

---

# Chapitre IV

## GESTION DE PROJET

---

Ce chapitre traite essentiellement des problèmes d'ordonnement des projets, mais les principaux problèmes de gestion de projet sont évoqués dans ce chapitre, ce qui justifie le titre retenu ici. Pour être plus précis, les organismes professionnels de normalisation (Afnor, 2002, [5]) et de certification associent à la **gestion de projet** (*project control*) la capacité à mobiliser efficacement les instrumentations d'analyse d'un projet et de maîtrise de ses délais et de ses coûts<sup>1</sup>, alors que la **direction de projet** (*project management*) se situe à un niveau plus stratégique<sup>2</sup>, le management de projet<sup>3</sup> réunissant la gestion et le management de projet. Après avoir présenté les principales caractéristiques de la gestion de projet, on examinera le problème d'ordonnement posé (section II, page 274), avant d'introduire les approches de résolution disponibles (section III, page 288) et de traiter le suivi de l'exécution d'un projet du point de vue des délais et du point de vue des coûts (section IV, page 343).

Table des  
matières

### SECTION I PRÉSENTATION DE LA GESTION DE PROJET

Index  
thématique

#### I-1 Définition et caractérisation

Le projet est une forme d'organisation productive très ancienne : quand un pharaon décidait de faire construire la pyramide sous laquelle il serait enterré, il fallait exécuter un ouvrage de spécifications techniques précises, en un laps de temps court, avec des ressources matérielles et humaines limitées. Dans tout projet, on retrouve cette prise en compte simultanée de ces trois catégories de contraintes (temps, ressources et spécifications techniques) pour réaliser un objet ou une prestation de service, qui n'a jamais été encore exécuté dans ces conditions précises et qui est d'une certaine complexité. La norme X50-105 de l'Afnor<sup>4</sup> met d'abord l'accent sur le projet considéré comme un processus en le définissant

- 
1. La norme X50-115 (2002, [5]) définit la gestion de projet comme « la fonction qui apporte à la direction de projet les informations nécessaires au pilotage du projet et en assure la fiabilité et la pertinence, permettant de disposer en permanence d'un état instantané et prévisionnel du projet » et ajoute « Son rôle consiste aussi à anticiper le plus en amont possible les risques encourus et à prévoir les dispositions nécessaires pour les maîtriser. Tout au long du projet, elle contribue à sa maîtrise, en établissant également les rapports d'avancement sur les dépenses engagées et prévues et la tenue des délais et jalons ».
  2. La norme X50-115 (2002, [5]) définit la direction de projet comme « la fonction du management de projet dans laquelle sont prises les décisions, tant au niveau des aspects techniques que de l'allocation des ressources et des actions à mener, concernant les objectifs, la stratégie, les aspects financiers et l'organisation du projet ».
  3. Ce qui se traduit, là encore par *project management*, ce qui peut conduire à des problèmes de traduction ou de compréhension.

comme «une démarche spécifique qui permet de structurer méthodiquement et progressivement une réalité à venir» avant de s'attacher au résultat et aux moyens mobilisés, en ajoutant qu'«un projet est défini et mis en œuvre pour élaborer une réponse au besoin d'un utilisateur, d'un client ou d'une clientèle et il implique un objectif et des actions à entreprendre avec des ressources données». La nouvelle norme X50-115 (2002, [5]) est plus restrictive, en reprenant la définition de la norme NF-ISO-10006 (1997, [317]) qui définit le projet comme «un ensemble d'activités coordonnées et maîtrisées comportant des dates de début et de fin, entrepris dans le but d'atteindre un objectif conforme à des exigences spécifiques».

Une certaine substituabilité existe entre ces trois catégories de contraintes : il est plus facile de respecter des spécifications techniques si le délai imparti est grand que s'il est court ou de tenir un délai avec des ressources importantes qu'avec des ressources réduites. La cohérence entre ces contraintes, dont le poids relatif varie d'un projet à l'autre, est essentielle à la réussite du projet. Il faut souligner qu'il n'y a aucune raison pour qu'il en soit ainsi à l'origine du projet, la première difficulté étant de converger rapidement sur une définition cohérente du problème posé<sup>1</sup>. Chaque type de contrainte fait l'objet d'une instrumentation spécifique pour s'assurer que le projet respectera son cahier des charges, mais les possibilités de substituabilité évoquées ci-dessus obligent à une coordination rigoureuse des pilotages techniques, temporels et économiques.

- Les spécifications techniques, qui incluent celles de qualité, peuvent consister en une description détaillée d'un produit ou d'une prestation de service à exécuter, ce qui est le cas lorsque le projet fait l'objet d'un contrat entre un client et un fournisseur. Elles peuvent aussi porter sur des spécifications fonctionnelles (besoins à satisfaire) et techniques (fiabilité, maintenabilité, facilité d'usage...), ce qui est souvent le cas pour des **avant-projets** dont l'objet est de fournir une description détaillée d'un produit ou d'une prestation de service ainsi que la définition d'un budget et d'un délai, et que l'on rencontre chaque fois que l'on vise à satisfaire une clientèle potentielle. Lorsque le projet porte sur l'élaboration d'un produit nouveau, les hypothèses relatives à l'importance du marché potentiel font partie des spécifications techniques car elles conditionnent fortement certains choix. Ce pilotage technique reste fondamentalement une affaire d'ingénieur.
- Tout projet a une date d'achèvement annoncée dès sa création. Le délai dont on dispose est une contrainte importante car, en général, les contrats d'exécution de projet comportent des clauses de pénalité de retard et, pour les projets

4. *Note de la page précédente.* Cette norme, reprise dans Afnor (1998, [4]) et en cours d'adaptation avec la norme X50-115 (2002, [5]), a été créée à l'instigation de l'AFITEP, association francophone de management de projet (<http://www.afitep.fr>) qui fédère en France, à titre individuel, plus de 1 100 professionnels de projet et est la seule association professionnelle de gestionnaires de projets. Au niveau international, deux organismes ont édicté un référentiel : le *Project Management Institute* (1996 & 2000, [349], [www.pmi.org](http://www.pmi.org)) et l'*International Project Management Association* (1998, [239], [www.ipma.org](http://www.ipma.org)). Il faut ajouter, en France que le Ministère de la Défense a ses propres normes pour le secteur de l'aéronautique (1998, [362]) et qu'en Grande Bretagne, l'*Association for Project Management* ([www.apmgroup.co.uk](http://www.apmgroup.co.uk)) a édité également son référentiel. On peut aussi consulter des sites de cabinet comme [www.managementprojet.com](http://www.managementprojet.com).

1. L'absence de cohérence conduit les acteurs qui gèrent et exécutent le projet à sacrifier les objectifs qui, selon eux, les pénalisent le moins dans l'évaluation qui sera faite de leur travail. Cela étant, une bonne gestion d'un projet conduit à une «mise sous tension» des équipes pour obtenir des comportements moins routiniers et donc plus innovateurs, ce qui permet d'atteindre des objectifs considérés initialement comme difficiles à tenir simultanément.

de lancement de produits nouveaux, un retard peut compromettre irrémédiablement l'intérêt opérationnel du projet ou sa viabilité économique. Le pilotage temporel du projet s'effectue en faisant appel aux techniques d'ordonnancement *Potentiel-Tâches* ou PERT (présentées en détail dans ce chapitre).

- La contrainte de ressources mobilisées peut se traduire par un budget global, Cette valorisation ne transcrit pas toujours correctement la marge de manœuvre dont disposera le directeur du projet qui aura à composer avec les ressources qui lui auront été affectées, c'est-à-dire des hommes de compétence et de motivation parfois éloignées de celles souhaitées et des équipements de caractéristiques techniques parfois insuffisantes. Le pilotage économique s'effectue en faisant appel à des techniques de contrôle de gestion spécifiques (voir § IV-2, page 346).

La spécificité de ces caractéristiques ne s'appréhende bien qu'en les opposant à celles de la production récurrente et stabilisée de biens ou de prestations de service (stabilité des spécifications techniques, du temps disponible et des ressources mobilisées), qui correspond à ce que l'on appelle parfois une activité «opération», par opposition à l'activité «projet». Declerck, Debourse et Navarre (1983, [127]) ont proposé un positionnement de la gestion de projet fondée sur la mise en évidence de quelques différences essentielles entre l'activité «projet» et l'activité «opération», ce qu'illustre le [tableau 53](#).

Table des matières

Index thématique

**TABLEAU 53**  
*Comparaison des activités «projets» et «opérations»*

Activité projet	Activité opération
non répétitive (one shot)	répétitive
décisions irréversibles	réversible
incertitude forte	incertitude faible
influence forte des variables exogènes	influence forte des variables endogènes
processus historiques	processus stabilisés, gérables en statistiques a-historiques
cashs flows négatifs	cash flow positifs

Quelques autres spécificités peuvent être soulignées<sup>1</sup>. Le projet mobilise des experts de différents services selon un périmètre variable au cours du temps. On observe une forte hétérogénéité initiale de points de vue s'appuyant sur des logiques différentes et renforcée par l'incertitude pesant sur des spécifications détaillées. L'évaluation de la validité et de l'importance relative des argumentaires en présence, et leur intégration, repose sur un processus d'apprentissage collectif et d'arbitrage très spécifique qui doit tenir compte de ce qu'au début du projet la connaissance que l'on a est faible, mais les degrés de liberté sont grands, contrairement à ce qui se passe en fin de projet. Se posent enfin pour les projets des problèmes spécifiques de capitalisation d'expérience que l'on ne retrouve pas dans

1. Pour plus de détails, voir Giard et Midler, «Management et gestion de projet: bilan et perspectives» ([197] in [135], 1997) et Garrel, Giard et Midler, «Management de projet et gestion des ressources humaines» (2002, [165]).

les services fonctionnels dont la pérennité permet de mettre au point des solutions-type en réponse à des problèmes-types.

