

1999.14

Indicateur de performance et stocks de sécurité de composants optionnels, sur ligne de production perturbée

François Danjou¹, Vincent Giard²

¹ Doctorant à l'IAE de Paris, ² Professeur à l'IAE de Paris

Résumé : Cet article s'inscrit dans la continuité des travaux décrits dans les cahiers 1999.05 et 1999.08. Dans la production de masse de produits personnalisés par options, l'ordonnancement sur la ligne de production et d'assemblage est perturbé par les retouches opérées en retrait de certains postes de cette ligne. On utilise ici les principes mis au point précédemment pour établir la distribution de probabilité d'un indicateur de performance classiquement utilisé dans cet environnement productif, à partir de la distribution de probabilité du retard positif ou nul généré au contrôle. L'approvisionnement à flux tendus de composants optionnels nécessite la présence de stocks de sécurité, en raison des perturbations d'ordonnancement. Les approches traditionnelles ne peuvent être utilisées pour analyser ces stocks de sécurité en raison de la dépendance des demandes. Une solution analytique à ce problème est proposée.

Mots clés : ordonnancement sur ligne d'assemblage de produits personnalisés par option, ligne d'assemblage, ordonnancement, Renault, robustesse, industrie automobile, simulation, stock de sécurité, indicateur de performance, tableau de bord.

Abstract : This paper continues the research described in working papers 99.05 and 99.08. In mass production of products customized by options, the schedule on a production/assembly line is disturbed by rework performed beside some workstations, due to quality problems. We use the previously established principles to derive the probability density function of a performance indicator that is commonly used in that environment, from the probability density function of repair time. The JIT supply of optional parts needs safety stocks due to the schedule disturbances. The classical approaches of safety stocks analysis can't be used because demands are interdependent. An analytical solution of that problem is given.

Keywords : mixed-model assembly line sequencing, performance measure, production line, assembly line, scheduling, Renault, car industry, simulation, safety stock.

1 Problématique étudiée

Dans le cahier 1999.05 du GREGOR, on a présenté la problématique de l'ordonnancement de la production de masse sur ligne de fabrication et d'assemblage, de produits personnalisés par options et l'on a analysé les problèmes posés par les perturbations d'ordonnancement générées par les exigences de qualité, l'exemple retenu pour illustrer ces problèmes étant celui de l'industrie automobile. Dans ce contexte particulier, on rencontre une possibilité de réordonnement partiel dans certains stocks-tampons appelés stock de tri. Dans ce cahier, on avait proposé une méthodologie générale d'analyse de la robustesse de ce type de ligne de production (conception de la ligne et des algorithmes de réordonnement) par rapport à la variabilité des caractéristiques de la demande et par rapport aux perturbations générées par les problèmes de qualité.

1. Responsable Projets au Département de Créations Industrielles de l'ISMRA ; 6 Boulevard Maréchal Juin ; 14050 Caen Cedex ; méil : danjou@ismra.fr.

2. Professeur à l'IAE de Paris ; 162 rue Saint Charles - F75740 Paris Cedex 15 ; méil : Giard.IAE@univ-paris1.fr.

Dans le cahier 1999.08, on s'est focalisé sur l'étude analytique du problème central rencontré dans le système productif étudié, à savoir la détermination de la relation existant entre la distribution de probabilité du nombre de places perdues par un véhicule faisant l'objet de retouches et celle du nombre de places gagnées ou perdues par un véhicule quelconque, compte tenu de l'ensemble des retards pris par les véhicules ordonnancés (courbe de décyclage). L'approche proposée, nouvelle à notre connaissance, a permis d'établir une solution analytique générale facilement implémentable. Cette relation rend inutile l'appel aux approches simulatoires lesquelles restent cependant incontournables en cas d'utilisation de stock de tri.

Le présent cahier s'inscrit dans la continuité du cahier précédent et s'attaque tout d'abord (§ 2, page 2) au problème de la variabilité d'un indicateur de performance classiquement utilisé dans cet environnement. C'est donc dans une perspective d'étalonnage de tableau de bord que cette réflexion s'inscrit. L'indicateur retenu est celui du pourcentage de véhicules effectivement achevés au cours d'une période donnée, par exemple la journée, par rapport à l'ensemble des véhicules que l'ordonnancement initial avait désigné comme devant sortir au cours de cette période. On proposera une relation analytique (facilement implémentable) liant la distribution de probabilités de cet indicateur, à celle du nombre de rangs perdus par un véhicule faisant l'objet de retouches. La démonstration proposée (qui s'inspire de la démarche utilisée dans le cahier précédent) et la formulation du problème retenue permettent de poursuivre (§ 3, page 8) l'analyse de cette classe de problèmes pour s'intéresser à la détermination des stocks de sécurité à constituer pour faire face à la variation de la demande de composants optionnels pendant une période, sur un poste donné, en raison des perturbations d'ordonnancement. Ce type de problème de gestion stochastique des stocks, à notre connaissance non encore étudié, présente la particularité de traiter le cas de demandes qui ne sont pas indépendantes mais liées par des ordonnancements perturbés.

2 Indicateur de performance sur une ligne de production perturbée

On examinera d'abord les hypothèses retenues avant de présenter et d'illustrer la solution analytique, puis de discuter de certaines hypothèses.

