

# MODÉLISATION DES PROBLÈMES DE L'ALLOCATION DES PLANCHES ET DES POSTES A QUAI

HAMZA BOUZEKRI<sup>1,2</sup>, GÜLGÜN ALPAN<sup>1,2</sup>, VINCENT GIARD<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup> EMINES - SCHOOL OF INDUSTRIAL MANAGEMENT, UNIVERSITÉ MOHAMMED VI POLYTECHNIQUE  
43150 Ben Guerir, Maroc  
{hamza.bouzekri, gulgun.alpan, vincent.giard}@emines.um6p.ma

<sup>2</sup> UNIV. GRENOBLE ALPES, GRENOBLE INP, CNRS, G-SCOP  
38031 Grenoble, France  
{hamza.bouzekri, gulgun.alpan}@grenoble-inp.fr

<sup>3</sup> UNIVERSITÉ PARIS-DAUPHINE, PSL RESEARCH UNIVERSITY  
75016 Paris, France  
vincent.giard@dauphine.psl.eu

---

**Résumé** – L'allocation des bonnes planches aux navires et l'exploitation optimale des quais jouent un rôle important dans l'amélioration de l'efficacité des terminaux portuaires, car elles permettent de réduire le temps de séjour des navires dans les ports et d'éviter le paiement de pénalités contractuelles aux armateurs dû au dépassement du *laytime* (temps de traitement contractuel). Dans cet article, le problème de l'allocation des postes à quai a été modélisé dans le but de réduire les départs tardifs des navires en maximisant la différence entre les *despatch money* (primes de célérité) et les *surestaries* (pénalités de retard). Une seule variable binaire a été utilisée pour déterminer les allocations spatio-temporelles des navires et les contraintes spatio-temporelles ont été traitées par une contrainte disjonctive. Suite à la résolution de ce problème, des planches sont attribuées aux nouveaux navires à affréter. L'approche est illustrée par un exemple numérique.

**Abstract** - The allocation of the good laycans to vessels and the optimal exploitation of quays play an important role in the improvement of the effectiveness of port terminals as they reduce the stay time of vessels in ports and avoid the payment of contractual penalties to shipowners due to the overrun of the laytime. In this paper, the Berth Allocation Problem is modeled in order to reduce the late departures of vessels by maximizing the difference between the despatch money and the demurrage. Only one binary variable is used to determine the spatiotemporal allocations of vessels, and the spatiotemporal constraints are covered by a disjunctive constraint. After the resolution of this problem, laycans are allocated to new chartered vessels. The approach is illustrated by a numerical example.

**Mots clés** - Gestion portuaire - Allocation des postes à quai - Allocation des planches - Programmation linéaire zéro-un - Contraintes disjonctives spatio-temporelles.

**Keywords** - Port management - Berth allocation - Laycan allocation - Zero-one linear programming - Spatiotemporal disjunctive constraints.

---

## 1. INTRODUCTION

La gestion portuaire conditionne fortement la performance des chaînes logistiques intégrées faisant appel au transport maritime pour distribuer des produits sur un marché mondial ; c'est le cas du Groupe OCP, leader mondial sur le marché de phosphates et de ses dérivés. La performance de la gestion portuaire est liée à la fois aux clauses contractuelles, dont le non-respect implique des pénalités financières, et à l'utilisation optimale de son potentiel productif (quais, équipements de manutention, personnel...). Ces deux aspects sont liés : le premier découle de la négociation des planches, dont le résultat devient une contrainte pour le second. Pour mieux comprendre l'articulation des décisions portuaires, il convient de préciser quelques éléments de terminologie et de mettre en évidence à la fois une certaine hiérarchie décisionnelle et la rétroaction des conséquences d'une décision sur les

paramètres utilisés par la décision de niveau hiérarchique supérieure. Nous avons jugé préférable dans cet article de retenir le vocabulaire utilisé dans le commerce maritime international de préférence à sa traduction française, à l'exception du premier d'entre eux utilisé dans le titre de cet article.

- **La planche** (*laycan*), encore désignée dans les contrats maritimes sous le terme de « Jours de planche/Date de résiliation » (*Laydays/Canceling*) est une plage de temps datée pendant laquelle, l'armateur (le fréteur qui équipe le navire) est tenu de mettre un navire à la disposition de l'affréteur (qui loue le navire pour acheminer ses marchandises) dans le port indiqué. Ce dernier doit être capable de commencer le chargement durant cette plage de temps. Il n'est pas tenu d'accepter le navire et de commencer la charte-partie (opérations de chargement) avant la date marquant le début de la planche, et est en droit de le refuser s'il se présente après la date de résiliation marquant la fin de cette période.

- **Le temps de planche** (*laytime*) est le temps alloué à l'affréteur dans une charte-partie pour charger/décharger sa cargaison sans qu'il ait à payer au fréteur d'autres sommes que celle convenue pour l'affrètement du navire. La somme convenue se nomme « staries ». Quand le temps de chargement/déchargement dépasse le temps de planche prévu dans le contrat de voyage, l'affréteur doit payer une pénalité financière nommée « surestaries » (*demurrage*) au fréteur. Les surestaries ne sont applicables que lorsque le navire du client arrive au port dans sa planche. La mécanique de surestaries est définie préalablement entre le fréteur et l'affréteur selon deux paramètres : le débit moyen contractuel de chargement/déchargement et le taux de surestarie en cas de non-respect de ce débit. Ainsi la durée contractuelle de chargement/déchargement est égale au volume à traiter divisé par le débit contractuel. Toute fin de traitement postérieure à la date cible générera une pénalité pour l'affréteur égale à la durée de dépassement multipliée par le taux de surestarie journalier. A contrario, toute fin de traitement antérieure à cette date cible générera une prime de célérité (*dispatch money, despatch money* ou simplement *despatch*) pour l'affréteur égale à la durée d'anticipation multipliée par le même taux de surestarie journalier ou un taux différent selon la charte-partie (le plus souvent, c'est la moitié du taux de surestarie qui est choisie : *Despatch half Demurrage*). Dans certains cas, la charte-partie ne contient pas la clause de paiement du *despatch money*. Ces éléments contractuels sont représentés à la Figure 1.

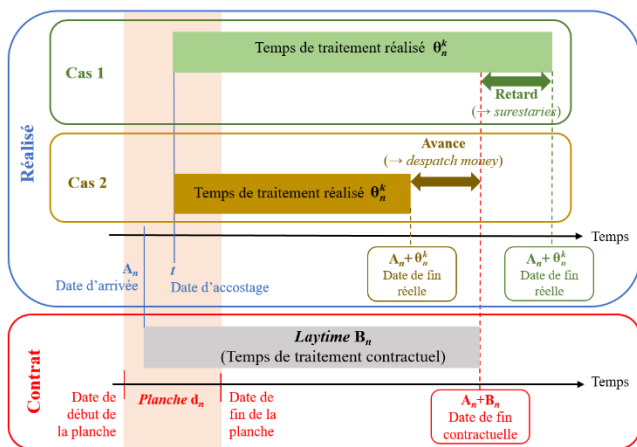


Figure 1. Comparaison entre les paramètres contractuels et les paramètres réels d'un navire  $n$

La gestion du port au niveau des quais se structure en quatre classes de problèmes à la fois hiérarchiques et interdépendants :

- **Le problème de l'allocation des planches** (LAP : Laycan Allocation Problem) génère une affectation de plages de temps aux navires durant lesquelles leur accostage est possible sur un horizon de planification à moyen terme de quelques semaines, en prenant en considération des contraintes commerciales, logistiques et de production à savoir les prévisions de ventes, les ventes confirmées, le planning de production, les dates de commandes et la disponibilité des quais, d'où son interaction avec le problème de l'allocation des postes à quai et le besoin de l'intégration de ces deux problèmes.

