

# CAHIER DU LAMSADE

## 308

27 avril 2011

**Production à la commande et production pour stock  
dans un environnement MRP**

V. Giard, M. Sali

---

**Résumé** - Cet article s'intéresse au pilotage d'une chaîne logistique dédiée à une production de masse de produits fortement diversifiés et plus particulièrement à la partie de cette chaîne qui contribue à la production d'un ensemble de modules alternatifs montés sur un poste de la ligne d'assemblage final. L'approche de la MRP est retenue dans le pilotage de la chaîne mais l'éloignement des unités de production oblige à un panachage entre production pour stock et production à la commande. La littérature disponible sur les stocks de sécurité n'est pas d'un grand secours opérationnel. On examinera la relation qui existe entre horizon gelé et le point de pénétration de commande et on établira les relations analytiques qui lient lesancements en production d'une référence et les réquisitions du PDP qui les utilisent. On établira les relations qui permettent de définir, en régime de croisière, les quantités à lancer pour satisfaire une demande partiellement ou complètement aléatoire, avec ou sans problème de qualité, afin de limiter le risque de rupture de stock à un niveau prédéterminé.

**Mots clés** –MRP, production à la commande, production pour stock, stock de sécurité, chaîne logistique

**Abstract** - This article focuses on the monitoring of a supply chain dedicated to a mass production of strongly diversified products and more particularly in the part of this chain which contributes to the production of a set of alternate modules assembled on a work station of the assembly line. The approach of the MRP is adopted in the monitoring of that chain but the distance of the production units leads to a mixing between production to stock and production to order. The literature available on safety stock does not help in decision making. The relation that exists between frozen horizon and Order Penetration Point in MRP will be examine and the analytical relations which links planned orders of a reference to the requirements of the MPS which uses them, is established. Then we set the relations which make it possible to define, in the steady state, the quantities to produce to cope with requirements that are partially or completely random, taking into account or not the problem of quality, in order to limit the stockout risk to a predetermined level.

**Keywords** – MRP, Build To Order, Build To Stock, Safety Stock, Supply Chain

---

## 1 INTRODUCTION

On s'intéresse ici aux chaînes logistiques dédiées à la production de masse de produits fortement diversifiés, caractérisées par une certaine dispersion géographique des unités de production rattachées à cette chaîne. Dans ce contexte, la production est tirée par une ou plusieurs lignes d'assemblage, de production quotidienne stable (au moins à échéance de quelques semaines). La diversité est assurée principalement par le montage de modules alternatifs (par exemple, moteurs, boîte de vitesse...) sur plusieurs postes de la ligne, chaque poste étant dédié à un ensemble différent de modules alternatifs dont l'un doit être monté sur le produit fini qui transite par ce poste. Les modules optionnels (par exemple, toit ouvrant) peuvent être considérés comme un cas particulier des modules alternatifs.

La production quotidienne totale étant certaine, la demande quotidienne de tous les composants systématiquement montés l'est aussi ; par voie de conséquence, celle des composants qu'ils utilisent l'est aussi. Le pilotage de ces flux est relativement facile, en l'absence d'aléas de qualité ou de délais de transport ou de production.

Pour les modules alternatifs et les composants qu'ils utilisent, le pilotage est plus complexe. On s'intéresse ici au pilotage des unités de production de ces modules et composants qu'ils utilisent en supposant que les commandes des maillons clients aux maillons fournisseurs s'effectuent simultanément et avec la même périodicité. Ce mode de fonctionnement est celui de la MRP où le lancement en production des références se détermine par une simulation au plus tard combinant un mécanisme d'explosion des nomenclatures avec un mécanisme d'absorption des délais. Dans la MRP, les réquisitions du Plan Directeur de Production (PDP) tirent la production de toutes les unités qui fabriquent les modules et composants qui rentrent dans les produits finis.

L'utilisation de ce mode de pilotage dans la chaîne logistique est plus difficile pour deux raisons. Si la combinatoire des modules optionnels est grande, la variété des produits finis est trop forte pour que le PDP puisse être défini à ce niveau, sauf

sur le très court terme mais on est alors plus sur un problème d'ordonnancement que de planification. Au-delà, le PDP est plutôt à définir au niveau des modules alternatifs, la personnalisation des produits finis n'étant pas connue ; l'utilisation de nomenclatures de planification, une par ensemble de modules alternatifs, permet de définir ce PDP, dans des conditions parfois mal maîtrisées. La seconde difficulté tient à l'éloignement géographique des unités qui contribuent à la fabrication de modules et composants alternatifs mais aussi au fait que la mondialisation conduit à ce que des usines d'assemblages produisant les mêmes gammes de produits soient implantées dans des pays éloignés, tout en partageant les mêmes fournisseurs. L'allongement des délais de livraison peut conduire, dans la MRP, à séparer la production, du transport. Il peut aussi impliquer un allongement irréaliste du PDP et nécessiter un pilotage de la chaîne logistique mixant production à la commande et production pour stock. Au cœur de la prise en compte de ces deux difficultés, se trouve une problématique de prise en compte du risque de rupture d'approvisionnement d'un maillon - et de sa propagation possible le long de la chaîne logistique - par le biais de stock de sécurité.

On s'intéresse ici à l'exploitation de l'information prévisionnelle pour garantir l'efficacité et l'efficience des approvisionnements de la chaîne logistique dans le contexte défini ci-dessus. Pour tenter d'y répondre on commencera par approfondir quelques concepts utilisés en MRP et mettre en évidence le lien qui existe entre la nomenclature, l'horizon gelé et le mode de gestion de la production (§2). Une revue de la littérature spécialisée portant sur la prise en compte de l'incertitude dans la planification MRP aidera à identifier les pistes de travail déjà explorées et les lacunes qui subsistent en particulier pour apporter des solutions performantes dans le cadre d'analyse retenu ici (§3). Dans la dernière partie (§ 4) on verra comment combiner, dans un système de type MRP, production à la commande et production pour stock, avec une prise de compte correcte du risque.

## 2 CONCEPTS MOBILISÉS DE LA MRP

On commencera par discuter quelques concepts de la MRP liés au partage entre production à la commande et production pour stock. On présentera ensuite le concept de nomenclature de planification. Enfin, on explicitera comment la production des références par la MRP est tirée par les réquisitions du PDP, ce qui constitue un préalable à la mise au point de mécanisme de maîtrise du risque.

