodes. Pour chaque plage, l'utilisateur peut spécifier les contraintes suivantes :

- l'autorisation ou non de la modification du profil,
- la charge minimale (ce peut être un pourcentage de la charge initiale), période par période, qui doit être obligatoirement traitée sur la période considérée (cette limite inférieure est facultative),
- la charge maximale (ce peut être un pourcentage de la charge initiale), période par période, qui peut être traitée sur la période considérée (cette limite supérieure est facultative),
- dans le cas de plages de traitement dépendantes, la charge totale minimale devant être impérativement traitée pendant la plage de traitement ; dans le cas de plages de traitement indépendantes, elle est égale à la somme des charges programmées initialement sur les périodes de la plage.

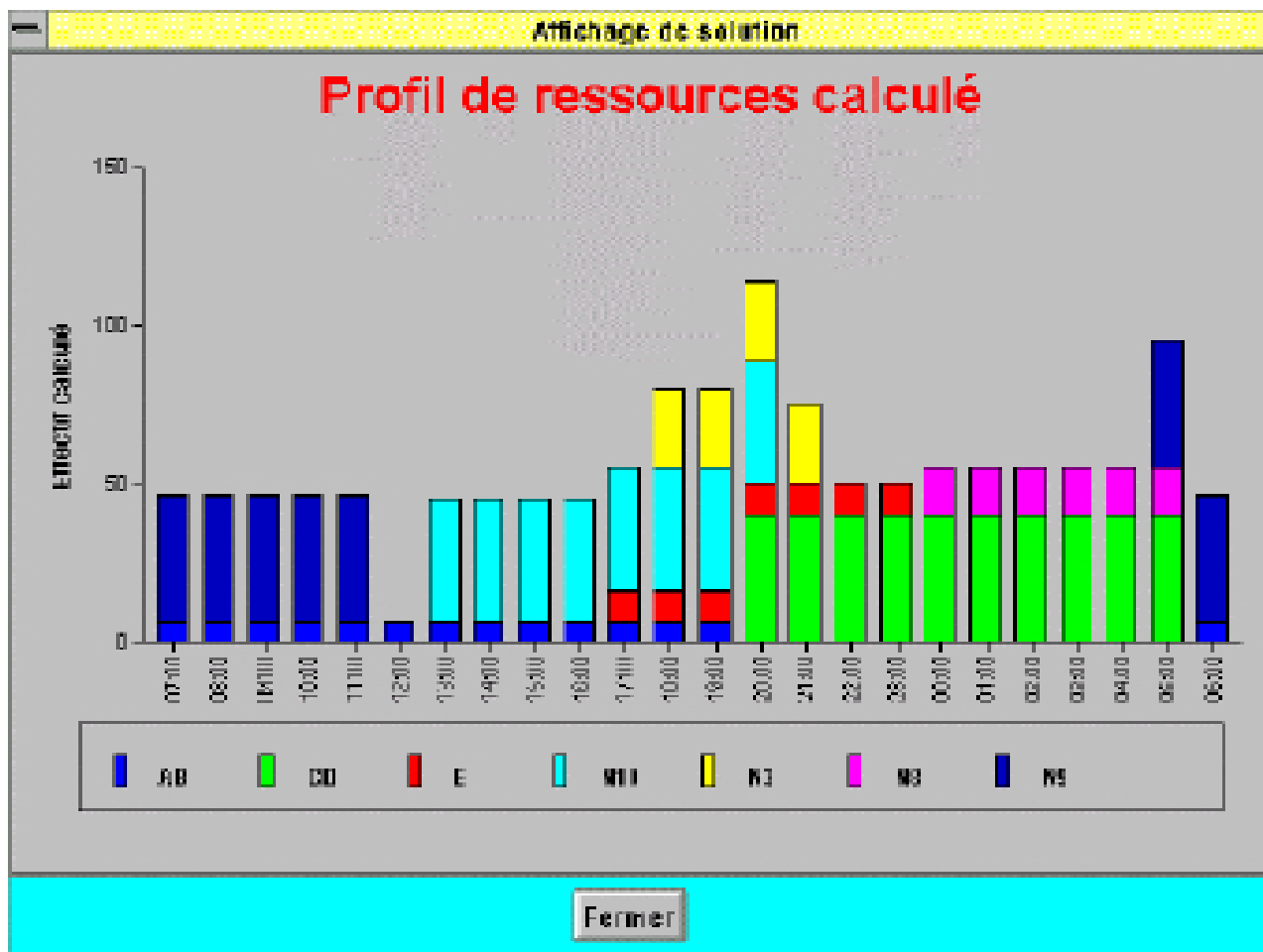
Ces options du SIAD sont actuellement en cours de développement, elles ont été testées au niveau du programme mathématique mais les écrans définitifs de saisie des données ne sont pas encore réalisés. Ces éléments complètent la définition du profil de charge.