- **Le problème de l'allocation des postes à quai** (BAP : Berth Allocation Problem) génère un programme d'accostage (Gantt d'ordonnancement) qui détermine où et quand un navire doit accoster tout au long du quai sur un horizon de planification à

court terme de quelques jours (Figure 2). Ce programme doit optimiser le séjour des navires en rade et à quai en prenant en compte la disponibilité datée des quais, leurs caractéristiques (équipements, profondeur...) et celles des navires (taille, tirant d'eau, contraintes techniques...).

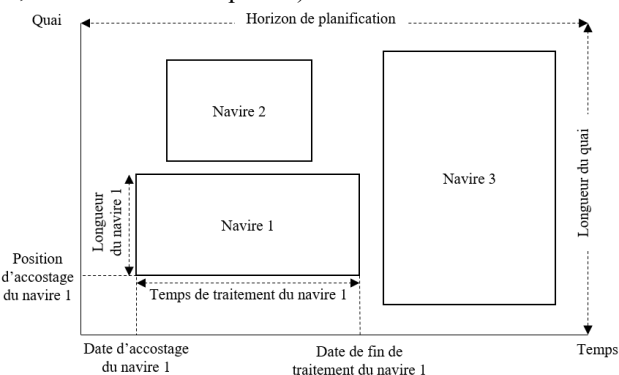


Figure 2. Gantt d'ordonnancement des navires sur le quai

- **Le problème de l'allocation des portiques de quai** (QCAP : Quay Crane Assignment Problem) détermine combien et quels portiques de quai vont servir chaque navire.

- **Le problème de l'ordonnancement des portiques de quai** (QCSP : Quay Crane Scheduling Problem) détermine la séquence d'opérations qui permettra de minimiser le temps à quai des navires.

La Figure 3 de la page suivante illustre la hiérarchie de ces quatre problèmes portuaires dans un sens descendant, ainsi que la rétroaction qui existe entre eux, dans un sens ascendant.

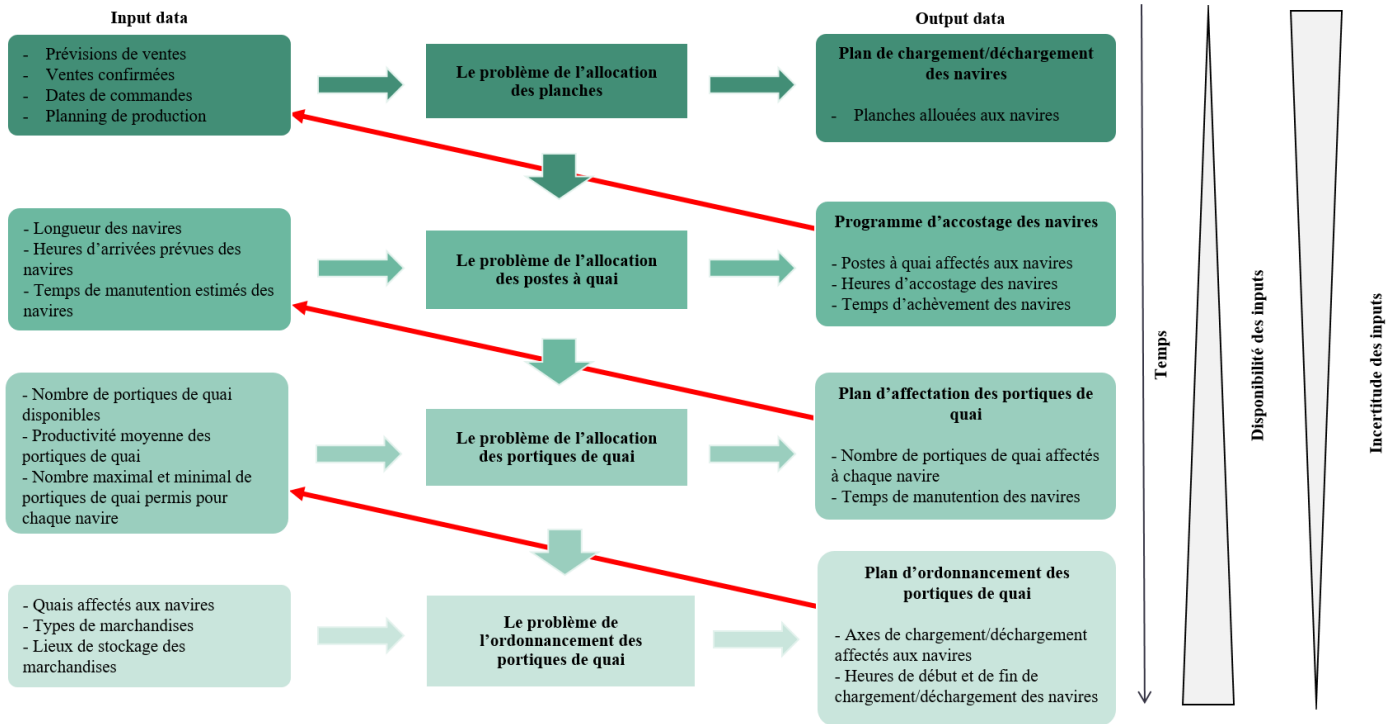
Dans cet article, nous nous concentrons sur les deux premiers problèmes : le LAP et le BAP. Nous commencerons par traiter le second problème, parce que le problème de l'allocation des planches ne se pose jamais à partir d'un port vide ou sans engagements déjà pris pour des navires. Le premier problème devient alors une extension du second problème. La deuxième section est dédiée à la revue de littérature. La troisième section décrit le modèle du BAP. La quatrième section concerne le modèle du LAP. La cinquième section présente l'exemple d'application des deux modèles.

## 2. REVUE DE LITTÉRATURE

Le BAP a été largement traité par la communauté scientifique, mais les ports dédiés aux marchandises en vrac ont reçu moins d'attention dans la littérature de la recherche opérationnelle que les ports dédiés aux marchandises en conteneur. Selon [Bierwirth et Meisel, 2010, 2015], la formulation du BAP dans les terminaux à conteneurs (applicable aussi dans les terminaux à vracs) peut être classée selon quatre attributs : l'attribut spatial, l'attribut temporel, l'attribut temps de traitement et enfin l'attribut mesure de performance.

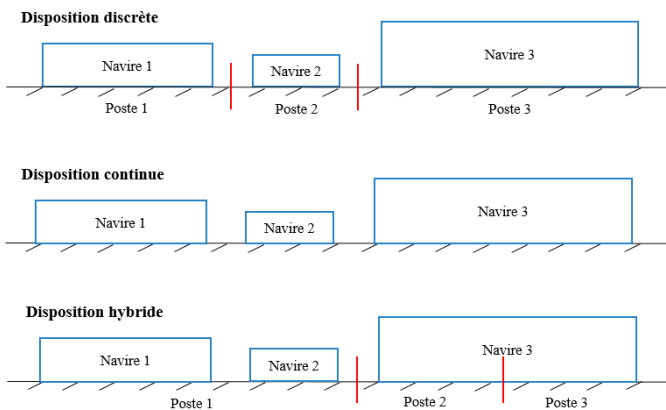
**L'attribut spatial** décrit la disposition (Figure 4) et la profondeur des quais, ainsi que les conditions d'accostage des navires sur les quais :

- **Disposition discrète** : le quai est partitionné en un nombre déterminé de postes avec une dimension fixe par poste et chaque poste peut être occupé par un navire au plus. Puisque les navires ont des dimensions différentes, l'espace du quai ne peut pas être optimisé, mais cette disposition est la plus pratiquée puisqu'elle est facile à planifier [Buhrkal et al., 2011] ;



**Figure 3. Représentation des interactions entre les problèmes de l'allocation des planches, des postes à quai et des portiques de quai et de l'ordonnement des portiques de quai**

- Disposition continue : le quai est non partitionné, du coup, la notion de poste est absente et les navires peuvent se positionner arbitrairement n'importe où sur le quai. Cette disposition est plus compliquée à modéliser mais permet une meilleure exploitation du quai [Frojan et al., 2015] ;
- Disposition hybride : le quai est subdivisé en postes comme dans la disposition discrète, sauf que les grands navires peuvent se positionner sur deux ou trois postes et les petits navires peuvent partager un seul poste [Aljasmî et al., 2016]. Une forme particulière de la disposition hybride est quand le navire peut être traité par deux quais opposés en même temps.



