
Analyse des déterminants à court terme de la capacité d'une unité de production

Carole Camisullis* — Vincent Giard**

* IAE de l'Université Paris XII
Place de la porte des champs
94010 Créteil Cedex
carole.camisullis@univ-paris12.fr

** Lamsade, Université Paris-Dauphine
Place de Lattre de Tassigny
F 75775 Paris Cedex
vincent.giard@dauphine.fr

RÉSUMÉ. Cet article analyse les déterminants de la capacité d'un système productif sur le court terme, en partant du poste de travail pour aller jusqu'à une unité de production. Cette capacité, définie sur une période, est une variable aléatoire complexe dont la variance dépend de facteurs ne jouant pas de manière additive. Ces facteurs sont liés à des caractéristiques du système productif, des flux de commande et des procédures mobilisées. La compréhension des déterminants de la capacité est une première étape dans la définition de la capacité d'une chaîne logistique, fonction de la capacité des différents maillons et de la coordination entre les entités, dans le cadre de leurs relations client-fournisseur.

ABSTRACT. This article analyzes capacity determinants of a production system on the short term, from a work station to a production unit. This capacity, defined on a period, is a complex random variable. Its variance depends on factors, which don't play in an additive manner. These factors are linked to production system characteristics, orders flows and mobilized procedures. The comprehension of capacity determinants is a first step in supply chain capacity definition, which is function of the different capacities of its links and of coordination between the entities, within the framework of their customer-supplier relations.

MOTS-CLÉS: chaîne logistique, management des capacités, simulation de processus.

KEYWORDS: supply chain, capacity management, process simulation.

1. Introduction

La capacité à court terme d'une unité de production est liée à son temps de fonctionnement, dont l'amplitude dépend de nombreux facteurs, mais aussi à d'autres déterminants, plus nombreux lorsque le système productif est complexe. Pour analyser les déterminants du temps de fonctionnement, nous avons choisi de nous appuyer sur un schéma de décomposition des temps, classiquement utilisé dans l'industrie. D'autres grilles d'analyse existent, moins pertinentes à nos yeux pour ce type d'analyse. Par exemple, celle de Grando *et al.* (2005) est plus détaillée mais les causes identifiées de temps de non-production sont parfois les mêmes. Celle de l'AFNOR (la norme 60-182) est moins éloignée de celle utilisée ici mais elle fusionne deux catégories de temps d'arrêt, effectue une partition du temps de fonctionnement et introduit une source de variation qui n'est pertinente que pour certains systèmes productifs. Ces différences s'expliquent par le fait qu'elles sont orientées vers le calcul d'indicateurs de productivité, comme le taux de rendement synthétique (TRS) ou global (TRG), au demeurant peu pertinents dans le cas de nombreux systèmes productifs complexes dédiés à une production diversifiée.

Dans cette grille, le temps total d'ouverture du système productif se décompose en un temps non-requis (pause, entretien préventif, temps non utilisé par absence de travail à exécuter) et un temps requis. Ce temps requis se décompose, à son tour, en un temps de fonctionnement, un temps d'arrêt propre (temps de panne et d'arrêt fonctionnel, c'est-à-dire lié aux changements d'outils, aux changements de fabrication et aux contrôles) et un temps d'arrêt induit (par une rupture d'approvisionnement ou une saturation du stock aval).

Temps total			
Temps requis			Temps non requis
Temps de fonctionnement	Temps d'arrêt propre	Temps d'arrêt induit	

Figure 1. Schéma de la décomposition des temps

La recherche des déterminants de la capacité d'une unité de production peut s'effectuer de manière plus rigoureuse à partir de cette grille qui permet de comprendre comment les caractéristiques du système productif et celles de la demande (volume, diversité, régularité...) influent sur certaines composantes de cette décomposition et donc sur la capacité de l'unité de production. On partira du cas le plus simple qui est caractérisé par un ensemble d'hypothèses restrictives H_i qui seront progressivement levées au profit d'hypothèses alternatives, notées \bar{H}_i , pour arriver aux situations complexes observables, dans lesquelles on montrera que la capacité d'une unité de production est aléatoire.

Un premier ensemble d'hypothèses, listées dans le tableau suivant, concerne l'unité de production considérée et permet de définir les déterminants de la capacité de l'unité de production étudiée.

H ₁	Pas de production inachevée en fin de période
H ₂	Produit unique
H ₆	Temps opératoire aléatoire
H ₇	Pas de problème de qualité
H ₈	Pas de panne
H ₉	Ordonnancement sans impact
H ₁₀	Pas de contrainte de capacité des stocks intermédiaires
H ₁₁	Structure de la demande à produire

Temps total			
Temps requis			Temps non requis
Temps de fonctionnement	Temps d'arrêt propre	Temps d'arrêt induit	
Production H ₁	H ₂ H ₈ H ₉ H ₁₁	H ₁₀	

H₆ H₇

Figure 2. Tableau des hypothèses et de leurs relations avec la décomposition des temps

Les hypothèses complémentaires, listées dans le tableau suivant, concernent les échanges de l'unité étudiée avec ses fournisseurs et ses clients ; elles permettent d'isoler cette unité de la chaîne logistique à laquelle elle appartient. La remise en cause de ces hypothèses permet de définir les interactions des composantes d'une chaîne logistique, ce qui constitue un préalable à la recherche d'une définition de la capacité de la chaîne logistique. La levée de ces hypothèses ne sera abordée ici que dans une optique locale, c'est-à-dire dans leurs seules implications sur la définition de la capacité de l'unité productive considérée et non sur ses répercussions en amont et en aval. Nous reviendrons sur ce point en conclusion.

H ₃	Pas de rupture d'approvisionnement
H ₄	Pas de rupture de charge
H ₅	Pas de saturation du stock aval

Temps total			
Temps requis			Temps non requis H ₄
Temps de fonctionnement	Temps d'arrêt propre	Temps d'arrêt induit H ₃ H ₅	

Figure 3. *Tableau des hypothèses d'indépendance et de leurs relations avec la décomposition des temps*

Avant de poursuivre, il convient de préciser dès à présent ce que l'on entend par capacité d'une unité de production, définie avec une granularité pouvant aller du poste de travail à l'usine ; ceci permettra de mieux appréhender les limites des écrits sur cette question, analysés ci-après. La capacité d'une unité de production peut être définie dans deux perspectives complémentaires.