2-1 Les hypothèses retenues

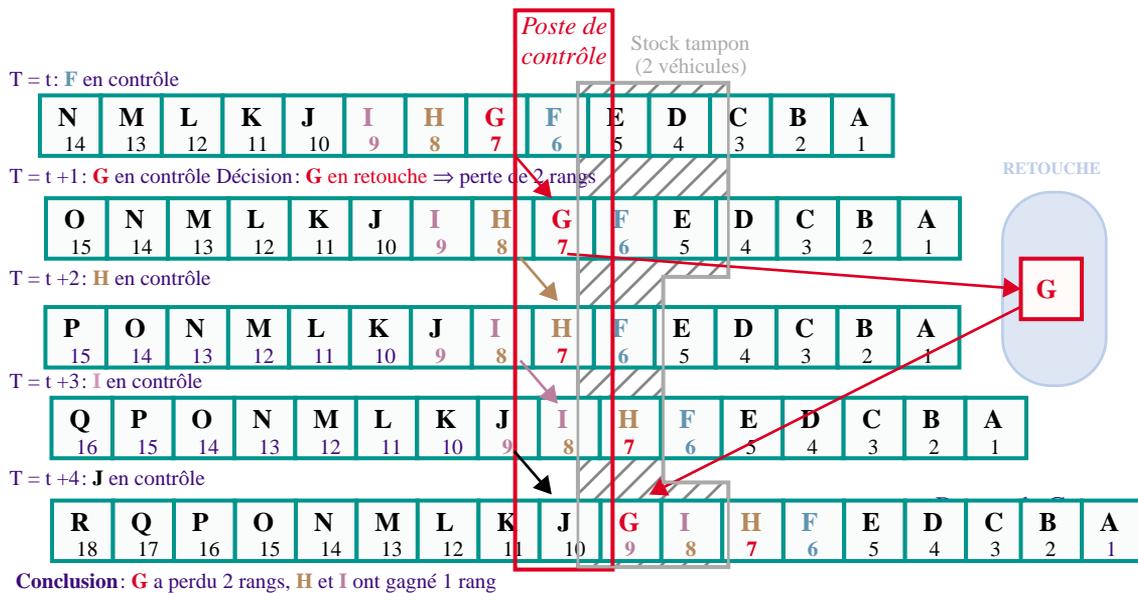
On commencera par décrire les hypothèses générales du modèle, avant de présenter les hypothèses simplificatrices du modèle de base.

Comme précédemment (voir cahier de recherche 1999.08), on suppose que :

- on est en régime de croisière, c'est-à-dire que l'on ne tient pas compte des problèmes rencontrés à la mise en place ou à l'arrêt du processus de production ;
- la durée de traitement dans les processeurs de la ligne est constante, le temps de cycle de la ligne permettant d'établir la correspondance entre le temps (date), le rang d'un véhicule et sa localisation ;
- la distribution de probabilité du nombre de rangs perdus est indépendante du nombre d'objets en retouche ;
- les événements «retouche d'un véhicule» sont indépendants, autrement dit que le fait qu'un véhicule soit envoyé en retouche ne modifie pas la probabilité de passage en retouche des véhicules suivants ;
- en aval du poste de contrôle, le stock-tampon est suffisant pour éviter tout désamorçage.

En cas de problème de qualité repéré sur un poste de contrôle de la ligne, l'objet défectueux est retiré de la ligne pour retouche, opération qui lui fera perdre r rangs. En l'absence de désamorçage, les r véhicules qui suivent le véhicule qui perd r rangs, en gagnent tous un, ce qu'illustre la figure 1, page 3.

Figure 1 : évolution de l'utilisation du stock tampon en aval du poste de contrôle



Dans le modèle de base, on fait l'hypothèse que R ne peut prendre que deux valeurs: 0 et ρ (temps constant de retouche). Physiquement ce cas de figure se rencontre lorsque la retouche s'effectue sur une ligne dérivée rebouclant sur le poste de contrôle, le temps de séjour dans cette boucle étant exactement de ρ cycles, avec une organisation du travail garantissant que le travail requis sera correctement effectué dans ce laps de temps.

Dans un second temps, on lèvera cette hypothèse simplificatrice en acceptant une distribution quelconque de retards.

2-2 Détermination analytique de la relation entre l'indicateur de performance et la distribution des retards en cas de retouche

La démarche adoptée est générale. Elle sera présentée avant d'examiner la solution analytique trouvée pour le modèle de base.

2-2.1 Démarche générale adoptée

L'indicateur est calculé à la sortie d'un poste d'une ligne (le dernier poste de la ligne ou tout autre poste), pour une fenêtre de temps donnée (la journée, par exemple). Cette période se définit par une durée de H périodes élémentaires définies par le cycle de base de la ligne. Ce poste traite donc H véhicules au cours de cette période : le premier véhicule quittant le poste à la fin de la première période élémentaire et le $H^{\text{ième}}$ véhicule, quittant le poste à la fin de la $H^{\text{ième}}$ période. La liste Ω des véhicules devant initialement sortir au cours de cette fenêtre de temps différera de la liste Ω' des véhicules effectivement sortis : seul le sous-ensemble $\Omega \cap \Omega'$ de l'ensemble Ω' , respectant les prévisions. Si l'on note Z , le nombre de véhicules de Ω' n'appartenant pas à Ω , l'indicateur $(H - Z) / H$ est un bon indicateur du respect de la prévision.