**Figure 4. Différentes dispositions de quais**

L'attribut spatial peut être élargi avec la condition des tirants d'eau qui stipule que la partie allouée au navire devrait avoir une profondeur supérieure au tirant d'eau du navire.

**L'attribut temporel** décrit le processus d'arrivée des navires :

- Arrivées statiques : on suppose que tous les navires sont arrivés au port et attendent d'être servis [Song et al., 2012] ;
- Arrivées dynamiques : les navires arrivent individuellement avec des dates d'arrivée fixes [Simrin et Diabat, 2015] ;

- Arrivées cycliques : les navires arrivent à plusieurs reprises au port à des intervalles de temps réguliers [Hendriks et al., 2012] ;
- Arrivées stochastiques : les dates d'arrivée sont définies par des distributions aléatoires discrètes ou continues [Schepler et al., 2018].

L'attribut temporel peut être élargi avec la condition de la date d'échéance, si le navire a une date de départ au plus tard ou un temps d'attente en rade maximal [Raa et al., 2011].

**L'attribut temps de traitement** décrit comment les temps de traitement des navires sont donnés comme input du problème. Ces temps de traitement peuvent :

- être fixes : on suppose que les temps de traitement sont connus et inchangeables [Guan et al., 2002] ;
- être stochastiques : comme pour les arrivées stochastiques des navires, les temps de traitement sont définis par des distributions aléatoires discrètes ou continues [Karafa et al., 2013] ;
- varier selon la position d'accostage : les temps de traitement dépendent des positions d'accostage allouées aux navires [Lin et Ting, 2014] ;
- varier selon l'allocation des portiques de quai (QCAP) : les temps de traitement sont déterminés par l'ajout des décisions de l'allocation des portiques de quais dans le BAP [Giallombardo et al., 2010] ;
- varier selon l'ordonnement des portiques de quai (QCSP) : les temps de traitement sont déterminés par l'intégration des décisions de l'ordonnement des portiques de quai dans le BAP [Rodriguez-Molins et al., 2012].

L'attribut temps de traitement peut être élargi avec la variation des temps de traitement selon les opérations terrestres [Carlo et al., 2015] comme le transfert des conteneurs par les véhicules internes vers les zones de stockage [Hendriks et al., 2012] et l'allocation et l'ordonnement des portiques de parc (YCAP : Yard Crane Assignment Problem et YCSP : Yard Crane Scheduling Problem).

**L'attribut mesure de performance** décrit la fonction-objectif du BAP. La plupart des modèles visent la minimisation du temps de séjour des navires dans le port. La fonction-objectif peut être :

- minimiser le temps en rade des navires ;
- minimiser la durée de traitement des navires ;
- minimiser le temps de séjour des navires ;
- minimiser le départ tardif des navires ;
- réduire les coûts opératoires du port en optimisant l'utilisation des ressources comme l'espace du quai, les portiques de quai, les ressources humaines, les véhicules... (Si les arrivées des navires sont considérées comme flexibles, une accélération du début de traitement des navires sera possible, mais des coûts d'accélération seront ajoutés au coût total [Meisel et Bierwirth, 2013].) ;
- entasser les navires vers le « côté terre » des quais pour réduire le temps de transport des marchandises vers les lieux de stockage ;
- Autres.

À titre d'exemples, [Lee et al., 2006] ont modélisé le BAP pour des quais de disposition discrète avec des arrivées statiques pour les navires et des temps de traitement qui varient selon la position d'accostage allouée et l'ordonnement des portiques de quai. La fonction-objectif retenue est la minimisation de la somme des temps d'attente et de traitement des navires. [Lee et al., 2010] ont choisi de modéliser le BAP pour des quais de disposition continue avec des arrivées dynamiques pour les navires et des temps de traitement qui varient selon l'allocation des portiques de quai. Leur fonction-objectif minimise la somme des temps de séjour pondérés des navires. [Robenek et al., 2014] ont pris en considération la condition des tirants d'eau dans des quais de disposition hybride avec des arrivées dynamiques pour les navires et des temps de traitement qui varient selon la position d'accostage allouée. Leur fonction-objectif minimise la somme des temps d'attente et de traitement des navires.

On pourrait ajouter à ces quatre attributs, un cinquième attribut qui est la modélisation mathématique du BAP à savoir le type de contraintes utilisé pour la modélisation des contraintes spatiales et temporelles du BAP ainsi que le nombre et le type de variables utilisés (variables discrètes, continues, binaires ou un mélange de ces variables).

Enfin, [Zoubeir, 2014] a proposé un système d'aide à la décision pour l'allocation des postes à quai dans un terminal à conteneurs et [Ursavas, 2014] a proposé un système d'aide à la décision qui détermine simultanément les allocations des postes à quai et des portiques de quai dans un terminal à conteneurs. Dans les terminaux à vracs, [Pratap et al., 2015, 2017] ont proposé un système d'aide à la décision pour l'allocation discrète et robuste des postes à quai aux navires puis un autre système d'aide à la décision qui intègre les problèmes de l'allocation des postes à quai et des portiques de quai.

En ce qui concerne l'allocation des planches aux navires, [Lorenzoni et al., 2006] ont proposé un outil qui permet une planification temporelle efficiente des ressources portuaires pour le traitement des navires en se basant sur une proposition de planches. [Alizadeh et al., 2011] ont cherché les déterminants microéconomiques des planches et des tarifs de transport des navires sur le marché des pétroliers. Enfin, [Fagerholt et Lindstad, 2007] ont développé un système interactif d'aide à la décision basé sur l'optimisation pour le problème de routage et d'ordonnement des navires en intégrant la contrainte des planches dans les exigences du système.

Au meilleur de notre connaissance, dans les études précédentes, les problèmes de l'allocation des postes à quai et des planches sont résolus séparément. Ici, nous étendons le modèle du BAP pour décider à la fois de l'allocation des postes à quai et des planches pour les nouveaux navires à affréter.

### 3. MODELISATION DU PROBLEME DE L'ALLOCATION DES POSTES A QUAÏ

#### 3.1. Attributs du modèle

Nous allons spécifier notre modèle au travers des quatre attributs présentés dans la section 2.

- **Attribut spatial** : Quai continu (divisé en cantons de faible longueur) avec la prise en compte des tirants d'eau des navires (un quai peut avoir la même profondeur pour tous ses cantons ou bien une profondeur croissante à partir de son « côté terre » ; dans la Figure 5, la profondeur est d'autant plus élevée que la couleur bleue est foncée) et la possibilité d'interdire l'accostage d'un navire sur un ou plusieurs quais ou bien l'obliger à accoster sur un quai spécifique.

