

CAHIER DU LAMSADE
317

Février 2012

**Pilotage d'une chaîne logistique par une approche de
type MRP dans un environnement partiellement
aléatoire**

V. Giard, M. Sali

RÉSUMÉ. On s'intéresse au pilotage par une approche MRP, d'une chaîne logistique dédiée à la production de masse de produits fortement diversifiés. Il s'agit plus précisément de coordonner la production d'un ensemble de modules alternatifs montés sur un poste d'une ou plusieurs lignes d'assemblage final ainsi que celle des composants que ces modules comportent. Les niveaux de production de ces lignes sont stables. Les caractéristiques structurelles des demandes finales sont stables ou prévisibles. La production d'un composant est tirée par des réquisitions du Plan Directeur de Production (PDP) hors horizon gelé ne peut pas se faire à la commande dans le cadre classique de la MRP. On propose des solutions analytiques permettant de piloter la partie productive de la chaîne logistique par une approche MRP autorisant des productions partiellement ou totalement pour stock. On introduit également d'autres relations permettant de prendre en compte les aléas de qualité en production. Toutes ces solutions sont illustrées numériquement.

ABSTRACT. This article focuses on the monitoring of a supply chain dedicated to the mass production of strongly diversified products. In particular we are interested in the part of this chain that contributes to the production of a set of alternative modules assembled on a work station of one or several assembly lines, whose production levels are stable. The customers' demand structures are assumed to be known. When the production of a component is drawn by requirements of the MPS that are beyond the frozen horizon, this component cannot be built-to-order. We provide and illustrate analytical solutions, adapted from the periodic order policies, to define scheduled orders of components to be produced partly or wholly to stock. Additional relations are provided to face disturbances induced by quality problems.

MOTS-CLÉS : MRP, production à la commande, production pour stock, stock de sécurité, chaîne logistique, simulation de Monte Carlo.

KEYWORDS : MRP, Build To Order, Build To Stock, Safety Stock, Supply Chain, Monte Carlo Simulation.

1. Introduction

On s'intéresse ici aux chaînes logistiques dédiées à la production de masse de produits fortement diversifiés, caractérisées par une certaine dispersion géographique des unités de production de cette chaîne. Dans ce contexte, qu'illustre bien l'industrie automobile, la production est généralement tirée par plusieurs lignes d'assemblage géographiquement distantes. La diversité est assurée principalement par le montage de modules alternatifs (par exemple, moteurs, boîtes de vitesse...) sur plusieurs postes d'une ligne, chaque poste étant dédié à un ensemble différent de modules alternatifs dont l'un doit nécessairement être monté sur le produit fini qui transite par ce poste. Un module alternatif peut être utilisé par d'autres lignes d'assemblage et donc appartenir à plusieurs ensembles de modules alternatifs, chaque ensemble étant spécifique à une ligne d'assemblage. Les modules optionnels (par exemple, toit ouvrant) peuvent être considérés comme un cas particulier des modules alternatifs.

Dans ce type de chaînes logistiques, les niveaux quotidiens de production des lignes d'assemblage final sont stables sur le court terme et leurs évolutions, relativement bien anticipées, étant entendu que ces variations se font par palier car le temps de cycle de ces lignes est difficilement modifiable à court terme. On supposera ici que l'on dispose d'une anticipation suffisante de ces niveaux de production. Si la production quotidienne de chaque ligne est certaine, la demande quotidienne de tous

les composants systématiquement montés l'est aussi et, par voie de conséquence, celle des composants qu'ils utilisent. La gestion de ces flux ne pose pas de problème, en l'absence d'aléas de qualité ou de délais de transport ou de production.

Le pilotage de la production des modules alternatifs – et des composants qu'ils utilisent – est plus complexe. On se place ici dans le contexte, fréquemment rencontré, dans lequel les commandes des maillons clients aux maillons fournisseurs de la chaîne productive s'effectuent simultanément, avec la même périodicité, les livraisons se faisant au même rythme. Ce mode de fonctionnement est celui de la MRP qui détermine périodiquement et de manière cohérente, le lancement en production des différentes références de la nomenclature des produits finis en garantissant le respect des réquisitions du Plan Directeur de Production (PDP), lesquelles tirent la production de toutes les unités productives. Dans le contexte retenu, la combinatoire des modules optionnels est grande et la variété des produits finis est trop forte pour que le PDP puisse être défini à ce niveau, sauf sur le très court terme et avec une granularité temporelle plus fine mais on est alors plus sur un problème d'ordonnancement que de planification. Au-delà, le PDP est à définir au niveau des modules alternatifs, la personnalisation des produits finis n'étant pas connue.

Cette synchronisation des décisions et livraisons, qui caractérise la MRP, est parfaitement compatible avec un pilotage autonome des centres de production d'une chaîne logistique complexe. Le pilotage des grandes chaînes logistiques mondiales peut s'appuyer sur une utilisation de mécanismes de pilotage centralisé, sur des mécanismes contractuels de coordination d'entités productives indépendantes ou sur un panachage de ces deux modes.

Dans l'approche décentralisée, les relations entre maillon-client et maillon-fournisseur de la chaîne logistique se déterminent librement. Le niveau d'anticipation d'un fournisseur sur les demandes à satisfaire est faible, même si des contrats-cadres sont passés pour limiter l'incertitude. Pour honorer une commande, le fournisseur doit disposer des composants et matières premières nécessaires, faute de quoi son client ne recevra pas la livraison espérée, ce qui peut l'empêcher, à son tour, d'honorer les commandes de ses propres clients. Le manque d'anticipation local conduit à des propagations amplifiées de perturbations (effet *Bullwhip*) conduisant à un fonctionnement erratique de la chaîne logistique. Pour palier ce défaut d'information, des procédures exceptionnelles de production et de transport sont mobilisées et combinées avec l'emploi de stocks de sécurité. La détermination rationnelle des niveaux de ces stocks de sécurité est délicate car les informations localement disponibles ne sont pas les plus pertinentes. La cohérence décisionnelle de ce pilotage décentralisé est difficile à assurer.

L'approche MRP s'inscrit clairement dans une optique de pilotage centralisé par l'entité qui gère les lignes d'assemblage final. Elle doit être adaptée pour être en mesure de piloter des productions partiellement ou totalement pour stock. C'est l'objet de cet article. Sa mise en œuvre opérationnelle pose des problèmes communs aux

approches centralisées, tout en limitant certains d'entre eux, et pose quelques problèmes spécifiques. Ils seront analysés en conclusion.

On commencera par examiner comment l'incertitude est prise en compte dans la MRP d'abord au travers de ses mécanismes de base que l'on « revisitera » pour faciliter l'introduction de nos propositions, avant d'examiner les apports disponibles dans la littérature sur ce thème, pour identifier les pistes déjà explorées et les lacunes restant à combler pour le type de chaîne logistique retenu ici. On proposera au § 3 un ensemble de relations assurant un pilotage efficace et efficient de productions partiellement ou totalement pour stock dans le cadre de la MRP. On les complétera par des relations permettant de prendre correctement en compte les problèmes de qualité, que la production se fasse pour stock ou à la commande. La dernière partie (§ 4) sera consacrée à une illustration numérique des relations proposées, avant de conclure sur les conditions de réussite de cette approche.

2. Le traitement de l'incertitude dans la MRP

On commencera par examiner le traitement de l'incertitude par la MRP, dans sa formulation classique, avant d'examiner comment les chercheurs ont tenté de rationaliser des approches empiriques rapidement mobilisées pour la prendre en compte.

2.1. Prise en compte de l'incertitude dans l'approche classique de la MRP

Dans ses fondements, la MRP a été mise au point pour établir, en univers certain, les programmes de production d'un ensemble de références fabriquées par un ensemble d'unités de production garantissant le respect du Plan Directeur de Production (PDP). Le PDP est un échéancier de mise à disposition de références, correspondant le plus souvent à des produits finis (niveau 0 de la nomenclature), défini sur l'horizon de planification H_p . La MRP-I détermine, par simulation, le lancement au plus tard de toutes les références rentrant dans la composition des références du PDP en mobilisant un ensemble de mécanismes (explosion des nomenclatures, calcul de Besoins Nets, lotissement, absorption des délais), le calcul du lancement d'une référence étant nécessairement postérieur à celui de toutes les références qui l'utilisent. La MRP-II ajoute à la MRP-I un mécanisme d'ajustement charge-capacité qui peut conduire à la modification de certaines contraintes capacitaires, à la remise en cause du PDP par retards de mise à disposition de certaines références ou par modifications de décisions de lancement en production antérieurement prises. Dans ce qui suit, on se placera dans un contexte où ne se pose aucun problème d'ajustement charge-capacité, parce que le mécanisme d'élaboration du PDP en garantit la faisabilité (par ajustements préalables de capacité et/ou retards de mise à disposition de certaines références du PDP) ; en outre, le mécanisme du lot-pour-lot est retenu ici. Le processus de calcul de la MRP est déclenché à cadence régulière (planification glissante) ; Parmi les propositions de lancements en production des références gérées par la MRP, seules les propositions de la première

période sont exécutées ; les lancements proposés pour les périodes suivantes peuvent être modifiées lors de calculs ultérieurs de MRP.

Dans sa formulation standard, la MRP traite indirectement de l'incertitude au travers des concepts d'horizon gelé et de nomenclature de planification. Ces présentations seront l'occasion d'introduire de nouvelles perspectives qui seront à la base des développements du § 3.

2.1.1. Horizon gelé du PDP et Point de Pénétration de Commande

La période de référence retenue pour définir le PDP et la périodicité des décisions prises dans le cadre de la MRP est d'amplitude θ . Les délais d'obtention et horizons sont des multiples de cette période de référence. L'horizon gelé H_G est la partie initiale de l'horizon de planification H_P , sur lequel le PDP est défini, allant des périodes t à $t + H_G - 1$, sur laquelle les réquisitions sont intangibles. Ce concept est lié à celui de Point de Pénétration de Commande (PPC), qui délimite ce qui peut être produit à la commande de ce qui doit l'être pour stock ; ce lien est exposé dans (Giard *et al.*, 2007, 2009).

L'application en cascade du mécanisme d'explosion des nomenclatures conduit à trouver a_{ik} unités de la référence i , du niveau n de la nomenclature, incluses dans la référence k appartenant au sous-ensemble \mathcal{E}_{ik} du PDP (qui correspond au niveau 0 de la nomenclature). Par ailleurs, l'application en cascade du mécanisme d'absorption des délais conduit à un décalage λ_{ik} entre la période t du lancement en production d'une unité de la référence i et la période $t + \lambda_{ik}$ de réquisition de la référence k dans le PDP. La prise en compte simultanée de ces deux mécanismes permet de lier directement le Besoin Brut BB_{it} d'une référence i du niveau n de la nomenclature à la période t , aux réquisitions $PDP_{kt'}$ de références k (niveau 0 de la nomenclature) à des dates $t' > t$ et non au lancement en production des références qui consomment cette référence i , comme on le fait normalement en MRP.