– La capacité peut se définir, en régime de croisière, par la production maximale réalisable pendant une période de référence (jour, semaine...) par une unité de production caractérisée par un ensemble de ressources humaines, matérielles et informationnelles, en réponse à une demande stationnaire de caractéristiques stables. Implicitement, cette demande est suffisamment importante pour permettre cette production maximale dont le niveau dépend d'un certain nombre de facteurs que l'on va étudier. Cette perspective est celle qui sera privilégiée ici. On verra que cette capacité se définit par une variable aléatoire.

– Dans le monde réel, la demande connaît des à-coups et les ressources mobilisées peuvent temporairement être accrues (heures supplémentaires...). On peut alors définir la capacité d'une unité de production comme le temps mis pour absorber une surcharge momentanée de travail, implicitement définie par rapport à la capacité du régime de croisière de l'alinéa précédent. La capacité du régime de croisière de l'unité mobilisant plus de ressources se définit également par une variable aléatoire. Dès lors, le temps mis pour absorber une surcharge momentanée de travail est, lui aussi, aléatoire.

On analysera un système dont les ressources permanentes sont fixées, en partant du cas le plus simple, celui d'un système productif composé d'une seule machine fabriquant un produit unique, pour le complexifier progressivement tant au niveau des caractéristiques de la demande à satisfaire qu'à celui des composantes du

système productif et de leurs relations. Les analyses seront illustrées par des simulations (réalisées sous Simul8) du processus de production du système étudié, en régime de croisière.

Préalablement, on examinera rapidement (section 2) les travaux disponibles relatifs à la capacité. On définira ensuite (section 3) la capacité d'un poste de travail produisant une référence unique, puis dans le cas d'une production de références multiples. La section 4 étudie la relation qui existe entre la capacité d'une unité de production complexe, composée d'un ensemble de postes de travail et son mode d'organisation (*job shop*, *flow shop* ou ligne de production) et de pilotage. En conclusion, on abordera les problèmes posés par la définition de la capacité d'une chaîne logistique et les investigations à mener pour les résoudre.

2. Travaux antérieurs

L'APICS (1995) définit le management de la capacité comme « la planification, la constitution, la mesure, le suivi et l'ajustement des niveaux de capacité pour qu'une capacité suffisante soit disponible afin de réaliser les programmes de production ». Dans cette définition, l'horizon retenu n'est pas clairement défini mais elle reste valable que la perspective soit le long ou le moyen terme. Dans la littérature académique, l'enjeu à long terme du management des capacités est celui de l'ajustement stratégique de la capacité des ressources pour répondre à une demande prévisionnelle que l'on souhaite capter (Hammesfahr *et al.*, 1993 ; Wortman *et al.*, 1996 ; Kreipl *et al.*, 2004).

Pour le court et moyen terme, la littérature se focalise sur le problème de gestion des déséquilibres entre une demande prévisionnelle et une offre prévisionnelle contrainte par la capacité disponible (Vollman *et al.*, 1992). Quatre types d'ajustement sont proposés. Le premier ajustement, classique en MRP II, passe par une production anticipée, sur des périodes de sous-activité, de la production qu'il n'est pas possible de réaliser au cours de périodes ultérieures où la charge demandée excède la capacité disponible, ce qui conduit à un stockage temporaire (Bish *et al.*, 2005 ; Graves, 2002). Le deuxième consiste à différer la satisfaction de la demande et donc à utiliser des capacités résiduelles postérieurement à la période où elle s'avère insuffisante (Van Mieghem, 2003) ; cette solution est utilisée en MRP II avec la remise en cause du Plan Directeur de Production s'appuyant sur les techniques de *pegging*. Cette solution est difficilement utilisable si la concurrence sur les délais est forte. Le troisième type d'ajustement regroupe différentes actions de marketing (Ng *et al.*, 1999) pour essayer d'ajuster la demande à l'offre. La dernière solution évoquée est l'utilisation d'installations flexibles (Fine *et al.*, 1990) afin de traiter des problèmes plus liés à la structure de la demande qu'à son niveau.

Dans toutes ces analyses, la capacité est vue comme fixe (Chakravarty *et al.*, 2004 ; Mapes, 1992), il s'agit d'une contrainte dure de la planification opérationnelle (Maruchek *et al.*, 1992). Dans les rares occasions où la capacité est considérée aléatoire, la difficulté est contournée en la prenant égale à sa valeur

moyenne, supposée atteignable raisonnablement sous des « conditions normales » de demande et d'utilisation du système productif (Grando *et al.*, 2005) ou comme étant une donnée du problème (Ciarallo *et al.*, 1994) ; ce qui revient toujours à considérer la capacité constante.

Sur le court terme, la problématique de l'ordonnancement se situe dans un environnement caractérisé par des gammes certaines et des disponibilités connues des ressources requises tant matérielles qu'humaines ; ces approches visent à montrer qu'il existe des ordonnancements plus efficaces que d'autres, se traduisant par une libération plus ou moins précoce du système productif, ce qui influe implicitement sur sa capacité.

3. Analyse de la capacité d'un poste de travail

On analysera d'abord le cas de la production d'une référence unique sur un poste de travail, avant d'aborder celui de la production de plusieurs références. On se placera dans le cadre d'un régime de croisière.

3.1. Analyse de la capacité d'un poste de travail produisant une référence unique

En régime de croisière, la capacité du système productif se mesure par un taux K correspondant à une production maximale possible pendant une période de référence, par exemple le jour (que nous retiendrons dans cette section 3). Soit n le nombre d'unités produites pendant cette période. On notera D , le temps total disponible du poste de travail sur cette période. En fin de journée les opérations de production se terminent de façon à ne pas avoir d'opération inachevée (hypothèse H_1). Dans un premier temps, la demande porte sur un produit unique (hypothèse H_2), dont le temps opératoire sur le poste de travail est aléatoire (hypothèse H_6), TO_i étant le temps passé pour fabriquer le produit dont le rang de fabrication dans la journée est i . Par ailleurs, on retient les hypothèses d'absence de rupture de stock des composants utilisés dans cette fabrication (hypothèse H_3), d'absence de rupture de charge de travail (hypothèse H_4) et d'absence de saturation du stock aval (hypothèse H_5). Ces trois hypothèses assurent le découplage du poste de travail du reste de la chaîne logistique : H_3 déconnecte l'entité étudiée de ses fournisseurs, H_4 et H_5 permettent de l'isoler de ses clients. Pour que H_4 soit vérifiée, le stock de commandes transformées en ordres de fabrication doit être d'une taille suffisante, compte tenu du rythme d'arrivées de ces commandes et des lancements en fabrication.