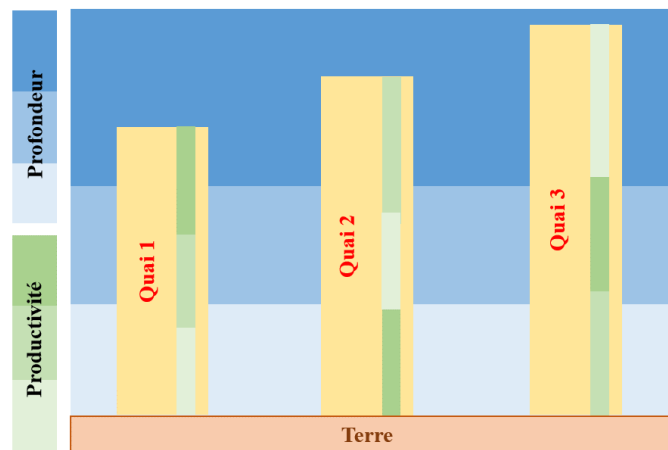


Figure 5. Modélisation retenue des quais

- **Attribut temporel** : Temps d'arrivées dynamiques pour les navires avec la définition d'un temps d'attente maximal en rade pour chaque navire (date d'accostage au plus tard du navire après son arrivée au port).

- **Attribut temps de traitement** : Temps de traitement des navires varient selon leurs positions d'accostage. Cette variation peut être liée aux équipements accessibles à partir des cantons occupés (portiques de quai, convoyeurs pour le vrac, véhicules internes pour les conteneurs...). Si un quai peut être divisé en plusieurs zones comportant des équipements de productivités différentes (dans la Figure 5, la productivité est d'autant plus élevée que la couleur verte est foncée), on ajoute la condition simplificatrice qu'un navire doive accoster devant des cantons de même performance. Dans ce cas, la disposition du quai devient presque hybride dans le sens où plusieurs navires peuvent partager une même zone de quai, mais un navire ne peut pas être à cheval sur deux zones différentes. Cette hypothèse simplificatrice peut être levée par la suite.

On pourrait aussi supposer que le *laytime* d'un navire correspond à son plus grand temps de traitement dans le port. En ce qui concerne les navires qui sont en cours de traitement, ils ont déjà des cantons alloués et un temps de traitement résiduel.

- **Attribut mesure de performance** : la fonction-objectif est composée d'une partie économique qui maximise la différence entre les *despatch money* et les surestaries pour réduire les départs tardifs des navires et une partie d'orientation spatiale qui favorise l'accostage des navires vers le « côté terre » des quais sans impacter la valeur optimale de la partie économique.

Cette modélisation propose donc une allocation optimale des postes à quai aux navires affrétés et permettrait par la suite de proposer des planches aux nouveaux navires à affréter.

### 3.2. Description du modèle

**Tableau 1. Ensemble des notations utilisées dans le modèle**

Indices	
$n$	Indice des navires
$t$	Indice des périodes de temps
$q$	Indice des quais
$m_q$	Indice des cantons du quai $q$
Paramètres	
$N_1$	Nombre de navires en cours de traitement
$N_2$	Nombre de navires affrétés
$T$	Nombre de périodes de temps
$Q$	Nombre de quais
$M_q$	Nombre de cantons du quai $q$
$J_q^{m_q}$	Classe de profondeur du canton $m_q$
$L_q^{m_q}$	Classe de performance du canton $m_q$
$A_n$	Date d'arrivée du navire $n$
$a_n$	Temps d'attente maximal en rade du navire $n$
$\lambda_n$	Longueur du navire $n$
$I_n$	Classe de tirant d'eau du navire $n$
$\theta_n^k$	Durée de traitement du navire $n$
$B_n$	Laytime du navire $n$
$\alpha_{1n}$	Taux de de surestaries journalier du navire $n$
$\alpha_{2n}$	Taux de <i>despatch money</i> journalier du navire $n$
$F_{qn}$	1 si $n$ peut accoster sur le quai $q$ , 0 sinon
Ensembles	
$\mathcal{N}_1$	Ensemble des navires en cours de traitement $\mathcal{N}_1 = \{1, \dots, N_1\}$
$\mathcal{N}_2$	Ensemble des navires affrétés $\mathcal{N}_2 = \{N_1 + 1, \dots, N\}$
$\mathcal{N}$	Ensemble des navires en cours de traitement et affrétés : $\mathcal{N} = \{1, \dots, N\}$ avec $N = N_1 + N_2$
$\mathcal{T}$	Ensemble des périodes de temps $\mathcal{T} = \{1, \dots, T\}$
$\mathcal{Q}$	Ensemble des quais $\mathcal{Q} = \{1, \dots, Q\}$
$\mathcal{M}_q$	Ensemble des cantons du quai $q$ $\mathcal{M}_q = \{1, \dots, M_q\}$
Variables	
$x_{ntq}^{m_q}$	1 si le navire $n$ accoste au début de la période $t$ et sa proue occupe le canton $m_q$ , 0 sinon
$u_n$	Retard du navire $n$
$v_n$	Avance du navire $n$

Le port comporte  $Q$  quais ( $q=1, \dots, Q$ ) ; dans chaque quai, on utilise un repérage spatial de type cantons ; ceux-ci ont une même longueur (par exemple 10 mètres), suffisamment courte pour que l'on puisse considérer que le repérage spatial est proche d'un repérage en continu. Le quai  $q$  est d'une longueur de  $M_q$  cantons ( $m_q = 1, \dots, M_q$ ) ; par convention, le premier canton est celui qui se trouve le plus proche du « côté terre » du quai. Chaque navire est caractérisé par un tirant d'eau maximal qui implique qu'il utilise un emplacement d'une profondeur suffisante. Dans le modèle, on définit  $H$  classes de tirant d'eau pour les navires et de profondeur pour les cantons ( $h=1, \dots, H$ ) ; conventionnellement, la profondeur du canton et le tirant d'eau du navire croissent avec l'indice  $h$ . La profondeur du canton  $m_q$  du quai  $q$  est  $J_q^{m_q}$ . Par ailleurs, la position d'accostage du navire conditionne la productivité des opérations portuaires et donc le temps de traitement de la cargaison d'un navire. Le modèle retient  $K$  classes de performance ( $k=1, \dots, K$ ) ; conventionnellement, la productivité des équipements accessibles à chaque canton croît avec l'indice  $k$ . La classe de performance du canton  $m_q$  est  $L_q^{m_q}$ .

On s'intéresse ici à  $N_1$  navires en cours de traitement ( $n=1, \dots, N_1$ ) et  $N_2$  navires affrétés ( $n=N_1+1, \dots, N$ ), avec  $N=N_1+N_2$ , qui sont attendus à une date  $A_n$ , définie à partir d'un découpage temporel de  $T$  périodes ( $t=1, \dots, T$ ), le découpage étant, par exemple, journalier. Chacun de ces navires affrétés a un temps d'attente maximal en rade  $a_n$ .

La possibilité d'accostage du navire  $n$  sur le quai  $q$  (liée à des contraintes techniques, principalement) est définie par le paramètre booléen  $F_{qn}$  (1 si  $n$  peut accoster sur le quai  $q$  et 0 sinon). Chaque navire  $n$  est caractérisé par sa longueur  $\lambda_n$  (exprimée en nombre de cantons). Si la proue du navire  $n$  accoste sur le canton  $m_q$  du quai  $q$ , ce navire se trouve devant les cantons  $m_q$  à  $m_q + \lambda_n - 1$ . Comme indiqué précédemment, on suppose que tous ces cantons ont la même classe de performance ( $L_q^{m_q} = L_q^{m_q + \lambda_n - 1}$ ). On note  $I_n$  la classe de de tirant d'eau maximal de ce navire  $n$  pendant son séjour dans le port. La durée de traitement  $\theta_n^k$  du navire  $n$  varie selon la classe de performance  $k$  des équipements mobilisés ; celle-ci dépend de la position d'accostage  $m_q$  de la proue du navire dont la classe de performance est  $L_q^{m_q}$  ( $\rightarrow \theta_n^{m_q}$ ). Enfin, le contrat passé entre l'affréteur et le fréteur stipule un *laytime*  $B_n$  du navire  $n$  affrété avec  $B_n = \max_k(\theta_n^k)$  et un taux de surestaries  $\alpha_{1n}$ . Le même taux est utilisé pour le calcul du *despatch money* ( $\alpha_{1n} = \alpha_{2n}$ ).