### 2.1 Horizons de la MRP et Point de Pénétration de Commande

L'**horizon de planification**  $H_P$  correspond au nombre de périodes sur lesquelles le PDP est défini. Pour être en mesure de produire à la commande toutes les références prises en charge par la MRP,  $H_P$  doit être égal ou supérieur au plus grand intervalle de temps séparant la date de lancement en production d'un composant élémentaire quelconque intégré dans le produit fini et la date de mise à disposition de ce produit fini. A partir de la nomenclature  $\mathcal{N}_0$  des références gérées en MRP (figure 1) et des informations de délais d'obtention des composants, on établit le Gantt au plus tard de la figure 2 qui montre que  $H_P$  doit prendre une valeur supérieure ou égale au plus long chemin.

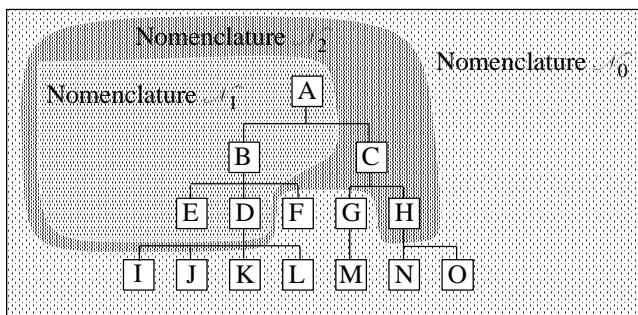


Figure 1. Nomenclature des références gérées par la MRP

Cet horizon de planification  $H_P$  se décompose en un horizon gelé  $H_G$  et un horizon non-gelé  $H_{\bar{G}}$ . Les réquisitions du PDP sur l'**horizon gelé** ne peuvent être modifiées au cours des calculs ultérieurs de MRP. Cet horizon gelé définit le **point de découplage** entre production à la commande et production pour stock ; ce point est également connu sous le nom de **point de pénétration de commande** (PPC). Si  $H_G$  est égal ou supérieur au plus grand intervalle de temps séparant la date de lancement en production d'un composant élémentaire quelconque intégré dans le produit fini et la date de mise à disposition de ce produit fini au commercial (PDP), la production de toutes les références gérés par la MRP peut se faire à la commande ; dans le cas contraire, elle doit se faire partiellement à la commande et partiellement pour stock.

L'analyse des informations de la figure 1, dans laquelle on précise que l'entreprise souhaite gérer à la commande le sous-ensemble  $\mathcal{N}_1$ , et de la visualisation du PPC sur le Gantt de la figure 2, on constate non seulement que les références de ce sous-ensemble  $\mathcal{N}_1$  peut être fabriqué à la commande mais aussi que les références du sous-ensemble  $\mathcal{N}_2$  non comprises dans  $\mathcal{N}_1$  peuvent l'être aussi.

La définition de l'horizon gelé détermine donc ce qui peut être produit à la commande. Inversement, la décision de produire à la commande un ensemble de références n'est cohérente que si l'horizon gelé minimal qu'implique cette décision est compatible avec l'horizon gelé du PDP découlant du caractère irréversible des réquisitions des premières périodes.

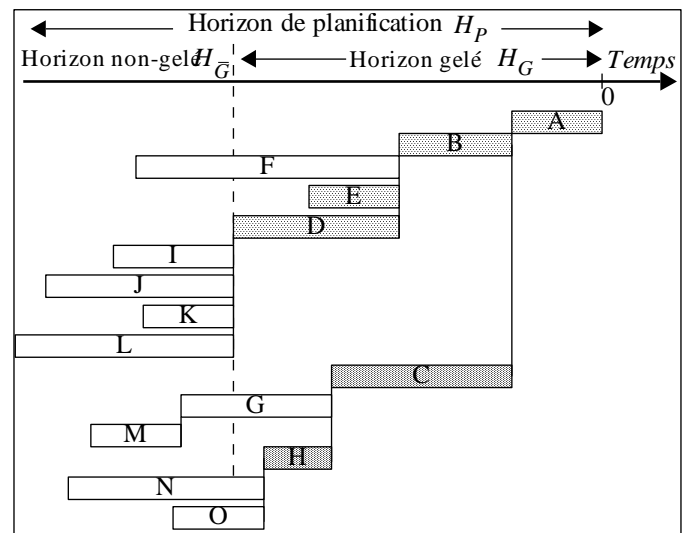


Figure 2. Nomenclature, Ordonnancement au plus tard et Point de Pénétration de Commande

La transformation de certaines chaînes logistiques conduisant à approvisionner certaines références élémentaires auprès de fournisseurs plus éloignés peut conduire à ne plus pouvoir produire à la commande ces composants.

Le processus de MRP est déclenché à cadence régulière, celle-ci étant définie par la période élémentaire retenue pour le PDP mais seules les décisions de la première période sont exécutoires. Dans ce mécanisme de **planification glissante**, les décisions prises au début de la période  $t$ , pour lancer en production toutes les références gérées par la MRP, disposent des informations du PDP allant de la période  $t$  à la période  $t+H_P-1$  mais seules les informations des  $H_G$  premières périodes (allant de  $t$  à  $t+H_G-1$ ) sont intangibles. On précisera ci-après, le sous-ensemble de réquisitions du PDP implicitement utilisé pour calculer le lancement en production d'une référence  $i$  quelconque, au début de la période  $t$ . Les décisions prises au début de la période suivante ( $t+1$ ) se fondent sur un PDP défini pour les périodes  $t+1$  à  $t+H_P$  ; les informations du PDP des périodes  $t+1$  à  $t+H_G-1$  sont nécessairement identiques à celles utilisées lors de la prise de décision précédente ; les informations du PDP de la période  $t+H_G$ , peuvent être différentes de celles utilisées lors de la prise de décision précédente mais restent inchangées lors des prises de décisions ultérieures ; les informations du PDP des périodes  $t+H_G+1$  à  $t+H_P-1$  peuvent changer et celles de la période  $t+H_P$  sont introduites à l'occasion de la prise de décision au début de la période  $t+1$ .

L'exploitation des informations prévisionnelles du PDP de l'horizon non-gelé peut s'avérer indispensable en cas de détection d'insuffisance de capacité conduisant à anticiper une partie de la charge de travail pour ajuster la charge à la capacité. Dans la suite de ce texte, on supposera que la capacité des unités de production est toujours suffisante, ce qui est cohérent avec l'hypothèse d'un régime de croisière. Dans ce contexte, le maintien du PDP hors horizon gelé ne présente pas d'intérêt pratique en raison de sa volatilité. En effet, si la nomenclature gérée par la MRP implique l'utilisation de réquisitions du PDP hors horizon gelé pour certaines références, la cohérence décisionnelle n'est plus garantie si on garde, pour ces références, la mécanique de base de la MRP,

valide en univers certain. Pour restaurer cette cohérence, il faut introduire des stocks de sécurité pour ces références, dont la détermination implique de passer explicitement d'une production à la commande, à une production pour stock comme on le verra ci-après.