## I-2 Typologie des projets

Les caractéristiques communes aux projets, introduites ci-dessus, ne doivent pas conduire à les considérer comme étant homogènes. Pour comprendre la variété des problématiques rencontrées<sup>1</sup>, et donc celle des instrumentations mises au point, il est utile de faire appel à trois typologies fondées respectivement sur l'objet du projet, la place économique du projet dans l'entreprise et le client du projet. La typologie des structures mises en place pour gérer un projet (voir § I-3.1, page 268) constitue également une grille d'analyse essentielle.

### I-2.1 Typologie des projets selon leur objet

Historiquement, le projet a été créé pour résoudre des problèmes de production unitaire. Il a vu ensuite son champ d'application s'étendre à la conception de produits nouveaux dans les industries de production de masse. Il est maintenant utilisé dans toutes sortes d'entreprises pour gérer des opérations exceptionnelles, complexes et d'une certaine envergure. Ajoutons que la gestion de la production de biens en très petites séries peut faire appel aux approches d'ordonnancement de projet, dans une approche multi-projets avec prise en compte de contraintes sur ressources partagées<sup>2</sup>.

#### I-2.1.1 Les projets de production unitaire

Si la gestion de projet est ancienne, c'est aux États-Unis qu'elle va se formaliser en un corps de doctrine autonome à l'occasion des grands programmes militaires ou spatiaux et des grands travaux de développement des années soixante, sous l'impulsion des milieux professionnels américains, réunis dans le *Project Management Institute*. Ce « modèle standard » de l'ingénierie des grands projets unitaires, comporte une dimension organisationnelle et instrumentale. Sur le plan organisationnel, il définit un cadre de responsabilités fondé sur le triptyque « maître d'ouvrage, maître d'œuvre et responsable de lots de travaux ». Le **maître d'ouvrage** (*client, contracting part, owner*) est le propriétaire de l'ouvrage futur. Il a la responsabilité de la définition des objectifs (dans les termes de l'ingénierie, il définit le programme ou le cahier des charges). Le **maître d'œuvre** (*contractor, engineer*) assume deux rôles : un rôle d'architecte, d'ensemblier (responsabilité des choix de conception globaux et de décomposition en lots de travaux) et un rôle de coordination de la réalisation de l'ouvrage (organisation des appels d'offres sur les lots, choix des contractants, planification, suivi et contrôle de la réalisation des lots). Les **responsables de lots** assurent la réalisation des tâches élémentaires de l'ensemble ; le modèle peut fonctionner, pour les grands projets, de manière emboîtée : chaque lot pouvant être considéré en cascade comme un sous-projet.

1. Pour mieux apprécier cette diversité et comprendre pourquoi la transposition sans précaution de structures et outils marchant bien pour une entreprise peut s'avérer désastreuse pour une autre, le lecteur est invité à se reporter à l'ouvrage d'ECOSIP, sous la direction de V. Giard et C. Midler, *Pilotages de projet et entreprises - diversités et convergences* (1993, [135]).

2. Voir le § II-3.2.2, page 286, les remarques faites à la page 282.

Sur le plan des méthodes, le « modèle standard » de l'ingénierie réunit une gamme d'outils visant à la décomposition du projet, sa planification et le contrôle de coûts. Ce modèle s'affirme dans l'ingénierie des grands projets unitaires jusqu'à la fin des années 1970, qui marque le début d'une crise grave pour le secteur marqué par une montée de la concurrence internationale et une mise en cause de certains excès dans l'usage de ce modèle standard (en particulier, dans le niveau de détail retenu pour le pilotage et le contrôle des projets). On commence alors à chercher à compléter cette approche en adaptant la démarche d'ingénierie concourante (voir [page 270](#)), qui s'est développée dans les entreprises industrielles, sur une problématique de développement de nouveaux produits.

À titre d'exemple, cette production unitaire se retrouve dans les grands programmes aéronautiques ou spatiaux, dans le secteur de l'ingénierie civile avec aussi bien les grands ouvrages d'art (tunnel sous la manche, grands ponts...) que les projets plus modestes (programmes immobiliers, construction de maisons particulières) ou dans le secteur de l'ingénierie électrique (construction de centrales...).

### I-2.1.2 Les projets de conception de produits nouveaux

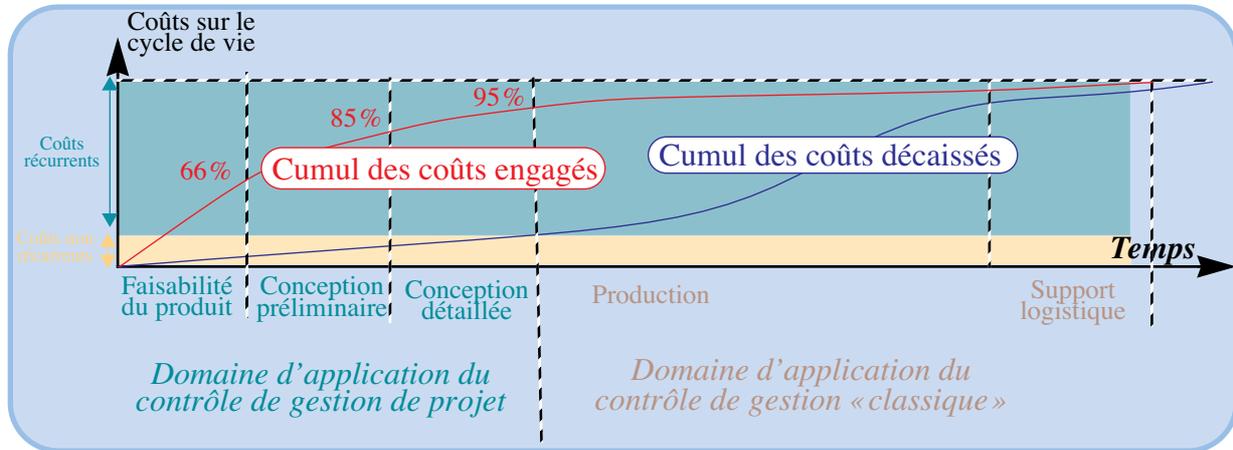
L'émergence et le développement de la notion de gestion de projet dans les industries de grande série s'opèrent à partir des années soixante-dix, lorsque le nombre et la complexité des projets imposent une meilleure coordination et intégration des différentes logiques. On voit alors se créer des rôles de chefs de projet, des revues formalisées et, plus généralement, l'adoption, au sein des entreprises de production de grandes séries, de certains outils du « modèle standard ». Ce modèle va connaître, à la fin des années 1980, une nouvelle rupture, lorsqu'il apparaît clairement que la performance des entreprises occidentales en matière de conception de nouveaux produits n'est pas à la hauteur des compétiteurs japonais, en particulier dans une bataille économique qui, de plus en plus, se joue sur la variété, la qualité et le renouvellement rapide des catalogues (voir le [chapitre II, § II-1.4, page 117](#) et en particulier la présentation des travaux de Womack, Jones et Roos illustrée par la [figure 18, page 117](#)). De nouvelles démarches de gestion des projets émergent, qui donnent un poids plus important au chef de projet, maintenant dénommé « directeur de projet », et visent à assurer une coopération plus efficace des différents contributeurs au sein du processus de conception<sup>1</sup>. Par ailleurs, l'attention se focalise de plus en plus sur le cycle de vie d'un produit qui, en gestion de projet, se définit (voir [page 118](#)) comme l'intervalle de temps qui sépare le début de la conception d'un produit, de l'arrêt de sa fabrication, et par tous les événements et décisions qui affectent ce produit durant cette période (acceptation différente de celle donnée à ce terme en marketing, voir [chapitre II, page 117](#)). Cette mise en perspective, illustrée par la [figure 64](#) (adaptée de celle de Berliner et Brimson, 1988, [47], introduite à la [page 120](#)), permet de montrer que des décisions prises très tôt ont des conséquences importantes sur des coûts récurrents qui sont, de fait, engagés par ces décisions, même si leur décaissement est étalé dans le temps. Il s'ensuit une volonté de maîtrise des coûts engagés lors des projets de conception des produits nouveaux qui se traduit par la mise au point

1. Une analyse de ces transformations peut être trouvée dans l'ouvrage de Midler sur le projet Twingo (1993, [301]).

d'une instrumentation complémentaire (**conception à coût objectif**) utilisée dans le pilotage économique de cette catégorie de projets.

FIGURE 64

*Comparaison des coûts engagés et décaissés durant le cycle de vie du produit*



Cela étant, comme cela a été souligné au [chapitre II](#) (et illustré par la [figure 22](#), [page 131](#)), cette représentation idéale n'est possible qu'à la fin du cycle de vie, c'est-à-dire au moment où il ne reste plus de décision à prendre. Avant, ce que l'on peut chercher à estimer c'est une fourchette de valeurs du coût global sur le cycle de vie, fourchette qui convergera progressivement vers la valeur du coût global effectivement décaissé.

### I-2.1.3 Gestion d'opérations exceptionnelles, complexes et d'une certaine envergure

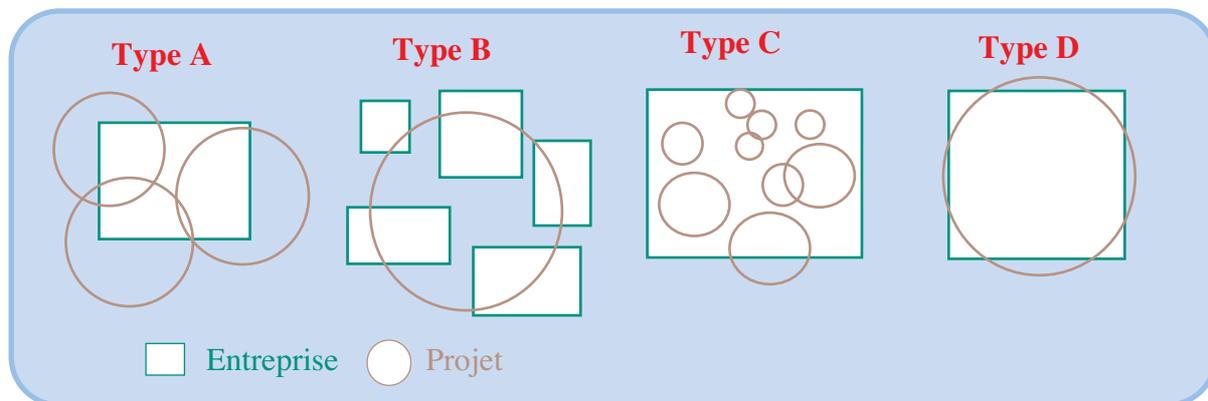
L'approche «projet» est de plus en plus utilisée dans les organisations pour gérer des opérations exceptionnelles, c'est-à-dire non récurrentes, d'une certaine complexité, en particulier parce qu'elles mobilisent des acteurs de différents services, et d'une certaine envergure. On doit retrouver pour ces opérations les contraintes de spécifications techniques, de ressources et de délai qui caractérisent tout projet. L'organisation d'une participation importante à un salon professionnel ou un changement de système de gestion informatisé illustrent ce type de possibilité. Pour France Télécom, entreprise typiquement orientée vers une production de type «opération», le passage à la numérotation à 10 chiffres ou la couverture des transmissions de la coupe mondiale de football 1998 constituent deux autres exemples de gestion de projet.