Le poste sur lequel la mesure est effectuée étant supposé ne pas subir de perturbations (pannes, ruptures d'approvisionnement, etc.), l'indicateur mesure la performance du sous-système productif amont délimité par le poste ω auquel on s'intéresse et le poste α en amont du poste ω , qui est dernier poste, pour lequel on est certain, d'une part, que l'ordonnancement utilisé pour déterminer la liste Ω est nécessairement respecté et, d'autre part, que ce poste ne peut être à l'origine de problèmes de qualité qui pourront être détectés par l'un des postes de contrôle susceptibles d'envoyer des véhicules en retouche, postes nécessairement situés entre les postes α et ω . En l'absence de stock de tri et de perturbation, le temps qui s'écoule entre le passage d'un véhicule dans le poste α et celui dans le poste ω est constant et peut être important

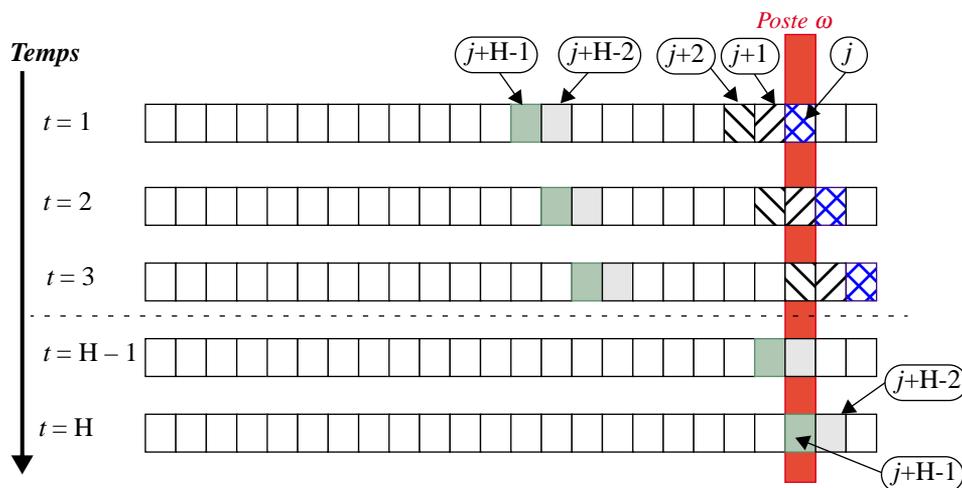
par rapport à la fenêtre de temps retenue. Dans ces conditions, il est évident que l'indicateur de performance fait preuve d'une certaine inertie, dans la mesure où il intègre les conséquences d'événements qui se sont produits en dehors de la fenêtre de temps. La comparaison au cours du temps d'indicateurs calculés pour des fenêtres de temps de longueurs différentes s'en trouve affectée. Cette limitation de la portée de l'indicateur est à atténuer si le jugement s'effectue de manière régulière sur les mêmes bases pour permettre d'identifier une rupture de comportement du système contrôlé.

2-2.2 Solution analytique du modèle de base

On suppose ici qu'un véhicule en retouche perd exactement ρ rangs et que la fenêtre de temps est d'amplitude au moins égale à ρ périodes élémentaires ($\geq \rho$). La première partie du raisonnement conduisant à la solution analytique est la suivante :

- Si l'ordonnancement observé au poste α n'est jamais perturbé ensuite, le poste ω commence, au début de première période élémentaire de la fenêtre de temps étudiée, le traitement des opérations requises par le véhicule de rang j (voir figure 2).

Figure 2 : occupation du poste ω pendant la fenêtre de temps en l'absence de perturbations



- Si l'un des ρ véhicules qui le précédaient (véhicule de rang $j - k$, avec $k \leq \rho$) a fait l'objet d'une retouche sur l'un des postes - amont, chacun des ρ véhicules suivants (de rang $j - k + 1$ à $j - k + \rho$), et donc le véhicule de rang j , a gagné un rang ; par conséquent ce véhicule de rang j ayant pris de l'avance sort de la fenêtre de temps, tandis que le véhicule retardé de rang initial $j - k$ est traité sur le poste considéré pendant la période de temps.
- Le véhicule de rang $j + 1$ sortira, lui aussi de la fenêtre de temps si deux véhicules de rang inférieur ou égal à $j + 1 - \rho$ font l'objet de retouche.
- Il est alors évident que si x véhicules pris parmi les ρ véhicules précédant celui de rang j font l'objet d'une retouche, x véhicules sortent de cette fenêtre de temps. La probabilité $P(X = x)$ de l'événement « x véhicules devant être traité en début de fenêtre de temps et sortant de cette fenêtre » survenant au cours de ρ épreuves (l'épreuve consistant à contrôler un véhicule sur le poste - amont) suit alors la loi Binomiale $\mathcal{B}(1 - p_0 ; \rho)$.

Un raisonnement symétrique est conduit en fin de période.

- Au cours de la $H^{\text{ième}}$ période élémentaire définissant la fin de fenêtre de temps, le véhicule de rang $j + H - 1$ est traité en l'absence de perturbation (voir figure 2)
- Si un seul des véhicules qui le précède¹ (de rang $j + H - 1 - k$, avec toujours $k \leq \rho$) a fait l'objet d'une retouche, ce véhicule sort de la fenêtre de temps, au cours de laquelle il aurait dû normalement sortir, et le véhicule de rang $j + H - k$ est maintenant traité sur le poste de

1. Il est évident que les retouches portant sur des véhicules qui le suivent conduisent soit à une modification de classement des véhicules sortis sur la fenêtre de temps (ce qui est sans incidence sur l'indicateur), soit se traduit par une sortie de la fenêtre

référence pendant la fenêtre de temps étudiée (et non postérieurement, comme prévu initialement).

- La transposition du raisonnement précédent est immédiate et conduit à dire que la probabilité $P(Y = y)$ de l'événement « y véhicules devant être traité en fin de fenêtre de temps et sortant de cette fenêtre» survenant au cours de ρ épreuves (l'épreuve consistant à contrôler un véhicule sur le poste - amont) suit alors la loi Binomiale $\mathcal{B}(1 - p_0; \rho)$.