Avant de poursuivre, rappelons que dans l'approche MRP, seule la décision prise au début de la période  $t$  pour le lancement en production d'une référence  $i$  est exécutoire, quel que soit son niveau dans la nomenclature, les lancements programmés des périodes ultérieures n'étant effectués que pour permettre les calculs en cascade de la MRP. Par ailleurs, on retiendra implicitement ici un fonctionnement de type lot-pour lot, qui implique, pour chaque référence  $i$  gérée par cette approche, qu'au début de chaque période soit reçue une livraison et soit passée une commande : le lancement en production programmé au début de la période  $t'$  conduisant à une livraison au début de la période  $t'+L_i$ ,  $L_i$  livraisons seront attendues au début des périodes  $t+1$  à  $t=L_i$ , lors de la prise de décision au début de la période  $t$ .

## 2.2 Nomenclature de planification

La nomenclature de planification  $\vec{C}$  d'un ensemble de  $K$  modules alternatifs décrit la structure moyenne d'utilisation de ces modules alternatifs par un ensemble agrégé de produits finis faisant tous appels à un même jeu d'ensembles différents de composants alternatifs contribuant à la diversité des produits finis. Les éléments de ce vecteur  $\vec{C}$  correspondent aux proportions moyennes  $C_k$  de consommation des modules  $k$  ; bien évidemment,  $\sum_{k=1}^K C_k = 1$ . Cette nomenclature de planification est utilisée, parfois de manière peu judicieuse, pour définir le PDP des périodes pour lesquelles la demande finale n'est pas connue avec précision, c'est-à-dire hors horizon gelé.

En régime de croisière, pour la demande hors horizon gelé, ce vecteur  $\vec{C}$  peut être considéré comme un vecteur de probabilité d'utilisation des modules alternatifs. Dans ce contexte, le vecteur  $\vec{X}$  des demandes quotidiennes de modules alternatifs suit la loi Multinomiale  $\mathcal{M}(N, \vec{C})$ , dans laquelle  $N$  est la production quotidienne de la ligne.

## 2.3 MRP, production à la commande et production pour stock

On s'intéresse ici à une référence  $i$  d'un niveau de nomenclature supérieur à 0, montée sur un sous-ensemble  $\mathcal{E}_{ik}$  de modules alternatifs  $k$  de niveau 0 d'une nomenclature de planification. On supposera dans la suite que la cardinalité de cet ensemble est supérieure à 2. L'application en cascade du mécanisme d'explosion des nomenclatures conduit à monter  $a_{ik}$  unités de la référence  $i$  dans le module  $k$  du sous-ensemble  $\mathcal{E}_{ik}$  de modules alternatifs. D'autre part, l'application en cascade du mécanisme d'absorption des délais conduit à un décalage  $\lambda_{ik}$  entre la période  $t$  du lancement en production d'une unité de la référence  $i$  et celle de la mise à disposition du module alternatif  $k$  du sous-ensemble  $\mathcal{E}_{ik}$  qui intègre cette référence  $i$ , dans le cadre de la réquisition du PDP de ce module  $k$  à la période  $t + \lambda_{ik}$ .

En régime de croisière et en l'absence de problèmes de qualité, si les lancements en production d'une référence ne dépendent que de réquisitions du PDP rentrant dans l'horizon gelé  $H_G$  ( $\lambda_{ik} < H_G, \forall k \in \mathcal{E}_{ik}$ ), les stocks  $SD_{it}$  physiquement détenus au début de la période  $t$  avant livraison, pour la référence  $i$  et

pour toutes les composants qui intègrent cette référence  $i$  sont nécessairement nuls (l'absence d'incertitude rendant inutile tout stock de sécurité) et les lancements en productions sont nécessairement égaux aux besoins nets couverts par les livraisons, besoins nets eux-mêmes égaux aux Besoins Bruts de la même période. La production se fait alors entièrement la commande et la quantité  $LP_{it}$  lancée en production est donnée par la relation suivante.

$$LP_{it} = \sum_{k \in \mathcal{E}_{ik}} a_{ik} \cdot PDP_{k,t+\lambda_{ik}}, \forall \lambda_{ik} < H_G \quad [2]$$

Si tous les décalages  $\lambda_{ik}$  sont supérieurs ou égaux à l'horizon gelé  $H_G$  ( $\lambda_{ik} \geq H_G, \forall k \in \mathcal{E}_{ik}$ ), le lancement en production de la référence  $i$  ne peut raisonnablement s'appuyer sur les réquisitions du PDP qui, se situant au delà de l'horizon gelé, sont susceptibles de varier. Dans ce contexte, il est nécessaire de produire pour stock la référence  $i$  et de mettre sous contrôle le risque de rupture de stock pour les unités consommatrices de cette référence, par un stock de sécurité correctement calibré de cette référence.

Le dernier cas de figure correspond à celui dans lequel certains décalages  $\lambda_{ik}$  sont inférieurs à l'horizon gelé  $H_G$ , et d'autres pas. L'impact de la mondialisation de la chaîne logistique, évoquée en introduction, rend ce cas de figure de plus en plus fréquent ; il conduit à combiner, dans le lancement en production de la référence  $i$ , une production à la commande pour la partie de la demande tirée par les modules  $k$  de l'ensemble  $\mathcal{E}_{ik}$  pour lesquels  $\lambda_{ik} < H_G$  et une production pour stock pour la demande tirée par les modules  $k$  de cet ensemble pour lesquels  $\lambda_{ik} \geq H_G$ . On examinera au §4 comment calculer la quantité à lancer en production dans ces deux derniers cas ; on y examinera également comment prendre en compte le risque de non-conformité des composants produits, que l'on soit en production à la commande et/ou pour stock.

La nécessité de prendre en compte explicitement ces trois cas de figure n'est pas seulement liée à l'éloignement géographique des unités de production des chaînes logistiques mondiales, la possibilité de travailler avec *plusieurs horizons gelés* en est une autre. Dans l'approche classique de la MRP, l'horizon gelé est commun à tous produits ; cette hypothèse de travail est acceptable dans le cadre d'une production de masse de produits de valeur pas trop élevée. Si le produit fini est d'un prix élevé, comme c'est le cas dans l'industrie automobile, l'ajustement de la demande à l'offre s'effectue par un allongement des délais de livraison, en particulier pour certaines gammes de produits nouvellement introduites sur le marché. Ceci peut permettre une production à la commande sur l'ensemble de la chaîne logistique, des produits finis concernés et de l'ensemble des références qu'ils utilisent. Il s'ensuit qu'il est techniquement possible d'utiliser une approche MRP combinant plusieurs horizons gelés, ce qui permet d'en améliorer l'efficacité. Dans un tel contexte, la production partiellement à la commande et partiellement pour stock d'une référence partagée par des modules alternatifs peut devenir la norme.