Le navire  $n$  arrivant à la date  $A_n$  peut attendre en rade, avant d'accoster et d'être pris en charge à une date  $t$  qui est à déterminer en même temps que sa localisation dans le port. Pour y répondre, on utilise la variable de décision binaire  $x_{ntq}^{m_q}$  valant 1 si le navire  $n$  accoste au début de la période  $t$  en occupant les cantons du quai  $q$  allant de  $m_q$  jusqu'à  $m_q + \lambda_n - 1$  où  $m_q$  est le canton occupé par sa proue.

L'existence de cette variable est conditionnée par cinq conditions :

- Le navire  $n$  doit pouvoir accoster sur le quai  $q$  :  $F_{qn} = 1$ .
  - Le navire  $n$  doit accoster après sa date d'arrivée  $A_n$  sans dépasser son temps d'attente maximal en rade  $a_n$  :  $A_n \leq t \leq A_n + a_n$ .
  - La longueur du navire  $n$  ne doit pas dépasser les bornes du quai  $q$  :  $m_q \leq M_q - \lambda_n + 1$ .
  - Le tirant d'eau  $I_n$  du navire  $n$  doit être inférieur ou égal à la profondeur  $J_q^{m_q}$  du canton  $m_q$  d'accostage de sa proue :  $I_n \leq J_q^{m_q}$ .
- Si le premier canton respecte cette contrainte, implicitement les autres cantons occupés le respecteront car la profondeur des cantons est croissante à partir du « côté terre » des quais.
- Les classes de performance de tous les cantons occupés par le navire  $n$  doivent être égales (la classe de performance de la proue du navire doit être égale à celle de sa poupe) :  $L_q^{m_q} = L_q^{m_q + \lambda_n - 1}$ .

La condition logique d'existence de la variable de décision  $x_{ntq}^{m_q}$  est alors la suivante :

$$F_{qn} = 1 \wedge A_n \leq t \leq A_n + a_n \wedge m_q \leq M_q - \lambda_n + 1 \wedge I_n \leq J_q^{m_q} \wedge L_q^{m_q} = L_q^{m_q + \lambda_n - 1}.$$

En conditionnant l'existence des variables de décision au quintuple respect du quai d'accostage, de la fenêtre de temps, de la longueur et du tirant d'eau du navire et de la performance des cantons, il est inutile d'introduire dans le modèle des relations de prise en compte de ces cinq types de contraintes, ce qui améliore notablement la performance numérique.

Si le navire  $n$  accoste sur le quai  $q$ , il ne peut être assigné qu'à une seule période de début de traitement  $t$  et un seul canton  $m_q$  de positionnement de sa proue (1).

Les navires qui sont déjà en cours de traitement ( $\forall n \in \mathcal{N}_1$ ) auront un  $\theta_n^k$  correspondant au temps de traitement résiduel avec  $t = 1$  et  $q$  et  $m_q$  fixes.

Le positionnement unique dans le temps et dans l'espace du navire ne suffit pas dans la définition du problème. Il faut en outre empêcher qu'un même canton puisse être occupé par plus d'un navire pendant la même période. Si le navire  $n$  accoste sa proue sur le canton  $m_q$  du quai  $q$ , de performance  $k = L_q^{m_q}$ , au début de la période  $t$ , c'est-à-dire si  $x_{ntq}^{m_q} = 1$ , ce navire occupera pendant les périodes  $t' = t$  à  $t' = t + \theta_n^{m_q} - 1$ , les cantons allant de  $m'_q = m_q$  à  $m'_q = m_q + \lambda_n - 1$ . Par conséquent, la contrainte disjonctive spatio-temporelle (2) stipule qu'un canton  $m_q$  ne peut pas être occupé par plus d'un navire au même instant  $t$  pour éviter le chevauchement spatio-temporel des rectangles, représentant les

navires, qui sont situés entre  $m'_q = m_q - \lambda_n + 1$  et  $m'_q = m_q$  sur la dimension spatiale et entre  $t' = t - \theta_n^{L_q^{m_q}} + 1$  et  $t' = t$  sur la dimension temporelle.

La différence entre la fin de traitement prévue du navire  $n$  spécifiée dans le contrat et celle proposée par le modèle est la suivante :  $A_n + B_n - t - \theta_n^k$ . Si cette différence est inférieure à zéro, on aura un dépassement du *laytime*, par conséquent l'affréteur devra payer au fréteur une surestarie égale à  $-\alpha_{1n} \cdot (A_n + B_n - t - \theta_n^k)$ . Sinon, si la différence est supérieure à zéro, c'est le fréteur qui remboursera l'affréteur un *despatch money* de  $\alpha_{1n} \cdot (A_n + B_n - t - \theta_n^k)$ . En effet, l'affréteur pourrait avoir un *despatch money* s'il arrive à accoster le navire le plutôt possible et sur des cantons à forte performance pour avoir une durée de traitement inférieure à la durée contractuelle.

La fonction-objectif du modèle du BAP est formulée dans la relation (3). Le rôle de  $\alpha_{1n} \cdot (A_n + B_n - t - \theta_n^{L_q^{m_q}})$  est de favoriser les *despatch money* au lieu des surestarie et de  $1/m_q$  est de favoriser l'accostage des navires vers le « côté terre » des quais, pour sélectionner l'une des solutions ayant la performance économique optimale.

Pour terminer, si le *despatch money* n'est pas calculé sur la même base de taux journalier que la surestarie ( $\alpha_{1n} \neq \alpha_{2n}$ ), il faut introduire deux nouvelles variables :  $u_n$ , éventuellement nulle, correspondant au retard de fin de traitement prévisionnelle du navire  $n$  par rapport à sa date de fin au plus tard conventionnelle ( $A_n + B_n$ ) et  $v_n$ , éventuellement nulle aussi, correspondant à l'avance de fin de traitement effective de ce navire par rapport à sa date de fin au plus tard conventionnelle.

Pour définir ces deux variables, il est plus facile d'utiliser la variable intermédiaire  $\tau_n$  correspondant à la date de fin de traitement du navire  $n$  proposée par le modèle :  $\tau_n =$

$$\sum_{t|A_n \leq t \leq A_n + a_n} \sum_{q|F_{qn}=1} \sum_{m_q|m_q \leq M_q - \lambda_n + 1 \wedge I_n \leq J_q^{m_q} \wedge L_q^{m_q} = L_q^{m_q + \lambda_n - 1}} x_{ntq}^{m_q} \cdot (t + \theta_n^{L_q^{m_q}} - 1)$$