2-3.4 Définition d'une solution et résultats

La définition du (ou des) profil de charge est indépendante de la définition du (ou des) scénario(s), ce qui présente l'avantage de permettre de tester plusieurs scénarios avec le même profil de charge. Donc, avant de lancer tout calcul d'optimisation, l'utilisateur doit associer un profil de charge et un scénario. A terme, il devra de plus indiquer si la modification du profil de charge est autorisée ou non. Les résultats sont stockés dans une base de données et affichés dans des tableaux et sous forme graphique.

Pour chaque service candidat, sont indiqués l'effectif du service et s'il est non nul, les régimes de pauses retenus pour ce service ainsi que les effectifs associés (nombre de personnes qui ont ce régime de pause) et les périodes de pauses correspondant à ce régime ; rappelons qu'en cas d'option *Pauses mobiles non décalées*, un seul régime de pause est retenu pour chaque service. Le coût total de la solution proposée est également précisé. Il est possible d'afficher le *Profil de ressources calculé*, qui est un graphique représentant les effectifs présents sur toute la journée, répartis par services (figure 3).

Figure 3 : Les services retenus



Dans l'application, un tableau (avec un ascenseur) fournit un certain nombre de résultats détaillés, période par période, concernant l'ensemble de la journée-type. Ces résultats permettent de comparer le profil de charge et la capacité résultant de la solution calculée, cette comparaison est présentée en points-minute ou en effectifs. Les résultats affichés sont les suivants :

- la charge et les effectifs demandés hors pause (qui correspondent à une conversion de la charge en effectifs),
- la capacité effective (pauses déduites) et la capacité totale (pauses non déduites),
- les effectifs calculés non en pause,
- les effectifs calculés en pause,
- les effectifs calculés présents.

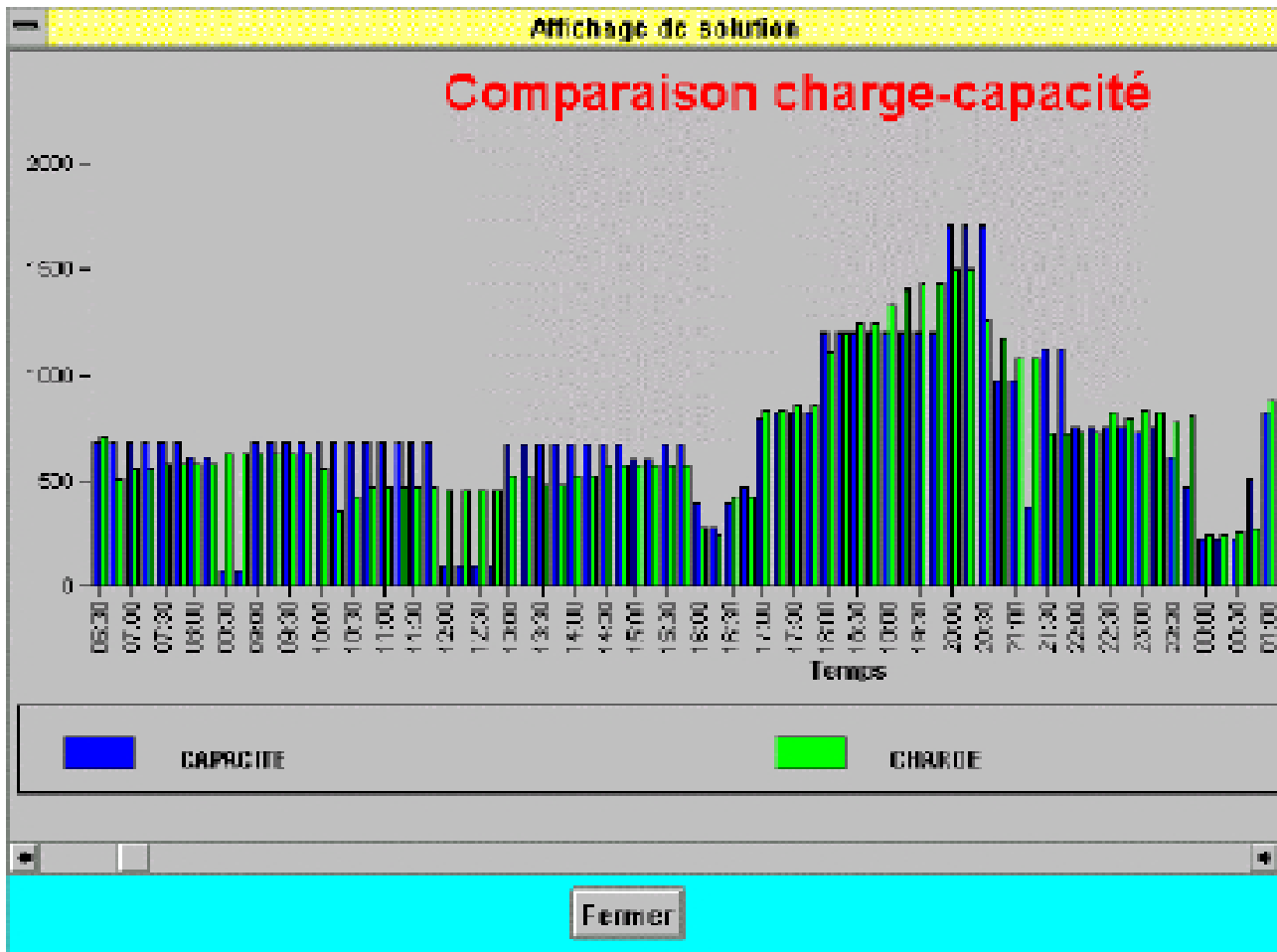
Si le transfert de charge est autorisé, les éléments suivants sont également importants :