## 3 LA PRISE EN COMPTE DE L'INCERTITUDE PAR LE STOCK DE SÉCURITÉ DANS LA MRP

La méthode MRP a été initialement conçue pour être mise en œuvre dans un environnement déterministe ; aucune méthode de sécurisation n'est initialement imaginée. On voit apparaître,

dès la fin des années soixante-dix, des tentatives d'adaptation de la méthode MRP à un environnement incertain en introduisant des règles de gestion empiriques ou issues de résultats analytiques.

La première source d'incertitude à avoir été étudiée est celle relative la demande. Pour la contrer, [Büchel, 1982] modélise l'incertitude par des variables aléatoires et calcule, à chaque niveau de la nomenclature, la variance de la demande en composants, conduisant à la possibilité de disposer ou non de stocks de sécurité. Le problème des composants communs à plusieurs produits finis ou utilisés par un même produit fini mais à des périodes de temps différentes est géré en considérant que la demande qui y est associée est une variable aléatoire dont la variance correspond à la somme des variances de la demande en produit fini sur le délai d'obtention cumulé. Ce résultat, lié à une hypothèse d'indépendance des demandes, ne tient pas s'il s'agit d'un composant commun à plusieurs modules alternatifs exclusifs. Dans ce contexte où la demande quotidienne de modules alternatifs  $\bar{X}$  suit la Mutinomiale  $\mathcal{M}(N, \bar{C})$ , la demande quotidienne  $X_i$  d'un module alternatif  $i$  suit la loi Binomiale  $\mathcal{B}(N, C_i)$ , de variance  $N \cdot C_i \cdot (1 - C_i)$ , l'évènement complémentaire étant « autres modules alternatifs ». Dans ces conditions, la demande  $X_1$  du module alternatif 1 suit la loi Binomiale  $\mathcal{B}(N, C_1)$  et  $X_2$  suit la loi  $\mathcal{B}(N, C_2)$ ; si l'on préfère mettre en évidence le lien entre ces variables, il revient au même de considérer que  $X_2$  suit la loi  $\mathcal{B}\{N - X_1, C_2 / (1 - C_1)\}$  dont on montre que la variance est  $N \cdot C_2 \cdot (1 - C_2)$ . En régime de croisière, caractérisé par une stabilité de la production quotidienne et de la structure de la demande, la demande  $Y$  d'un composant commun aux modules alternatifs 1 et 2 et monté en un seul exemplaire sur chacun de ces deux modules ( $Y = X_1 + X_2$ ), suit la loi Binomiale  $\mathcal{B}(N, C_1 + C_2)$ , dont la variance  $V(Y) = N \times (C_1 + C_2) \times (1 - C_1 - C_2)$  n'est pas égale à la somme des variance de  $X_1$  et de  $X_2$ . Cette observation reste valable si ces demandes font références à des paramètres  $N$  et  $C_i$  définis à des dates différentes et si les coefficients de nomenclatures sont différents de 1.

D'autres pistes de protection contre l'incertitude dans l'environnement MRP comme celles consistant à majorer les quantités du PDP ou à allonger artificiellement les délais d'obtention ont été explorés dans [Winjgaard, et al., 1985], [Guerrero, et al., 1986], [Buzacott, et al., 1994], [Molinder, 1997] et [Chang, 1985]. On peut remarque que la majoration des réquisitions du PDP ou des besoins bruts qui en découlent a pour inconvénient d'aboutir à une accumulation d'encours aux différents échelons sauf s'il s'agit de contrer un problème de qualité par une majoration correspondant à une moyenne de composants défectueux mais, dans ce cas, les ruptures de stock sont difficilement évitables.

[Buzacott, et al., 1994] s'intéressent à la possibilité de se protéger contre l'incertitude par des délais de sécurité. Ils considèrent qu'un arbitrage doit être fait entre stocks de sécurité et délais de sécurité en fonction de la fiabilité des prévisions, des capacités de production, du coût de possession et du coût de rupture. A partir une modélisation à un seul échelon en environnement incertain ils concluent que les stocks de sécurité permettent d'avoir une meilleure performance en coût total en cas de fortes incertitudes sur la demande; cette conclusion restant conditionnée par la finesse du découpage temporel puisque le délai de sécurité est une majoration du délai d'obtention, lequel est un multiple de la

période de référence de la MRP. Dans une étude similaire [Molinder, 1997] propose des règles d'aide à la décision quant au choix à faire entre stock de sécurité et délai de sécurité. Les paramètres de décision retenus concernent les degrés d'incertitude de la demande et des délais ainsi que le ratio entre coût de rupture et coût de stockage. Leurs conclusions diffèrent de celles apportées par [Buzacott, et al., 1994]: l'utilisation de délais de sécurité est recommandée en cas de fortes incertitudes sur la demande et les délais. Ces divergences, liées aux hypothèses de modélisation, ne doivent pas masquer le fait que tout délai de sécurité induit une augmentation d'encours et, qu'en conséquence, l'opposition entre stock de sécurité et délai de sécurité n'est pas aussi tranchée qu'on ne le dit.

En se basant sur un cas d'application, [De Bodt, et al., 1982] évaluent l'efficacité des méthodes de lotissement associées à différents niveaux de stocks de sécurité dans le cadre d'une planification MRP avec demande incertaine. Le dimensionnement des stocks de sécurité et leur localisation résultent d'une simple comparaison entre plusieurs scénarios de localisation et de niveau de stock de sécurité. Aucune méthode de dimensionnement des stocks de sécurité n'est présentée dans cet article. [Winjgaard, et al., 1985] s'interrogent sur les formes de sécurisation pouvant être mobilisées afin de minimiser l'effet de l'incertitude dans la planification MRP. Ils présentent les principes et avantages d'utilisation du stock de sécurité, du délai de sécurité et de la majoration des quantités du PDP. Dans ce même article, une méthode de dimensionnement des stocks de sécurité, tenant compte de l'erreur de prévision, est proposée pour une configuration en série, convergente puis divergente de la chaîne logistique. Le modèle proposé considère le cas de composants liés au produit fini par un coefficient de nomenclature égale à 1 et exclut la prise en compte des effets combinés des coefficients de monte et des phénomènes de commonnalité, alors que cette commonnalité est à l'origine de la MRP.