La définition de ces variables  $u_n$  et  $v_n$  passe par les triples contraintes (4), (5) et (6) :

$$u_n \geq \tau_n - (A_n + B_n - 1) \quad (4)$$

$$u_n \geq 0 \quad (5)$$

$$v_n \geq (A_n + B_n - 1) - \tau_n \quad (6)$$

$$v_n \geq 0 \quad (7)$$

$$u_n - v_n = \tau_n - (A_n + B_n - 1) \quad (8)$$

$$\sum_{t|A_n \leq t \leq A_n + a_n} \sum_{q|F_{qn}=1} \sum_{m_q|m_q \leq M_q - \lambda_n + 1 \wedge I_n \leq J_q^{m_q} \wedge L_q^{m_q} = L_q^{m_q + \lambda_n - 1}} x_{ntq}^{m_q} = 1, \forall n \in \mathcal{N} \quad (1)$$

$$\sum_{n \in \mathcal{N}} \sum_{q|F_{qn}=1} \sum_{m'_q = m_q} \sum_{m'_q = m_q - \lambda_n + 1} \sum_{m'_q \geq 1 \wedge I_n \leq J_q^{m'_q} \wedge L_q^{m'_q} = L_q^{m'_q + \lambda_n - 1}} \sum_{t'=t|t' \leq A_n + a_n} \sum_{t'=t - \theta_n^{L_q^{m'_q}} + 1|t' \geq A_n} x_{nt'q}^{m'_q} \leq 1, \forall t \in \mathcal{T}, \forall q \in \mathcal{Q}, \forall m_q \in \mathcal{M}_q \quad (2)$$

$$\text{Max} \left\{ \sum_{n \in \mathcal{N}_2} \sum_{t|A_n \leq t \leq A_n + a_n} \sum_{q|F_{qn}=1} \sum_{m_q|m_q \leq M_q - \lambda_n + 1 \wedge I_n \leq J_q^{m_q} \wedge L_q^{m_q} = L_q^{m_q + \lambda_n - 1}} x_{ntq}^{m_q} \cdot \left[ \alpha_{1n} \cdot (A_n + B_n - t - \theta_n^{L_q^{m_q}}) + 1/m_q \right] \right\} \quad (3)$$

Dans ce contexte, la fonction-objectif, utilisant maintenant le taux de surestaries journalier  $\alpha_{1n}$  et le taux de *despatch money* journalier  $\alpha_{2n}$  est formulée dans la relation (7).

**Tableau 2. Caractéristiques des cantons des quais**

Classe	Profondeur $J_q^{m_q}$			Performance $L_q^{m_q}$		
	1	2	3	1	2	3
Plage de cantons du quai $q=1$	1 - 10	11 - 25	26 - 40	1 - 13	14 - 27	28 - 40
Plage de cantons du quai $q=2$	1 - 15	16 - 30	31 - 50	16 - 35	36 - 50	1 - 15
Plage de cantons du quai $q=3$	1 - 20	21 - 40	41 - 60	41 - 60	1 - 20	21 - 40

#### 4. MODELISATION DU PROBLEME DE L'ALLOCATION DES PLANCHES

L'allocation des planches aux nouveaux navires à affréter résulte de la résolution du BAP. En effet, à partir du modèle du BAP, on pourrait introduire  $N_3$  nouveaux navires à affréter, ( $n = N+1, \dots, N+N_3$ ), dont les planches ne sont pas encore fixées.

Ces navires auront des dates d'arrivée égales aux dates de disponibilité des marchandises dans le port et des durées de traitement majorées par quelques jours  $d_n$  pour intégrer la notion de planches.

Chacun de ces navires aura un taux de surestaries journalier égal à un et un temps d'attente maximal en rade assez grand (avec  $A_n + a_n + B_n - 1 \leq T$ ) pour ne pas modifier la partie économique de la fonction-objectif du modèle du BAP (les *despatch money* et les surestaries).

La fonction-objectif du modèle du LAP est formulée dans la relation (8). La première partie de la fonction-objectif est identique à la fonction-objectif du BAP. Le rôle de  $(A_n + B_n - t - \theta_n^{L_q^{m_q}})$  est de favoriser le départ au plutôt des nouveaux navires à affréter et de  $1/m_q$  est de favoriser leur accostage vers le « côté terre » des quais.

La date de début de la planche sera égale à la date d'accostage du navire  $t$  et la date de fin sera égale à  $t + d_n$  :  $planche = [t, t + d_n - 1]$ . Le temps d'attente maximal en rade  $a_n$  à négocier avec le fréteur du navire devra être supérieure ou égale à la durée d'attente en rade proposée par le modèle :  $a_n \geq t - A_n$ .

Par la suite, on pourrait affecter à chacun de ces navires un taux de surestaries journalier supérieur strictement à un pour voir leur impact sur la partie économique de la fonction-objectif du modèle du BAP. Par conséquent, ce sera au décideur de voir jusqu'à quel point il pourra accepter la détérioration de la solution initiale du BAP.

#### 5. EXEMPLE D'APPLICATION

##### 5.1. Jeux de données

On considère un découpage temporel de  $T = 50$  jours et un port de  $Q = 3$  quais, chaque quai ayant une taille limite ( $M_1=40$ ,  $M_2=50$  et  $M_3=60$  cantons). On définit  $K = 3$  classes de performance pour les cantons et  $H = 3$  classes de tirant d'eau pour les navires et de profondeur pour les cantons.

On considère  $N_1=2$  navires en cours de traitement ( $x_{n=1,t=1,q=1}^{m_q=1} = 1$  et  $x_{n=2,t=1,q=3}^{m_q=21} = 1$ ),  $N_2=16$  navires affrétés à accoster et  $N_3=2$  navires à accoster avec planches non définies. Pour chacun des  $N_2$  navires, le *despatch money* est calculé sur la même base de taux journalier que la surestaries.

**Tableau 3. Caractéristiques des navires**

n	A <sub>n</sub>	a <sub>n</sub>	$\alpha_{1n}$	$\lambda_n$	l <sub>n</sub>	B <sub>n</sub>	d <sub>n</sub>	$\theta_n^k$			F <sub>qm</sub>		
								k=1	k=2	k=3	q=1	q=2	q=3
01	1	0	x	8	1	x	x	10	8	7	1	0	0
02	1	0	x	10	1	x	x	7	6	5	0	0	1
1	1	4	121	17	1	11	x	11	9	8	1	1	1
2	1	4	35	7	1	10	x	10	8	7	1	1	1
3	2	3	26	14	2	7	x	7	6	5	1	0	1
4	2	4	26	16	3	9	x	9	8	7	1	1	1
5	3	4	131	18	1	9	x	9	8	7	1	1	1
6	3	4	79	15	1	9	x	9	8	7	1	1	1
7	3	4	63	11	1	10	x	10	8	7	1	1	1
8	4	5	84	9	2	13	x	13	11	9	1	1	1
9	6	4	53	13	1	10	x	10	8	7	1	1	1
10	6	4	81	14	1	10	x	10	8	7	1	1	1
11	7	4	55	9	3	9	x	9	8	7	1	1	1
12	8	3	102	12	2	7	x	7	6	5	1	1	1
13	9	4	104	10	3	9	x	9	8	7	0	1	1
14	9	4	134	11	1	9	x	9	8	7	1	1	1
15	10	4	35	10	1	10	x	10	8	7	1	1	1
16	11	4	96	13	3	9	x	9	8	7	1	1	0
001	8	20	1	9	1	11	2	11	9	8	1	1	1
002	12	20	1	18	1	10	4	10	8	7	1	1	1

##### 5.2. Résultats numériques

Le modèle du BAP utilise 2 900 variables et 3 221 contraintes. Son temps de résolution avec Xpress sur un PC de caractéristiques (Intel® Xeon® CPU E3-1 240 v5 @ 3.50 GHz - 64 Go RAM) est de 0,3 s. Les surestaries de la solution proposée sont de 442 contre des *despatch money* de 1 687.

La somme des  $1/m_q$  est de 5,45999.

Le modèle du LAP utilise 4 790 variables et 5 696 contraintes. Son temps de résolution avec Xpress est de 0,7 s. La solution proposée ne perturbe pas la solution optimale du modèle du BAP (elle garde la même somme de surestaries et de *despatch money* et la même disposition des  $N_2$  navires). Le tableau 3 décrit ces résultats.