En univers certain (PDP non révisable, absence de problèmes de qualité, délais d'obtention certain...), le stock SD_{it} physiquement détenu à la fin de la période t pour n'importe quelle référence i doit être nul, parce qu'un stock résiduel génère un coût sans contrepartie utile. La quantité LP_{it} lancée en production pour la référence i au début de la période t est alors nécessairement égale à la quantité $q_{i,t+L_i}$ livrée au début de la période $t + L_i$, compte tenu du délai d'obtention L_i de cette référence i . À son tour, $q_{i,t+L_i}$ est nécessairement égal au Besoin Net $BN_{i,t+L_i}$ de cette période, lui-même égal au Besoin Brut $BB_{i,t+L_i}$ de cette même période. Ces différentes valeurs sont liées aux réquisitions du PDP par la relation [1].

$$LP_{it} = q_{i,t+L_i} = BN_{i,t+L_i} = BB_{i,t+L_i} = \sum_{\mathcal{E}_{ik}} a_{ik} \cdot PDP_{k,t+\lambda_{ik}} \quad [1]$$

Le lancement en production de la référence i est relèvé d'une production entièrement à la commande si $\text{Max}_k(\lambda_{ik}) \leq H_G$, ce qui correspond au cas « normal » d'utilisation de la MRP. Il relèvé d'une production entièrement pour stock si $\text{Min}_k(\lambda_{ik}) > H_G$, car toutes les demandes du PDP visées par cette relation sont inconnues. Il relèvé enfin, d'une production partiellement à la commande et partiellement pour stock si la référence i est liée à au moins une référence k telle que $\lambda_{ik} < H_G$ et à au moins à une référence k' telle que $\lambda_{ik'} \leq H_G$. Ce dernier cas de figure, non traité à notre connaissance dans la littérature du PPC ou celle de la MRP, est devenu très fréquent dans les grandes chaînes logistiques d'étendue mondiale, comme c'est le cas dans l'automobile.

L'entreprise qui veut piloter à la commande la production d'un ensemble de références fabriquées sur différents sites, dans le cadre de la chaîne logistique qu'il anime, ne peut donc le faire que si elle dispose d'un PDP défini sur un horizon gelé tel que $H_G \geq \text{Max}_{i,k}(\lambda_{ik})$. La tendance au remplacement de fournisseurs de références d'un niveau élevé dans la nomenclature, par des fournisseurs plus attractifs du point de vue des coûts d'approvisionnement mais plus lointains géographiquement, peut conduire insidieusement, par l'allongement des λ_{ik} qu'il induit, au non-respect de cette condition et perturber le pilotage de la chaîne logistique si les règles de pilotage ne sont pas correctement adaptées.

2.1.2. Nomenclature de planification

Dans la production de masse de produits fortement diversifiés le PDP ne peut être défini qu'au niveau des composants alternatifs ou optionnels, la variété finale étant trop forte pour pouvoir l'être à celui du produit fini. La nomenclature de planification (appelée encore nomenclature modulaire) \vec{c} d'un ensemble de K modules alternatifs décrit la structure moyenne d'utilisation de ces modules alternatifs par un ensemble de produits finis généralement assemblés sur une même ligne. Les éléments de ce vecteur \vec{c} correspondent aux proportions moyennes c_k de consommation des modules k ; bien évidemment, $\sum_{k=1}^{k=K} c_k = 1$.

Cette nomenclature de planification est parfois utilisée pour définir les réquisitions du PDP hors horizon gelé mais ces informations ne sont pas fiables. Il est préférable de considérer ces demandes comme aléatoires (Camisullis et Giard, 2010) et d'utiliser ce vecteur \vec{c} comme un vecteur de probabilités d'utilisation des modules alternatifs à utiliser en régime de croisière. Dans ce cadre, le vecteur \vec{X} des demandes quotidiennes de modules alternatifs suit la loi Multinomiale¹ $\mathcal{N}(N, \vec{c})$, dans laquelle

¹ Rappelons que la loi Multinomiale est une généralisation de la loi Binomiale laquelle n'envisage que deux événements exclusifs épuisant l'ensemble des événements possibles pouvant intervenir à l'issue d'une épreuve. La loi Multinomiale envisage le cas de k événements exclusifs épuisant l'ensemble des événements possibles. Ces deux distributions se définissent par un nombre d'épreuves N . La loi Binomiale a comme second argument la probabilité de l'événement privilégié

N est la production quotidienne de la ligne. La demande quotidienne X_k du module k suit la loi Binomiale $\mathcal{B}(N, c_k)$, l'événement complémentaire étant « autres modules alternatifs ».

2.2. Analyse de la littérature de prise en compte de l'incertitude dans la MRP

La méthode MRP a été initialement conçue pour être mise en œuvre dans un environnement déterministe ; aucune méthode de sécurisation n'est initialement imaginée. La confrontation de cette perception idéalisée de la planification au monde réel a mis en évidence la nécessité de prendre en charge, dans le cadre du modèle MRP, l'aspect incertain des informations exploitées dans la construction du PDP et la déclinaison des besoins à des niveaux de nomenclatures successifs par les mécanismes combinés d'explosion des nomenclatures et d'absorption des délais. Les sources d'aléa pouvant perturber le bon déroulement d'une MRP sont nombreuses et se combinent rendant inefficace et inefficent tout modèle de planification dans son acception certaine.

On a vu apparaître, dès la fin des années soixante-dix, des tentatives d'adaptation de la méthode MRP à un environnement incertain en introduisant des règles de gestion empiriques ou issues de résultats analytiques reposant sur des hypothèses d'origine inductive rendant délicate toute tentative de généralisation ou de théorisation.

La première source d'incertitude à avoir été étudiée est celle relative la demande. (Büchel, 1982) considère que la demande en produit fini est une variable aléatoire dont l'espérance et la variance sont connues. Pour contrer l'incertitude, il propose de dimensionner un stock de sécurité pour chaque composant, calculé comme le fractile de la loi de la demande sur le délai d'obtention, pour une probabilité de rupture prédéterminée. L'espérance mathématique et la variance de la demande en composant sont obtenues par simple sommation des espérances et variances des demandes des produits finis qui les utilisent. Ce résultat, lié à une hypothèse d'indépendance des demandes, ne tient pas s'il s'agit d'un composant commun à plusieurs modules alternatifs d'un même ensemble sans être systématiquement monté sur tous les modules alternatifs de cet ensemble. Dans ce contexte où la demande quotidienne de modules alternatifs \bar{X} suit la Multinomiale $\mathcal{M}(N, c)$ on a indiqué pourquoi la demande quotidienne X_k d'un module alternatif k suivait la loi Binomiale $\mathcal{B}(N, c_k)$, de variance $N \times c_k \times (1 - c_k)$. Si $K > 2$, la demande X_1 du module alternatif 1 suit la loi Binomiale $\mathcal{B}(N, c_1)$ et X_2 suit la loi $\mathcal{B}(N, c_2)$ (si l'on préfère mettre en évidence le lien entre ces variables, il revient au même de considérer que X_2 suit la loi $\mathcal{B}\{N - X_1, c_2 / (1 - c_1)\}$ dont on montre que la variance est $N \cdot c_2 \cdot (1 - c_2)$). En régime de croisière, caractérisé par une stabilité de la production quotidienne et de la structure de la demande, la demande Y d'un composant commun aux modules alternatifs 1 et 2 et monté en un seul exemplaire sur chacun de ces deux modules ($Y = X_1 + X_2$), suit la loi Binomiale $\mathcal{B}(N, c_1 + c_2)$, dont la variance

par l'utilisateur de cette loi. La loi Multinomiale a comme arguments complémentaires, les probabilités associés aux k événements (mises sous une forme vectorielle ici).

$V(Y) = N \times (c_1 + c_2) \times (1 - c_1 - c_2)$ n'est pas égale à la somme des variances de X_1 et de X_2 . Cette observation reste valable si ces demandes de modules alternatifs font références à des paramètres N et c_i définis à des dates différentes.

Dans un autre article et en se basant sur les mêmes principes de modélisation, (Büchel, 1983) s'intéresse à la planification des besoins en composants optionnels. Pour le calcul des besoins majorés en composants optionnels assurant un certain niveau de service, il démontre sur un cas d'application que l'utilisation d'un pourcentage d'utilisation aléatoire, résultat du rapport entre deux variables aléatoires que sont la demande en produit fini et la demande en composant optionnel, donne de meilleurs résultats, du point de vue du niveau de service, qu'une couverture proportionnelle à la demande moyenne. De nos jours, la facilité d'application de la simulation de Monte Carlo rend ce type d'approche facile à implémenter, encore qu'il soit plus simple et sans doute plus efficace de travailler directement sur une demande combinant l'aléa de niveau de production avec un aléa de taux d'utilisation.

En se basant sur un cas d'application, (De Bodt et al., 1982) évaluent l'efficacité des méthodes de lotissement associées à différents niveaux de stocks de sécurité dans le cadre d'une planification MRP avec demande incertaine. Le dimensionnement des stocks de sécurité et leur localisation résultent d'une simple comparaison entre plusieurs scénarios de localisation et de niveau de stock de sécurité. Aucune méthode de dimensionnement des stocks de sécurité n'est présentée dans cet article.

(Winjgaard et al., 1985) s'interrogent sur les formes de sécurisation pouvant être mobilisées afin de minimiser l'effet de l'incertitude dans la planification MRP. Ils présentent les principes et avantages d'utilisation du stock de sécurité, du délai de sécurité et de la majoration des quantités du PDP. Dans ce même article, une méthode de dimensionnement des stocks de sécurité, tenant compte de l'erreur de prévision, est proposée pour une configuration en série, convergente puis divergente de la chaîne logistique. Le modèle proposé considère le cas de composants liés au produit fini par un coefficient de nomenclature égale à 1 et exclut la prise en compte des effets combinés des coefficients de monte et des phénomènes de commonalité².

Dans le cas d'une production sur stock d'un seul produit fini, (Carlson et al., 1986) proposent une heuristique permettant de fixer le niveau de stocks de sécurité en régime de demande stationnaire afin de minimiser le coût de stockage et de commande étant donné un taux de service préalablement fixé. Le rôle du stock de sécurité est ici de limiter le nombre de commandes exceptionnelles pouvant intervenir dans le cadre d'une politique de lotissement basée sur l'algorithme de Wagner-Whitin (conduisant donc à une optimisation locale de l'approvisionnement de chaque référence, sans tenir compte des interdépendances induites par les mécanismes d'explosion des nomenclatures et d'absorption des délais). Le recours à des commandes exceptionnelles est considéré à un coût équivalent à celui d'une commande « normale ». Cette hypothèse se justifie uniquement lorsqu'une commande exceptionnelle intervient à une période compatible avec les délais d'obtention. Une commande exceptionnelle qui interviendrait en dehors

² Inclusion dans des produits finis techniquement différents de composants élémentaires communs. Cette notion est au cœur des premières justifications de la mise en œuvre de la MRP.

de ce cas, lorsque cela est possible, est a fortiori génératrice de surcoûts³ non pris en compte dans la modélisation.

(Lagodimos et *al.*, 1993) ont examiné la question de la localisation des stocks de sécurité dans une planification MRP de produits standardisés. Leur objectif est de maximiser le niveau de service en répartissant sur les différents niveaux de la nomenclature une valeur donnée de stock de sécurité en utilisant une approche analytique. On considère ici que le niveau de service n'est pas une variable de décision et que les coûts de possession sont identiques à chaque niveau de la nomenclature ; cette hypothèse est forte dans la mesure où, a priori, la valeur d'un composant, décroît avec son niveau de nomenclature. La conclusion qui est apportée va dans le sens d'un placement du stock de sécurité au niveau des produits finis dans le cas d'une structure en série de la chaîne logistique. Néanmoins, les auteurs relativisent leurs résultats en rappelant les limitations imposées par les hypothèses de modélisation.