Sous ces hypothèses, la **production quotidienne K** se définit par la relation 1 :

$$K = \operatorname{argmax}(n \mid \sum_{i=1}^n TO_i \leq D) \quad [1]$$

Avec l'hypothèse H_1 , n est forcément un entier. Comme TO_i est une variable aléatoire (H_6), n est également une variable aléatoire. Même à ce premier niveau de complexité la capacité ne peut être déterminée par une solution analytique, seule une approche simulatoire permet de quantifier la capacité.

Les articles produits peuvent avoir des défauts de qualité (hypothèse \bar{H}_7), auquel cas seuls les produits conformes sont conservés. Si p représente la probabilité de considérer un article comme étant conforme, le nombre K d'articles conformes produits suit la loi binomiale de la relation 2 :

$$K \sim \mathcal{B}(n ; p), \text{ avec } n \text{ défini par la relation [1]} \quad [2]$$

K reste aléatoire avec une variabilité nécessairement plus forte que dans la relation 1. On ne dispose donc pas davantage de solution analytique pour déterminer la valeur de K qui ne peut l'être que par simulation.

Un troisième facteur de variabilité peut être introduit, celui de la disponibilité du poste de travail suite à l'occurrence de pannes (hypothèse \bar{H}_8). Le temps effectif de fonctionnement du poste de travail est affecté par l'existence de pannes, qui augmente le temps d'arrêt propre au détriment du temps de fonctionnement du système (voir figure 2). Cette remarque de bon sens est formulée par certains auteurs comme Yu-Lee (2002). La nouvelle disponibilité D' du poste de travail correspond à la précédente D , diminuée des temps d'arrêts propres. La relation 1, qui ne prend en compte que la variabilité des temps opératoires, doit être modifiée pour tenir compte du fait que le membre droit de la contrainte est maintenant une variable aléatoire, ce qui donne la relation 3. La capacité K d'une journée quelconque est alors définie par la relation 3.

$$K = \arg \max(n \mid \sum_{i=1}^n TO_i \leq D') \quad [3]$$

Si, en plus, on prend en compte des problèmes de qualité (hypothèse \bar{H}_7), la relation 3 reste vraie, à la seule différence que la définition de n passe par la relation 2 et non la relation 1.

Le fait que la capacité du poste de travail soit une variable aléatoire dont la dispersion augmente avec l'ajout de facteurs additionnels découle directement des relations établies ci-dessus. Il est intéressant cependant d'en donner une illustration numérique. À cette fin, on utilisera les informations suivantes : $D = 660$ minutes ; $TO_i \sim \mathcal{U}[5 ; 7]$; $p = 98\%$; ainsi que l'hypothèse d'une occurrence maximale de deux pannes par jour sur ce poste, la première avec une probabilité de 30 % et la seconde (conditionnée par la réalisation de la première dans la même journée) avec une probabilité de 20 %, le temps de réparation suivant la loi triangulaire $\mathcal{T}[10 ; 25 ; 60]$. Les résultats des simulations sur une cinquantaine de jours des différents scénarios sont portés dans la figure 4.

Nombre d'unités produites

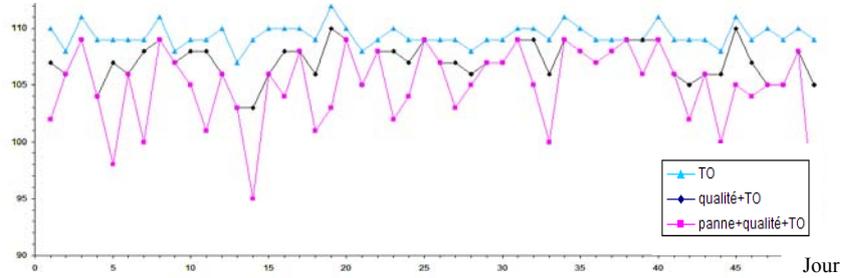


Figure 4. Impact de l'ajout de facteurs sur la dispersion de la capacité

Si on augmente la longueur de la période de référence en passant à un multiple de la durée quotidienne de base (passage à la semaine, quinzaine...), la variabilité relative de la dispersion de la capacité, mesurée par le coefficient de variation — rapport de l'écart-type à l'espérance mathématique — décroît, puisque l'on est en présence d'une somme de variables aléatoires indépendantes. Sur une période de J jours, on obtient la relation 4 en adaptant la relation 1 et la relation 5, en adaptant la relation 3 (D' se substituant à D) :

$$K = \sum_{j=1}^J \arg \max(n_j \mid \sum_{i=1}^n TO_i \leq D) \quad \forall j = 1 \dots J \quad [4]$$

$$K = \sum_{j=1}^J \arg \max(n_j \mid \sum_{i=1}^n TO_i \leq D') \quad \forall j = 1 \dots J \quad [5]$$

Ces relations ne peuvent prendre la forme $K = \arg \max(n \mid \sum_{i=1}^n TO_i \leq J \times D)$ (en remplacement de la relation 4) ou $K = \arg \max(n \mid \sum_{i=1}^n TO_i \leq J \times D')$ (en remplacement de la relation 5), puisque le nombre d'unités produites chaque jour est un entier. Si on passe d'une à deux ou trois équipes de travail, le changement de capacité du poste étudié se modélise avec ces relations 4 ou 5 si le travail en cours doit être achevé avant le changement d'équipe.

Considérons le cas d'une unité de production composée de L postes en parallèle (postes indicés par l), de caractéristiques identiques et produisant la même référence à partir des mêmes stocks de composants et d'ordres de fabrication. La capacité K_l du poste de travail l est une variable aléatoire de distribution de probabilité inconnue (mais identique pour tous les postes), d'espérance \bar{K} et d'écart-type σ_K . La capacité de ce système, $\Gamma = \sum_{l=1}^L K_l$, est une somme de variables aléatoires indépendantes de même distribution ; en conséquence son espérance est $\bar{\Gamma} = L\bar{K}$, et son écart-type est $\sigma_{\Gamma} = \sigma_K \times \sqrt{L}$. La dispersion relative de la capacité, mesurée par le coefficient de variation ($\sigma_{\Gamma}/\bar{\Gamma}$) diminue donc avec le nombre de postes en parallèle. Cette démonstration s'adapte à l'analyse de l'allongement de la période de référence

présentée ci-dessus, en remplaçant le nombre de postes de travail par un nombre de jours.