[Lagodimos, et al., 1993] ont examiné la question de la localisation des stocks de sécurité dans une planification MRP de produits standardisés. Leur objectif est de maximiser le niveau de service en répartissant sur les différents niveaux de la nomenclature une valeur donnée de stock de sécurité en utilisant une approche analytique. On considère ici que le niveau de service n'est pas une variable de décision et que les coûts de possession sont identiques à chaque niveau de la nomenclature; cette hypothèse est forte dans la mesure où, à priori, la valeur d'un composant, décroît avec son niveau de nomenclature. La conclusion qui est apportée va dans le sens d'un placement du stock de sécurité au niveau des produits finis dans le cas d'une structure en série de la chaîne logistique. Toutefois, les auteurs relativisent leurs résultats en rappelant les limitations imposées par les hypothèses de modélisation.

Sous l'hypothèse d'une demande normalement distribuée en régime stationnaire, [Inderfurth, et al., 1998] s'intéressent à la double problématique du dimensionnement et de la localisation des stocks de sécurité de composants, minimisant le coût global de possession, sous contrainte de niveaux de service assurant le découplage entre échelons. Les délais de couverture associés à chacun des maillons de la chaîne constituent des paramètres de contrôle du modèle. La demande à chaque niveau découle de la demande finale pouvant porter sur un ou

plusieurs produits finis différents ; dans ce dernier cas, des corrélations entre demandes sont introduites pour modéliser la demande sur des composants rentrant dans la composition de plusieurs produits finis. Il faut noter que dans le cas d'une production faisant appel à des composants ou modules alternatifs, la corrélation ne peut intervenir qu'entre des composants appartenant à des ensembles de composants alternatifs distincts et que la demande d'un composant partagé par des modules alternatifs est le résultat d'une somme de variables aléatoires binomiales pondérées par des coefficients de monte [Camisullis et al, 2010]. La localisation des stocks de sécurité repose sur un pilotage centralisé de la chaîne qui se heurte à deux obstacles opérationnels majeurs : les maillons de la chaîne appartiennent généralement à des entreprises juridiquement indépendantes ; par ailleurs, un maillon donné de la chaîne peut appartenir à plusieurs chaînes logistiques. Il devient alors difficile de faire porter le poids des stocks de sécurité sur quelques acteurs de la chaîne logistique sous prétexte d'une optimisation globale des coûts de possession.

[Persona, et al., 2007] proposent une méthode analytique pour dimensionner des stocks de sécurité en composants et modules dans le cas d'une production ou d'un assemblage à la commande. Dans leur modélisation, ils considèrent que les demandes en composants alternatifs sont corrélées au sein d'une même famille de composants alternatifs. La notion de corrélation utilisée dans cet article fait référence au lien statistique qui existe entre les demandes portant sur des modules alternatifs d'un même ensemble, or cette relation est le résultat d'une contrainte liée à la distribution multinomiale et non à une corrélation entre variables aléatoires.

Au vu des nombreux travaux réalisés sur le sujet de la gestion de l'incertitude dans le cadre de la planification MRP, des tentatives de synthèse ont été engagées à travers la publication d'articles de revue de littérature qui, pour la plupart, datent des années 2000. [Guide, et al., 2000] s'intéressent aux techniques mises en places afin de contrer l'incertitude en planification MRP. L'examen qui est fait de la littérature dans cet article conduit à la conclusion que plusieurs lacunes existent encore bien que certaines des solutions proposées restent applicables, selon les auteurs, en vertu d'un ensemble d'hypothèses qui parfois sont discutables. Dans ce même article est déplorée l'absence de règles précises permettant d'arbitrer entre les différentes alternatives de protection proposées. Dans leur revue de littérature, [Koh, et al., 2002] notent qu'il y a, parmi les études traitant de l'aléa en planification MRP, une faible proportion de travaux proposant une prise en charge des interactions et combinaisons pouvant intervenir entre plusieurs sources d'aléa.

La confrontation de la perception idéalisée de la planification en univers certain au monde réel a mis en évidence la nécessité de prendre en charge, dans le cadre du modèle MRP, l'aspect incertain des informations exploitées dans la construction du PDP et la déclinaison des besoins à des niveaux de nomenclatures successifs par les mécanismes combinés d'explosion des nomenclatures et d'absorption des délais. Les sources d'aléa pouvant perturber le déroulement d'une MRP sont nombreuses et se combinent rendant inefficace et inefficent tout modèle de planification dans son acception certaine. Les nombreux travaux traitant de l'incertitude en planification MRP ont tenté de répondre à cette problématique mais la prise en compte simultanée des différentes sources d'aléa, en cohérence avec les préceptes de la MRP, est

rarement envisagée dans le cas d'une production de masse de produits fortement diversifiés ; nous essayons ici de combler cette lacune en nous intéressant également à la pertinence des informations transmises en cascade vers l'amont de la chaîne logistique qui jouent un rôle déterminant dans le dimensionnement des stocks de sécurité

#### 4 STOCK DE SÉCURITÉ, PRODUCTION À LA COMMANDE ET POUR STOCK DANS LA MRP

On commencera par rappeler les principes de gestion calendaire des approvisionnements et souligner l'une des propriétés importantes du régime de croisière, avant d'examiner son adaptation à une production calendaire dans le cadre d'une MRP mixant production à la commande et production pour stock. On terminera par la présentation de la règle de décision permettant produire pour stock en totalité ou partiellement, en limitant le risque de rupture de stock au niveau choisi, avant de montrer comment prendre en compte le problème de non-qualité par un stock de sécurité lorsque l'on produit entièrement à la commande et comment modifier la règle précédemment établie en production totale ou partielle pour stock, lorsque se pose ce problème de non-qualité.