Le nombre de véhicules sortant de la fenêtre de temps est alors $Z = X + Y$, somme de deux variables aléatoires binomiales (indépendantes, en toute rigueur, si $H > 2\rho$). On a donc :

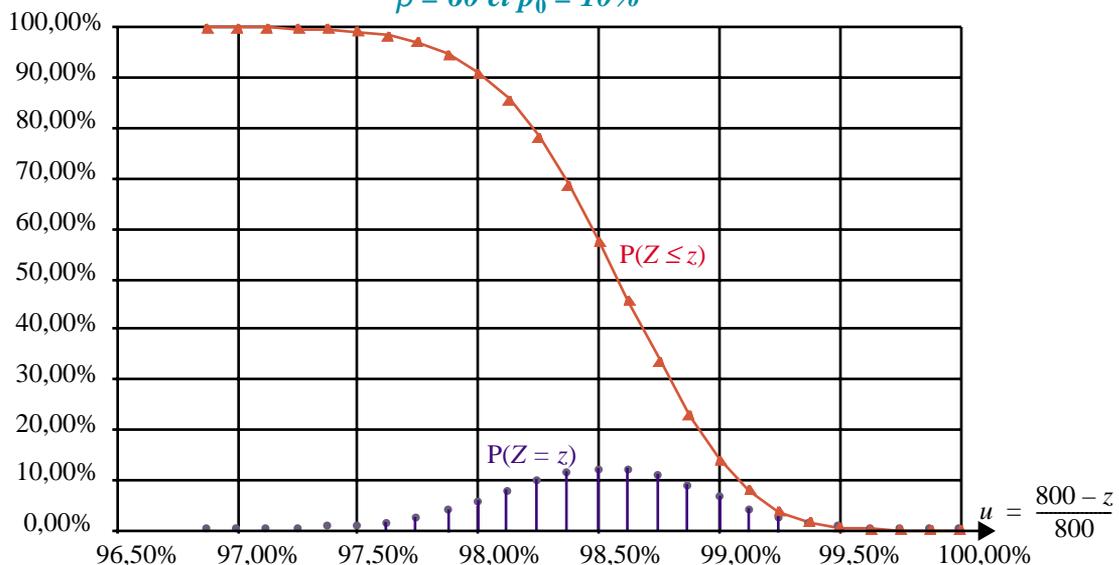
$$\mathcal{L}(Z) = \mathcal{B}(1 - p_0; 2\rho) \quad \text{Relation 1}$$

Dans la mesure où l'indicateur auquel on s'intéresse est $(H - Z) / H$, il est évident que la distribution de probabilité de cet indicateur est :

$$\mathcal{L}\left(\frac{H - Z}{H}\right) = \mathcal{L}(Z) = \mathcal{B}(1 - p_0; 2\rho) \quad \text{Relation 2}$$

On peut illustrer ceci par un exemple en retenant un temps de cycle d'une minute, en supposant que $\rho = 60$ et que la production quotidienne soit de 800 véhicules (voir le [tableau 1 de la page 6](#) et la [figure 3](#)).

Figure 3 : distribution de probabilités de l'indicateur de performance $u = (800 - z)/800$ pour $\rho = 60$ et $p_0 = 10\%$



2-3 Généralisation du modèle de base

Le modèle de base a traité le cas où le retard R ne peut prendre que deux valeurs (0 et ρ). La généralisation proposée consiste à prendre en compte le cas où le retard R peut prendre toutes les valeurs entières comprises entre 0 et ρ . La démarche utilisée au paragraphe précédent se généralise facilement.

Reprenons ce qui se passe au cours de la première période élémentaire de la fenêtre de temps étudiée, sur le poste ω .

- Si l'ordonnancement observé au poste α n'est jamais perturbé ensuite, le poste ω commence, au début de première période élémentaire de la fenêtre de temps étudiée, le traitement des opérations requises par le véhicule de rang j (voir [figure 2, page 4](#)).
- Si l'un des ρ véhicules qui le précédaient (véhicule de rang $j - k$, avec $k \leq \rho$) a fait l'objet d'une retouche sur l'un des postes - amont et, de ce fait, a perdu θ places, chacun des θ véhicules suivants (de rang $j - k + 1$ à $j - k + \theta$) gagne une place. Le véhicule de rang j ne gagne une place que si le nombre θ de places perdues par le véhicule de rang $n - k$ est au

Tableau 1 : distribution de probabilités de l'indicateur $(800 - z) / 800$, pour $\rho = 60$ et $p_0 = 10\%$ [†]

$z = x + y$	$u = \frac{800 - z}{800}$	$P(U = u)$	$P(U \leq u)$	$z = x + y$	$u = \frac{800 - z}{800}$	$P(U = u)$	$P(U \leq u)$
0	0,00%	0,00%	0,00%	14	1,75%	9,45%	78,18%
1	0,13%	0,00%	0,00%	15	1,88%	7,42%	85,60%
2	0,25%	0,03%	0,03%	16	2,00%	5,41%	91,01%
3	0,38%	0,12%	0,16%	17	2,13%	3,68%	94,69%
4	0,50%	0,40%	0,56%	18	2,25%	2,34%	97,03%
5	0,63%	1,04%	1,60%	19	2,38%	1,39%	98,42%
6	0,75%	2,22%	3,82%	20	2,50%	0,78%	99,21%
7	0,88%	4,02%	7,84%	21	2,63%	0,41%	99,62%
8	1,00%	6,30%	14,14%	22	2,75%	0,21%	99,83%
9	1,13%	8,72%	22,86%	23	2,88%	0,10%	99,92%
10	1,25%	10,75%	33,61%	24	3,00%	0,04%	99,97%
11	1,38%	11,94%	45,55%	25	3,13%	0,02%	99,99%
12	1,50%	12,05%	57,61%	26	3,25%	0,01%	100,00%
13	1,63%	11,13%	68,73%	27	3,38%	0,00%	100,00%

†. Z peut prendre une valeur entière comprise entre 0 et 120 ; le tableau, comme le graphique, ne reprend pas les valeurs de Z supérieures à 27 parce qu'elles correspondent à des probabilités infinitésimales

moins égal au nombre de rangs qui le sépareit du véhicule de rang j (autrement dit $k \leq \theta$) ; dans ce cas, le véhicule de rang j , ayant pris un rang d'avance, a été traité sur le poste considéré au cours de la période élémentaire qui précède l'ouverture de la fenêtre de temps, tandis que le véhicule de rang initial $n - k$ est traité sur le poste considéré pendant la période de temps.