### I-2.2 Typologie des projets en fonction de leur importance économique dans l'entreprise

Cette typologie, proposée par ECOSIP et complétée ultérieurement (2001, [165]) repose sur le poids économique du projet dans l'entreprise. Trois catégories sont retenues et illustrée, par la [figure 65](#).

- Le type A correspond à la configuration dans laquelle une entreprise dominante, pouvant mobiliser d'autres entreprises, est impliquée dans quelques très «gros» projets vitaux pour sa survie et qui fera l'objet d'une décomposition en sous-projets. C'est typiquement le cas de l'industrie auto-

FIGURE 65  
 Typologie des projets en fonction de leur importance économique dans l'entreprise



mobile. Les régulations en place dans l'entreprise vont alors structurer de manière forte l'organisation du projet. Le problème clé est la question de l'autonomie et de la spécificité de l'organisation du projet par rapport à ces régulations.

- Avec le type B, c'est le projet qui est au centre de la régulation : c'est l'identité la plus forte, dotée d'une personnalité juridique et financière. Les entreprises impliquées rendent compte à la direction générale du projet alors que, dans la configuration précédente, c'est plutôt le projet qui rend compte à la direction générale de l'entreprise dominante. Les entreprises et les acteurs que le projet coordonne n'ont pas l'habitude de travailler ensemble. Le projet est l'occasion, parfois unique, de cette coopération. C'est dans ce deuxième type que le modèle standard de l'ingénierie est le plus prégnant : aucune organisation ni culture d'entreprise ne s'imposant aux autres, toutes doivent adopter les « spécifications managériales » du projet pour pouvoir se coordonner correctement. Les relations contractuelles sont beaucoup plus développées, pour réguler l'interaction d'agents économiques appartenant à des entreprises aux intérêts souvent divergents.
- Dans le type C, qui peut être illustré par le cas de la pharmacie ou celui de la chimie fine, on a affaire à une entreprise qui gère un nombre élevé de « petits » projets, relativement indépendants les uns des autres, et dont aucun ne met en cause, à lui seul, sa pérennité. Dans ce cas, les projets s'inscrivent dans les procédures en usage dans l'entreprise, l'autonomie du projet est plus réduite que dans le premier type. Il n'y a pas forcément d'organisation spécifique, la fonction de chef de projet pouvant se cumuler avec une autre. L'un des problèmes importants est ici de gérer le portefeuille des projets, d'en arrêter certains pour en accélérer d'autres ou en introduire de nouveaux. Dans certains cas (fabricant de machines spécialisées, par exemple), les projets résultent de commandes passées par un nombre restreint de clients, ce qui peut conduire, en cas d'échec d'un projet, à la perte du client, avec des conséquences similaires à celles évoquées pour le type A.
- Le type D correspond au cas particulier de la start-up, c'est-à-dire à un cas de figure dans lequel l'entreprise se confond avec le projet à l'origine de sa création et ce tant que la pérennité de l'entreprise, liée à la conquête d'un marché,

ne semble pas assurée. Encore plus que dans le projet de type A, la mort du projet est synonyme de mort de l'entreprise: celle-ci est condamnée à réussir, avec des ressources limitées et en un temps compté, à s'imposer, par des produits ou des prestations de spécifications présentant quelques originalités, sur un marché. Il est évident que le moment où la start-up change de statut pour devenir une entreprise «banale» est difficile à définir et que les instrumentations à mobiliser proviennent de la gestion de projet et de la gestion «classique».

### I-2.3 Typologie des projets en fonction de leurs clients

Le pilotage d'un projet est nécessairement influencé par la manière dont sont négociées ses contraintes et les possibilités d'une renégociation ultérieure. De ce point de vue, les projets à coûts contrôlés se distinguent des projets à rentabilité contrôlée.

Un **projet à coûts contrôlés** se caractérise par l'existence d'un client parfaitement connu avec lequel les spécifications techniques, le budget et le délai sont négociés. Lorsque l'ensemble est verrouillé contractuellement, la marge bénéficiaire du maître d'œuvre dépendra avant tout de sa bonne maîtrise des coûts (et donc du temps) et les raisons de remise en cause par l'un des partenaires des conditions du contrat se limitent en général à des difficultés techniques qui ont été mal appréciées initialement et qui peuvent obliger à une révision de certaines spécifications. Deux types de contrats sont classiquement utilisés.

- Le **marché à prix forfaitaire** correspond à une obligation de résultats à un prix non révisable.
- Le **marché en régie** correspond à une obligation de moyens. Les décaissements sont facturés au client au fur et à mesure de l'avancement du travail et le bénéfice du prestataire est déterminé indépendamment du coût final; un contrôle est exercé par le client sur la réalité de la dépense et la réalisation des objectifs négociés de productivité; dans ce type de contrats, le client a la possibilité de faire évoluer plus facilement les spécifications. Dès lors, mais pour des raisons différentes, les gestionnaires de ces projets s'attachent tout particulièrement au suivi des coûts. Reste le problème de la définition du référentiel de base.

Habituellement, le projet à coûts contrôlés se définit dans le cadre d'un appel d'offre, où les contraintes de spécifications techniques et souvent de délais sont assez fixées, une certaine marge de manœuvre étant généralement laissée au niveau des processus utilisables. Pour avoir intérêt à répondre à cet appel d'offre, il faut que les estimations de coûts<sup>1</sup> conduisent à un budget inférieur à l'offre de prix, jugé acceptable par le client, compte tenu de la concurrence dans cette opération. Cette phase repose sur le savoir-faire des estimateurs, sur une appréciation des risques du contrat<sup>2</sup>, sur une bonne connaissance de la concurrence et du client et, enfin, sur la capacité de l'entreprise à se différencier positivement de ses concurrents, lorsqu'elle n'est pas très bien placée sur le plan du prix.

Un **projet à rentabilité contrôlée**, que l'on rencontre principalement pour le développement de produits nouveaux devant être vendus sur un marché concu-

1. Voir l'ouvrage de la Commission Estimation de l'AFITEP (1995, [3]).

rentiel<sup>1</sup> (comme le développement d'une automobile), se caractérise par l'existence de clients potentiels. Dans ce cas de figure, la définition des spécifications techniques, du coût et des délais suppose qu'il existe dans l'entreprise un acteur, voire plusieurs, qui jouent le rôle de porte-parole de ces clients inconnus<sup>2</sup>. Ce travail de représentation du client est difficile parce que l'importance du marché potentiel varie en fonction des spécifications techniques retenues, du prix de vente final et de la date de lancement sur le marché d'un produit qui s'intégrera dans une offre où d'autres industriels interviennent. Les arbitrages entre spécifications, coûts et délais sont alors plus délicats, parce qu'ils se fondent sur des opinions pas toujours faciles à étayer et parce qu'au fur et à mesure de l'avancement du projet, le contexte concurrentiel peut se transformer au point de remettre en cause les arbitrages initiaux. Dans cette catégorie de projets, on distingue :

- le **pilotage en dérive** lorsque l'on sait, dès le départ, que le projet a de très bonnes chances d'aboutir (par exemple, mise au point du véhicule de remplacement d'une gamme dans l'industrie automobile), la question étant de savoir où et quand,
- le **pilotage en stop or go** que l'on rencontre lorsque le projet peut être abandonné en cours d'exécution (par exemple, mise au point d'une molécule nouvelle dans l'industrie pharmaceutique).

Cette distinction, qui implique des approches différentes des problèmes de gestion, n'est pas aussi tranchée qu'elle le semble. Tout d'abord, commencent à se diffuser des accords contractuels cherchant à intégrer les logiques à coûts contrôlés et à rentabilité contrôlée. Ensuite, de très nombreux avant-projets s'inscrivent dans une approche «à rentabilité contrôlée», avant de passer, une fois l'ensemble des contraintes définies, à une approche «à coûts contrôlés». Par ailleurs, on observe des pratiques de négociation d'un budget initial «plus large», en contrepartie d'un partage des gains de productivité entre les deux parties.

On peut noter enfin que les deux typologies retenues ne sont pas indépendantes. D'une manière générale, les projets de type B sont à coûts contrôlés et ceux de type A sont à rentabilité contrôlée. Les projets de start-up (type D) relèvent plutôt de la rentabilité contrôlée et, pour ceux de type C, on peut trouver tous les cas de figure.

### I-3 L'organisation des projets

L'organisation des projets est une affaire de structure (§ I-3.1) et de procédures (§ I-3.2, page 270).

2. *Note de la page précédente.* Pour une analyse détaillée de la gestion des risques dans les projets, voir Courtot (1998, [111]). Le fascicule documentaire de l'AFNOR, FD X 50-117 (sortie prévue en 2003) est consacré à la **gestion des risques d'un projet** (définie comme le processus de traitement, de suivi et de contrôle, et de mémorisation des risques identifiés et des actions entreprises pour les traiter) et le **management des risques d'un projet** (défini comme le processus d'application de la politique de l'organisme permettant la mise en œuvre itérative et continue de l'analyse et de la gestion des risques d'un projet).