Sous l'hypothèse d'une demande normalement distribuée en régime stationnaire, (Inderfurth et *al.*, 1998) s'intéressent à la double problématique du dimensionnement et de la localisation des stocks de sécurité en composants. Le but étant de satisfaire un niveau de service donné à chaque échelon de la chaîne logistique tout en minimisant le coût global de possession, ils proposent un modèle d'optimisation avec, comme fonction-objectif, la minimisation du coût de possession et, comme contrainte, la garantie d'une couverture assurant le découplage à un où plusieurs niveaux de la chaîne logistique compte tenu des délais d'obtention. Les délais de couverture associés à chacun des maillons de la chaîne constituent les variables de décision du modèle. La demande à chaque niveau découle de la demande finale pouvant porter sur un ou plusieurs produits finis différents ; dans ce dernier cas, des corrélations entre demandes sont introduites pour modéliser la demande sur des composants rentrant dans la composition de plusieurs produits finis. Dans le cas d'une production faisant appel à des composants ou modules alternatifs, la corrélation ne peut intervenir qu'entre des composants appartenant à des ensembles de composants alternatifs distincts⁴. La demande sur un composant sera le résultat d'une somme de variables aléatoires binomiales pondérées par des coefficients de monte.

Sur la base du taux de service et du coût de possession, (Zhao et *al.*, 2001) comparent la performance de trois méthodes de dimensionnement du stock de sécurité en production pour stock. Compte tenu des résultats obtenus par (Carlson et *al.*, 1986), il est décidé de placer le stock de sécurité au niveau du produit fini. Pour chacune des trois méthodes, un délai de couverture différent est utilisé pour le calcul du stock de sécurité. Aucune justification n'est donnée pour argumenter le choix des délais de couverture.

³ On peut citer par exemple la mobilisation de moyens de transport rapides pour réduire conjoncturellement le délai d'obtention.

⁴ Cette corrélation n'a d'incidence, au niveau des approvisionnements, que dans le cas de composants de jonction entre deux composants alternatifs appartenant à deux ensembles différents de composants alternatifs, ces composants de jonction n'étant pas toujours les mêmes.

Dans un article plus récent, (Persona et *al.*, 2007) proposent une méthode analytique pour dimensionner des stocks de sécurité en composants et modules dans le cas d'une production ou d'un assemblage à la commande. Dans leur modélisation, ils considèrent que les délais d'approvisionnement sont certains, que les demandes en composants alternatifs sont corrélées au sein d'une même famille de composants alternatifs exclusifs entre eux et que la demande est en régime stationnaire ; le taux de service cible est le résultat d'un compromis entre coûts de rupture et coûts de possession. La notion de corrélation utilisée dans cet article fait référence au lien statistique qui existe entre les demandes portant sur des modules alternatifs d'un même ensemble \mathcal{E}_j , or cette relation est le résultat d'une contrainte liée à la distribution Multinomiale et non à une corrélation entre variables aléatoires. Il existe des corrélations entre composants alternatifs appartenant à des ensembles différents mais cette corrélation n'a d'incidence qu'en cas de commonalité d'un composant à deux modules alternatifs appartenant chacun à une nomenclature de planification distincte ; on parlera alors de composants ou de module de jonction.

(Lamouri et *al.*, 2000) évoquent la possibilité d'utiliser les nomenclatures de planification pour la sécurisation des approvisionnements en s'intéressant aux conditions d'utilisation de ce mode de pilotage de flux sans pour autant s'attarder sur les modalités de sa mise en œuvre pratique.

D'autres pistes de protection contre l'incertitude en environnement MRP comme celles consistant à majorer les quantités du PDP⁵ ou à allonger artificiellement les délais d'obtention ont été explorées dans (Winjgaard et *al.*, 1985), (Guerrero et *al.*, 1986), (Buzacott et *al.*, 1994), (Molinder, 1997) et (Chang, 1985). (Buzacott et *al.*, 1994) s'intéressent à la possibilité d'utiliser, comme moyen de protection contre l'incertitude, les délais de sécurité. Ils considèrent qu'un arbitrage doit être fait entre stocks de sécurité et délais de sécurité en fonction de la fiabilité des prévisions, des capacités de production, du coût de possession et du coût de rupture. Ils considèrent, dans leur modélisation, un seul échelon fonctionnant en mode MRP en environnement incertain. La conclusion apportée par cette étude est que les stocks de sécurité permettent d'avoir une meilleure performance en coût total en cas de fortes incertitudes sur la demande. Le délai de sécurité a vocation à anticiper une demande future connue avec certitude et conduit nécessairement à un accroissement du stock d'encours dont la grossièreté dépend du découpage temporel retenu⁶. Dans une étude similaire (Molinder, 1997) propose des règles d'aide à la décision quant au choix à faire entre stock de sécurité et délai de sécurité. Les paramètres de décision retenus concernent les degrés d'incertitude de la demande et des délais ainsi que le ratio entre coût de rupture et coût de stockage. Ses conclusions sont quelque peu différentes de celles apportées par (Buzacott et *al.*, 1994) dans le sens où il préconise l'utilisation de

⁵ Cette technique fait croître mécaniquement les encours, sauf si cet accroissement est à peu près consommé dans la période suivante, ce qui peut être le cas si l'incertitude porte sur la qualité et que cette augmentation couvre, en moyenne, les pièces non-conformes.

⁶ Le délai de sécurité, dans la démarche de base de la MRP, ne peut qu'être qu'un multiple de la période de base. La démarche est d'autant plus réaliste que le découpage temporel est fin.

délais de sécurité en cas de fortes incertitudes sur la demande et les délais. Le coût associé à un délai de sécurité étant induit par une augmentation d'encours, il s'ensuit que l'opposition entre stock de sécurité et délai de sécurité n'est pas très claire.

Au vu des nombreux travaux réalisés sur le sujet de la gestion de l'incertitude dans le cadre de la planification MRP, des tentatives de synthèse ont été engagées à travers la publication d'articles de revue de littérature qui pour la plupart datent des années 2000. Afin de mettre clairement en évidence les domaines non encore explorés par la littérature spécialisée et de bien identifier le positionnement de nos travaux par rapport à ce qui a déjà été fait, il est intéressant de s'attarder quelque peu sur les grilles d'analyses utilisées par ces revues de littérature.

(Guide et *al.*, 2000) s'intéressent aux techniques mises en places afin de contrer l'incertitude en planification MRP. La grille d'analyse proposée comporte les sept axes que sont la modélisation, la méthode de dimensionnement des stocks de sécurité, leur localisation, la définition du délai de sécurité, le type d'incertitude pris en compte dans le modèle, la nature de l'horizon de planification qui peut être glissant ou fixe et enfin l'indicateur de performance retenu. L'examen qui est fait de la littérature dans cet article conduit à la conclusion que plusieurs lacunes existent encore bien que certaines des solutions proposées restent applicables, selon les auteurs, en vertu d'un ensemble d'hypothèses qui parfois sont discutables. Ces auteurs déplorent également l'inexistence de méthodologie et l'absence de règles précises permettant d'établir un compromis entre les différentes alternatives de protection proposées. Une autre catégorisation de la littérature est proposée par (Koh, et *al.*, 2002) où l'analyse se fait sur trois axes. Dans le premier axe les auteurs distinguent l'aléa interne lié aux processus de l'aléa externe. Le second axe est relatif au point d'occurrence de l'aléa qui peut être en amont ou en aval du processus productif. Enfin, le troisième axe concerne le type de solution préconisé à savoir l'amortissement de l'aléa à travers, par exemple, la mise en place de stocks de sécurité ou la réduction de l'aléa par des techniques telles que la majoration des quantités du PDP. La conclusion intéressante apportée par cet article est qu'il y a dans la littérature une faible proportion d'études proposant une prise en charge des interactions et combinaisons pouvant intervenir entre plusieurs sources d'aléa. Plus récemment (Dolgui et *al.*, 2007) ont proposé une grille d'analyse d'articles portant sur la gestion de l'aléa dans le cadre d'une planification MRP. Les articles retenus sont classés en trois familles en fonction du type d'aléa pris en compte : demande, délai et la combinaison des deux. Les auteurs présentent succinctement certaines des techniques communément utilisées pour maîtriser les conséquences de l'incertitude à savoir : l'horizon gelé, les stocks de sécurité et les délais de sécurité. En plus des manques mis en évidence par cette étude et qui rejoignent ceux identifiés par (Guide et *al.*, 2000) et (Koh et *al.*, 2002), l'accent est mis sur le fait qu'il y a très peu d'articles proposant des modèles multi-échelle à planification glissante.

La problématique de la prise en compte du risque dans la partie de chaînes logistiques traitant l'approvisionnement de composants optionnels ou alternatifs pour des lignes d'assemblage dédiées à la production de masse de produits fortement

diversifiés présente des caractéristiques spécifiques non encore prises en compte dans la littérature et que nous allons chercher à exploiter.

3. Modélisation

Le stock de sécurité peut être constitué pour faire face à différents types d'aléas répertoriés précédemment. On privilégiera ici l'aléa sur la demande, supposée connue en probabilité partiellement ou en totalité ; cet aléa est lié aux nomenclatures de planification et non aux productions quotidiennes des lignes d'assemblage qui sont réputées stables. On y ajoutera une seconde source d'aléa, susceptible de se combiner à la première, celle qui résulte des problèmes de qualité.

La MRP et les politiques calendaires de gestion des approvisionnements partagent la caractéristique de passer des commandes d'approvisionnement ou de production avec une même périodicité. Pour la MRP, le passage d'une demande certaine à une demande partiellement ou totalement aléatoire conduit naturellement à s'inspirer des politiques calendaires définies en univers aléatoire. La cohérence décisionnelle des unités de production impliquées repose sur le choix partagé d'une probabilité de rupture de stock négligeable afin de garantir l'absence de propagation de ruptures de stock dont le caractère exceptionnel permet la mobilisation de procédures exceptionnelles de rattrapage.

3.1 Principes de la politique de rechargement calendaire

En régime de croisière, la politique d'approvisionnement calendaire se caractérise par la passation d'une commande à la date t , livrée à la date $t + L$, L étant le délai d'obtention. Ces commandes sont passées à intervalles réguliers, d'amplitude θ , correspondant à la période de révision calendaire. La quantité commandée q_t est égale à la différence entre un niveau de rechargement R et la position PS_t de stock observée au moment de la passation de la commande. Le niveau de rechargement correspond à un fractile d'une distribution de probabilité de la demande que devra couvrir ce niveau de rechargement. Cette demande de référence est définie sur la période $\theta + L$. Ce fractile est associé à une probabilité de rupture de stock - cible α appelée encore risque de rupture. Ce risque peut résulter (Giard, 2003) de la minimisation de l'espérance mathématique d'un coût périodique en régime de croisière, intégrant l'impact économique de la politique de rechargement périodique retenue sur les ruptures de stock (espérance mathématique de la rupture, pondérée par un coût de rupture unitaire) et sur les stocks détenus (stock moyen possédé, pondéré par un coût de possession unitaire). La rupture d'approvisionnement d'une ligne de production a un impact économique très fort puisque la cessation de fonctionnement d'un poste se propage à tous les postes de la ligne mais sa valorisation est difficile car elle dépend de la durée de cette rupture et des procédures d'urgence mobilisée (approvisionnement d'urgence). La difficulté d'établissement d'une fonction de coût réaliste et non-contestable est telle qu'il est plus simple de retenir une valeur arbitrairement faible de ce risque, pour rendre la rupture de stock exceptionnelle.