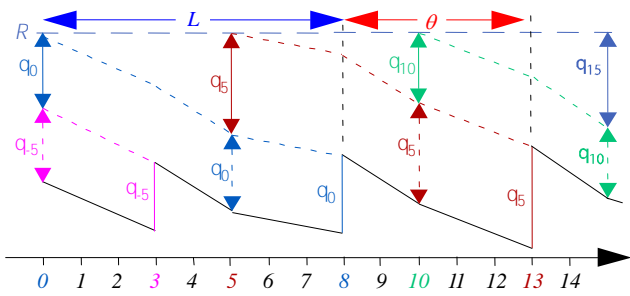
##### 4.1 Propriété fondamentale de la politique calendaire des approvisionnements en régime de croisière

En régime de croisière, la politique d'approvisionnement calendaire se caractérise par la passation d'une commande à la date  $t$ , livrée à la date  $t + L$ ,  $L$  étant le délai d'obtention. Ces commandes sont passées à intervalles réguliers, d'amplitude  $\theta$ , correspondant à la période de révision calendaire. Les livraisons arrivent avec la même cadence, si les délais d'obtention sont certains ;  $L$  n'a pas de raison particulière d'être un multiple entier de  $\theta$ . La quantité commandée  $q_t$  est égale à la différence entre un niveau de reapprovisionnement  $R$  et la position de stock  $PS_t$  observée au moment de la passation de la commande. Le niveau de reapprovisionnement correspond à un fractile d'une distribution de probabilité de la demande que devra couvrir ce niveau de reapprovisionnement. Cette demande de référence est généralement définie sur la période  $\theta + L$ . Ce fractile est associé à une probabilité de rupture de stock - cible  $\alpha$  appelé encore risque de rupture ; ce risque peut ou non être déterminé par le calcul économique. Dans ce dernier cas, sa détermination s'appuie sur une fonction en espérance mathématique décrivant, en régime de croisière, l'impact des ruptures de stock et des stocks détenus. La politique optimale se caractérise alors par une probabilité de rupture stock optimale dépendant de la structure relative des coûts unitaires de possession et de rupture de stock.

Le stock de sécurité  $SS$  se définit comme la différence entre le niveau de reapprovisionnement et la demande moyenne de la distribution de référence utilisée pour déterminer  $R$ . En régime stationnaire, si le risque de rupture accepté  $\alpha$  est faible, la rupture de stock moyenne par période est négligeable et le stock résiduel moyen avant livraison correspond au stock de sécurité.

Illustrons ce mécanisme par la figure 3. Dans cet exemple,  $\theta = 5$  et  $L = 8$ . À la date  $t = 0$ , la commande passée en  $t = 5$  s'ajoute au stock physiquement disponible pour donner la position de stock. La commande passée  $q_0$  est alors la différence entre  $R$  et cette position de stock ; elle sera livrée en  $t = 8$ . Ce niveau de reapprovisionnement est destiné à couvrir la

demande entre  $t$  et  $t+13$  ( $=t+5+8$ ), date de la livraison suivante de la prochaine commande à passer en  $t+5$ . Cette quantité  $R$  est donc destinée à couvrir la demande exprimée sur 13 jours.



**Figure 3. Politique d'approvisionnement calendaire**

Après la passation de commande, la position de stock est nécessairement égale au niveau de reapprovisionnement. Avant la passation de commande suivante, au début de la période  $t+\theta$ , la position de stock, initialement égale à  $R$ , a été diminuée de la demande  $D_t$  exprimée au cours de la période  $t$ , délimitée par les dates  $t$  et  $t+\theta$ . Si les demandes non satisfaites ne sont pas perdues, la commande à passer au début de la période  $t+\theta$  est nécessairement égale à la demande  $D_t$  :

$$q_t = D_{t-\theta} \quad [3]$$

#### 4.2 Transposition de la politique calendaire des approvisionnements à la MRP

La transposition de ce mécanisme d'approvisionnement calendaire au cas d'une production calendaire ne pouvant que s'effectuer pour stock est relativement simple. On retiendra ici le cadre conceptuel de la MRP, caractérisé par un découpage temporel d'amplitude  $\theta$  et dans lequel le délai d'obtention  $L$  est un multiple de la période de base  $\theta$ . Dès lors, sans perte de généralité, le repérage temporel s'effectue avec  $\theta$  comme unité de temps. L'organisation de la production est telle qu'à chaque début de période une livraison est effectuée et une commande est passée, ce qui correspond à l'organisation classique en MRP connue sous le nom de lot-pour-lot. On examinera ce problème en supposant d'abord que ne se pose pas de problème de qualité (§4.2.1), avant de lever cette restriction (§4.2.2).

##### 4.2.1 Absence de problème de qualité

La relation [2] donne la quantité à lancer en production dans le cadre de la MRP lorsque l'on est en univers certain, c'est-à-dire quand  $\lambda_{ik} < H_G, \forall k \in \mathcal{E}_{ik}$ . Lorsque tous ces modules alternatifs  $k$  sont tels que  $\lambda_{ik} \geq H_G, \forall k \in \mathcal{E}_{ik}$ , la production doit se faire entièrement pour stock, ce que l'on va commencer par examiner avant d'aborder le cas, plus compliqué, d'une production partiellement pour stock.

Avec un délai d'obtention  $L_i$  des livraisons sont attendues au début des périodes  $t$  à  $t+L_i-1$ . Elles sont certaines ainsi que le stock détenu  $SD_{it}$  au début de la période  $t$  avant livraison et le besoin brut  $BB_{it}$  requis par les lancements en production à la période  $t$  des références qui utilisent ce composant  $i$ . Par contre, tout ou partie des besoins bruts des périodes  $t+1$  à  $t+L_i$  dépend de réquisitions du PDP hors horizon gelé. Si  $L_i > 1$ , le Besoin Brut de la période  $t+L_i-1$  dépend de réquisitions certaines pour les modules alternatifs  $k$  pour lesquels  $\lambda_{ik} = H_G$  et de réquisitions inconnues pour les modules alternatifs  $k$  pour lesquels  $\lambda_{ik} > H_G$ . Si  $L_i > 2$ , le

Besoin Brut de la période  $t+L_i-2$  dépend de réquisitions certaines pour les modules alternatifs  $k$  pour lesquels  $\lambda_{ik} = H_G + 1$  et de réquisitions inconnues pour les modules alternatifs  $k$  pour lesquels  $\lambda_{ik} > H_G + 1$ . D'une manière générale, si  $L_i > \Lambda$ , le Besoin Brut de la période  $t+L_i-\Lambda$  dépend de réquisitions certaines pour les modules alternatifs  $k$  pour lesquels  $\lambda_{ik} = H_G + \Lambda$  et de réquisitions inconnues pour les modules alternatifs  $k$  pour lesquels  $\lambda_{ik} > H_G + \Lambda$ . Ce constat conditionne la détermination des composantes de la distribution de référence à utiliser pour définir le niveau de reapprovisionnement  $R_i$ .