- Supposons maintenant que plusieurs véhicules, positionnés initialement avant celui de rang j , ont fait l'objet de retouches effectuées en amont du poste auquel on s'intéresse. Si x véhicules situés initialement devant le véhicule de rang j , sont passés derrière ce véhicule, il s'ensuit que ce véhicule et les x véhicules situés initialement derrière lui prennent de l'avance et sont avant le début de la fenêtre de temps retenue. La relation établie dans le cahier 1999.08 (relation 14, page 16) donne par récurrence la probabilité d'observer x véhicules passant derrière celui de rang j . Rappelons cette relation, qui s'avère facile à implémenter.

$$P(X = x) = \frac{N_x}{x!} \cdot \Pi \quad (\text{relation 14 du cahier 1999.08}) \quad \text{Relation 3}$$

$$\text{avec } N_x = \sum_{t=1}^x (-1)^{t-1} \cdot \frac{(x-1)!}{(x-t)!} \cdot s_t \cdot N_{x-t}, \quad s_t = \sum_{i=1}^{\rho} (g_i)^t$$

$$\text{et } \Pi = \prod_{i=1}^{\rho} P(R < i) = P(X = 0)$$

- Le véhicule de rang j peut, lui aussi, avoir fait l'objet de retouches, avec la probabilité $1 - p_0$; dans ce cas, il y aura seulement un changement de classement de véhicules sortant dans la fenêtre de temps, compte tenu de l'hypothèse faite sur la durée de la fenêtre de temps ($H \leq \rho$).

Examinons maintenant ce qui se passe au cours de la dernière période élémentaire ($H^{\text{ième}}$ période élémentaire) de la fenêtre de temps étudiée, sur le poste ω .

- Comme dans le modèle simplifié, si l'ordonnement observé au poste α n'est jamais perturbé ensuite, le poste ω commence, au début de la $H^{\text{ième}}$ période élémentaire, le traitement des opérations requises par le véhicule de rang de rang $j + H - 1$.

- Si l'un des ρ véhicules qui le précédaient (véhicule de rang $j + H - 1 - k$, avec toujours $k \leq \rho$) a fait l'objet d'une retouche sur l'un des postes - amont et, de ce fait, a perdu θ places, chacun des θ véhicules suivants (de rang $j + H - k$ à $j + H - 1 - k + \theta$) gagne une place mais ce véhicule ne sort de la fenêtre de temps que si le nombre θ de places perdues est au moins égal au nombre de rangs qui le séparait du véhicule de rang $j + H - 1 - k$ (autrement dit $k \leq \theta$). Si tel est le cas, le véhicule de rang $j + H$ rentre dans la fenêtre de temps et le véhicule de rang initial $j + H - k$ sort dans la fenêtre de temps.
- Si y des ρ véhicules qui précédaient le véhicule de rang $j + H - 1$ ont fait l'objet d'une retouche et sont passés derrière ce véhicule, et si ce véhicule n'a pas fait l'objet de retouche (ce qui arrive avec la probabilité p_0), ces y véhicules sortent de la fenêtre et autant de véhicules seront traités pendant cette fenêtre de temps alors qu'il était prévu qu'ils ne le soient pas. Si le véhicule de rang $j + H - 1$ fait lui-même l'objet d'une retouche (ce qui arrive avec la probabilité $1 - p_0$), il est évident qu'il ne sera pas traité pendant la fenêtre de temps sur le poste considéré et qu'un autre véhicule le remplacera, ce qui augmente de 1 le nombre de véhicules «déclassés».

La distribution de probabilité du nombre y de véhicules «déclassés» à la fin de la fenêtre de temps est alors définie par la [relation 4](#) (qui s'appuie sur la [relation 3](#) et) :

$$P(Y = y) = p_0 \left\{ \frac{N_y}{y!} \cdot \Pi \right\} + (1 - p_0) \left\{ \frac{N_{y-1}}{(y-1)!} \cdot \Pi \right\}, \text{ pour } Y > 0 \quad \text{Relation 4}$$

sachant qu'il est évident que l'on a $P(Y = 0) = p_0 \Pi$.