Le stock de sécurité SS se définit comme la différence entre le niveau de reconstituer et la demande moyenne de la distribution de référence utilisée pour déterminer R . En régime stationnaire, si le risque de rupture accepté α est faible, la rupture de stock moyenne par période est négligeable et le stock résiduel moyen avant livraison diffère très peu du stock de sécurité.

Après la passation de commande, la position de stock est nécessairement égale au niveau de reconstituer. Avant la passation de commande suivante, au début de la période $t + \theta$, la position de stock, initialement égale à R , a été diminuée de la demande D_t exprimée au cours de la période t , délimitée par les dates t et la date $t + \theta$. Si les demandes non-satisfaites ne sont pas perdues, la commande à passer au début de la période $t + \theta$, en régime de croisière, est nécessairement égale à la demande D_t :

$$q_t = D_{t-\theta} \quad [2]$$

3.2. Adaptation de la MRP pour tenir compte du caractère aléatoire du PDP hors horizon gelé et d'éventuels problèmes de qualité

On examinera comment adapter le calcul de la quantité de composants à lancer en production, tirés par une demande finale ne pouvant être encore entièrement déterminée au moment de la prise de décision, dans un premier temps en l'absence de problèmes de qualité et, dans un second temps, en présence de tels problèmes.

3.2.1. Lancement en production tenant compte d'une demande finale partiellement aléatoire, en l'absence de problème de qualité.

La relation [1] lie les lancements en production d'une référence i aux réquisitions du PDP, certaines parce que rentrant toutes dans l'horizon gelé ($\lambda_{ik} < H_G, \forall k \in \mathcal{E}_{ik}$). Lorsque certains de ces modules alternatifs k sont tels que $\lambda_{ik} \geq H_G$, la partie de production du composant i induite par ces réquisitions, inconnues au moment de la prise de décision de lancement en production, doit se faire pour stock. Il convient alors de remplacer la notation $PDP_{k,t+\lambda_{ik}}$, appropriée pour une réquisition certaine du module alternatif k pour la période $t + \lambda_{ik}$, par la variable aléatoire $X_{k,t+\lambda_{ik}}$. Le Besoin Brut $BB_{i,t+L_i}$ est défini par la relation [3] et n'est plus égal au Besoin Net $BN_{i,t+L_i}$, ni à la livraison programmée $q_{i,t+L_i}$ pour le début de la période $t + L_i$ et donc au lancement en production LP_{it} au début de la période t .

$$BB_{i,t+L_i} = \sum_{\mathcal{E}_{ik} | \lambda_{ik} < H_G} a_{ik} \cdot PDP_{k,t+\lambda_{ik}} + \sum_{\mathcal{E}_{ik} | \lambda_{ik} \geq H_G} a_{ik} \cdot X_{k,t+\lambda_{ik}} \quad [3]$$

La généralisation de cette relation est nécessaire pour la suite ; d'une manière générale, si $0 \geq \lambda_{ik} - h \geq H_G$, la réquisition du PDP n'est pas connue pour le module k pour la période $t + \lambda_{ik} - h$, ce qui induit la relation [4].

$$\begin{aligned}
 BB_{i,t+L_i-h} = & \sum_{\xi_{ik} | \lambda_{ik} < H_G+h} a_{ik} \cdot PDP_{k,t+\lambda_{ik}-h} \\
 & + \sum_{\xi_{ik} | \lambda_{ik} \geq H_G+h} a_{ik} \cdot X_{k,t+\lambda_{ik}-h}, 0 \leq h \leq L_i - 1 \quad [4]
 \end{aligned}$$

Rappelons que le Besoin Brut BB_{it} de la période t est certain : il correspond au cumul des commandes fermes passées par les centres consommateurs de la référence i , à livrer au début de la période t .

Commençons par analyser le cas d'une **production partiellement pour stock**. Dans la logique de la MRP, la livraison $q_{i,t+L_i}$ correspond au Besoin Net $BN_{i,t+L_i}$ de cette référence i pour cette période $t + L_i$, lequel est égal au Besoin Brut $BB_{i,t+L_i}$ de cette période (défini à la relation [3]), diminué de la position de stock $PS_{i,t+L_i-1}$ à la fin de la période précédente $t + L_i - 1$. Cette position de stock $PS_{i,t+L_i-1}$ dépend de la position de stock $PS_{i,t-1}$ de la référence i utilisée au début de la période t lors du lancement en production ($PS_{i,t-1}$ correspondant au stock SD_{it} physiquement détenu au début de la période t), des Besoins Bruts et des livraisons attendues des périodes t à $t + L_i - 1$, ce que décrit la relation [5].

$$\begin{aligned}
 PS_{i,t+L_i-1} = & PS_{i,t-1} + \sum_{h=0}^{h=L_i-1} [q_{i,t+h} - BB_{i,t+h}] \\
 = & PS_{i,t-1} + \sum_{h=0}^{h=L_i-1} q_{i,t+h} - BB_{it} - \sum_{h=1}^{L_i-1} \sum_{\xi_{ik} | \lambda_{ik} < H_G+h} a_{ik} \cdot PDP_{k,t+\lambda_{ik}-h} \\
 & - \sum_{h=1}^{L_i-1} \sum_{\xi_{ik} | \lambda_{ik} \geq H_G+h} a_{ik} \cdot X_{k,t+\lambda_{ik}-h} \quad [5]
 \end{aligned}$$

En définissant $PS'_{i,t+L_i-1}$ comme la position de stock définie à la fin de la période $t + L_i - 1$ sur les seules données certaines :

$$PS'_{i,t+L_i-1} = PS_{i,t-1} + \sum_{h=0}^{h=L_i-1} q_{i,t+h} - BB_{it} - \sum_{h=1}^{h=L_i-1} \sum_{\xi_{ik} | \lambda_{ik} < H_G+h} a_{ik} \cdot PDP_{k,t+\lambda_{ik}-h} \quad [6]$$

Le Besoin Net $BN_{i,t+L_i} = BB_{i,t+L_i} - PS_{i,t+L_i-1}$ devient alors :

$$BN_{i,t+L_i} = \sum_{\xi_{ik} | \lambda_{ik} < H_G} a_{ik} \cdot PDP_{k,t+\lambda_{ik}} - PS'_{i,t+L_i-1} + \sum_{h=0}^{h=L_i-1} \sum_{\xi_{ik} | \lambda_{ik} \geq H_G+h} a_{ik} \cdot X_{k,t+\lambda_{ik}-h}$$

La partie aléatoire $Y_{i,t+L_i} = \sum_{h=0}^{h=L_i-1} \sum_{\xi_{ik} | \lambda_{ik} \geq H_G+h} a_{ik} \cdot X_{k,t+\lambda_{ik}-h}$ de cette expression du Besoin Net est couverte par une quantité $q'_{i,t+L_i}$ telle que $q'_{i,t+L_i} + PS'_{i,t+L_i-1}$ soit égale à un niveau de recombplètement $R_{i,t+L_i}$ défini par $P(Y_{i,t+L_i} > R_{i,t+L_i}) = \alpha$ correspondant à un risque fixé à une valeur arbitrairement très faible. On en déduit que :

$$LP_{it} = q_{i,t+L_i} = \sum_{\xi_{ik} | \lambda_{ik} < H_G} a_{ik} \cdot PDP_{k,t+\lambda_{ik}} + R_{i,t+L_i} - PS'_{i,t+L_i-1}$$

$$\text{avec } Y_{i,t+L_i} = \sum_{h=0}^{h=L_i-1} \sum_{\xi_{ik} | \lambda_{ik} \geq H_G+h} a_{ik} \cdot X_{k,t+\lambda_{ik}-h} \text{ et } P(Y_{i,t+L_i} > R_{i,t+L_i}) = \alpha \quad [7]$$

La **production entièrement pour stock** peut être analysée comme un cas particulier des relations [6] et [7] dans lequel $\forall k \in \xi_{ik}, \lambda_{ik} \geq H_G + L_i - 1$ pour que tous les besoins bruts de $t+1$ à $t+L_i$ soient aléatoires, ce qui conduit à éliminer la présence de $\sum_{\xi_{ik} | \lambda_{ik} < H_G} a_{ik} \cdot PDP_{k,t+\lambda_{ik}}$ dans la relation [7] et $\sum_{h=0}^{h=L_i-1} \sum_{\xi_{ik} | \lambda_{ik} < H_G+h} a_{ik} \cdot PDP_{k,t+\lambda_{ik}-h}$ dans la relation [6] qui se simplifie pour donner la relation [8] caractérisant une production entièrement pour stock.

$$LP_{it} = q_{i,t+L_i} = BB_{it} + \left[R_{i,t+L_i} - PS_{i,t-1} - \sum_{h=0}^{h=L_i-1} q_{i,t+h} \right] \\ , \text{ avec } \lambda_{ik} \geq H_G + L_i - 1, \forall k \in \xi_{ik} \quad [8]$$

En **régime de croisière**, caractérisé par une stabilité du niveau de production et des coefficients \bar{c} de la nomenclature de planification, $R_{it} = R_i, \forall t$, des relations plus simples peuvent être établies.

– Dans le *cas d'une production partiellement pour stock, en régime de croisière*, on commence par exprimer R_i à partir des relations [6] et [7], dans laquelle on remplace $PDP_{k,t+\lambda_{ik}-h}$ par $PDP_{k,t+\lambda_{ik}-h}^t$, pour marquer le fait que ces réquisitions sont connues au début de la période t , et $\sum_{h=0}^{h=L_i-1} q_{i,t+h}$ par $\sum_{h=1}^{h=L_i} LP_{i,t-h}$:

$$R_i = PS_{i,t-1} + \sum_{h=0}^{h=L_i} LP_{i,t-h} - BB_{it} - \sum_{h=0}^{h=L_i-1} \sum_{\xi_{ik} | \lambda_{ik} < H_G+h} a_{ik} \cdot PDP_{k,t+\lambda_{ik}-h}^t$$

On adapte ensuite la relation [7] pour définir $LP_{i,t+1}$, en tenant compte du fait que $PS_{it} = PS_{i,t-1} + q_{it} - BB_{it} = PS_{i,t-1} + LP_{i,t-L_i} - BB_{it}$:

$$LP_{i,t+1} = \sum_{\xi_{ik} | \lambda_{ik} < H_G} a_{ik} \cdot PDP_{k,t+1+\lambda_{ik}}^{t+1} + \left[PS_{i,t-1} + \sum_{h=0}^{h=L_i} LP_{i,t-h} - BB_{it} \right. \\ \left. - \sum_{h=0}^{h=L_i-1} \sum_{\xi_{ik} | \lambda_{ik} < H_G+h} a_{ik} \cdot PDP_{k,t+\lambda_{ik}-h}^t \right] - \left[\left\{ PS_{i,t-1} + LP_{i,t-L_i} - BB_{it} \right\} \right. \\ \left. + \sum_{h=0}^{h=L_i-1} LP_{i,t-h} - BB_{i,t+1} - \sum_{h=1}^{h=L_i-1} \sum_{\xi_{ik} | \lambda_{ik} < H_G+h} a_{ik} \cdot PDP_{k,t+1+\lambda_{ik}-h}^{t+1} \right]$$