Si on se place dans la configuration où  $\lambda_{ik} > H_G + L_i - 1, \forall k$ , aucun des Besoins Bruts des périodes  $t+1$  à  $t+L_i$  (date de la livraison) de la référence  $i$  n'est connu et la distribution de probabilité à utiliser pour déterminer  $R_i$  est :

$$Y_{it} = \sum_{\mathcal{E}_{ik} | \lambda_{ik} > H_G + L_i - 1, \forall k} a_{ik} \cdot \sum_{t'=t+1}^{t'+L_i} X_{kt'} \quad [4]$$

En régime de croisière, les caractéristiques de la demande d'un module alternatif  $k$  sont stables ;  $X_{kt'}$  peut alors être remplacé par  $X_k$ , qui suit la loi Binomiale  $\mathcal{B}(N, C_k)$  et  $Y_{it}$  peut l'être par  $Y_i$ . Dans ces conditions, la distribution de référence à utiliser pour déterminer le niveau de reapprovisionnement  $R_i$  est

$$Y_i = \sum_{\mathcal{E}_{ik} | \lambda_{ik} > H_G + L_i - 1, \forall k} a_{ik} \cdot \sum_{t'=1}^{t'+L_i} X_k. \text{ On peut noter qu' alors}$$

$\sum_{t'=1}^{t'+L_i} X_k$  suit la loi Binomiale  $\mathcal{B}(N \cdot L_i, C_k)$  et que ce niveau de reapprovisionnement  $R$ , fractile du risque  $\alpha$  de la distribution de probabilités de cette variable  $Y_i$ , ne varie pas au cours du temps en régime de croisière.

En tenant compte du fait que la livraison effectuée au début de la période  $t$  pour la référence  $i$  correspond à un lancement  $LP_{i,t-L_i}$  effectué au début de la période  $t-L_i$  et que  $BB_{it}$  est connu, la quantité lancée en production est :

$$LP_{it} = R_i - (SD_{it} + \sum_{t'=t-1}^{t'+L_i} LP_{it'}) \quad [5]$$

Après ce lancement, la position de stock est  $R_i$ . Au début de la période suivante, avant lancement et satisfaction de la demande, cette position de stock est devenue  $R_i - BB_{it}$  il faut au début de cette période  $t+1$  lancer en production une quantité égale au Besoin Brut de la période précédente pour que la position de stock après commande reste égale à  $R_i$ . La relation [6], valable en régime de croisière dans le cadre d'une production entièrement pour stock, résume cette propriété importante du point de vue de l'implémentation de la règle :

$$LP_{it} = BB_{i,t-1}, \text{ avec } \lambda_{ik} > H_G + L_i - 1, \forall k \in \mathcal{E}_{ik} \quad [6]$$

Cette relation [6] est similaire à la relation [3] en ce sens que la commande à passer en régime de croisière correspond à la demande observée au cours de la période précédente.

Dans le cas où un ou plusieurs modules  $k$  sont liés à la référence  $i$  par des délais  $\lambda_{ik} < H_G$ , sachant qu'il existe au moins un module de l'ensemble  $\mathcal{E}_{ik}$  pour lequel  $\lambda_{ik} \geq H_G$ , une partie des Besoins Bruts des périodes  $t+1$  à  $t+L_i$  est certaine, ce qui diminue la partie aléatoire à prendre en compte et donc le niveau de reapprovisionnement  $R_i$ .

En reprenant le raisonnement précédent, la partie certaine des Besoins Bruts  $BB_{t+L_i}$  est  $\sum_{\mathcal{E}_{ik} | \lambda_{ik} = H_G - 1} a_{ik} \cdot PDP_{k,t+\lambda_{ik}}$ . Cette quantité (éventuellement nulle) est à intégrer au lancement de  $i$

en  $t$ . Le cumul des quantités certaines des besoins des périodes  $t+1$  à  $t+L_i-1$  est  $\sum_{h=1}^{h=L_i-1} \sum_{\xi_{ik}|\lambda_{ik}=H_G-1-h} a_{ik} \cdot PDP_{k,t+\lambda_{ik}}$ .

La partie des Besoins Bruts d' $i$ , des périodes  $t+1$  à  $t+L_i$ , correspondant à des bornes de délais  $\lambda_{ik}$  allant de  $H_G+2-L_i$  à  $H_G+1$ , non liée à des réquisitions certaines du PDP, est :

$$Y_i = \sum_{h=1}^{h=L_i} \sum_{\xi_{ik}|\lambda_{ik}>H_G+2-h} a_{ik} \cdot X_k \quad [7]$$

C'est la base de la distribution de cette variable  $Y_i$  qu'il convient de déterminer le niveau de rechargement  $R_i$ . Dans ces conditions, la formule (générale) de calcul du lancement en production de  $i$  au début de  $t$  est:

$$LP_{it} = \sum_{\xi_{ik}|\lambda_{ik}=H_G-1} a_{ik} \cdot PDP_{k,t+\lambda_{ik}} + R_i - [SD_{it} + \sum_{t'=t-1}^{t'=t-L_i} LP_{it'} - \sum_{h=1}^{h=L_i-1} \sum_{\xi_{ik}|\lambda_{ik}=H_G-1-h} a_{ik} \cdot PDP_{k,t+\lambda_{ik}}] \quad [8]$$

La relation [5] se généralise sans problème dans le cas d'une production partiellement pour stock : il faut ajouter à la partie certaine du Besoin Brut  $\sum_{\xi_{ik}|\lambda_{ik}=H_G+1} a_{ik} \cdot PDP_{k,t+\lambda_{ik}}$ , la partie du Besoin Brut de la période  $t-1$  devenue certaine, ce qui donne la relation [9] valable à partir du moment où il existe un délai  $\lambda_{ik}$  supérieur à  $H_G$ .

$$LP_{it} = \sum_{\xi_{ik}|\lambda_{ik}=H_G+1} a_{ik} \cdot PDP_{k,t+\lambda_{ik}} + [BB_{i,t-1} - \sum_{\xi_{ik}|\lambda_{ik}=H_G} a_{ik} \cdot PDP_{k,t+\lambda_{ik}}] \quad [9]$$

Cette relation [9] est un peu plus compliquée à implémenter que la relation [5] dans la mesure où elle implique d'explicitier les composantes du Besoin Brut à satisfaire par le lancement en production.