On peut maintenant établir des relations voisines des relations 1 et 2, trouvées dans le cas simplifié, sans pouvoir faire appel malheureusement à des résultats analytiques généraux. La variable aléatoire Z , somme des variables aléatoires X et Y peut prendre des valeurs entières comprises entre 0 et 2ρ . Sachant que les variables aléatoires X et Y ne peuvent prendre que des valeurs entières comprises entre 0 et ρ , que leur borne inférieure ne peut être 0 que si $z \leq \rho$ et qu'elle est $z - \rho$, dans le cas contraire, il s'ensuit que la probabilité recherchée est obtenue par la [relation 5](#), d'implémentation relativement aisée :

$$P(Z = z) = \sum_{\text{Max}(0, z-\rho)}^{\text{Min}(\rho, z)} P(X = x)P(Y = z - x) \quad \text{Relation 5}$$

que l'on peut encore écrire sous la forme de la [relation 6](#), en utilisant les relations 3 et 4 :

$$P(Z = z) = \Pi \sum_{\text{Max}(0, z-\rho)}^{\text{Min}(\rho, z)} \frac{N_x}{x!} \left[p_0 \left\{ \frac{N_{z-x}}{(z-x)!} \right\} + (1 - p_0) \left\{ \frac{N_{z-x-1}}{(z-x-1)!} \right\} \right] \quad \text{Relation 6}$$

Dans ces conditions, la distribution de probabilité de l'indicateur étudié est fournie par les relations 7 ou 8.

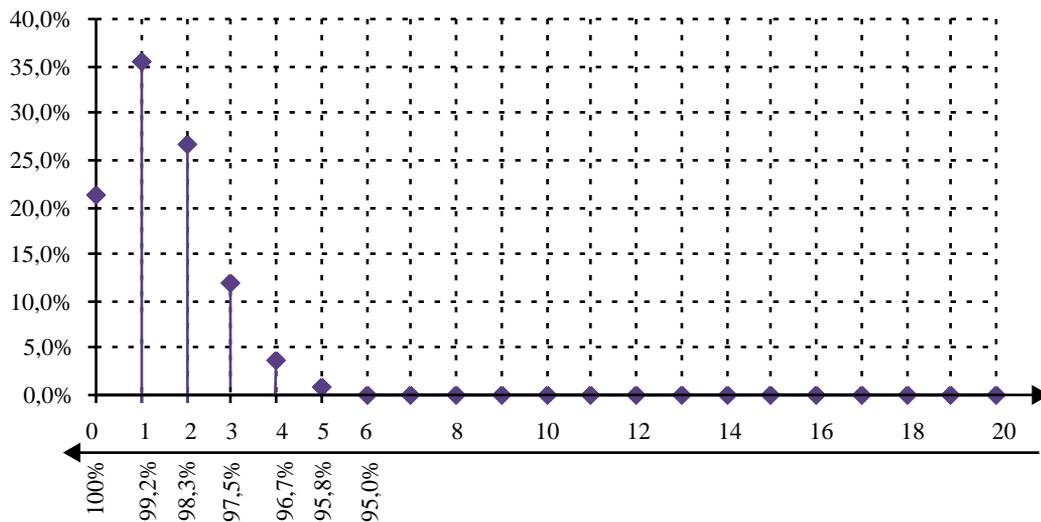
$$\mathcal{L}\left(\frac{H-Z}{H}\right) = \mathcal{L}(Z) = \sum_{\text{Max}(0, z-\rho)}^{\text{Min}(\rho, z)} P(X = x)P(Y = z - x) \quad \text{Relation 7}$$

$$\mathcal{L}\left(\frac{H-Z}{H}\right) = \mathcal{L}(Z) = \Pi \sum_{\text{Max}(0, z-\rho)}^{\text{Min}(\rho, z)} \frac{N_x}{x!} \left[p_0 \left\{ \frac{N_{z-x}}{(z-x)!} \right\} + (1 - p_0) \left\{ \frac{N_{z-x-1}}{(z-x-1)!} \right\} \right] \quad \text{Relation 8}$$

On peut illustrer ([figure 4, page 8](#)) l'utilisation de ces relations en reprenant l'exemple numérique du cahier 99-08 ($\rho = 10$, $p_0 = 20\%$, distribution de probabilité conditionnelle dissymétrique à gauche)

On peut ajouter enfin que la détermination analytique de cette distribution n'a été possible que parce que nous supposons qu'aucune restauration partielle de l'ordonnancement dégradé n'avait été effectuée par un stock de tri intercalé entre le poste α et le poste ω , postérieurement

figure 4 : distribution de probabilités de l'indicateur de performance $u = (120 - z)/120$ pour $\rho = 10$ et $p_0 = 20\%$ et distribution de probabilité dissymétrique à gauche



au poste de contrôle qui envoie des véhicules en retouche. On peut toutefois facilement obtenir la distribution recherchée par simulation (cf. cahier de recherche 1999.05).

3 Détermination du stock de sécurité

Dans l'approvisionnement à flux tendus, les fournisseurs sont avisés, un peu en avance, qu'ils auront à livrer à un moment précis une quantité égale aux besoins à couvrir jusqu'à la livraison suivante, ces besoins étant déterminés par l'ordonnancement prévisionnel. En l'absence de perturbation, il est évident qu'aucun stock de sécurité n'est nécessaire. Dans le cas contraire, un stock de sécurité s'impose, sous peine de désamorçage de la ligne.

Le problème du stock de sécurité semble relever d'une généralisation de la démarche précédente, dans la mesure où l'on s'intéresse à la demande d'une pièce pendant une fenêtre de temps $\{t_1 ; t_2\}$ sur un poste donné. En réalité, les choses ne sont pas si simples pour deux raisons :