1. Les raisons de l'introduction de la gestion de projet pour améliorer la maîtrise du développement de produits nouveaux dans les entreprises de production de masse ont été développées au **chapitre II, § II-1.4, page 117**.

2. Ce concept de client est quelque peu ambigu car il peut s'agir de l'utilisateur final du bien (conducteur d'une automobile ou utilisateur d'un médicament) ou du prescripteur (le réseau de vente de véhicules automobile ou le médecins), quant ce n'est pas les deux à la fois.

### I-3.1 Les différentes structurations possibles des projets

L'introduction du projet dans les organisations modifie les mécanismes de commandement et de coordination. L'organisation matricielle est classiquement associée à l'introduction des projets. Ceci mérite d'être précisé car plusieurs formes sont possibles. Clark, Hayes et Wheelwright (1992, [226]) ont proposé une typologie de quatre configurations différentes de la place du projet par rapport aux services fonctionnels, passant par une explicitation des rôles des acteurs (voir la figure 66). La terminologie utilisée ici pour repérer ces différents rôles est générique; on trouve en pratique une assez grande variété d'appellations entre les entreprises pour repérer un même rôle, ce qui implique qu'une même appellation peut correspondre à deux rôles différents dans deux entreprises différentes et ne facilite pas la communication sur ce thème. Par exemple, le terme de «chef de projet» renvoie en pratique à une grande variété de situations.

FIGURE 66

Les différentes structures organisationnelles du projet

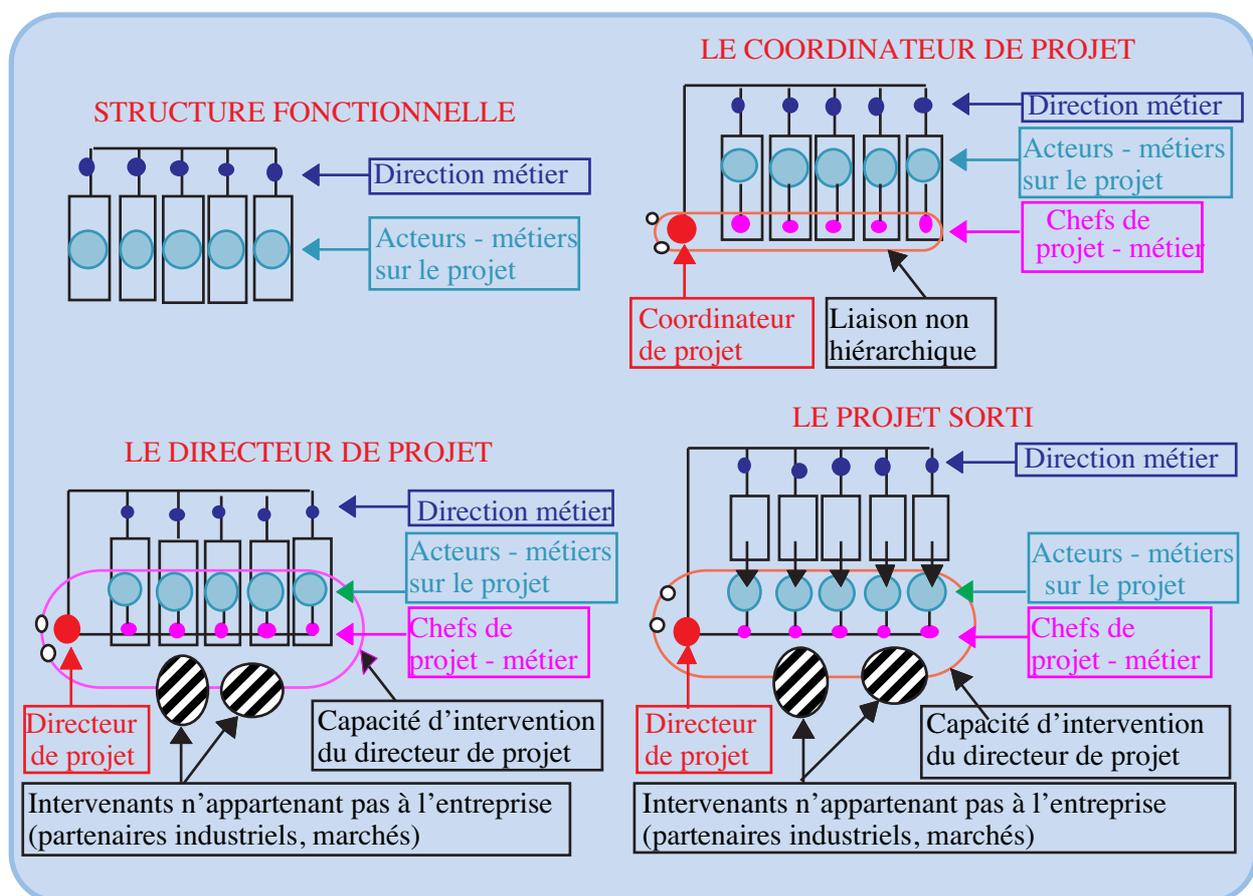


Table des matières

Index thématique

- Dans le projet en structure fonctionnelle, aucun individu n'a la responsabilité du processus global; ce sont les responsables hiérarchiques métiers qui assurent l'allocation et la coordination des différentes ressources mobilisées dans le projet, notamment celle des acteurs - métiers travaillant pour le projet.
- Le «coordinateur de projet» (*lightweight project manager*) est un acteur responsable de la coordination des activités qui n'a pas d'accès direct aux acteurs métiers intervenant sur le projet. Il consolide les informations fournies par les hiérarchies métiers ou, parfois, par les correspondants chargés d'assurer la coordination des acteurs impliqués sur un même projet au sein

de chaque métier (notion de « chef de projet - métier »). Son rôle est d'animer des instances de coordination collective, la décision restant clairement de la responsabilité des hiérarchies métiers. Cette fonction relève donc plus de la gestion de projet que de la direction de projet au sens où ces termes ont été définis à [page 259](#).

- Le « directeur de projet » (*heavyweight project manager*) a un statut comparable à celui des directeurs de métier: la délégation qu'il a de la direction générale est large, il dispose d'une équipe de chefs de projet - métier et jouit d'une grande autonomie d'animation et d'organisation. Cette fonction relève donc explicitement de la direction au sens où ce terme a été défini à la [page 259](#).
- Dans le « projet sorti » (*tiger team organization*), les acteurs qui travaillent sur le projet sont physiquement et institutionnellement sortis des structures métiers pour être rassemblés sous l'autorité du directeur de projet pendant la durée de leur intervention. Ils reviennent ensuite, soit dans leur métier d'origine, soit sur un autre projet.

Il n'y a pas un modèle unique préférable aux autres dans tous les cas. Plusieurs de ces structures sont appelées à coexister dans une entreprise: le choix d'une structure pour un nouveau projet doit résulter d'une comparaison entre les coûts de fonctionnement induits et les avantages retirés, ce qui implique la prise en compte de la contingence de la forme organisationnelle à la nature du projet et du contexte, en particulier de sa taille, des risques encourus et de son degré de singularité par rapport à l'expérience de l'entreprise. Il faut ajouter qu'il peut être judicieux, pour les projets d'une certaine ampleur, de ne pas conserver la même structure au cours des principales phases du projet.

Table des  
matières

Historiquement, on constate qu'à la fin des années quatre-vingt, dans les projets à rentabilité contrôlée des industries de production de masse, on est passé d'une structure fonctionnelle à une coordination de projet à une direction de projet forte. Dans d'autres cas, l'évolution est faible d'un point de vue organisationnel, mais pas d'un point de vue instrumental. Ainsi dans les grands projets d'ingénierie, le plus souvent de type B, le modèle du projet sorti prédomine tandis que celui de la direction de projets s'avère pertinent pour des projets de moindre importance. On peut noter enfin que le projet de type D ne fait appel à aucun de ces archétypes: l'entreprise et le projet ne font qu'un et le directeur du projet est normalement le directeur de la start-up.

Index  
thématique

Cette grille d'analyse permet également de mettre en évidence la diversité des acteurs travaillant sur un projet et la variété de leurs rôles.

- Les **acteurs-métiers** sont rattachés à des services fonctionnels et mobilisés temporairement sur un projet (sauf pour les projets sortis) et la réussite de leur mission ne s'évalue que sur la partie du projet sur laquelle ils interviennent.
- Les **acteurs-projets** (chefs de projet - métier, d'une part, et coordinateurs ou directeurs de projet, de l'autre) sont rattachés durablement au projet, incarnent l'identité du projet et sont responsables de la performance globale, résultat du compromis de toutes les interventions des métiers.

La définition de l'équipe-projet se conçoit souvent sur une base plus ou moins large selon l'importance que l'on veut donner au projet, ce qui ne facilite pas la comparaison des projets.

Ajoutons enfin que l'introduction de projets n'est pas sans incidence sur la gestion des ressources humaines, en particulier en cas de choix des structures de coordination ou de direction. Un certain temps est nécessaire pour que la mutation culturelle qu'impliquent les projets soit intégrée par tous les acteurs de l'entreprise et, en particulier, par l'encadrement que cette organisation éphémère «désécurise». La gestion des principaux «responsables» des projets pose de nombreux problèmes spécifiques<sup>1</sup> :

- en recrutement, puisqu'il s'agit pour des individus à fort potentiel de s'éloigner de structures où leur avenir semble assuré,
- en formation, puisqu'il s'agit d'exercer un métier nouveau auquel ces personnes n'ont pas été préparées,
- en évaluation des performances, en particulier en cas de conflits appuyés entre les structures fonctionnelles et les projets,
- en réaffectation en fin de projet, le choix du «risque» ne devant pas être pénalisé.

### I-3.2 La mise en place de procédures spécifiques

La gestion de projet est un processus qui a obligé à innover en matière procédurale pour faire travailler ensemble des acteurs appartenant à des services de culture et de préoccupation assez disparates. La plus importante de ces innovations concerne l'ingénierie concourante, mais d'autres approches doivent être évoquées. On examinera successivement les orientations qui ont fait surface dans les projets à rentabilité contrôlés (§ I-3.2.1) et dans ceux à coûts contrôlés (§ I-3.2.2, page 273).