Après simplification et en passant de $t+1$ à t , on obtient la relation [9] qui indique le lancement en production au début de la période t correspond au besoin brut de cette période, augmenté de la variation des besoins bruts certains des L_i périodes suivant celle du lancement, entre la période courante et la période précédente:

$$LP_{it} = BB_{it} + \sum_{h=0}^{h=L_i-1} \sum_{\xi_{ik} | \lambda_{ik} < H_G+h} a_{ik} \cdot \left[PDP_{k,t+\lambda_{ik}-h}^t - PDP_{k,t-1+\lambda_{ik}-h}^{t-1} \right] \quad [9]$$

– Dans le *cas d'une production totalement pour stock, en régime de croisière*, on adapte la relation [8] pour définir $LP_{i,t+1}$, en remarquant, comme précédemment, que

$\sum_{h=0}^{h=L_i-1} q_{i,t+h} = \sum_{h=1}^{h=L_i} LP_{i,t-h}$ et que $PS_{it} = PS_{i,t-1} + LP_{i,t-L_i} - BB_{it}$, et en tirant R_i de la relation [8] :

$$LP_{i,t+1} = BB_{i,t+1} + \left[PS_{i,t-1} + \sum_{h=0}^{h=L_i} LP_{i,t-h} - BB_{it} \right] - \left[PS_{i,t-1} + LP_{i,t-L_i} - BB_{it} \right] - \sum_{h=0}^{h=L_i-1} LP_{i,t-h}$$

Après simplification et en passant de $t+1$ à t , on obtient la relation [10], indiquant qu'il convient de lancer en production au début de la période t une quantité égale au Besoin Brut de cette période. Ce résultat analytique n'a rien d'étonnant puisque la position de stock passe de R_i avant satisfaction de la demande à $R_i - BB_{it}$ après expédition et que le lancement en production a pour objet de passer cette position de stock au niveau de recomplètement. On peut ajouter que la relation [9] inclut la relation [10], puisqu'en cas de production entièrement pour stock, aucune réquisition du PDP n'est connue.

$$LP_{it} = BB_{it} \quad [10]$$

Pour terminer, ajoutons que le changement de régime de croisière à la période $t + \text{Max}_k(\lambda_{ik})$ modifie la valeur du niveau de recomplètement de la référence i . Sachant que les réquisitions inconnues du PDP couvrent $\text{Max}_k(\lambda_{ik}) - H_G$ périodes, le nouveau régime de croisière ne prendra complètement effet qu'à la période $t + \text{Max}_k(\lambda_{ik}) - H_G - 1$. Les relations [9] et [10] restent utilisables à condition d'ajouter à la quantité lancée en production, la variation du niveau de recomplètement par rapport à la période précédente.

3.2.2. Lancement en production tenant compte d'une demande finale partiellement aléatoire, en présence de problèmes de qualité.

Dans (Camisulis et al., 2010 et 2011), il est montré que si le Besoin Brut $BB_{i,t+L_i}$ à couvrir par le lancement en production de la référence i au début de la période t peut être produit à la commande ($\rightarrow \lambda_{ik} < H_G, \forall k$), il est possible de se protéger contre une rupture de stock liée à la possibilité que chaque pièce livrée ait la probabilité π_i de ne pas être conforme, par l'utilisation d'un stock de sécurité cible – ou stock - cible⁷ – SC_i , ce contrôle de qualité étant effectué avant expédition⁸. SC_i se définit comme le fractile $U_{i,t+L_i}$ au risque α , d'une variable aléatoire $Z_{i,t+L_i}$ suivant la loi Binomiale Négative

⁷ L'appellation stock-cible est utilisée ici de préférence à celle de stock de sécurité défini classiquement comme la différence entre un niveau de recomplètement et une demande moyenne, ce qui n'est pas le cas ici.

⁸ Ici, le stock-cible est alors détenu par le fournisseur qui garantit la qualité au client. Si le contrôle de qualité se fait chez le client et non chez le fournisseur, ce stock-cible est à détenir par le client, ce qui conduit à un cumul des stocks-cibles détenus par les clients de la référence i , supérieur au stock-cible détenu chez le fournisseur, en raison d'une non-mutualisation du risque.

$\mathcal{LN}(BB_{i,t+L_i}, \pi_i)$ Pour qu'il en soit ainsi, il faut que les productions de tous les composants qui incluent le composant i ne connaissent pas de problème de qualité ce qui est une condition pour que $BB_{i,t+L_i}$ soit directement lié aux réquisitions du PDP.

$$Z_{i,t+L_i} \sim \mathcal{LN}(\sum_{\mathcal{E}_{ik}|\lambda_{ik} < H_G} a_{ik} \cdot PDP_{k,t+\lambda_{ik}}, \pi_i) \rightarrow SC_i = U_{i,t+L_i} \quad \text{tel que } P(Z_{i,t+L_i} > U_{i,t+L_i}) = \alpha \quad [11]$$

C'est la variation de ce stock-cible $U_{i,t+L_i} - U_{i,t+L_i-1}$ si $L_i > 1$ qu'il convient d'ajouter au Besoin Brut $BB_{i,t+L_i}$ pour calculer la quantité à livrer $q_{i,t+L_i}$; c'est la différence $U_{i,t+1} - PS_{i,t-1}$ qu'il faut utiliser si $L_i = 1$. Les relations [12], ou [13] pour le régime de croisière, sont alors à utiliser.

$$LP_{it} = q_{i,t+L_i} = \sum_{\mathcal{E}_{ik}|\lambda_{ik} < H_G} a_{ik} \cdot PDP_{k,t+\lambda_{ik}} + U_{i,t+L_i} - U_{i,t+L_i-1}, \text{ si } L_i > 1 \quad [12]$$

$$LP_{it} = q_{i,t+1} = \sum_{\mathcal{E}_{ik}|\lambda_{ik} < H_G} a_{ik} \cdot PDP_{k,t+\lambda_{ik}} + U_{i,t+1} - PS_{i,t-1}, \text{ si } L_i = 1 \quad [13]$$

L'utilisation de ces relations implique un calcul du stock-cible à chaque prise de décision. Si la probabilité de non-conformité est faible, une valeur de stock-cible sera valide pour une plage de valeurs relativement large de Besoins Bruts, ce qui permet un appel aisé à une table évitant tout calcul.

Examinons maintenant le cas d'une **production partiellement pour stock**. Comme il ne peut y avoir qu'un seul stock de sécurité, il faut mutualiser le risque par une prise en compte simultanée de la variabilité de la demande et de la variabilité de la qualité, ce qui conduit à ne pas séparer l'origine des ruptures de stock dans la définition du risque-cible utilisé pour déterminer le fractile correspondant à R_i . Dans ces conditions, le nombre d'événements à retenir comme premier argument de la loi Binomiale Négative est la somme de la demande certaine pour les périodes t à $t + L_i$ et de $Y_{i,t+L_i}$. Dans ces conditions, le niveau de recombplètement est défini par la relation [14] :

$$R_{i,t+L_i} \text{ tel que } P(W_{i,t+L_i} > R_{i,t+L_i}) = \alpha \text{ avec } W_{i,t+L_i} = Y_{i,t+L_i} + Z_{i,t+L_i},$$

$$Z_{i,t+L_i} \sim \mathcal{LN}(Y_{i,t+L_i} + \sum_{h=0}^{L_i} \sum_{\mathcal{E}_{ik}|\lambda_{ik} < H_G+h} a_{ik} \cdot PDP_{k,t+\lambda_{ik}-h}, \pi_i) \text{ et}$$

$$Y_{i,t+L_i} = \sum_{h=0}^{L_i-1} \sum_{\mathcal{E}_{ik}|\lambda_{ik} \geq H_G+h} a_{ik} \cdot X_{k,t+\lambda_{ik}-h} \quad [14]$$

Cette solution, analytiquement correcte, conduit à recalculer $R_{i,t+L_i}$ à chaque prise de décision la distribution de probabilité de $W_{i,t+L_i}$ et donc $R_{i,t+L_i}$. Pour éviter cela, il est plus simple en régime de croisière, de considérer que Z_i est une réalisation d'une variable aléatoire dans laquelle toutes les réquisitions du PDP intervenant dans le calcul du Besoin Brut à satisfaire sont aléatoires, ce qui revient à utiliser la relation [15], qui est un peu moins performante que la précédente car elle n'exploite pas au mieux toute l'information disponible lors de la prise de décision.

$$R_i \text{ tel que } P(W_i > R_i) = \alpha \text{ avec } W_i = Y_i + Z_i, Z_i \sim \mathcal{RN}(Y_i + Y'_i, \pi_i),$$

$$Y_i = \sum_{h=0}^{L_i-1} \sum_{\mathcal{E}_{ik}} \lambda_{ik} | \lambda_{ik} \geq H_G + h a_{ik} \cdot X_k \text{ et } Y'_i = \sum_{h=0}^{L_i-1} \sum_{\mathcal{E}_{ik}} \lambda_{ik} | \lambda_{ik} < H_G + h a_{ik} \cdot X_k \quad [15]$$

La validité de cette approximation tient au fait que si π_i est faible, l'intervalle de confiance à 95% de $Z_{i,t+L_i}$ est restreint et possède un large recouvrement en retenant des bornes réalistes de $Y_i + Y'_i$.

La généralisation de la démarche de prise en compte des problèmes de qualité dans la production des composants j de niveau $n+1$ utilisés par le composant i de niveau n est, au niveau des principes, assez simple. Elle est un peu compliquée à mettre en œuvre en pratique car elle ne conduit pas à des relations analytiques aussi simples que celles trouvées ci-dessus. Il faut poursuivre le calcul desancements $LP_{it'}$ pour les périodes $t' > t$ en utilisant la même démarche que pour le calcul de LP_{it} , en distinguant bien la partie certaine, de la partie aléatoire. Une fois ce travail effectué, il faut calculer lesancements des composants j de niveau $n+1$ en adaptant la démarche ayant abouti aux relations [14] et [15]. Une solution alternative, plus facile à mettre en œuvre, consiste à ajouter aux Besoins Bruts, le nombre moyen de composants défectueux et à utiliser les relations proposées dans ce paragraphe.

4. Illustration numérique

Illustrons maintenant l'utilisation de ces résultats analytiques en nous appuyant sur un exemple (parfaitement fictif) d'une partie de chaîne logistique divergente comportant deux usines A et B d'assemblage de véhicules (clients finaux) appartenant à la même entité juridique et s'approvisionnant en moteurs auprès d'une même usine mécanique. Cette usine s'approvisionne auprès d'un seul fournisseur de pistons, qui lui-même s'approvisionne en têtes de pistons auprès d'un fournisseur unique. On supposera que cet ensemble fonctionne suivant les principes de la MRP-I, avec passation d'une commande et réception d'une livraison au début de chaque période, le découpage temporel retenu utilisant une période de base de 2 jours.