Pour les  $N_2$  navires, la somme des  $1/m_q$  est de 5.45999 et pour les  $N_3$  navires, la somme des  $1/m_q$  est de 0.09375 et la somme des  $(A_n + B_n - t - \theta_n^{L_q^{m_q}})$  est de  $-2$ .

$$Max \left\{ \sum_{n \in \mathcal{I}_2} \left[ \alpha_{2n} \cdot v_n - \alpha_{1n} \cdot u_n + \sum_{t | A_n \leq t \leq A_n + a_n} \sum_{q | F_{qm}=1} \sum_{m_q | m_q \leq M_q - \lambda_n + 1 \wedge l_n \leq J_q^{m_q} \wedge L_q^{m_q} = L_q^{m_q + \lambda_n - 1}} x_{ntq}^{m_q} / m_q \right] \right\} \quad (7)$$

$$Max \left\{ \sum_{n \in \mathcal{I}_2} \sum_{t | A_n \leq t \leq A_n + a_n} \sum_{q | F_{qm}=1} \sum_{m_q | m_q \leq M_q - \lambda_n + 1 \wedge l_n \leq J_q^{m_q} \wedge L_q^{m_q} = L_q^{m_q + \lambda_n - 1}} x_{ntq}^{m_q} \cdot \left[ \alpha_{1n} \cdot (A_n + B_n - t - \theta_n^{L_q^{m_q}}) + 1 / m_q \right] + \sum_{n \in \mathcal{I}_3} \sum_{t | A_n \leq t \leq A_n + a_n} \sum_{q | F_{qm}=1} \sum_{m_q | m_q \leq M_q - \lambda_n + 1 \wedge l_n \leq J_q^{m_q} \wedge L_q^{m_q} = L_q^{m_q + \lambda_n - 1}} x_{ntq}^{m_q} \cdot \left[ (A_n + B_n - t - \theta_n^{L_q^{m_q}}) + 1 / m_q \right] \right\} \quad (8)$$

**Tableau 4. Résultats des modèles du BAP et du LAP**

$n$	$A_n$	$t$	$B_n$	$\theta_n^k$	$A_n+B_n-t-\theta_n^k$	$q$	$m_q$	$\lambda_n$	Pénalité vs Gain	planche
01	1	1	x	10	x	1	1	8	x	x
3	2	2	7	6	1		14	14	26	x
7	3	3	10	7	3		28	11	189	x
12	8	8	7	6	1		14	12	102	x
15	10	11	10	10	-1		1	10	-35	x
16	11	11	9	7	2		28	13	192	x
2	1	1	10	8	2	2	36	7	70	x
5	3	3	9	9	0		16	18	0	x
6	3	3	9	7	2		1	15	158	x
10	6	10	10	7	-1		1	14	-81	x
13	9	9	9	8	1		36	10	104	x
002	12	12	10	10	0		16	18	x	[12,15]
02	1	1	x	5	x	3	21	10	x	x
1	1	1	11	9	2		1	17	242	x
4	2	2	9	9	0		41	16	0	x
8	4	4	13	9	4		32	9	336	x
9	6	10	10	8	-2		1	13	-106	x
11	7	11	9	9	-4		41	9	-220	x
14	9	9	9	7	2		21	11	268	x
001	8	13	11	8	-2	32	9	x	[13,14]	

La Figure 6 illustre la disposition proposée par les modèles du BAP et du LAP des  $N_1$  navires en cours de traitement, des  $N_2$  navires affrétés à accoster dont la date d'arrivée est connue et des  $N_3$  navires à affréter avec planches non fixées.

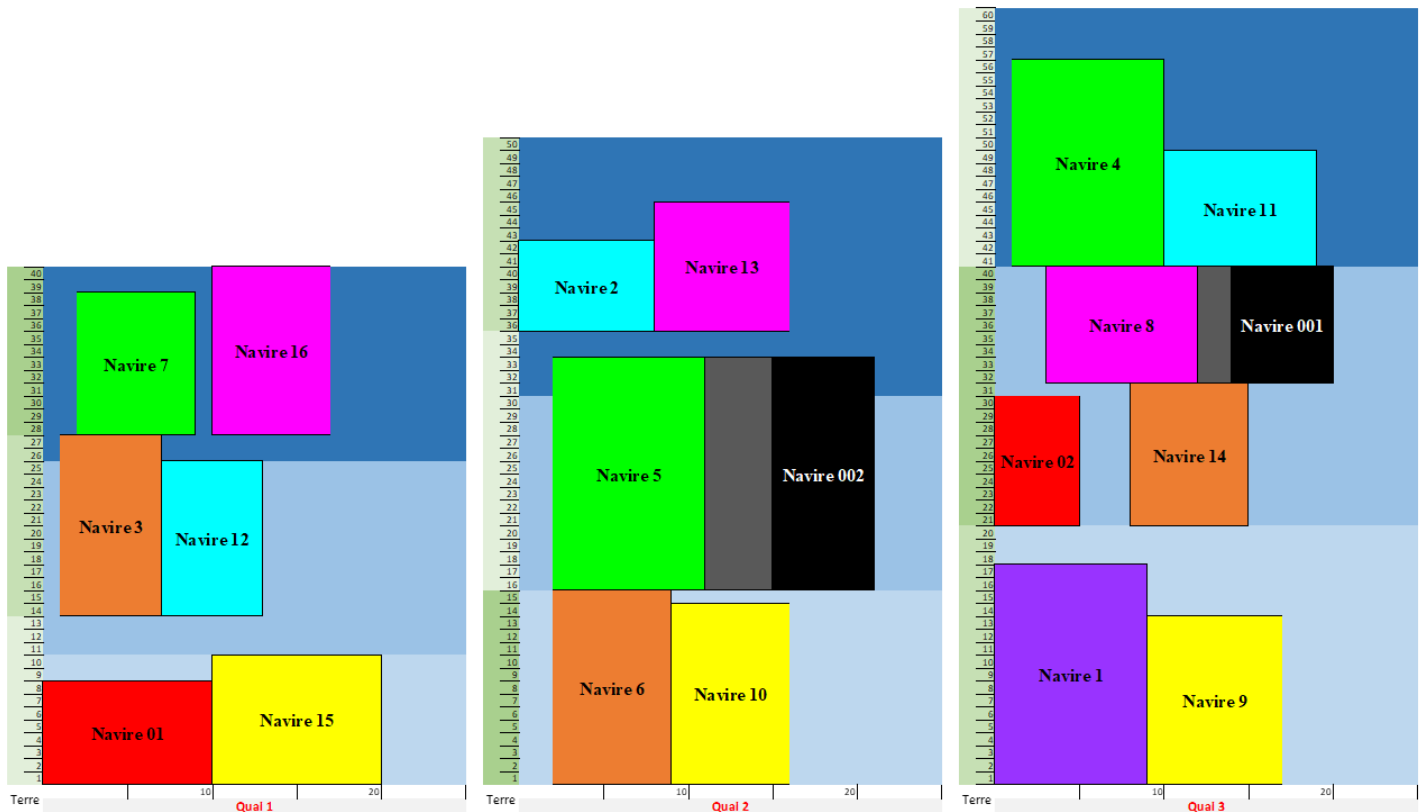
Si le *despatch money* n'est pas calculé sur la même base de taux journalier que la surestarie, par exemple, si le taux du *despatch*

*money* journalier est égal à la moitié du taux de surestarie journalier ( $\alpha_{2n} = \alpha_{1n}/2$ ), le modèle du BAP utilisera 2 932 variables et 3 269 contraintes. Son temps de résolution avec Xpress est de 0,3 s. Les surestaries de la solution proposée sont de 442 contre des *despatch money* de 843,5 (la moitié des gains de la solution précédente).

La somme des  $1/m_q$  est de 5,45999 (la même disposition des navires proposée par le modèle du BAP).