Examinons maintenant l'impact sur la capacité journalière de l'existence possible de désamorçages liés à une rupture de charge de travail en raison du caractère aléatoire de la demande, du rythme d'arrivée des ordres de fabrication et du stock initial de commandes (hypothèse \overline{H}_4) dans un système productif ne comportant qu'un seul poste de travail (la généralisation à plusieurs postes identiques en parallèle ne posant pas de difficulté). Notons W le nombre d'unités de la référence à produire pendant une journée. On considérera ici que W est une variable aléatoire d'espérance mathématique \overline{W} et d'écart-type σ_W dont la distribution est difficile à établir car elle intègre la demande non traitée de la veille qui dépend, en partie, d'une capacité aléatoire. Cette demande correspond à des ordres de fabrication en cas de production pour stock et à des commandes passées en cas de production à la commande. En régime de croisière, si l'on dispose d'un stock initial de commandes suffisant pour éviter toute rupture de charge, la demande moyenne ne peut être supérieure à la capacité du poste considéré. Si le stock initial est insuffisant, la rupture de charge devient possible et sa probabilité d'occurrence s'accroît si la demande de la journée n'est pas connue en totalité en début de la journée mais arrive en plusieurs fois.

– Si la demande W est complètement connue en début de la journée, alors la production de cette journée est définie par la relation 6, où K est défini par la relation 1, 2, 3, 4 ou 5 selon les hypothèses retenues.

$$K' = \text{Min}(W, K) \quad [6]$$

Cette relation implique la possibilité d'une rupture de charge de travail et conduit à s'intéresser à une *capacité effectivement utilisée*, dépendant de la demande, alors que jusqu'à présent, il y avait indépendance. La capacité K' est une variable aléatoire puisque W et K sont deux variables aléatoires.

– Les commandes de la journée peuvent arriver en M lots espacés au cours de la journée et non en totalité à son début. Dans ces conditions, les lots (indiqués par m) portent sur des quantités W_m d'espérance mathématique \overline{W}_m et d'écart-type σ_{W_m} , telles que $\overline{W} = \sum_m \overline{W}_m$ et que $\sigma_m = \sqrt{\sum_m \sigma_{W_m}^2}$ (si ces tailles de lot sont indépendantes). On notera K_m , la capacité disponible entre l'arrivée du lot de commande de rang m et celle du lot suivant (ou la fin de la journée). L'intervalle de temps séparant ces arrivées peut être variable mais, en première analyse, on le supposera déterminé une fois pour toutes, ce qui stabilise les caractéristiques des lois de W_m et de K_m . Les désamorçages possibles induisent des ruptures de charge intermédiaires dont l'importance et la probabilité d'occurrence sont stables d'un jour à l'autre en raison des hypothèses retenues ci-dessus (leur remplacement complique un peu l'analyse des caractéristiques du régime de croisière et l'analyse effectuée ci-après est valable pour un jour de caractéristiques données). La capacité effective du système productif diminue à cause de l'augmentation du temps non-

On obtient alors :

$$\begin{aligned}
 \alpha = & \sum_{w_1 > K_1} P(W_1 = w_1) \left(\sum_{w_2 > K_1 + K_2 - w_1} P(W_2 = w_2) \left(\sum_{w_3 > K_1 + K_2 + K_3 - w_1 - w_2} P(W_3 = w_3) \right) \right) \\
 & + \left(\sum_{w_1 > K_1} P(W_1 = w_1) \left(\sum_{w_2 \leq K_1 + K_2 - w_1} P(W_2 = w_2) \right) \right) \sum_{w_3 > K_3} P(W_3 = w_3) \\
 & + \sum_{w_1 \leq K_1} P(W_1 = w_1) \left(\sum_{w_2 > K_2} P(W_2 = w_2) \left(\sum_{w_3 > K_2 + K_3 - w_2} P(W_3 = w_3) \right) \right) \\
 & + \left(\sum_{w_1 \leq K_1} P(W_1 = w_1) \left(\sum_{w_2 \leq K_2} P(W_2 = w_2) \right) \right) \sum_{w_3 > K_3} P(W_3 = w_3) \quad [7]
 \end{aligned}$$

$E(\beta) =$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{w_1 > K_1} P(W_1 = w_1) \left(\sum_{w_2 > K_1 + K_2 - w_1} P(W_2 = w_2) \left(\sum_{w_3 > K_1 + K_2 + K_3 - w_1 - w_2} P(W_3 = w_3) \right) \times (w_1 + w_2 + w_3 - K_1 - K_2 - K_3) \right) \\
 & + \left(\sum_{w_1 > K_1} P(W_1 = w_1) \left(\sum_{w_2 \leq K_1 + K_2 - w_1} P(W_2 = w_2) \right) \left(\sum_{w_3 > K_3} P(W_3 = w_3) \right) \times (w_3 - K_3) \right) \\
 & + \sum_{w_1 \leq K_1} P(W_1 = w_1) \left(\sum_{w_2 > K_2} P(W_2 = w_2) \left(\sum_{w_3 > K_2 + K_3 - w_2} P(W_3 = w_3) \right) \times (w_2 + w_3 - K_2 - K_3) \right) \\
 & + \left(\sum_{w_1 \leq K_1} P(W_1 = w_1) \sum_{w_2 \leq K_2} P(W_2 = w_2) \right) \left(\sum_{w_3 > K_3} P(W_3 = w_3) \right) \times (w_3 - K_3) \quad [8]
 \end{aligned}$$

Illustrons cette défaillance capacitaire du système à l'aide d'une simulation aléatoire pour une demande journalière sur 660 minutes $W \sim \mathcal{N}(90, 12)$ et avec un temps opératoire variable $TO_i \sim \mathcal{Z}[5; 7]$. On considère réalisable 111 produits par jour, soit 37 produits sur chaque période m . On compare deux scénarios : dans le premier toute la demande est connue en début de journée avant le lancement en production tandis que dans le second les lois des demandes sont $W_m \sim \mathcal{N}(90\lambda_m, 12\sqrt{\lambda_m})$, avec : $\lambda_1 = 0,25$; $\lambda_2 = 0,35$ et $\lambda_3 = 0,40$. On observe cette diminution de la capacité du système productif imputable aux ruptures de charge, sur les résultats des simulations reproduits à la figure 7.