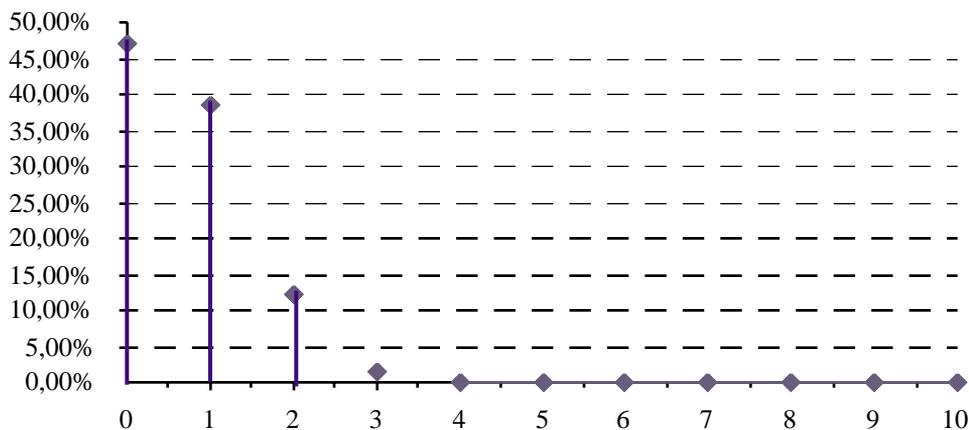
- les véhicules qui rentrent dans la fenêtre de temps (qui sépare deux approvisionnements périodiques) ou en sortent ne sont pas tous consommateurs du composant à gérer (l'approche retenue a banalisé ces véhicules, dans le sens où leur position initiale est une information perdue) ;
- les échanges de véhicules entre la fenêtre de temps $\{t_1 ; t_2\}$ et les fenêtres *antérieures* à t_1 ne sont pas à prendre en compte ; en effet, les livraisons cumulées jusqu'à celle effectuée en t_1 sont censées couvrir les demandes allant jusqu'en t_2 ; dans ces conditions, à supposer que le stock de sécurité se soit avéré suffisant pour éviter tout désamorçage, les véhicules devant consommer le composant considéré avant t_2 et s'étant présenté avant t_2 sont normalement pris en compte par les livraisons effectuées ; *seules les permutations de véhicules autour de cette date t_2 peuvent conduire à un désamorçage à contrer par un dimensionnement approprié du stock de sécurité*¹.

La relation 3 de la page 6 donnant la probabilité que x véhicules devant être traités avant t_2 soient traités postérieurement à cette date fournit les bases d'une solution. Sur les x véhicules qui passent après t_2 , x_1 consomment le composant optionnel tandis que sur les x véhicules qui

1. Une autre façon de présenter les choses consiste à dire qu'au moment où l'on passe la commande, la quantité commandée, augmentée des commandes déjà passées et en attente de livraison et de la partie inutilisée du stock de sécurité (constatée à la passation de commande), doit être suffisante pour couvrir les besoins programmés jusqu'à la commande suivante. En l'absence de nouvelles perturbations avant la livraison de la commande à passer, il y a reconstitution du stock de sécurité (si le nombre maximal de rangs perdus n'excède pas le nombre de cycles séparant une commande de sa livraison).

passent avant t_2 , x_2 consomment ce composant. Si $x_1 > x_2$ aucun problème ne se pose, la consommation effective étant inférieure à la consommation prévisionnelle. Si $x_2 > x_1$ il est nécessaire d'avoir un stock de sécurité de $x_2 - x_1$ pour éviter tout désamorçage. Dans les pires conditions, on aura $x_2 = x$ et $x_1 = 0$, ce qui conduit à dimensionner le stock de sécurité à x qui constitue une borne supérieure. La [figure 5, page 9](#), donne la distribution de probabilité du stock de sécurité maximum pour le second jeu de donnée utilisée dans le cahier [1999.08](#). On voit qu'un stock de sécurité de 3 unités suffit à faire face aux aléas, tant que les perturbations restent de caractéristiques stables. Bien évidemment, les hypothèses que l'on pourra formuler sur le fait que le composant optionnel est consommé de façon régulière ou non joue sur le niveau de compensation entre les consommations du composant par les véhicules qui font l'objet de la permutation étudiée. On notera enfin que le *niveau du stock de sécurité est indépendant du niveau de la demande* est à couvrir par la livraison, contrairement à ce qui se passe dans le cas d'un approvisionnement destiné à couvrir des demandes aléatoires indépendantes. Ce stock de sécurité dépend avant tout de l'importance des perturbations de l'ordonnancement initial qui résultent du niveau de qualité en production et de l'organisation mise en place pour les retouches jugées nécessaires.

Figure 5 : distribution de probabilité du stock de sécurité maximal pour $\rho = 10$ et $p_0 = 20\%$ et distribution de probabilité dissymétrique à droite



4 Bibliographie

- [1] J. Bard, E. Dar-El & A; Shtub, «An analytic framework for sequencing mixed model assembly lines», *International Journal of Production Research*, vol. 30, 1992.
- [2] J. Bautista, R. Companys, A. Corominas, «Heuristics and exact algorithms for solving the Monden Problem», *European Journal of Production Research*, n° 88, p. 101-113, 1996.
- [3] A. Bolat, M. Savsar, M Al-Fawzan, 1994, «Algorithms for real-time scheduling of jobs on mixed model assembly lines», *Computer Operations Research*, vol. 21, n° 5, p. 487-498
- [4] E. Castelain, M. Delaval, H. Ohl, J.-C. Gentina, J.-C. Riat, P.-A. Yvars, «Algorithmes de cadencement réactif des véhicules en entrée de ligne de montage automobile», *Revue d'automatique et de productique appliquées*, vol. 8, n° 5, p. 663-682.
- [5] L. Cheng & F.-Y. Ding, 1996, «Modifying mixed-model assembly line sequencing methods to consider weighted variations for Just-In-Time production systems», *IIE Transactions*, vol. 28, p. 919 à 927.
- [6] R. W. Conway, W. L. Maxwelll & L. W. Miller, 1967, *Theory of scheduling*, Addison-Wesley.