#### 4.2.2 Existence de problème de qualité

Dans [Camisullis et Giard, 2010] et [Camisullis et al., 2011], il est montré que si le Besoin Brut  $BB_{i,t+L_i}$  à couvrir par le lancement en production de  $i$  au début de la période  $t$  est connu, il est possible de se protéger contre une rupture de stock liée à la possibilité que chaque pièce à livrer ait la probabilité  $\pi_i$  de ne pas être conforme par l'utilisation d'un stock de sécurité défini comme le fractile au risque  $\alpha$  choisi, d'une variable aléatoire  $Z$  suivant la loi Binomiale Négative  $\mathcal{BN}(BB_{i,t+L_i}, \pi_i)$ . En cas d'absence de pièces défectueuses, le stock résiduel après contrôle avant envoi des pièces demandées est égal à ce stock de sécurité. D'un point de vue opérationnel, on peut ajouter que, si la probabilité de non-conformité est faible, une valeur de stock de sécurité est valide pour une plage de valeurs relativement large de Besoins Bruts, ce qui permet un appel aisé à une table sans refaire à chaque fois le calcul.

Si le Besoin Brut est entièrement aléatoire, il convient de définir le niveau de rechargement  $R$  non plus à partir de  $Y_i$  tel que défini à la relation [4] mais à partir de la variable aléatoire  $W_i = Y_i + Z_i$ , où  $Z_i$  suit la loi  $\mathcal{BN}(y_i, \pi_i)$  dont le premier argument est une occurrence de la variable aléatoire  $Y_i$ . La distribution de  $W_i$  s'établit sans difficulté par la Méthode de Monte Carlo.

Dans le cas d'une production partiellement pour stock et partiellement à la commande, la généralisation du raisonnement précédent conduit à modifier le premier paramètre de la distribution de  $Z_i$  en ajoutant à  $y_i$  la partie

certaine du Besoin à couvrir pour la période  $t+L_i$ . Cette solution, analytiquement correcte, conduit à recalculer à chaque décision la distribution de probabilité de  $W_i$  et donc  $R$ . Si  $\pi_i$  est faible, il est plus simple de considérer que le premier argument de  $Z_i$  est une réalisation d'une variable aléatoire dans la quelle toutes les réquisitions du PDP intervenant dans le calcul du Besoin Brut à satisfaire sont aléatoires. Le niveau de rechargement est alors fixe et les pertes d'efficacité et d'efficience sont négligeables si  $\pi_i$  est faible.

## 5 CONCLUSION

Nous avons montré comment il était possible de piloter la production de modules alternatifs dans une chaîne logistique dédiée à la production de masse de produits fortement diversifiés, dans un contexte de dispersion géographique des unités de cette chaîne logistique, conduisant à mélanger production à la commande et production pour stock. Les niveaux de rechargement à utiliser pour une production en partie ou totalement pour stock dépendent des caractéristiques du régime de croisière. Lorsque celles-ci changent ( $N$  et/ou  $\bar{C}$ ), conduisant à une modification du niveau de rechargement, l'adaptation au nouveau régime de croisière se fait lors du premier lancement en production basée sur la nouvelle valeur de  $R_i$ . Il en est de même pour le stock de sécurité à utiliser lorsque le Besoin Brut à satisfaire est certain. Pour terminer, insistons sur le fait que les unités de la chaîne logistique ne disposent pas nécessairement des informations permettant le calcul des niveaux de rechargement et/ou des stocks de sécurité à utiliser et l'évaluation d'une transformation des caractéristiques du régime de croisière, ce qui milite en faveur d'un pilotage centralisé de la chaîne logistique. Un obstacle important à l'application de ce principe est le fait qu'une même unité de production peut appartenir à plusieurs chaînes logistiques, tirées par des entités juridiquement distinctes souvent en concurrence, ce qui rend difficile l'obtention des informations nécessaires c'est-à-dire les différentes distributions Multinomiales nécessaires à la simulation de Monte Carlo. Il s'ensuit une perte d'efficacité et d'efficience préjudiciable pour tous.

## 6 RÉFÉRENCES

- Büchel, A. (1982) An overview of possible procedures for stochastic MRP. *Engineering Costs and Production Economics*. 1982, 6, pp. 43-51.
- Buzacott, J. A., Shanthikumar, J. G. (1994) Safety stocks versus safety time in MRP controlled Production systems. *Management Science*. 1994, Vol. 40, 12, pp. 1678-1688.
- Camisullis C., Giard V. (2010) Détermination des stocks de sécurité dans une chaîne logistique-amont dédiée à une production de masse de produits fortement diversifiés, *Journal Européen des Systèmes Automatisés*, vol.44, p. 975-1010.
- Camisullis C., Giard V., Mendy-Bilek, G. (2011) Information to share in supply chains dedicated to the mass production of customized products for decentralized management, *Cahier de recherche 302 du LAMSADE*, <http://www.lamsade.dauphine.fr/scripts/FILES/publi1361.pdf>
- Chang, Alec C. 1985. The interchangeability of safety stocks and safety lead time. *Journal of Operations Management*. 1985, Vol. 6, 1, pp. 35-42.
- De Bodt, Marc A., Van Wassenhove, Luk N. et Gelders, Ludo F. 1982. Lot sizing and safety stock decisions in an MRP



- system with demand uncertainty. *Engineering Costs and Production Economics*. 1982, 6, pp. 67-75.
- Guerrero, Hector H., Baker, Kenneth R. et Southard, Maynard H. 1986. The dynamics of hedging the master schedule. *International Journal of Production Research*. 1986, Vol. 24, 6, pp. 1475-1483.
- Guide, V.D.R. Jr et Srivastava, R. 2000. A review of techniques for buffering against uncertainty with MRP systems. *Production Planning & Control*. 2000, Vol. 11, 3, pp. 223 - 233.
- Inderfurth, Karl et Minner, Stefan. 1998. Safety stocks in multi-stage inventory systems under different service measures. *European Journal of Operational Research*. 1998, 106, pp. 57-73.
- Koh, S. C.L., Saad, S. M. et Jones, H. M. 2002. Uncertainty under MRP-planned manufacture: review and categorization. *International Journal of Production Research*. 2002, Vol. 40, 10, pp. 2399-2421.
- Lagodimos, A.G. et Anderson, E.J. 1993. Optimal positioning of safety stocks in MRP. *International Journal of Production Research*. 1993, Vol. 31, 8, pp. 1797-1813.
- Molinder, A. 1997. Joint optimisation of lot-sizes, safety stocks and safety lead times in an MRP system. *International Journal of Production Research*. 1997, Vol. 35, 4, pp. 983-994.
- Persona, Alessandro, et al. 2007. Optimal safety stock levels of subassemblies and manufacturing components. *International Journal of Production Economics*. 2007, 100, pp. 147-159.
- Winjgaard, J. et Wortmann, J.C. 1985. MRP and inventories. *European Journal of Operational Research*. 1985, 20, pp. 281-293.