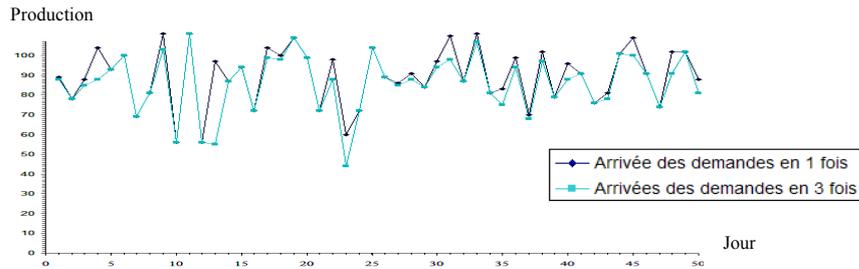


Figure 7. Comparaison de la capacité avec et sans rupture de charge

3.2. Analyse de la capacité d'un poste de travail produisant plusieurs références

La production non plus d'un article mais d'un ensemble de références i différentes (hypothèse \bar{H}_2) sur un même poste de travail introduit une diminution de la capacité, variable suivant la fréquence retenue des lancements, si le changement de référence à produire s'accompagne d'un temps de lancement non négligeable qui augmente le temps d'arrêt propre et diminue le temps de fonctionnement du système. Dans le cas contraire, on est ramené au problème précédent. Dans le premier cas, il est évident que plus les lots sont faibles, plus le temps d'arrêt propre croît au détriment du temps de fonctionnement, ce qui a pour effet de diminuer la production qu'il est possible de réaliser au cours d'une journée et donc la capacité du poste de travail. Pour illustrer ce phénomène, on retiendra les hypothèses suivantes : $D = 660$ minutes ; TO_i certain de 6 minutes (hypothèse H_6) ; temps de lancement certain de 15 minutes, indépendant de la référence à lancer. Le tableau 1 calcule le temps total de production d'une rafale des 5 lots de références à produire dans un cycle.

	Lot 1	Lot 2	Lot 3	Lot 4	Lot 5	Temps total	Temps unitaire moyen	Débit horaire moyen	Nombre de produits/jour
Cas initial	30	60	45	90	75	1875	6,25	9,6	105
Taille lots x2	60	120	90	180	150	3675	6,125	9,8	107
Taille lots /2	15	30	22,5	45	37,5	975	6,5	9,23	101

Tableau 1. Impact de la taille des lots de produits différents sur la capacité

Si l'on s'intéresse maintenant à une seule référence de cet ensemble, la notion de capacité instantanée n'est alors pas indépendante de la localisation de la (ou des) période(s) de production de la référence étudiée dans la plage de temps retenue, ce qui n'est pas le cas si la production porte sur un seul produit unique. On peut ajouter que, d'une journée à l'autre, le nombre de lancements varie, ce qui conduit à une production quotidienne totale variant d'un jour à l'autre (en réalité, on observera la répétition d'un même cycle de production défini sur plusieurs jours).

Il ne semble pas nécessaire d'introduire ici les caractéristiques aléatoires prises en compte précédemment. En effet, cette introduction conduit à une capacité aléatoire, sous réserve des remarques faites ci-dessus, bornée supérieurement par une valeur d'autant plus faible que la fréquence des lancements est élevée.

4. Analyse de la capacité d'une unité de production

L'unité de production réunit un ensemble de postes de travail différents permettant de produire un ensemble plus ou moins conséquent de produits finis différents avec une organisation donnée (*job shop*, *flow shop* ou ligne de production) qui implique un type d'implantation des équipements et des procédures de pilotage appropriées. Nous centrons notre analyse sur le cas de l'organisation en ateliers spécialisés (*job shop*) qui se caractérise par le regroupement en un même lieu des postes de travail dédiés à une même fonction (peindre, percer, plier...). Dans ce type de système productif, la séquence d'ateliers empruntés pour exécuter une commande portant sur un lot de produits homogènes (ce lot pouvant être unitaire) peut varier d'une commande à l'autre. L'organisation en *flow shop* se différencie de la précédente sur deux points : la séquence des centres de production visités est toujours la même (le passage dans certains d'entre eux pouvant être facultatif) et le regroupement géographique n'est pas obligatoire. En ce qui nous concerne, ce type d'organisation peut être considéré comme un cas particulier de l'organisation en *job shop* ; il ne fera donc pas l'objet d'une analyse particulière.

Par rapport au *flow shop*, l'organisation en ligne de production (ligne de fabrication et/ou d'assemblage) porte nécessairement sur des commandes unitaires (et non des lots), qui subissent obligatoirement un traitement sur chacun des postes de la ligne agencés suivant une logique de transformation progressive du produit et non de regroupement fonctionnel.

La capacité d'une unité de production change de nature et ne peut pas se définir à partir des capacités des postes de travail qui la composent, même dans le cas de figure particulier d'un poste de travail par lequel toutes les références doivent passer (on verra que le concept de goulet d'étranglement est plus complexe qu'on ne le pense généralement). On peut conserver le principe d'un volume produit par unité de temps, déterminé en régime de croisière. Se pose alors le problème de l'hétérogénéité des références fabriquées qui peuvent consommer les ressources de cette unité dans des proportions très variables. Le dénombrement effectué n'a alors de sens que si la structure de la demande est stable ; un changement de structure provoquera une augmentation ou une diminution de la capacité de l'unité de production.

La recherche de facteurs déterminant la capacité (en plus de ceux trouvés dans le cas d'une machine unique) conduit à « revisiter » l'approche utilisée par Conway, Maxwell et Miller (1967). Leur démarche visait à déterminer l'incidence de l'usage de règles d'ordonnancement sur un certain nombre d'indicateurs, à partir d'une simulation d'un système productif de type *job shop*, en utilisant un ensemble de taille prédéterminée de commandes générées aléatoirement (gammas, temps opératoires...). Dans ce cadre, une fois la simulation terminée (exécution de toutes les commandes), on passait à l'analyse de performance du jeu de règles utilisées, notamment sur le temps mis pour exécuter l'ensemble des commandes. Le problème posé était d'une certaine façon statique, le jeu de données étant de taille prédéfinie

avec une même loi d'arrivée dans toutes les simulations et aucune contrainte de pilotage. Dans notre approche, on simule un régime de croisière caractérisé par des arrivées aléatoires de commandes de caractéristiques générées aléatoirement et c'est la capacité de l'unité de production que l'on cherche à déterminer. Pour ce faire, on cherche, dans un environnement parfaitement contrôlé, le taux d'arrivée maximal compatible avec le régime de croisière, c'est-à-dire générant des fluctuations du niveau des stocks sans jamais conduire à une croissance exponentielle de certains d'entre eux. Les facteurs sous contrôle sont le flux de commandes à exécuter, les règles d'ordonnancement (hypothèse \bar{H}_9), le niveau maximum des stocks intermédiaires (hypothèse \bar{H}_{10}) et la structure de la demande à produire (hypothèse H_{11}). On cherche ensuite par tâtonnement le taux d'arrivée maximum possible des demandes compatibles avec le régime stationnaire.