- la charge minimale à traiter et la charge maximale traitable imposées par l'utilisateur et les effectifs correspondant,
- la charge effectivement traitée sur la période suite à l'ajustement charge-capacité, et les effectifs correspondant,
- la charge de la période reportée dans le temps,
- et, dans le cas de plages de traitement dépendantes, la charge totale de la plage de traitement reportée sur la plage suivante.

Il est possible d'afficher un graphique représentant, sur l'ensemble de la journée, période par période, simultanément le profil de charge et la capacité effective calculée résultant des effectifs

non en pause, ceci en points-minute ou en effectifs (figure 4). Un graphique complémentaire sera intégré pour présenter les modifications de la charge résultant de l'ajustement.

Figure 4 : Comparaison Charge -capacité



2-3.5 Evaluation et comparaison de solutions

Toute solution proposée respecte le critère de niveau de service, qui est une contrainte. Le coût d'une solution n'est pas significatif en lui-même (on peut utiliser des coûts fictifs) mais il peut servir de critère de comparaison de plusieurs solutions, cette comparaison n'ayant un sens que si les scénarios correspondant sont définis sur les mêmes bases de calcul (pour les pauses et l'ajustement). D'autres indicateurs tels que les ratios charge/capacité effective, charge/capacité totale, capacité effective/capacité totale, permettent d'évaluer la qualité de l'ajustement charge-capacité au regard de la productivité. L'évaluation doit également être envisagée d'un point de vue social au regard de la «qualité» des services proposés mais ceci est du ressort de l'utilisateur, qui a la maîtrise totale du portefeuille de services candidats.

3 Conclusion

Dans cet outil, la liberté donnée à l'utilisateur au niveau de la définition du problème est très grande ce qui présente l'avantage de lui laisser une complète maîtrise du problème et la responsabilité des choix effectués. La représentation graphique des résultats apparaît primordiale : elle structure l'information obtenue sous une forme synthétique et plus intelligible qu'un tableau de chiffres, et constitue par là même un support à la réflexion. Dans un processus de prise de décision collective, ce support peut servir d'outil de dialogue et de négociation.

Dans un contexte fortement fluctuant, la viabilité des solutions obtenues dans le cadre de l'univers certain ne peut être garantie, et l'utilisation de données moyennes peut conduire dans certains cas à des résultats «catastrophiques» au regard du critère de jugement assigné initialement (dans notre cas, le niveau de qualité de service). L'analyse en univers aléatoire est alors indispensable puisqu'elle permet d'étudier le comportement dynamique du système, d'analyser la robustesse de la solution proposée et de procéder à des ajustements ou à une révision de la formulation du modèle utilisé en univers certain (modification de paramètres de fonctionnement et/ou de données exogènes comme, par exemple, les volumes de référence servant à la détermination du profil de charge).

4 Bibliographie

- [1] Brooke A., Kendrick D. et Meeraus A., GAMS : A user's guide, The Scientific Press, 1988
- [2] Dantzig G.B., "A comment on edies "traffics delays at toll booths", *Operations Research Journal*, Vol. 2, 1954
- [3] Giard V. , Triomphe C., "Investissement et Flexibilité Organisationnelle", *RAIRO*, Vol. 29, n° 3, 1995, p. 299 à 320, AFCET
- [4] Giard V., Lagroue P-Y., Barbieri J., Cataldi M., Noiset P., "SIAD de définition simultanée d'un ordonnancement de la production d'un centre de tri postal et des effectifs requis", Publications de Recherche du GREGOR, 1996
- [5] Krajewski L.P. et Ritzman L.P., "Disaggregation in manufacturing and service organizations : survey of problems and research", *Decision Sciences*, 1977, Vol. 8
- [6] Murphy F.H., Stohr E.A. et Asthana A., "Representation schemes for linear programming models", *Management Sciences*, Vol.38, N° 7, p 964-991, July 1992
- [7] Thompson G.M., "Improved implicit optimal modeling of the labor shift scheduling problem", *Management Science*, 1995, 41, 595-607

1996-03

**SIAD permettant la définition des services offerts
au personnel d'un centre de production**

Vincent Giard et Christine Triomphe

IAE de Paris - Université Paris 1 (*Panthéon - Sorbonne*)

Les papiers de recherche du GREGOR sont accessibles
sur INTERNET à l'adresse suivante :
<http://www.univ-paris1.fr/GREGOR/>

Secrétariat du GREGOR : Claudine DUCOURTIEUX (Ducourtieux.IAE@univ-paris1.fr)