#### I-3.2.1 Nouvelles procédures mises en place dans les projets à rentabilité contrôlée

Dans le modèle traditionnel, les projets apparaissent comme une séquence d'étapes successives confiées à des experts différents (métaphore de la «course de relais»). Dans ce contexte, la solution trouvée à l'issue d'une phase du projet devenait une contrainte pour les acteurs de la phase suivante (par exemple, le dessin d'un produit par le bureau d'études devient une contrainte pour la définition des gammes opératoires pour le bureau des méthodes). Les démarches modernes, dénommées **ingénierie simultanée** ou, mieux, **ingénierie concourante**<sup>2</sup>, introduisent deux ruptures importantes par rapport à ce modèle.

- Elles organisent la mobilisation de toutes les expertises pour améliorer la prise de décision des différentes étapes dans une perspective plus large (métaphore de la «ligne de rugby»). Pour reprendre notre exemple, si deux pièces doivent être rendues solidaires et que, pour ce faire, il revient stricte-

1. Pour une analyse plus détaillée, voir Garrel, Giard et Midler ([165], 2001).

2. Pour plus de détails, voir l'ouvrage d'ECOSIP, sous la direction de Giard et Midler (1990, [135]) et AFITEP - ANACT (1997, [2]). L'intérêt de l'ingénierie concourante dans le développement de produits nouveaux a déjà été souligné au chapitre II, § II-1.4, page 117.

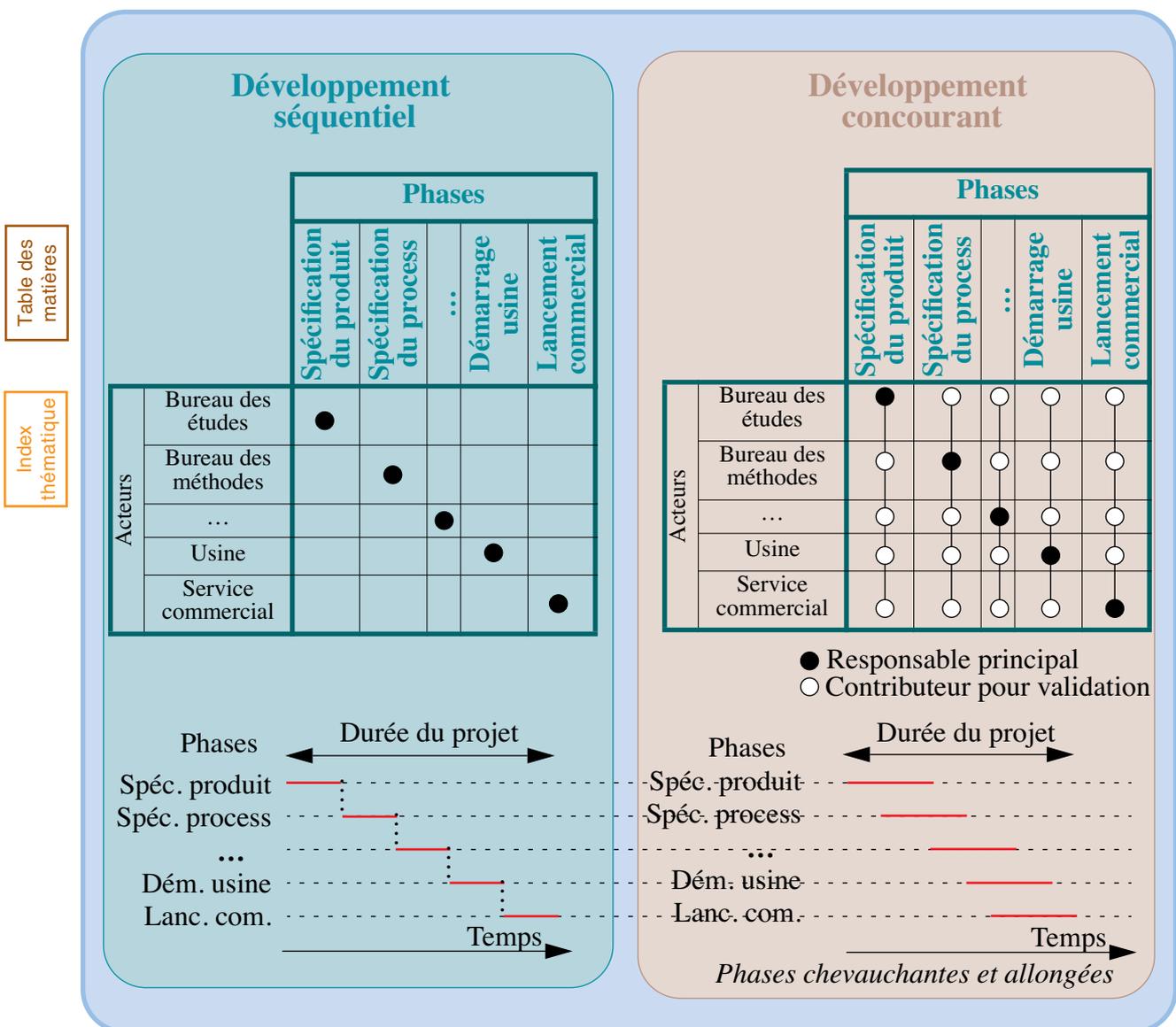
ment au même d'utiliser des rivets ou une soudure, l'avis du bureau des méthodes permettra de choisir l'alternative la moins pénalisante pour eux.

- Elles organisent le chevauchement (voir définition en page 283) entre les différentes phases du projet: spécification du produit, spécification du processus de fabrication, choix des fournisseurs, choix industriels... ceci afin, d'une part, de mieux traiter les interdépendances entre ces variables et, d'autre part, de réduire le délai global du développement.

L'application de ces principes permet d'anticiper les problèmes avant que l'irréversibilité du projet ne les rende trop pénalisants. Elle se traduit par des allongements de phases, mais leurs chevauchements permettent de raccourcir le délai du projet (voir figure 67).

FIGURE 67

Comparaison des approches séquentielles et concourantes du développement d'un produit



Cette mobilisation des expertises est facilitée par la mise en place de **plateaux** qui réunissent physiquement dans un même lieu, au moment de la conception d'un

produit manufacturé complexe (ou d'un sous-ensemble techniquement cohérent de ce produit), les responsables de la conception du produit et du processus, ceux de la fabrication et parfois, ceux de la vente et de l'après-vente de ce produit<sup>1</sup>. Les commodités de communication directe et l'usage de maquettes de l'objet en cours d'élaboration facilitent une explicitation des savoirs tacites et l'intégration de points de vue, une meilleure négociation des contraintes et la recherche de solution globalement plus efficaces, à condition toutefois que ces acteurs jouissent d'une certaine délégation décisionnelle de la part de leurs services d'origine et qu'une dynamique de groupe se crée autour du projet. La recherche systématique de la concourance pour réduire les coûts et délais de conception peut conduire à repenser radicalement l'agencement de l'espace; le «Technocentre» de Renault, inauguré fin 1997 et accueillant 7500 personnes, majoritairement des ingénieurs, constitue un exemple remarquable de ce type de mutation<sup>2</sup>.

Les méthodologies de l'ingénierie concourante mettent donc l'accent sur l'intégration organisationnelle et physique des différents acteurs d'un projet, mais aussi des informations échangées. La gestion documentaire, au sens large, et la maîtrise des outils de communication deviennent un enjeu majeur qu'accentue la tendance à la spécialisation et donc à la multiplication des partenaires. Des efforts importants doivent également être consentis tout au cours du projet pour structurer, archiver les informations et en faciliter l'accès. L'hétérogénéité des structures de représentations des objets, des nomenclatures et des gammes, constatée d'une entreprise à une autre, mais aussi souvent d'un service à un autre, constitue un frein aux échanges et génère des dysfonctionnements et coûts importants. Les nouveaux outils télématiques (outils de *groupware*, Internet, etc.), facilitant la désynchronisation temporelle et spatiale des échanges, permettent de nouvelles formes de coopération dans certains projets<sup>3</sup>.

L'une des tendances actuelles de l'organisation des projets est d'élaborer un double processus de coordination: une coordination procédurale et une coordination par des contrats sur objectifs de résultat. La mise en œuvre de cette tendance se traduit par une évolution duale. À l'intérieur de l'entreprise, on formalise des contrats internes avec les contributeurs métiers de l'entreprise. Entre les entreprises, on favorise une intégration organisationnelle des contributeurs en les obligeant à participer aux plateaux, aux groupes de suivi des projets, etc. Le monde de l'ingénierie des grands travaux avait exacerbé la régulation contractuelle entre les acteurs, en supposant implicitement que le sens des responsabilités et le poids des pénalités pouvaient garantir chacun contre l'incertitude de l'engagement des autres; force est aujourd'hui de constater que cet outil de coordination se révèle plus efficace pour augmenter le chiffre d'affaires des spécialistes en contentieux que pour diminuer les dérives des projets. On s'achemine donc vers la mise au point de compromis entre deux formes de coordination qui se complètent plus qu'elles ne s'opposent. Ce compromis est forcément conditionné par le positionnement du projet au regard des diverses grilles d'analyse qui ont été présentées. Dans ce domaine, comme dans bien d'autres, bien gérer reste un art.

1. Sur l'organisation en plateau, voir Midler (1993, [301]), ECOSIP (1990, [135]), Garrel (1996, [164]), AFITEP-ANACT (1997, [2]) et Garrel, Giard et Midler ([165], 2001).