4.1. Organisation de la production en job shop

On suppose l'unité de production composée de cinq postes de travail j , fabriquant quatre références i de gammes différentes, impliquant de deux à quatre machines avec des enchaînements prédéterminés. À chaque poste de travail et pour chaque gamme est affecté un temps opératoire TO_{ij} suivant une loi Triangulaire ($\mathcal{T}(\text{Min}, \text{Mode}, \text{Max})$). Pour chaque commande (unitaire) arrivant dans le système, la gamme i a une probabilité α_i d'être choisie ($\sum_{i=1}^4 \alpha_i = 1$), hypothèse H_{11} . Le tableau 2 récapitule les données utilisées. L'intervalle de temps séparant deux arrivées successives dans l'unité de production est supposé suivre une loi exponentielle de paramètre τ , dans le cadre d'un régime stationnaire.

Gamme i	Opérations suivies par les items	α_i
1	$M_1, \mathcal{T}(4;6;9) \rightarrow M_4, \mathcal{T}(5;7;10) \rightarrow M_3, \mathcal{T}(3;5;8)$	25%
2	$M_2, \mathcal{T}(5;8;12) \rightarrow M_3, \mathcal{T}(5;8;12) \rightarrow M_5, \mathcal{T}(5;8;12) \rightarrow M_4, \mathcal{T}(5;8;12)$	16%
3	$M_3, \mathcal{T}(6;9;12) \rightarrow M_1, \mathcal{T}(1;6;12) \rightarrow M_4, \mathcal{T}(4;6;12) \rightarrow M_2, \mathcal{T}(1;4;7)$	27%
4	$M_5, \mathcal{T}(3;5;6) \rightarrow M_3, \mathcal{T}(3;5;6)$	32%

Tableau 2. Gammes utilisées dans la simulation d'un système de type job shop

Examinons l'influence de la capacité maximale S_j^{\max} des stocks situés en amont de chaque machine j , sur la capacité de l'atelier de production (hypothèse \bar{H}_{10}). On retiendra, sans perte de généralité sur les mécanismes mis en évidence, $S_j^{\max} = S^{\max}$. Lorsque le niveau S_j du stock j , situé en amont du processeur j , est saturé ($S_j = S_j^{\max}$), tout processeur $j' \neq j$ venant de terminer une opération d'une

gamme dont l'opération suivante doit se faire sur le processeur j est bloqué, faute d'endroit où ranger le produit qu'il vient de traiter. Une fois bloqué, le processeur j' ne peut prélever de travail dans le stock j' qui l'alimente, ce qui peut conduire à sa saturation. Ce mécanisme de propagation peut conduire à un blocage du système, en raison de la création d'un circuit reliant des stocks saturés. L'analyse des gammes retenues dans notre exemple, montre qu'il est possible d'observer 4 circuits potentiels et donc autant de sources de blocage, à condition que les processeurs prélèvent toujours le premier produit dans le stock, la règle de classement étant simple et non modifiable (par exemple « premier entré – premier sorti » ou « temps opératoire minimal »). Si l'on ne prélève pas forcément le premier produit en stock, on a des chances de pouvoir éviter ce blocage d'autant plus facilement que la capacité des stocks est élevée, en raison de l'augmentation potentielle de la variété des gammes associées aux articles présents dans les stocks saturés, à condition toutefois que l'intervalle moyen entre deux arrivées ne soit pas trop fort (saturation des stocks imputable principalement aux arrivées et non aux en-cours). La simulation met en évidence les points suivants :

– La capacité est définie en régime de croisière par un taux d'arrivée (lié à un processus de Poisson), pour une structure de la demande, une configuration productive (processeurs, stocks...) et des règles de pilotage de la production. Pour faire le lien avec la définition de la capacité d'un poste de travail, il faut définir la production d'un système productif pendant une période de référence (le jour, la semaine...). Plusieurs définitions peuvent être retenues : simple décompte des commandes achevées pendant la période de référence, valorisation des commandes sorties pendant cette période, valorisation des tâches exécutées dans le système productif pendant cette période (avec d'inévitables effets de bord sur les opérations inachevées en début et en fin de période). Pour toutes ces définitions l'observation suivante reste vraie. Contrairement à ce qui avait été retenu pour un poste de travail où au début de chaque journée, le système étudié se retrouvait toujours dans le même état, ici les tâches peuvent ne pas être achevées en fin de journée et l'état du système au début d'une journée diffère de celui des journées adjacentes. La production du système productif étudié pendant une période est une variable aléatoire qui dépend de l'état de ce système au début de la période. Les productions d'une période à l'autre ne sont pas indépendantes, ce qui empêche de pouvoir calculer un intervalle de confiance de la production d'une période, contrairement au cas d'un poste de travail ne connaissant ni rupture de charge, ni rupture d'approvisionnement. Dès lors, dans une configuration de type *job shop*, il devient difficile de s'engager sur une capacité puisque la production d'une période est une variable aléatoire, liée à l'état du système en début de période.

– Si l'intervalle moyen τ séparant deux arrivées successives tombe en dessous¹ d'un certain seuil τ^{\min} , variable avec la structure de la demande (α_i), le système

1. En toute rigueur, ce seuil est défini en probabilité et dépend de la durée de la simulation : la probabilité d'apparition d'un blocage est d'autant plus élevée que τ est faible mais la plage de valeurs de τ sur laquelle on passe d'une probabilité négligeable à une certitude est très restreinte.

productif se bloque assez rapidement ; τ^{\min} est d'autant plus faible que S^{\max} est grand ; dans notre exemple, pour S^{\max} valant successivement 3, 7, 10, 50 et 1 000 les seuils τ^{\min} sont respectivement 10,7', 7,8', 7,4', 6,5' et 6,1'. Dans ce système productif, avec cette structure de la demande, on ne peut pas espérer atteindre une production moyenne horaire de 10 unités.