**6. CONCLUSION**

Dans cet article, un modèle linéaire a été proposé pour résoudre l'un des plus importants problèmes portuaires d'optimisation à savoir le problème de l'allocation des postes à quai. Les différents attributs retenus du modèle sont un quai continu avec la prise en compte des tirants d'eau et la possibilité d'interdire l'accostage d'un navire sur un ou plusieurs quais ou bien l'obliger à accoster sur un quai spécifique, des temps d'arrivées dynamiques pour les navires avec la définition d'un temps d'attente en rade maximal pour chaque navire, des temps de traitement des navires qui varient selon leurs positions d'accostage allouées et une fonction-objectif qui maximise la différence entre les *despatch money* et les surestaries et favorise l'accostage vers le « côté terre » des quais. Le problème a été modélisé en n'utilisant qu'une seule variable binaire et ses contraintes spatio-temporelles ont été traitées par une contrainte disjonctive. Ensuite, un modèle du problème de l'allocation des planches a été proposé en se basant sur le modèle du problème de l'allocation des postes à quai.



**Figure 6. Disposition des navires sur les quais 1 à 3**



Les modèles proposés ont été appliqués sur un jeu de données où toutes les contraintes ont été vérifiées et leur résolution avec Xpress a été rapide. Ces tests préliminaires nous permettent de valider les modèles. D'autres expériences numériques avec des tailles d'instances différentes restent à faire pour évaluer les performances des modèles proposés et identifier leurs limites.

Il est à noter que les solutions optimales proposées par ce type de modèles peuvent ne pas être réalisables à cause de la non-disponibilité des stocks des marchandises à charger dans les navires : en pratique, il y a une forte interaction entre le chargement des navires et la production (les différents produits dérivés du phosphate dans le cas du Groupe OCP), sauf si un important découplage entre ces problèmes est réalisé par d'importants (et coûteux) stocks. Donc comme perspective, un système interactif d'aide à la décision sera développé pour intégrer les différents problèmes portuaires d'allocation et d'ordonnement tout en tenant compte des contraintes de l'amont de la supply chain. Ce SIAD suivrait une approche combinant l'optimisation et la simulation.

## 7. REFERENCES

- Alizadeh, A.H., Talley, W.K., (2011) Vessel and voyage determinants of tanker freight rates and contract times. *Transport Policy*, 18(5), pp. 665–675.
- Aljasmî, A., Kaabi, R.A., Hassani, N.A., (2016) A static-hybrid berth allocation problem with multi ship crane scheduling. *7th International Conference on Information, Intelligence, Systems & Applications – IISA '2016*, Chalcidique, Grèce, 13-15 Juillet.
- Bierwirth, C., Meisel, F., (2015) A follow-up survey of berth allocation and quay crane scheduling problems in container terminals. *European Journal of Operational Research*, 244(3), pp. 675–689.
- Bierwirth, C., Meisel, F., (2010) A survey of berth allocation and quay crane scheduling problems in container terminals. *European Journal of Operational Research*, 202(3), pp. 615–627.
- Buhrkal, K., Zuglian, S., Ropke, S., Larsen, J., Lusby, R., (2011) Models for the discrete berth allocation problem: A computational comparison. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 47(4), pp. 461–473.
- Carlo, H.J., Vis, I.F.A., Roodbergen, K.J., (2015) Seaside operations in container terminals: literature overview, trends, and research directions. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, 27(2-3), pp. 224–262.
- Fagerholt, K., Lindstad, H., (2007) TurboRouter: An Interactive Optimisation-Based Decision Support System for Ship Routing and Scheduling. *Maritime Economics & Logistics*, 9(3), pp. 214–233.
- Frojan, P., Correcher, J.F., Alvarez-Valdes, R., Koulouris, G., Tamarit, J.M., (2015) The continuous Berth Allocation Problem in a container terminal with multiple quays. *Expert Systems with Applications*, 42(21), pp. 7356–7366.
- Giallombardo, G., Moccia, L., Salani, M., Vacca, I., (2010) Modeling and solving the Tactical Berth Allocation Problem. *Transportation Research Part B: Methodological*, 44(2), pp. 232–245.
- Guan, Y., Xiao, W.-Q., Cheung, R.K., Li, C.-L., (2002). A multiprocessor task scheduling model for berth allocation: heuristic and worst-case analysis. *Operations Research Letters*, 30(5), pp. 343–350.
- Hendriks, M.P.M., Armbruster, D., Laumanns, M., Lefeber, E., Udding, J.T., (2012) Strategic allocation of cyclically calling vessels for multi-terminal container operators. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, 24(3), pp. 248–273.
- Karafa, J., Golias, M.M., Ivey, S., Saharidis, G.K.D., Leonardos, N., (2013) The berth allocation problem with stochastic vessel handling times. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 65(1–4), pp. 473–484.
- Lee, D.-H., Chen, J.H., Cao, J.X., (2010) The continuous Berth Allocation Problem: A Greedy Randomized Adaptive Search Solution. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 46, pp. 1017–1029.
- Lee, D.-H., Song, L., Wang, H., (2006) Bilevel Programming Model and Solutions of Berth Allocation and Quay Crane Scheduling. *Transportation Research Board 85th Annual Meeting – TRB '2006*, Washington, D.C., États-Unis, 22-26 Janvier.
- Lin, S.-W., Ting, C.-J., (2014) Solving the dynamic berth allocation problem by simulated annealing. *Engineering Optimization*, 46(3), pp. 308–327.
- Lorenzoni, L.L., Ahonen, H., Alvarenga, A.G., (2006). A multi-mode resource-constrained scheduling problem in the context of port operations. *Computers & Industrial Engineering*, 50(1–2), pp. 55–65.
- Meisel, F., Bierwirth, C., (2013) A Framework for Integrated Berth Allocation and Crane Operations Planning in Seaport Container Terminals. *Transportation Science*, 47(2), pp. 131–147.
- Pratap, S., Nayak, A., Cheikhrouhou, N., Tiwari, M.K., (2015) Decision Support System for Discrete Robust Berth Allocation. *IFAC-PapersOnLine*, 48(3), pp. 875–880.
- Pratap, S., Nayak, A., Kumar, A., Cheikhrouhou, N., Tiwari, M.K., (2017) An integrated decision support system for berth and ship unloader allocation in bulk material handling port. *Computers & Industrial Engineering*, 106, pp. 386–399.
- Raa, B., Dullaert, W., Schaeren, R.V., (2011) An enriched model for the integrated berth allocation and quay crane assignment problem. *Expert Systems with Applications*, 38, pp. 14136–14147.
- Robenek, T., Umang, N., Bierlaire, M., Ropke, S., (2014) A branch-and-price algorithm to solve the integrated berth allocation and yard assignment problem in bulk ports. *European Journal of Operational Research*, 235, pp. 399–411.
- Rodriguez-Molins, M., Barber, F., Sierra, M.R., Puente, J., Salido, M.A., (2012) A Genetic Algorithm for Berth Allocation and Quay Crane Assignment. *13th Ibero-American Conference on Artificial Intelligence – IBERAMIA '2012*, Carthagène des Indes, Colombie, 13-16 Novembre.
- Schepler, X., Absi, N., Feillet, D., Sanlaville, E., (2018) The stochastic discrete berth allocation problem. *EURO Journal on Transportation and Logistics*.
- Simrin, A., Diabat, A., (2015) The Dynamic Berth Allocation Problem: A linearized formulation. *RAIRO - Operations Research*, 49(3), pp. 473–494.
- Song, L., Cherrett, T., Guan, W., (2012) Study on berth planning problem in a container seaport: Using an integrated programming approach. *Computers & Industrial Engineering*, 62(1), pp. 119–128.
- Zoubeir, Z., (2014) Vers un système d'aide à la décision pour l'allocation des postes à quai dans un terminal à conteneurs. Thèse de doctorat, Université le Havre Normandie.
- Ursavas, E., (2014) A decision support system for quayside operations in a container terminal. *Decision Support Systems*, 59, pp. 312-324.