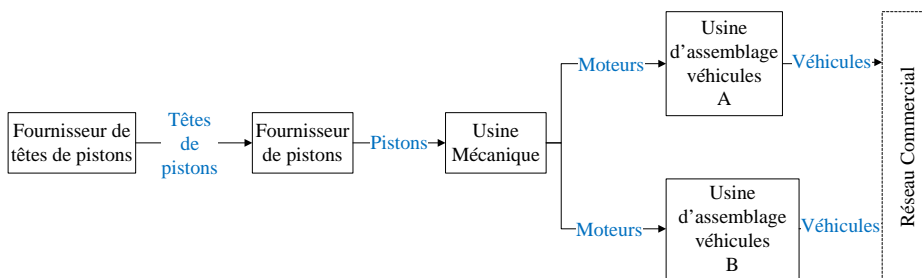


Figure 2. Sous-ensemble d'une chaîne logistique automobile à quatre échelons

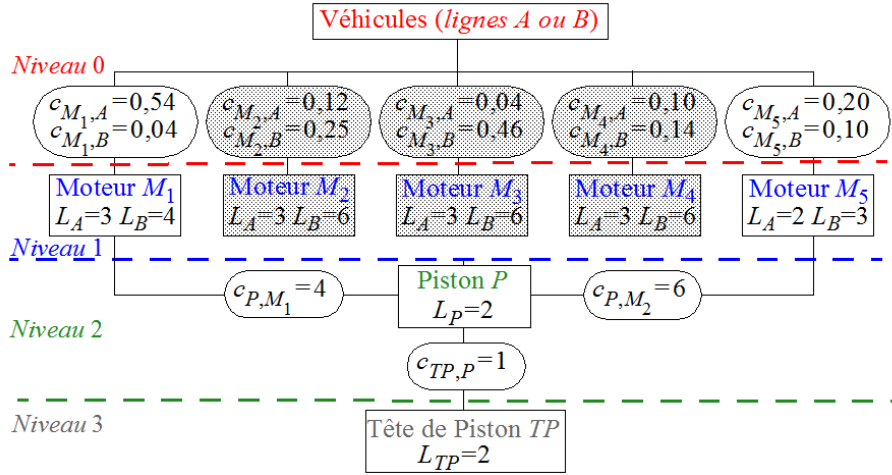


Figure 3. Nomenclature et coefficient de nomenclature (c) + délais d'obtention (L)

La figure 3 décrit l'extrait de nomenclature pertinent pour le sous-ensemble étudié, en y ajoutant les délais d'obtention des composants (exprimés en nombre de période de base de 2 jours). Au niveau 0, on retrouve les véhicules fabriqués par deux lignes d'assemblage distantes dédiées à des marchés différents n'ayant pas la même structure de demande. Au niveau 1, on trouve les nomenclatures de planification associées à chacune de ces lignes ; parmi les 5 modules alternatifs de l'ensemble \mathcal{E} , on supposera que seuls les moteurs M_1 et M_5 utilisent les pistons auxquels on s'intéresse ici, les têtes de pistons étant spécifiques à chaque type de piston. Par ailleurs, les délais d'obtention des moteurs intègrent un temps de production, d'une période, et un temps de transport entre l'usine mécanique et les usines de montage des véhicules. L'importance de ce temps de transport, classique dans ce type de chaîne logistique, conduira à isoler cette opération de logistique comme une opération de production dans le mécanisme de la MRP.

Le PDP des usines A et B est défini au niveau des modules alternatifs (moteurs). Ces données, ainsi que les positions de stock initiales et livraisons attendues sont fournies dans le tableau 1 de la page suivante. Sur cet exemple, il est facile de calculer les valeurs des λ_{ik} pour les pistons ainsi que pour les têtes de piston (voir tableau 2).

Composants alternatifs $k \in \mathcal{E}_{ik}$	M_{1A}	M_{5A}	M_{1B}	M_{5B}
λ_{ik} , pour $i =$ tête de piston	7	6	8	7
λ_{ik} , pour $i =$ piston	5	4	6	5

Tableau 2. Valeurs des λ_{ik} pour les pistons et têtes de piston

Dans toutes les illustrations des solutions analytiques proposées, on retiendra, dans la détermination des variables de commande du problème posé (niveau de reapprovisionnement ou stock cible), un niveau de risque très faible ($\alpha = 0,01\%$). Ce choix, qui se justifie par la gravité des conséquences économiques d'une rupture de stock, a comme intérêt d'assurer une absence de propagation de perturbations d'un échelon à un autre, à partir du moment où des mesures exceptionnelles d'approvisionnement peuvent être mises en place dans les quelques cas de rupture de stock.

4.1. Illustration des relations à utiliser en l'absence de problème de qualité

On examinera le cas de production à la commande puis celui d'une production partiellement sur stock.

4.1.1. Production à la commande en l'absence de problème de qualité

Ce premier cas de figure, correspondant au cas standard de la MRP caractérisé par la condition $\forall k \in \mathcal{E}_{ik}, \lambda_{ik} < H_G$. Pour que cette propriété soit respectée pour toutes les références, on retiendra ici une longueur d'horizon gelé de 9 périodes ($H_G = 9$). Le tableau 1 illustre les calculs desancements en production des moteurs, pistons et têtes de piston. Pour des raisons de comparaison des différents cas de figure étudiés, les positions de stock des différentes références à la fin de la période $t = 0$ ne sont pas nulles, comme cela devrait être le cas en univers certain ; elles le deviennent aux périodes suivantes. On notera également que les Livraisons Attendues ne sont pas égales aux Besoins Bruts mais que cette propriété du régime de croisière en univers certain se vérifie mécaniquement lorsque les calculs de la MRP sont effectués au début de la période $t = \text{Max}_i(L_i)$, dans le cadre du mécanisme de la planification glissante.

PDP des moteurs M1 et M5 défini au début de la période 1										
Période	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	PDP(Moteur 1)	993	984	978	1001	979	976	1036	994	994
	PDP(Moteur 5)	97	93	97	112	107	90	86	92	92
B	PDP(Moteur 1)	171	198	183	184	193	188	205	192	192
	PDP(Moteur 5)	117	94	82	105	113	114	100	96	96
TRANSPORT : 2 jours de l'usine d'assemblage moteurs vers l'usine d'assemblage véhicules de A 4 jours de l'usine d'assemblage moteurs vers l'usine d'assemblage véhicules de B										
Période	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Livraison usine A	Livraison (Moteur 1)	993	984	978	1001	979	976	1036	994	994
	Livraison (Moteur 5)	97	93	97	112	107	90	86	92	92
Livraison usine B	Livraison (Moteur 1)	171	198	183	184	193	188	205	192	192
	Livraison (Moteur 5)	117	94	82	105	113	114	100	96	96
Départ vers usine A	Expédition (Moteur 1)	984	978	1001	979	976	1036	994	994	994
	Expédition (Moteur 5)	93	97	112	107	90	86	92	92	92
Départ vers usine B	Expédition (Moteur 1)	183	184	193	188	205	192	192	192	192
	Expédition (Moteur 5)	82	105	113	114	100	96	96	96	96
Moteur 1 L=2 PS(0)=30 Livraison 1=1 Livraison 2=1										
Période	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
BB(M1 à expédier à A)		984	978	1001	979	976	1036	994	994	994
BB(M1 à expédier à B)		183	184	193	188	205	192	192	192	192
Besoins Bruts globaux		1167	1162	1194	1167	1181	1228	1186	1186	1186
Livraisons attendues début période		1190	1200							
Position de stock fin de période		30	53	91	-1103					
Besoins Nets				1103	1167	1181	1228	1186	1186	1186
Lancement		1103	1167	1181	1228	1186	1186	1186	1186	1186
Moteur 5 L=1 PS(0)=15 Livraison 1=190										
Période	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
BB(M5 à expédier à A)		93	97	112	107	90	86	92	92	92
BB(M5 à expédier à B)		82	105	113	114	100	96	96	96	96
Besoins Bruts globaux		175	202	225	221	190	182	188	188	188
Livraisons attendues début période		190								
Position de stock fin de période		15	30	-172						
Besoins Nets			172	225	221	190	182	188	188	188
Lancement		172	225	221	190	182	188	188	188	188
Pistons L=2 PS(0)=20 Livraison 1=5780 Livraison 2=5900										
Coefficient de nomenclature 4 pistons pour le moteur 1 6 pistons pour le moteur 5										
Période	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
BB venant de M1		4412	4668	4724	4912	4744	4744	4744	4744	4744
BB venant de M5		1032	1350	1326	1140	1092	1128	1128	1128	1128
Besoins Bruts globaux		5444	6018	6050	6052	5836	5872	5872	5872	5872
Livraisons attendues début période		5780	5900							
Position de stock fin de période		20	356	238	-5812					
Besoins Nets				5812	6052	5836	5872	5872	5872	5872
Lancement		5812	6052	5836	5872	5872	5872	5872	5872	5872
Têtes de piston L=2 PS(0)=480 Livraison 1 = 5870 Livraison 2 = 5790										
Coefficient de nomenclature 1 tête de piston par piston										
Période	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Besoins Bruts		5812	6052	5836	5872	5872	5872	5872	5872	5872
Livraisons attendues début période		5870	5790							
Position de stock fin de période		450	508	246	-5590					
Besoins Nets				5590	5872	5872	5872	5872	5872	5872
Lancement		5590	5872	5872	5872	5872	5872	5872	5872	5872

XXX Pegging des Pistons XXX Pegging des Têtes de Piston

Tableau 1. Illustration du mode de fonctionnement MRP en univers certain ($H_G = 9$)

4.1.2. Production partiellement pour stock en l'absence de problème de qualité

Il s'agit ici d'illustrer l'utilisation des relations [7] et [9]. Pour ce faire, on retiendra maintenant une longueur d'horizon gelé H_G de 7 périodes, pour que la propriété d'une production partiellement pour stock ($\exists k \in \mathcal{E}_{ik} \mid \lambda_{ik} \geq H_G$) soit respectée. Les informations du PDP au-delà de la période 7 sont inexistantes ou inexploitable (on a retenu ici d'utiliser des valeurs moyennes dans le tableau 1). La comparaison des valeurs des λ_{ik} (cf. tableau 2) avec $H_G = 7$ montre que la production des pistons se fait entièrement à la commande, et celle des têtes de piston, partiellement à la commande et partiellement pour stock.

Le tableau 3 explicite l'origine des Besoins Bruts des têtes de piston des périodes 2 et 3 :
 – la partie certaine des Besoins Bruts de la période 2 est : $4144 + 540 + 600 = 5284$;
 celle de la période 3 est 516 ; on retrouvera ces informations dans le tableau 5.
 – En application de la relation [7] la distribution de référence Y utilisée pour définir le niveau de rechargement est :

$$Y = 4 \times \mathcal{B}(960; 0, 2) + 4 \times \mathcal{B}(1840; 0, 54) + 4 \times \mathcal{B}(960; 0, 2) + 6 \times \mathcal{B}(960; 0, 1)$$

La distribution de probabilité de Y , somme pondérée de lois Binomiales, n'a pas de solution analytique . Elle se détermine numériquement par méthode de Monte Carlo (voir figure 4⁹.) qui conduit au tableau 4 associant les niveaux de rechargement à quelques valeurs de risque de rupture de stock. Dans la suite (tableau 5), on utilisera le niveau de rechargement de 6548 associé au risque 0,01 %, en considérant que l'on se trouve en régime de croisière.