2. Bonnafous (1998, [60]).

3. Voir Courbon & Tajan (1999, [109]) et Favier, Coat, Trahand & Courbon (1998, [146]).

### I-3.2.2 Nouvelles procédures mises en place dans les projets à coûts contrôlés

Les procédures formelles de contrôle ont conduit, avec le développement de l'informatique, à une culture du *reporting* (s'appuyant sur des techniques présentées dans ce chapitre) aboutissant, dans de nombreux cas, à une focalisation excessive sur la production de chiffres au détriment de leur analyse. Ce manque de pertinence n'est qu'en partie imputable à une granularité trop fine des informations traitées, c'est la technique de contrôle qui peut s'avérer inefficace en cas de projet complexe soumis à de fortes contraintes. D'une manière plus générale, on sait que les choix organisationnels et méthodologiques influent sur les comportements des acteurs. La cause première des échecs et dérives majeures de projet est donc plus à rechercher dans la pertinence de ces choix que dans l'incompétence des acteurs.

C'est sur la base de ce constat que c'est développée en management de projet, à partir des années quatre-vingt, l'approche d'une auto-organisation fondée sur des méta-règles, substituant au contrôle détaillé du réalisé, un contrôle a priori sur les procédures<sup>1</sup> d'organisation et de pilotage du projet. Les **méta-règles** sont un ensemble de principes très généraux non contradictoires d'où l'on va pouvoir tirer, pour faire face à un problème donné (ici un nouveau projet), un ensemble cohérent de règles spécifiques<sup>2</sup>. Les méta-règles ont été élaborées chez Spie Batignolles pour formaliser, à partir de l'expérience acquise, les principes d'action communs aux grands projets de l'entreprise (Jolivet & Navarre, 1993, [248] et Jolivet, 1998 & 2001, [249]). À partir de l'analyse de cent projets, dix-sept méta-règles ont été rédigées et consignées dans un petit «livre vert»; aux antipodes du manuel de procédure, la méta-règle sert à baliser l'autonomie de l'acteur-projet, à le responsabiliser sur le résultat (responsabilité du chef de projet, découpage du projet, explicitation des objectifs, revue de projet, dialogue de préférence au contrôle, présence d'un chef de projet chez les grands fournisseurs, etc.).

Table des matières

Index thématique

- Le chef de projet s'organise à partir des méta-règles; il définit l'organisation et les méthodes de gestion.
- La tutelle est intégrée et prend les décisions stratégiques: ces décisions peuvent être pré-identifiées.
- Le processus de développement est adapté au projet: il est arrêté par la tutelle après consultation du chef de projet.
- Le développement se fait par «focalisations successives»: l'analyse globale est de plus en plus nette.
- Les objectifs sont arrêtés après un développement suffisant du projet.

1. Cette évolution est à rattacher à celle observée en maîtrise de la qualité où le contrôle s'est progressivement déplacé du contrôle de qualité sur les produits au contrôle de qualité sur les processus.

2. Jolivet (1988, [249]) définit les méta-règles comme des «règles à produire les règles du projet». En fait, comme en ordonnancement, l'ensemble des règles imaginables est fini et il s'agit plutôt de règles pour sélectionner des règles. Contrairement à ce que pensent certains spécialistes de management de projet, cette approche n'est pas nouvelle en gestion (les premiers théoriciens des organisations ont déjà édicté des méta-règles). Par exemple, elle a souvent été utilisée, à partir des années soixante, pour résoudre des problèmes complexes d'ordonnancement (y compris de projet) pour gérer dynamiquement la sélection d'ensembles performants d'heuristiques en fonction de caractéristiques contextuelles évolutives (voir chapitre V) et, depuis les années quatre-vingt, elle est d'un usage fréquent dans les approches simulatoires utilisées en aide à la décision pour le pilotage et la conception de processus complexes. Cela étant, son application à la mise en place d'organisations temporaires est un peu plus novatrice.

- Le chef de projet est responsable devant la tutelle ; il reçoit une délégation de type « tout sauf ».
- Le chef de projet se consacre uniquement au projet ; si les projets sont petits, il dirige un portefeuille de projets.
- L'organisation est spécifique au projet, elle est évolutive et intégrée chaque fois que nécessaire.
- Le chef de projet a la maîtrise des ressources humaines : il a le choix des participants au projet (avec, au minimum, le droit de récuser).
- Le chef de projet définit les prestations des services internes : détachement de personnel, équipes dédiées, expertise, etc.
- Le chef de projet choisit et gère les fournisseurs, il décide également du découpage contractuel.
- Les responsabilités sont découpées par sous-ensembles.
- La qualité, les coûts et les délais sont gérés de façon intégrée.
- Le chef de projet assure une gestion « pro active » : projection à terminaison, adaptation des processus.
- ...

Jolivet souligne que ces méta-règles, qui semblent relever du bon sens, sont, en réalité, subversives parce qu'elles remettent en cause un certain nombre de principes d'organisation bien établis.

## SECTION II LES PROBLÈMES D'ORDONNANCEMENT DE PROJET

L'ordonnancement du projet est une programmation de ses tâches et des ressources nécessaires à leur exécution, qui respecte les différentes contraintes techniques du projet et les disponibilités des ressources utilisées ; il vise à permettre au projet d'atteindre ses objectifs de délai, de coûts et de performances techniques. Les gestionnaires de projet parlent encore de **planification opérationnelle**.

Les techniques modernes d'ordonnancement de projet remontent à la fin des années cinquante<sup>1</sup>. Leur succès réside dans un raccourcissement spectaculaire du délai de réalisation des projets d'une certaine ampleur et dans une meilleure maîtrise des coûts et ressources mis en œuvre. C'est pour cette raison, du reste, que l'administration fédérale des États-Unis exige que les réponses à certains appels d'offre s'accompagnent d'un ordonnancement utilisant ces techniques.

Celles-ci sont connues des spécialistes par différents acronymes dont les plus connus sont **PERT** (pour *Program Evaluation and Review Technique*, mis au point à l'occasion du projet Polaris, par une équipe comportant des spécialistes du *Navy Special Projects Office*, de la *Missiles Systems Division* de *Lockheed Aircraft Company* et du cabinet de consultants *Booz, Allen & Hamilton*), **CPM** (pour *Critical Path Method*, mis au point indépendamment par la *DuPont Company* et la *Remington Rand Univac Division*), ou encore sous le nom de **méthode des potentiels** (mise au point par Bernard Roy, à l'occasion de la construction du

1. L'ouvrage de Hax & Candea (1984, [224], p. 325-327) donne l'ensemble des références bibliographiques de l'approche américaine du problème, à cette époque.

paquebot FRANCE). Leurs fondements théoriques sont les mêmes et les programmes informatiques disponibles sur le marché offrent à peu près les mêmes services en utilisant l'une ou l'autre des techniques de base : méthode **Potentiel-Étapes** ou méthode **Potentiel-Tâches**, que nous présenterons.

## II-1 Exemple introductif

**ORDOMÉCA**, entreprise spécialisée dans la construction mécanique, désire s'agrandir pour élargir sa gamme de produits. La construction d'un nouveau bâtiment s'impose, de même que l'acquisition de nouvelles machines. Fort heureusement le terrain sur lequel elle est installée est assez vaste pour permettre, moyennant quelques aménagements mineurs (réorganisation du stockage notamment), la construction de cette nouvelle unité. Pour simplifier, nous laisserons de côté le problème de la libération du sol et celui de l'embauche et de la formation de nouveaux ouvriers. L'étude de ce projet, menée conjointement avec le maître d'œuvre contacté pour la réalisation du bâtiment, nécessite la décomposition du projet en un certain nombre d'opérations élémentaires, que nous désignerons indifféremment sous le nom de **tâche** ou d'**activité**.

Ces tâches se caractérisent par un début et une fin clairement identifiables, d'un point de vue physique, par une durée et par les ressources qu'elles consomment. Cette définition connaît cependant deux exceptions (qui ne sont pas illustrées par l'exemple introductif) :

- le **jalon**, qui est habituellement une tâche de vérification ou de décision, est le plus souvent considéré comme étant de durée nulle et ne consommant pas de ressources ;
- certaines tâches ne consomment pas de ressources et sont parfois identifiées<sup>1</sup> pour marquer l'intervalle de temps minimal séparant deux tâches (délai séparant la passation d'une commande de sa livraison ; temps de séchage séparant la fin du travail d'un plâtrier, du début de celui d'un peintre sur les mêmes murs...) ; ces tâches, parfois qualifiées de **tâches d'attente**, sont utilisées pour faciliter la gestion des ressources et pour éviter un allongement possible de la durée du projet qui pourrait être consécutif à la fusion des deux tâches encadrantes, lorsque la tâche aval a plusieurs ancêtres ; on parvient au même résultat avec certains logiciels, en utilisant une liaison directe fin - début utilisant un décalage positif.

Ces tâches sont parfois repérées par un code (ici une lettre parce qu'il y en a moins de 27) ; l'usage de ces codes s'avère cependant peu commode et, de ce fait, est déconseillé dans les documents utilisés à des fins de communication et d'animation. Nous les utiliserons cependant pour des raisons de gains de place et parce que l'interprétation de l'exemple a finalement peu d'importance ici.