– Pour un S^{\max} donné, par exemple 7, et une structure connue de la demande (α_i), le temps moyen de séjour des produits $\bar{\theta}$ dans le système est d'autant plus faible que τ est élevé ($\tau > \tau^{\min}$), ce qu'illustre la figure 8 (pour le $\tau^{\min} = 7,8'$, $\bar{\theta} = 45,2'$, $\bar{\theta}$ tombant à 27,2 pour $\tau = 14$). Si l'on se place dans une situation de capacité infinie, on trouve un temps moyen de séjour de 22,3' par la simulation (forte duplication des processeurs et donc jamais d'attente pour les opérations à exécuter) ou analytiquement (moyenne pondérée du cumul des temps opératoires de chacune des gammes). La différence entre ce temps de séjour minimal et celui observé pour un couple « S^{\max} ; τ » est lié à un cumul de temps d'attente ; dans notre exemple, l'attente dans le stock situé devant le processeur 3, par lequel passent toutes les commande, contribue à l'attente totale dans une proportion variant entre 64 % ($\tau = 7,8'$) et 62 % ($\tau = 14'$) ; ces valeurs montent respectivement à 91 % et 86 % si on cumule les temps d'attente devant les processeurs 3 et 4. On peut être tenté de considérer ces deux processeurs comme étant des ressources critiques mais, pour $\tau = 14'$, ils passent respectivement 54 % et 60 % de leur temps à attendre ; en outre, si on passe à 2 le nombre de processeurs « de type 3 », on diminue seulement de 2,3' le temps moyen d'attente dans le système, pour un taux moyen d'attente de ces processeurs « de type 3 » montant à 76 %. Le concept de ressource critique est donc moins simple à cerner dans l'analyse d'un *job shop* en régime de croisière, qu'un certain nombre d'écrits le prétendent.

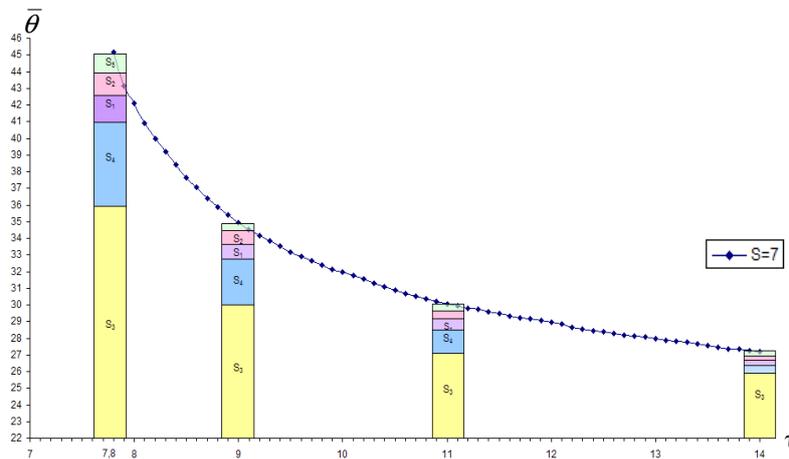


Figure 8. Décomposition des temps de séjour moyens dans le cas d'une production en *job shop*

– Définir la capacité à partir de ce seuil τ^{\min} est possible mais réducteur car ne tenant pas compte du temps de séjour des produits dans le système. Pour un ensemble de raisons bien connues, les industriels cherchent à limiter les stocks et le temps de séjour des produits dans le système productif. C'est donc une fois ces contraintes fixées que l'on peut déterminer la capacité de ce système ; par exemple, pour $S^{\max} = 7$ et $\bar{\theta} \leq 30'$, la capacité moyenne est de $60/11,1 = 5,4$ produits/heure.

– D'un point de vue opérationnel, il est important de souligner que :

- . la limitation des stocks conduit à une limitation de la capacité,
- . la recherche d'une capacité plus grande que celle actuellement disponible suppose une augmentation des encours, à condition de ne pas être trop proche de la capacité maximale possible définie par une absence de contrainte sur les stocks ; cette augmentation de capacité s'accompagne nécessairement d'un allongement des délais d'exécution des commandes et donc des délais de livraison ;
- . la production d'une période est une variable aléatoire qui dépend de l'état du système en début de période.

Délais, stocks et capacité sont donc indissociables.

Une modification des règles d'ordonnancement (hypothèse H_9) joue sur la capacité de l'atelier de production, sans remettre en cause les propositions précédentes. Par exemple, l'usage de la règle du « temps opératoire minimum » améliore un peu la capacité. Numériquement, avec cette règle pour $S^{\max} = 7$ et $\bar{\theta} \leq 30'$, la capacité moyenne passe à $60/10,5 = 5,7$ produits/heure.

Bien évidemment, l'introduction des problèmes de qualité (hypothèse \bar{H}_7) et de pannes (hypothèse \bar{H}_8) vient modifier la capacité du système étudié.

4.2. Organisation en ligne de production

La capacité d'une ligne de production est fonction de son temps de cycle τ , qui définit le débit horaire de la chaîne. Celui-ci est constant en régime de croisière ; il varie pendant la phase de montée en cadence de la ligne, mais ce n'est qu'une période transitoire avant le régime de croisière. La durée d'ouverture du système productif D , correspondant à N équipes engagées chacune pour une durée fixe D_N , détermine la capacité journalière $(1/\tau) \times D$, puisque le débit horaire peut être considéré comme fixe. En cas de surcharge d'activité, une équipe supplémentaire sera mise en place, ce qui augmente de manière linéaire le temps de fonctionnement du système et donc d'autant la capacité journalière. Une baisse momentanée d'activité (cas où $W < (1/\tau) \times D$) entraîne un excédent en production chaque jour de $W - (1/\tau) \times D$, se cumulant d'un jour à l'autre, qui est résorbé par la suppression d'une équipe au bout de v jours dès que $v \times [W - (1/\tau) \times D] = (1/\tau) \times D_N$. Ce changement momentané de niveau de capacité tient à la grande difficulté de modulation de la durée D d'ouverture du système productif et à l'absence d'intérêt économique d'une augmentation du temps de cycle τ .

Ajoutons que les micro-arrêts que l'on observe souvent sur certaines lignes peuvent affecter la capacité par diminution du temps de fonctionnement du système productif. Dans certaines entreprises, l'incidence de ces micro-arrêts est neutralisée par une augmentation de la vitesse du convoyeur et donc par une diminution momentanée du temps de cycle τ , la capacité restant alors identique.

Les produits réalisés subissent des aléas de qualité. Deux moyens alternatifs sont utilisés pour traiter ces défauts : le premier consiste à contrôler la qualité des articles en ligne, ceux présentant une anomalie étant déviés sur des circuits annexes afin de les réparer, avant de les réintégrer dans le circuit normal de production ; le second est de contrôler la qualité des produits en fin de ligne, en ajoutant des postes dédiés à la vérification et au traitement des imperfections. Dans tous les cas, cela ne change rien au débit de la ligne, qui reste constant.