		Composants alternatifs $k \in \mathcal{E}_{ik}$	λ_{ik}	Composantes du Besoin Brut	
				certaines	aléatoires
Besoins Bruts en $t=2$	M_{1A}	7	$PDP_{M_{1A},7} = 1036 \times 4 = 4144$	-	
	M_{5A}	6	$PDP_{M_{5A},6} = 90 \times 6 = 540$	-	
	M_{1B}	8	-	$X_{M_{1B},8} \rightarrow 4 \times \mathcal{B}(960; 0, 20)$	
	M_{5B}	7	$PDP_{M_{5B},7} = 100 \times 6 = 600$	-	
Besoins Bruts en $t=3$	M_{1A}	7	-	$X_{M_{1A},8} \rightarrow 4 \times \mathcal{B}(1840; 0, 54)$	
	M_{5A}	6	$PDP_{M_{5A},7} = 86 \times 6 = 516$	-	
	M_{1B}	8	-	$X_{M_{1B},9} \rightarrow 4 \times \mathcal{B}(960; 0, 20)$	
	M_{5B}	7	-	$X_{M_{5B},8} \rightarrow 6 \times \mathcal{B}(960; 0, 10)$	

Tableau 3 : Décomposition de la demande de têtes de piston en $t=2$ et $t=3$

⁹ Cette distribution est une somme pondérées de distributions Binomiales. Les conditions d'approximation de chaque Binomiale par une loi Normale étant réunies, il s'ensuit que la somme pondérée de lois Normales suit une loi Normale, d'où l'allure de cette distribution. Cela étant, la simulation de Monte Carlo, effectué avec l'add-in classique « @Risk » d'Excel n'utilise aucune approximation.

Risque de rupture de stock retenu α	1 %	0,1 %	0,01 %	0,001 %
Niveau de reapprovisionnement R associé	6374	6474	6548	6593

Tableau 4. Niveau de reapprovisionnement des têtes de piston en fonction de α .

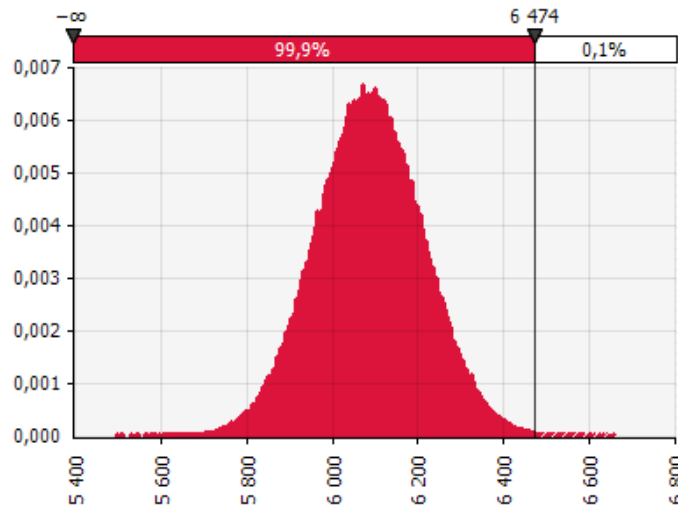


Figure 4. Distribution de probabilité de Y , demande de référence de têtes de piston en régime de croisière

L'utilisation de ce niveau de reapprovisionnement dans le cadre d'un calcul est illustrée au tableau 5 de la page suivante qui reprend sur ces nouvelles bases, le calcul du lancement des têtes de piston pour $t=1$, les décisions de lancement des pistons et des moteurs restant inchangées avec la valeur retenue pour H_G .

Le Besoin Net de la période $t=3$ (6050) est couvert par une Livraison Programmée pour le début de cette période, lancée en production au début de la période $t=1$. En application de la relation [7], elle correspond Besoin Brut certain (516) de la période $t=3$, augmenté de la différence entre le niveau de reapprovisionnement R calculé précédemment (6548) et la position de stock certaine (1014) en fin de période $t=2$. Celle-ci est calculée en utilisant la relation récurrente classique de calcul de la position de stock, en partant de la position de stock de la fin de la période $t=0$ (450), en y ajoutant les livraisons attendues (5870+5790) et en y retranchant la partie certaine des besoins bruts de la période 1 (5812) et de la période 2 (tableau 3 : 4144+540+600=5790).

Pour illustrer l'utilisation de la relation [9] dans le tableau 6, on se place maintenant au début de la période $t=2$, dans le cadre d'une planification glissante. Les réquisitions du PDP de la période $t=8$ sont maintenant connues : $PDP_{1A,8}=991$, $PDP_{5A,8}=109$, $PDP_{1A,8}=991$, $PDP_{1B,8}=214$, et $PDP_{5B,8}=84$.

Celles des périodes suivantes sont toujours considérées comme inexistantes ou inexploitable. La livraison programmée pour le début de la période $t = 3$ (6050) du tableau 5 devient une livraison attendue dans le tableau 6. Lors de la décision prise en $t=1$, la partie certaine du besoin brut de la période 2 était de 5284 ; il est maintenant entièrement connu (6140). La partie certaine des besoins bruts des périodes 3 et 4 est $4984+612=5596$. Lors de la décision précédente, la partie certaine des besoins bruts des périodes 2 et 3 était $5284+516=5800$. Avec $BB_{i2}=6140$, l'application de la relation [9] conduit à lancer en production $LP_{i2}=6140+(5596-5800)=5936$; l'application de la relation [7] conduit, bien évidemment, à la même valeur ($=612+6548-1224$).

Têtes de piston	L=2	PS(0)=450	Livraison 1 = 5870		Livraison 2 = 5790					
Coefficient de nomenclature	1 tête de piston par piston									
Période	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Besoins Bruts		5812	6052	5836	5872	5872	5872	5872	5872	5872
Besoins Bruts certains		5812	5284	516						
Niveau de reapprovisionnement R				6548						
Livraisons attendues début période		5870	5790							
Position de stock certaine fin de période	450	508	1014							
Besoins Nets = Livraison Programmée				6050						
Lancement Programmé		6050								

Tableau 5. Détermination du nombre de têtes de piston lancées en production en $t=1$, en l'absence de problèmes de qualité

Têtes de piston	L=2	PS(1)=508	Livraison 1 = 5790		Livraison 2 = 6050					
Coefficient de nomenclature	1 tête de piston par piston									
Période	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Besoins Bruts			6140	5752	5836	5872	5872	5872	5872	5872
Besoins Bruts certains			6140	4984	612					
Niveau de reapprovisionnement R					6548					
Livraisons attendues début période			5790	6050						
Position de stock certaine fin de période		508	158	1224						
Besoins Nets = Livraison Programmée					5936	← $6140+[(4984+612)-(5284+516)]$				
Lancement Programmé				5936						

Tableau 6. Détermination du nombre de têtes de pistons lancés en production en $t=2$, en l'absence de problèmes de qualité

4.2. Illustration des relations à utiliser en présence de problème de qualité

On suppose que le contrôle de qualité est effectué avant expédition (en cours de fabrication ou en contrôle final). On reprendra l'exemple numérique du § 4.1.2 ($H_G = 7$) qui permet d'illustrer le traitement de ce problème de qualité lorsque les

Besoins Bruts sont tous certains (relation [12]), ce qui est le cas des pistons (on supposera qu'il n'existe pas de problème de qualité pour les moteurs) et lorsqu'ils ne le sont pas (relation [14]), ce qui est le cas des têtes de piston. On supposera que le contrôle de qualité conduise à une probabilité $\pi = 1\%$ qu'un composant contrôlé soit défectueux.

4.2.1. Détermination du stock-cible pour contrer les problèmes de qualité dans le cas où les Besoins Bruts sont certains

En présence de pistons défectueux, il est nécessaire de disposer d'un stock-cible (défini par la relation [12]). Dans le tableau 1, le Besoin Brut de pistons pour la période 1 est 5444. Le nombre v de pièces défectueuses constatées avant mise à disposition au client est la réalisation d'une variable aléatoire V qui suit la loi Binomiale $\mathcal{B}(5444; 0,1\%)$; dans le tableau 7, on suppose que 7 pistons défectueux ont été trouvés, valeur de cette loi générée aléatoirement ; sur un exemple réel, il s'agirait d'une observation faite avant la prise de décision, ce qui explique l'absence de cette information pour les périodes suivantes. La position de stock (349) à la fin de la période $t = 1$ tient compte de ces pièces défectueuses.

Le besoin brut de la période 3 est de 6050. À cette quantité, il faut ajouter le stock-cible SC et retrancher la position de stock à la fin de la période précédente (231). Ce stock-cible correspond au fractile, au risque α , de la distribution de probabilité $Z_{i,t+L_i} = Z_{Pistons,3} \sim \mathcal{N}(6050; 0,1\%)$. Le tableau 8 donne (via Excel) le stock cible pour quelques valeurs de α . Dans notre exemple, on retiendra un risque de 0,01 %, ce qui donne un stock-cible de 17, ce qui conduit à un Besoin Net de 5836, couvert exactement par une livraison programmée de cette quantité au début de la période $t=3$ conséquence du lancement de cette quantité en période $t=1$. Dans cette approche exacte, le stock cible doit être actualisé à chaque période de calcul, puisque le Besoin Brut varie. Il est facile, sous tableur, d'établir une table définissant la valeur du stock-cible pour différentes plages de valeurs de Besoin Brut et une valeur donnée de taux de non-conformité, ce qu'illustre le tableau 9. Ce stock-cible de 17, pour $\pi = 0,01\%$ est associé à une plage de valeurs de plus de 500 unités.

Pistons	L=2		PS(0)=20		Livraison 1 = 5780		Livraison 2 = 5900			
Coefficient de nomenclature	4 Pistons pour le Moteur 1				6 Pistons pour le Moteur 5					
Période	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Besoins Bruts venant de M1		4412	4668	4724	4912	4744	4744	4744	4744	4744
Besoins Bruts venant de M5		1032	1350	1326	1140	1092	1128	1128	1128	1128
Besoins Bruts globaux		5444	6018	6050	6052	5836	5872	5872	5872	5872
Livraisons attendues début période		5780	5900							
Position de stock fin de période	20	349	←231							
Nombre de pièces défectueuses		7			5780+20-7-5444					
Stock Cible				17	6050+17-231					
Besoins Nets = Livraison Programmée				5836	←6052	5836	5872	5872	5872	5872
Lancement		5836	6052	5836	5872	5872	5872	5872	5872	5872

Tableau 7. Détermination du nombre de pistons lancés en production en $t=1$, en cas de problèmes de qualité sur les seuls pistons

Risque α	1 %	0,1 %	0,01 %
Stock-cible SC	12	15	17

Tableau 8. Stock-cible des pistons en fonction de α , pour un Besoin Brut de 6050

Stock-cible SC	14	15	16	17	18	19
Plage de valeurs	4098-4619	4620-5156	5157-4406	5507-6269	6270-6843	6844-7428

Tableau 9. Plage de valeurs de Besoins Bruts nécessitant le Stock-Cible SC pour $\pi = 0,01\%$

4.2.2. Production partiellement pour stock en présence de problèmes de qualité

On suppose maintenant que la fabrication des pistons s'effectue sans défaut, pour conserver la liaison déterministe des Besoins Bruts de pistons avec les réquisitions du PDP. En effet, le lancement en production des têtes de piston en $t = 1$ dépend du Besoin Net de pistons en $t = 5$ lequel dépend d'une position de stock qui est fonction d'un nombre de pistons défectueux qui seront détectées au début des périodes 2 à 4. La présence de têtes de piston défectueux conduit à faire appel à un stock-cible défini par la relation [14]. Les Besoins Bruts certains à prendre en compte pour le calcul de R sont (voir tableau 5) : $5812 + 5284 + 516 = 11612$. La définition de Y reste-identique à celle du § 4.1.2. La loi Binomiale Négative à utiliser est $Z \sim \mathcal{BN}(11612 + Y; 0,1\%)$; la distribution de probabilité de la variable $W = Y + Z$ s'obtient par simulation. Le niveau de recomplètement correspondant au fractile associé au risque $\alpha = 0,01\%$ est $R = 6556$, contre 6548 en l'absence de problème de qualité.