La liste des tâches et de leurs codes est donnée dans le **tableau 54 de la page 276**. Celui-ci comporte également la durée d'exécution  $d_i$  de cette tâche  $i$  et, le cas échéant, la liste des tâches qualifiées d'**ancêtres** (ou d'**antécédents** ou de **prédécesseurs**) de chaque tâche considérée. La tâche  $i$  (par exemple, la tâche « charpente verticale ») est ancêtre de la tâche  $j$  (par exemple, la tâche « charpente de la toiture ») si la non-réalisation de  $i$  empêche l'exécution de  $j$  **et si** aucune autre

1. Un autre moyen pour parvenir au même résultat sera présenté avec le problème type 8 du **tableau 57, page 310**.

TABLEAU 54  
Liste des tâches du projet et de leurs caractéristiques

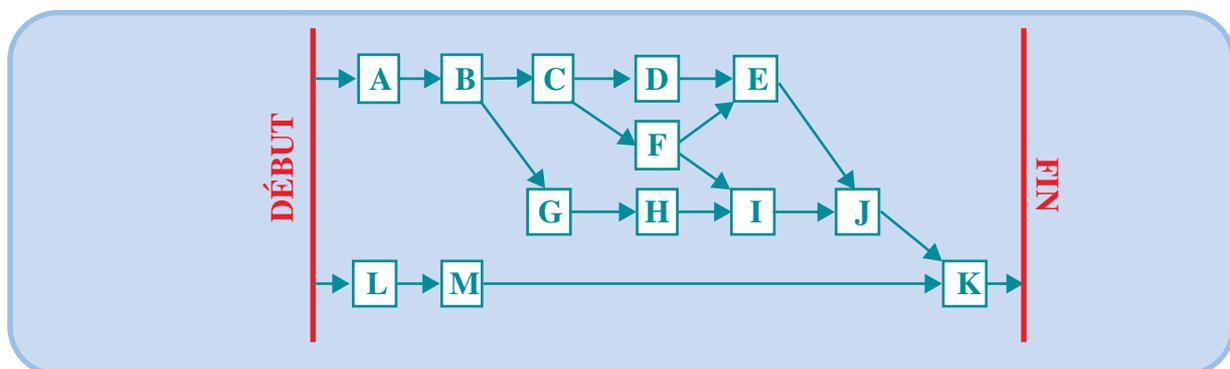
Tâche $i$	Désignation de la tâche $i$	Durée $d_i$	Ancêtres
A	Terrassement	5	-
B	Fondations	4	A
C	Charpente verticale	2	B
D	Charpente de la toiture	2	C
E	Couverture	3	D, F
F	Maçonnerie	5	C
G	Gros œuvre de plomberie et d'électricité	3	B
H	Coulage de la dalle de béton	3	G
I	Chauffage	4	H, F
J	Plâtre	10	I, E
K	Finitions et installation des machines	5	J, M
L	Négociation de l'achat des machines + délai de livraison	15	-
M	Réception des machines et essais «hors site»	3	L

tâche  $k$  n'est à la fois ancêtre de  $i$  et descendant (ou successeur) de  $j$ , ce qui revient à dire que le «lien de parenté» est direct (la tâche de terrassement conditionne l'exécution de la tâche «charpente de la toiture». Elle ne sera pas qualifiée d'ancêtre de cette tâche car elle conditionne aussi l'exécution de la tâche «charpente verticale» qui, elle aussi, conditionne l'exécution de la tâche «charpente de la toiture»). Indiquons, dès à présent, que l'on va privilégier ici une représentation graphique du problème dans laquelle les tâches sont représentées par des rectangles et les relations d'antériorité, par des flèches; celle du problème posé est fournie à la figure 68.

Table des matières

Index thématique

FIGURE 68  
Représentation graphique des tâches du projet et de leurs relations  
(exemple du tableau 54)



Dans cet exemple introductif, le problème posé a été volontairement simplifié par la seule prise en considération des relations d'antériorité entre tâches. Dans la réalité, les durées associées à ces tâches peuvent ne pas être connues avec certitude et les tâches peuvent entrer en concurrence pour leur consommation de ressources en hommes, en équipements et en matières. La typologie qui suit (§ II-3, page

284) va réintégrer ces éléments dans une présentation générale du problème d'ordonnancement d'un projet.

## II-2 L'analyse des projets

L'analyse d'un projet comporte bien des aspects (techniques, organisationnels, financiers...). On se focalisera ici sur l'instrument d'analyse privilégié en gestion, celui de l'organigramme technique (§ II-2.1). On évoquera ensuite le problème de l'estimation des durées de ces tâches (§ II-2.2, page 279) et la nature des relations d'antériorité sera discutée (§ II-2.3, page 282).

### II-2.1 L'organigramme des tâches

Le **tableau 54** est le fruit d'un processus de collecte d'informations (comptes rendus de réunion, notes écrites en réponse à une demande...), de négociations et de vérifications; qui peut être d'une grande complexité. Pour faciliter la structuration et le recueil de l'information, on utilise, en gestion de projet, l'**organigramme des tâches**<sup>1</sup> (ou **OT**) qui décompose de manière hiérarchique un projet pour lister, avec un niveau de détail de plus en plus grand, les tâches de production de biens et de services qui doivent être réalisées pour mener à bien le projet, de manière à s'assurer la cohérence de l'ensemble et à permettre une définition non ambiguë des responsabilités d'exécution des tâches.

Le principe de l'organigramme des tâches est simple: à un niveau de détail  $k$ , on dispose d'une liste de  $n_k$  tâches. Pour passer au niveau de détail  $k+1$ , on examine chacune des  $n_k$  tâches; la tâche considérée est éventuellement décomposée en plusieurs tâches détaillées exclusives dont la réunion reconstitue la tâche initiale. Cette partition de chacune des  $n_k$  tâches conduit à un accroissement du nombre de tâches qui passe de  $n_k$  (au niveau de détail  $k$ ) à  $n_{k+1}$  tâches (au niveau de détail  $k+1$ , avec  $n_{k+1} > n_k$ ). On notera que ce document ne comporte explicitement aucune information sur les relations d'antériorité entre tâches. Cette démarche descendante s'appuie sur des considérations qui visent à répondre à des questions du type «quoi?» ou «comment?»; ces considérations sont:

- de type ensembliste, appliquées à l'objet physique ou immatériel auquel le projet est dédié<sup>2</sup>, la tâche correspondant alors à la production d'un objet ou d'une prestation plus ou moins complexe; même si le projet porte sur la réalisation d'un objet physique, un certain nombre de prestations doivent être prises en compte dans l'OT (et qui ne sont pas décrites dans une nomencla-

1. Ce terme est préconisé par l'AFNOR (1998, [4]) comme traduction du terme anglo-saxon *Work Breakdown Structure* (ou WBS), mais on rencontre également le terme d'arborescence technique ou celui d'organigramme technique (l'abandon de ce terme est toutefois préconisé par l'AFITEP et l'AFNOR). Historiquement, ce concept a été officialisé avec quelques autres, dont celui de la valeur acquise (étudiée au § IV-2.2.1, page 349), en 1967 par l'instruction DODI 7000.2 du Département de la Défense du Gouvernement Fédéral des États-Unis, [131] avant d'être adopté par d'autres départements et agences comme le *Department of Energy* (DOE), le *Department of Transportation* (DOT), la NASA, le *National Security Agency*. L'instruction conjointe DOD JIG du 1er octobre 1987 [132] généralise l'usage de techniques d'analyse et de contrôle pour les trois armées et les deux agences de défense aux États-Unis. En France, la recommandation RG.Aéro 00040 (1999, [362]) qui définit des propositions relatives à la «Spécification de management de programme» consacre son §2.3 à l'organigramme des tâches.

2. Cette décomposition d'un ensemble en sous-ensembles correspond à la structuration classique des nomenclatures décrite au chapitre VI, § II-2, page 463 et la figure 137, page 459.

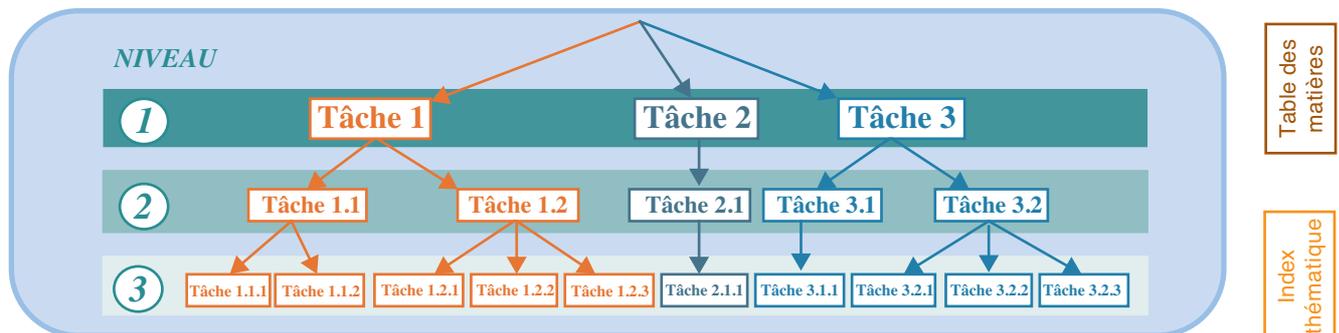
ture de produit): création de la documentation technique<sup>1</sup> permettant la maintenance, sécurité des chantiers, tâches de gestion du projet... ;

- de type fonctionnel (tâche relevant de la fonction mécanique, de la fonction électrique...);
- de type organisationnel (centres de responsabilité internes ou de sous-traitance, centres de coûts, centres de production...); dans les grands projets d'ingénierie, chaque lot (cf. § I-2.1.1, page 262) doit correspondre à une tâche de l'organigramme des tâches (pas forcément au niveau le plus fin).

La décomposition de l'organigramme des tâches doit permettre de croiser les différents points de vue que l'on a décidé de retenir, le document final devant servir de référence commune et unique pour tous les acteurs du projet et permettre l'organisation de leur travail.

Cette démarche de décomposition successive est qualifiée de **démarche descendante** (*top-down*). Le résultat du processus de désagrégation successive peut être visualisé par un arbre dont les arcs représentent des relations d'inclusion et non des relations d'antériorité. La figure 69, illustre la confection d'un tel arbre, par un exemple simpliste à trois niveaux seulement et dans laquelle une nomenclature des tâches de «type décimal» a été retenue.