- [7] D. F. **Cooper**, 1976, «Heuristics for scheduling resource-constrained project: an empirical investigation», *Management Science*, vol. 22, n° 11, p. 1186 - 1194.
- [8] Y. **Dallery** & S. B. **Gershwin**, «Manufacturing flow system: a review of models and analytical results», *Queuing Systems*, vol. 12, p. 3 - 94
- [9] F. **Danjou**, V. **Giard**, E. **Le Roy**, «Analyse de la robustesse des ordonnancements/réordonnancements sur ligne de production et d'assemblage dans l'industrie automobile», cahier de recherche du GREGOR, 99-03, IAE de Paris.
- [10] F. **Boctor**, F. **Danjou**, V. **Giard**, « Analyse théorique des décyclages sur ligne de production », cahier de recherche du GREGOR, 99-03, IAE de Paris.
- [11] D. G. **Dannenbring**, 1977, «an evaluation of Flow Shop Sequencing Heuristics», *Management Science*, vol. 23, p. 1174 - 1182.
- [12] E. **Duplaca**, C. K. **Han**, D. **Hur**, 1996, «Mixed-model assembly line sequencing at Hyundai motor company», *Production and inventory management journal*, 3° trimestre 1996, p. 20 à 26.
- [13] T. **Feare**, 1998, «GM runs in top gear with as/rs sequencing», *Modern Material Handling*, Vol. 53, n° 9, p. 50-52.
- [14] A. **Flory** & F. **Laforest**, 1997, *Bases de données relationnelles*, Economica.
- [15] T. D. **Fry**, M. D. **Oloff**, E. D. **Minor** & G. K. **Leong**, 1989, «The effects of product structure and sequencing rule on assembly shop performance», *International Journal of Production Research*, vol. 27, n° 4, p. 671-686.
- [16] V. **Giard**, 1997, *Processus productifs et programmation linéaire*, Economica.
- [17] R. R. **Inman** & R. L. **Bulfin**, 1991, «Sequencing JIT mixed-model assembly lines», *Management Science*, Vol. 37, n°7, p. 901-904.
- [18] S. H. **Joo** & W. E. **Wilhelm**, 1993, «A review of quantitative approaches in just-in-time manufacturing», *Production Planning and Control*, vol. 4, p. 207-222.
- [19] R. **Koether**, 1985, «Improving productivity in Model-Mix Assembly», *Toward the Factory of the Future: Proceedings of the Eighth International Conference of Production Research* (H. Bullinger & H. Warnecke ed.), Springer, p. 761-766, cité par **Rachamadugu & Yano [28]**.
- [20] W. **Kubiak**, 1993, «Minimizing variation of production rates in just-in-time systems: A survey», *European Journal of Operational Research*, vol 66, p. 259-271.
- [21] W. **Kubiak** & S. **Sethi**, 1991, «A note on “Level Schedules for mixed-models assembly lines in just-in-time production system”», *Management Science*, vol. 37, p. 121-122.
- [22] I. S. **Kurtulus** & E. W. **Davis**, 1982, Multiproject scheduling; categorization of heuristic rule performance», *Management Science*, vol. 28, n° 2, p. 161-172.
- [23] J. **Miltenburg**, 1989, «Level Schedules for mixed-models assembly lines in just-in-time production system», *Management Science*, vol. 35, p. 192-207.
- [24] J. **Miltenburg** & G **Sinnamon**, 1989, «Scheduling mixed-model multi-level just-in-time production system», *International Journal of Production Research*, vol. 27, n° 9, p. 1487-1509.
- [25] Y. **Monden**, 1998, *Toyota Production System - an Integrated Approach to Just-In-Time*, 3° ed. (1° édition en 1983), Engineering & Management Press, Norcross, Georgia, USA.
- [26] S. Y. **Nof**, W. E. **Wilhelm** & Hans-Jürgen **Warnecke**, 1997, *Industrial assembly*, Chapman & Hall.

- [27] **S. S. Panwalker & W. Iskander**, 1977, «A survey of scheduling rules», *Operations Research*, vol. 25, p. 45-61.
- [28] **R. M. Rachamadugu & C.A. Yano**, 1994, «Analytical tools for assembly line design and sequencing», *IIE Transaction*, Vol. 26, n° 2, mars 1994, p. 2-10.
- [29] **N.T. Thomopoulos**, 1967, «Line balancing - sequencing for mixed model assembly», *Management Science*, vol. 14, n° B, p. 59-75.
- [30] **N.T. Thomopoulos**, 1970, «Mixed-model balancing with smoothed station assignments», *Management Science*, vol. 19, n° 9, p. 593-603.
- [31] **G. Ülüşoy & L. Özdamar**, «Heuristic performance and network/resource-constrained project scheduling», *Journal of Operational Research Society*, vol. 20, n° 12, pp. 1145-1152.
- [32] **C. A. Yano & A. Bolat**, 1989, «Survey, development and application of algorithms for sequencing paced assembly lines», *J Mfg Oper. Mgmt*, vol 3, p. 172-198.
- [33] **C. A. Yano & A. Bolat**, 1992, «Scheduling algorithms to minimize utility work at a single station on a paced assembly line», *Production Planning And Control*, vol 3, p. 393-405.

1999.14

**Indicateur de performance et stocks de sécurité de
composants optionnels, sur ligne de production
perturbée**

François Danjou*, Vincent Giard**

* Chercheur doctorant à l'IAE de Paris, ** Professeur à l'IAE de Paris

Les papiers de recherche du GREGOR sont accessibles
sur INTERNET à l'adresse suivante :

<http://panoramix.univ-paris1.fr/GREGOR/>

Secrétariat du GREGOR : Claudine DUCOURTIEUX (Ducourtieux.IAE@univ-paris1.fr)