Dans le cas d'une organisation en ligne de la production, on ne peut donc considérer que la capacité est définie par une variable aléatoire, elle se définit par une constante, multiple du débit horaire moyen par le temps d'ouverture du système productif.

5. Conclusion

Après avoir défini la capacité, on a examiné les déterminants de la capacité d'un poste de travail puis ceux d'une unité de production constituée d'un ensemble de postes de travail. On a expliqué pourquoi cette capacité est une variable aléatoire et montré que des facteurs aussi divers que la structure de la demande et de ses arrivées, que les stocks ou les procédures de pilotage jouaient un rôle important dans cette définition de la capacité d'une unité de production. Dans les cas simples, où la production d'une période ne dépend pas de celle de la période précédente, on peut déterminer par simulation la production réalisée sur une période ayant une probabilité fixée a priori d'être atteinte ou dépassée. Dans les autres cas, où se pose généralement le problème additionnel de la détermination de la production réalisée sur une période, il n'est pas possible de calculer la production réalisée sur une période ayant une probabilité fixée a priori d'être atteinte ou dépassée. Le cas de la ligne de production est particulier car, en règle générale, des procédures destinées à contrer l'incidence d'aléas, garantissent une production périodique constante permettant de définir sans ambiguïté la capacité de la ligne pour une durée quotidienne de fonctionnement.

La détermination de la capacité d'une unité de production repose sur un découplage entre l'unité considérée et celles avec lesquelles elle échange des flux d'informations et de matières, reposant sur des hypothèses d'absence de rupture de charge et de rupture de stock. La chaîne logistique crée une interdépendance entre les unités qui la compose et donnant a priori peu de chances à ces hypothèses d'être respectées. Pour le maillon de la chaîne logistique réalisant les dernières opérations de production se pose le problème de la définition de la capacité de la chaîne logistique amont pour savoir quels engagements prendre vis-à-vis du client final.

Cette capacité est, a priori, limitée par celle de l'unité de production de cette chaîne ayant la plus faible capacité mais les caractéristiques des flux d'informations et de produits entre unités de la chaîne logistique peuvent conduire à une capacité plus faible. La réflexion conduite ici est un préalable à celle relative à la définition de la capacité d'une chaîne logistique. Des réflexions complémentaires sur le pilotage des flux d'informations et de matières sont nécessaires pour poursuivre cette réflexion sur l'analyse de la capacité d'une chaîne logistique. Nous avons déjà réalisé quelques travaux dans cette direction (Camisullis, Giard & Gautier, 2007 ; Giard & Mendy, 2006 et 2008 ; Camisullis, 2008) sans prétendre épuiser la complexité de la problématique posée.

6. Bibliographie

- APICS (1995), *APICS Dictionary*, APICS, Fall Church.
- Bish E., Muriel A. & Biller S. (2005), "Managing flexible capacity in a make-to-order environment", *Management Science*, vol. 51, n° 2, p. 167-180.
- Camisullis C., Giard V. & Gautier F. (2007), « Découplage des décisions dans une chaîne logistique par un usage pertinent des informations prévisionnelles possédées par le client travaillant sur ligne d'assemblage », *Proceedings CIGI 2007 (Congrès International de Génie Industriel)*
- Camisullis C. (2008), Les déterminants de la capacité d'une chaîne logistique amont, Thèse de doctorat de gestion soutenue à l'Université Paris-Dauphine.
- Chakravarty A. & Balakrishnan N. (2004), "Real-time revision of order quantities with capacity constraint : a single period model", *Production and operations management*, vol. 13, n° 2, p. 171-185.
- Ciarallo F., Akella R. & Morton T. (1994), "A periodic review, production planning model with uncertain capacity and uncertain demand-optimality of extended myopic policies", *Management science*, vol. 40, n° 3, p. 320-332.
- Conway R., Maxwell W. & Miller L. (1967), *Theory of scheduling*, Addison-Wesley publishing Company.
- Fine C. & Freund R. (1990), "Optimal investment in product-flexible manufacturing capacity", *Management science*, vol. 36, n° 4, p. 449-466.
- Giard V. (2003), *Gestion de la production et des flux*, Economica, Paris, 3^e édition.
- Giard V. & Mendy G. (2006), "Exploitation of the knowledge of the final demand in the piloting of a logistics chain", *Proceedings ILS 2006 (International Conference on Information Systems, Logistics and Supply Chain)*, version modifiée à paraître dans *Production Planning and Control* (2008).
- Graves S. (2002), Manufacturing planning and control, Pardalos P., Resende M., eds *Handbook of applied optimization*, Oxford University Press, NY, p. 728-746.

- Grando A. & Turco F. (2005), "Modeling plant capacity and productivity : conceptual framework in a single-machine case", *Production Planning and Control*, vol. 16, n° 3, p. 309-322.
- Hammesfahr R., Pope J. & Ardalan A. (1993), "Strategic planning for production capacity", *International Journal of Operations and Production Management*, vol. 13, n°5, p. 41-53.
- Kreipl S. & Pinedo M. (2004), "Planning and scheduling in supply chains : an overview of issues in practice", *Production and Operations Management*, vol. 13, n° 1, p. 77-92.
- Mapes J. (1992), "The effects of capacity limitations on safety stock", *International Journal of Operations and Production Management*, vol. 13, n° 10, p. 26-33.
- Maracheck A. & McClelland M. (1992), "Planning capacity utilization in an assemble-to-order environment", *International Journal of Operations and Production Management*, vol. 12, n° 9, p. 18-38.
- Ng I.C.L., Wirtz J. & Lee K. (1999), "The strategic role of unused service capacity", *International Journal of Service Industry Management*, vol. 10, n° 2, p. 211-238.
- Van Mieghem J. (2003), "Capacity management, investment and hedging : review and recent developments", *Manufacturing and Service Operations Management*, vol. 5, p. 269-302.
- Vollman T., Berry W., Whybark D. & Jacobs F. (2005), *Manufacturing planning and control for supply chain management*, McGraw-Hill, 5^e edition, New York.
- Wortman J., Euwe M., Taal M. & Wiers V. (1996), "A review of capacity planning techniques within standard software packages", *Production Planning and Control*, vol. 7, n° 2, p. 117-128.
- Yu-Lee R. (2002), *Essentials of capacity management*, Wiley, New York.