Par rapport au cas de l'absence de problème de qualité (tableau 5), le tableau 10 prend en compte les 11 têtes de piston défectueuses dans le calcul de la position de stock en $t = 1$ ($497 = 450 + 5870 - 5812 - 11$) et du nouveau niveau de reapprovisionnement (6556), ce qui conduit à un lancement de 6069 têtes de piston.

Têtes de piston	L=2	PS(0)=450	Livraison 1 = 5870		Livraison 2 = 5790					
Coefficient de nomenclature	1 tête de piston par piston									
Période	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Besoins Bruts		5812	6052	5836	5872	5872	5872	5872	5872	5872
Besoins Bruts certains		5812	5284	516						
Niveau de reapprovisionnement R				6556	+					
Livraisons attendues début période		5870	5790	+						
Position de stock certaine fin de période	450	497	1003	-						
Nombre de pièces défectueuses		11								
Besoins Nets				6069	5872	5872	5872	5872	5872	5872
Lancement		6069	5872	5872	5872	5872	5872	5872		

Tableau 10. Détermination du nombre de têtes de pistons lancés en production en $t=1$, en présence de problèmes de qualité

Deux remarques complémentaires doivent être faites.

– L'utilisation de la relation [15] permet d'éviter, en régime de croisière, un recalcul du niveau de reapprovisionnement à chaque prise de décision. Cette solution approchée considère que toutes les réquisitions du PDP intervenant dans le calcul du Besoin Brut à satisfaire sont aléatoires, ce qui revient à les remplacer par la variable $Y' = [4 \times \mathcal{N}(1840; 0, 54) + 4 \times \mathcal{N}(1840; 0, 54)] + [4 \times \mathcal{N}(960; 0, 2)] + [6 \times \mathcal{N}(1840; 0, 05) + 6 \times \mathcal{N}(1840; 0, 05) + 6 \times \mathcal{N}(1840; 0, 05)] + [6 \times \mathcal{N}(960; 0, 1) + 6 \times \mathcal{N}(960; 0, 1)]$. Dans ces conditions, la variable Z suit la loi $\mathcal{N}(Y + Y'; 0, 1\%)$ et le nouveau niveau de reapprovisionnement est $R = 6545$, contre 6556 dans la solution exacte, d'où un lancement en production de 6058. La quantité commandée dans la solution approchée est minorée de 11 unités par rapport à la solution exacte, ce qui s'explique partiellement par le fait que la valeur de la partie certaine du PDP utilisé dans le calcul du Besoin Brut des têtes de piston est supérieure à l'espérance mathématique de cette partie lorsqu'elle est considérée comme aléatoire $E(Y') = 11528$. Cette minoration accroît le risque associé à cette décision ponctuelle, sachant que ce risque est minoré lorsque la quantité commandée par cette solution approchée est supérieure à celle de la solution exacte.

– Les solutions analytiques utilisées dans ce §4.2 reposent sur l'hypothèse qu'aucun problème de qualité ne se pose dans la fabrication des composants qui incluent le composant auquel on s'intéresse. Une solution approchée consiste à ajouter aux Besoins Bruts d'un composant, le nombre moyen de composants-parents défectueux. Dans l'exemple ci-dessus, si 0,1% des moteurs et des pistons sont défectueux, les Besoins Bruts utilisés sont à multiplier par $1,001^2$. La démarche reste la même avec un niveau de reapprovisionnement plus élevé.

5. Conclusions

On a montré qu'il était possible de garantir une bonne performance, en termes d'efficacité et d'efficience, de la production de modules alternatifs – et des composants qu'ils utilisent – avec un pilotage de type MRP combinant production à la commande et production pour stock et prenant en compte les aléas de qualité, appliqué à une production de masse de produits fortement diversifiés.

L'anticipation de la demande pouvant varier à une même date selon les gammes de produits et les sites de production, mais aussi au cours du temps¹⁰, il est judicieux de ne pas utiliser le même horizon gelé pour tous les PDP, ce que permet facilement l'approche proposée. Un autre avantage de cette approche est d'autoriser une certaine autonomie décisionnelle des maillons productifs amont. En effet, ceux-ci doivent seulement s'engager à utiliser les niveaux de recombplètement transmis par l'échelon central, ce qui est générateur d'un coût de possession pour eux. En contrepartie, le coût des ruptures de stock, exceptionnelles a priori, ne leur sont pas imputables mais pris en charge selon un protocole de mutualisation à définir. Deux observations doivent être faites sur le respect des hypothèses sous-jacentes dans cette démarche et qui en conditionne la pertinence.

L'utilisation de la nomenclature de planification \bar{c} d'un ensemble de K modules alternatifs suppose sa stabilité ou que les facteurs de sa transformation au cours du temps, induite par des changements de goût des clients, par les techniques de planification ou par des actions marketing (séries limitées, rabais...) de l'entreprise ou de ses concurrents fassent l'objet d'une analyse régulière et rigoureuse, faute de quoi le pilotage de la chaîne logistique ne restera pas sous contrôle. Les coûts de cette surveillance informationnelle sont faibles au regard de ceux induits par un pilotage n'assurant pas la cohérence décisionnelle dans la chaîne logistique. L'organisation et le suivi de cette vigilance conditionnent la performance, voire la pérennité, de la chaîne logistique.

Sur le plan des principes, les règles proposés sont relativement faciles à mettre en œuvre. Leur mise en œuvre contractuelle est plus difficile lorsque les entités productives concernées n'appartiennent pas à la même entreprise. S'ajoute à cela le fait qu'un maillon de la chaîne peut appartenir à plusieurs chaînes logistiques (Renault et PSA ont des fournisseurs de rang 1 ou 2 communs). Techniquement, la généralisation de la démarche proposée est immédiate et permet de mutualiser le risque mais elle pose alors un problème technique dans la rédaction contractuelle, les stocks de sécurité étant calibrés pour une demande agrégée. Le fournisseur peut être traité de manière indépendante par chacune des entités juridiques possédant les différentes chaînes de production concernées, ce qui ne change rien à la contractualisation mais suppose que les mêmes principes de pilotage soient retenus

¹⁰ C'est vrai pour des produits finis chers, comme c'est le cas dans l'industrie automobile où l'on observe périodiquement des carnets de commande de plusieurs mois pour certains nouveaux modèles

par tous. Pour améliorer l'efficacité, le fournisseur peut chercher à mutualiser lui-même le risque, ce qui suppose qu'il obtienne les informations de base des différentes entités juridiques pour pouvoir calculer lui-même les distributions de référence ; s'agissant d'informations stratégiquement sensibles, cette amélioration de performance a peu de chances de voir le jour. Accessoirement, il faut que le fournisseur dispose de cadres ayant la culture scientifique nécessaire pour déterminer les variables de commande.

6. Bibliographie

- Büchel A., « An overview of possible procedures for stochastic MRP », *Engineering Costs and Production Economics*, n° 6, 1982, p. 43-51.
- Büchel A., « Stochastic material requirements planning for optional parts », *International Journal of Production Research*, Vol. 21, n° 4, 1983, p. 511-527.
- Buzacott J. A., Shanthikumar J. G., « Safety stocks versus safety time in MRP controlled Production systems », *Management Science*, 1994, Vol. 40, n° 12, p. 1678-1688.
- Camisulis C., Giard V., « Détermination des stocks de sécurité dans une chaîne logistique-amont dédiée à une production de masse de produits fortement diversifiés », *Journal Européen des Systèmes Automatisés*, 2010, Vol. 44, p. 975-1010.
- Camisulis C., Giard V., Mendy-Bilek G., « Information to share in supply chains dedicated to the mass production of customized products for decentralized management », Cahier de recherché n° 302, 2011, LAMSADE.
- Carlson R. C., Yano C. A., « Safety stocks in MRP-systems with emergency setups for components », *Management Science*, 1986, Vol. 32, n° 4, p. 403-412.
- Chang A. C., « The interchangeability of safety stocks and safety lead time », *Journal of Operations Management*, 1985, Vol. 6, n° 1, p. 35-42.
- De Bodt M. A., Van Wassenhove L. N., Gelders L. F., « Lot sizing and safety stock decisions in an MRP system with demand uncertainty », *Engineering Costs and Production Economics*, 1982, Vol. 6, p. 67-75.
- Dolgui A., Prodhon C., « Supply planning under uncertainties in MRP environments : A state of the art », *Annual Reviews in Control*, 2007, Vol. 31, p. 269-279.
- Giard V., Mendy-Bilek G., « Scheduling Coordination in a Supply Chain Using Advance Demand Information », *Production Planning & Control*, 2008, vol. 29, n° 7, p. 655-667.
- Giard V., Mendy-Bilek G., « Production à flux tirés dans une chaîne logistique », *Revue Française de Gestion Industrielle*, 2007, vol. 26, n° 1, p. 87-110.
- Giard V., Sali M., « Production à la commande et production pour stock dans un environnement MRP », *Congrès International de Génie Industriel*, Saint-Sauveur Canada, 12-14 octobre 2011.
- Giard V., Camisulis C., Mendy-Bilek G., « The causes and determination of safety stocks in the upstream supply chain dedicated to the mass production of customized products », *3rd*

- International Conference on Information Systems Logistics and Supply Chain ILS 2010*, Casablanca Maroc, 13-16 avril 2010.
- Guerrero H. H., Baker K. R., Southard M. H., « The dynamics of hedging the master schedule », *International Journal of Production Research*, 1986, Vol. 24, n° 6, p. 1475-1483.
- Guide V.D.R. Jr, Srivastava R., « A review of techniques for buffering against uncertainty with MRP systems », *Production Planning & Control*, 2000, Vol. 11, n° 3, p. 223 - 233.
- Inderfurth K., Minner S., « Safety stocks in multi-stage inventory systems under different service measures », *European Journal of Operational Research*, 1998, Vol. 106, p. 57-73.
- Koh S.C.L., Saad S. M., Jones H. M., « Uncertainty under MRP-planned manufacture : review and categorization », *International Journal of Production Research*, 2002, Vol. 40, n° 10, p. 2399-2421.
- Lagodimos A.G., Anderson E.J., « Optimal positioning of safety stocks in MRP », *International Journal of Production Research*, 1993, Vol. 31, n° 8, p. 1797-1813.
- Lamouri S., Thomas A., « The two level master production schedule and planning bills in a just in time MRP context », *International Journal of Production Economics*, 2000, Vol. 64, p. 409-415.
- Molinder A., « Joint optimisation of lot-sizes, safety stocks and safety lead times in an MRP system », *International Journal of Production Research*, 1997, Vol. 35, n° 4, p. 983-994.
- Persona A., Daria B., Riccardo M., Arrigo P., 2007. « Optimal safety stock levels of subassemblies and manufacturing components », *International Journal of Production Economics*, 2007, Vol. 100, p. 147-159.
- Vollmann, T.E, Berry, W.L., Whybark, D.C., *Manufacturing Planning and Control Systems*, 4th Edition. Irwin/McGraw-Hill, New York, 1997
- Winjgaard J., Wortmann J.C., « MRP and inventories », *European Journal of Operational Research*, 1985, Vol. 20, p. 281-293.
- Zhao X., Lai F., Lee T.S., « Evaluation of safety stock methods in multilevel material requirements planning (MRP) systems », *Production Planning & Control*, 2001, Vol. 12, n° 8, p. 794-803.