FIGURE 69  
*Organigramme des tâches*



Les tâches du dernier niveau ne doivent être :

- ni trop nombreuses, l'excès de détail étant un facteur d'échec et non de succès, ce qui conduit les projets d'une certaine ampleur à être structurés en sous-projets dotés d'une certaine autonomie,
- ni d'importance trop inégale (en termes de consommation de ressources et en termes de durée<sup>2</sup>),
- chacune d'elles suffisamment homogène (unicité de responsabilité et relative autonomie décisionnelle, relative stabilité de l'utilisation des ressources sur la durée de la tâche...), ce qui permet de traiter chaque tâche comme un centre de coûts différent (qui peut appartenir à un autre centre de coûts et être lui-même décomposé en plusieurs centres de coûts, suivant une logique arbo-

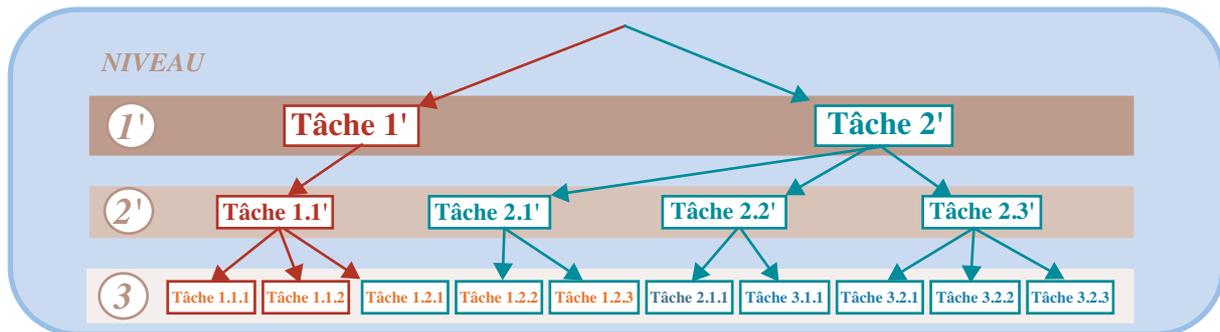
1. L'importance de ce type de tâche est souvent sous-évaluée (il peut représenter jusqu'à 10% du coût de certains projets) et peut être à l'origine de dérives en termes de temps ou de coûts dans l'exécution du projet.

2. De nombreux praticiens préconisent de ne retenir qu'exceptionnellement des tâches d'une durée inférieure à 1% de la durée du projet.

rescente similaire à celle de l'organigramme technique), ce qui est essentiel pour le suivi des coûts directs.

La démarche inverse d'agrégations successives, qualifiée de **démarche ascendante** (ou *bottom-up*), est menée pour obtenir d'autres points de vue sur le projet (vision budgétaire, vision de centres de responsabilité...). À partir de l'OT de la [figure 69](#), on peut créer le graphe de regroupement successif de la [figure 70](#) qui exprime un autre point de vue.

FIGURE 70  
*Structure hiérarchique alternative*



Supposons que celui-ci soit lié à l'organisation de l'entreprise, en se posant la question «qui fait quoi?», on peut, par exemple, établir le croisement visualisé à la [figure 71](#), dans lequel l'organigramme de l'entreprise est décrit à gauche du tableau (décomposition département / service) qui amène quelques remarques.

Table des matières

Index thématique

- le processus d'agrégations successives part du niveau le plus détaillé de l'OT, dans notre exemple, on regroupe d'abord les tâches élémentaires par service, que l'on regroupe ensuite par département<sup>1</sup> ;
- le niveau d'analyse a permis de dire sans ambiguïté l'unité qui a la responsabilité d'exécution de chaque tâche de niveau élémentaire ; si tel n'est pas le cas, des problèmes peuvent surgir lors de l'exécution du projet en raison de responsabilités mal définies ;
- à partir des informations sur les durées des tâches élémentaires et des relations d'antériorité entre ces tâches, on détermine les durées des tâches agrégées ainsi que leurs relations d'antériorité dans le cadre d'une démarche ascendante ;
- cette vision hiérarchique, qui est incontournable dans les projets d'une certaine ampleur, pose cependant quelques problèmes méthodologiques que l'on évoquera au § III-4.3, page 341.

## II-2.2 Détermination de la durée d'une tâche

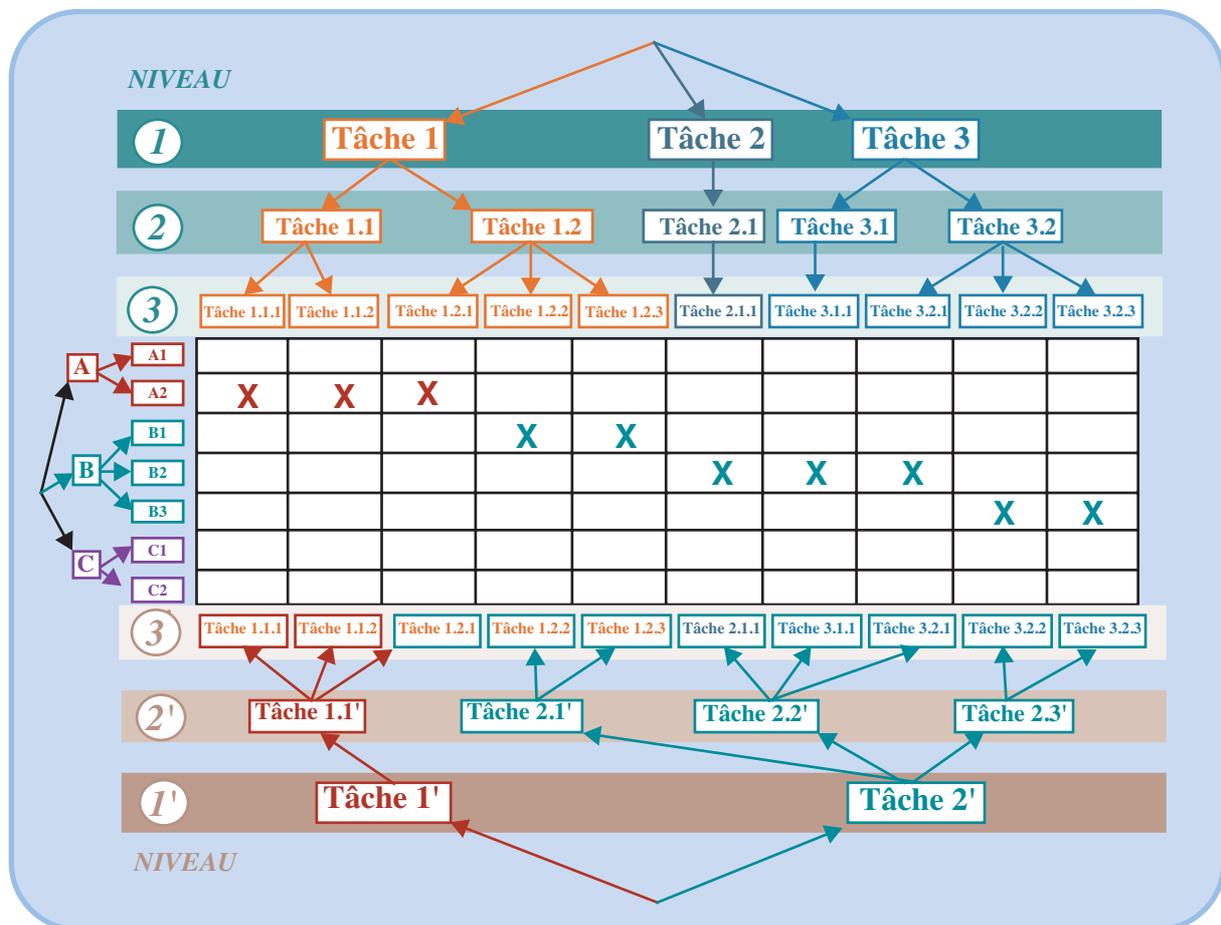
La détermination de la durée d'une tâche se heurte à plusieurs difficultés.

- En toute rigueur, le **concept de durée** d'une tâche n'a **pas d'existence intrinsèque**, la durée d'une tâche résulte d'une conjonction de :
  - *spécifications techniques* (caractéristiques précises de ce qui sera produit par l'activité, c'est-à-dire la réponse à la question «quoi?»), puisque toute

1. Par exemple, les tâches 111, 112 et 121 étant toutes exécutées par le service A2, constituent maintenant la tâche 11' qui diffère de la tâche 11 qui, reposant sur une vision technique, ne reprend que les tâches 111 et 112.

FIGURE 71

Exemple de processus de création d'une nouvelle consolidation hiérarchique des tâches à partir du niveau le plus détaillé de l'organigramme des tâches



modification de ces spécifications modifie le résultat physique final et peut faire varier la nature et l'importance du travail à exécuter, et donc la durée de la tâche,

- et de la double définition du *processus opératoire* utilisé (réponse à la question «comment?») et des *ressources mobilisées* (en quantité et en qualification, c'est-à-dire la réponse à la question «avec quoi?»), puisque la transformation de la gamme opératoire associée implicitement à une tâche peut conduire rigoureusement au même résultat physique final, tout en faisant appel à une combinaison différente de ressources productives, laquelle peut modifier la durée de la tâche.

Beaucoup de durées alternatives se définissent par des intensités différentes de mobilisation des ressources, sans changement du processus opératoire de base, ces variations conduisant immédiatement à des variations de durées de l'exécution de la tâche. Cela revient à dire que nombreuses tâches se caractérisent par une quantité de travail, que l'on appelle encore **énergie** dans la littérature spécialisée d'ordonnancement (voir Esquirol et Lopez, 1999, [140]), et un processus opératoire s'ajustant au niveau de ressources mobilisées et dont l'importance retenue déterminera la durée de la tâche<sup>1</sup>.

- Le **niveau de connaissance** que l'on a en début de projet ne permet pas certaines quantifications. C'est ainsi qu'une tâche de création d'une gamme opératoire est conditionnée par une tâche préalable de définition du produit,

non encore exécutée au démarrage du projet. On peut alors procéder par analogie, avec des coefficients de sécurité. De toute façon, la tâche comporte toujours une part d'inconnu qui conduit à se prémunir contre un risque de dépassement du délai par l'utilisation d'un coefficient de sécurité. Il faut bien voir alors que se vérifie le plus souvent la **loi de Parkinson**<sup>1</sup> selon laquelle le temps alloué pour une activité n'est jamais rendu si le travail à exécuter est moins long que prévu. Une alternative est d'utiliser des distributions de probabilités subjectives de ces durées<sup>2</sup> (mais cette démarche n'est pas encore très répandue) et d'utiliser ces informations dans la programmation finale dans une approche de mutualisation des risques<sup>3</sup>.

- Une difficulté complémentaire tient au fait que certains acteurs-métiers (définis en [page 269](#)) peuvent travailler sur plusieurs projets et donc être chargés de l'exécution de plusieurs tâches sur une certaine période. Une organisation parfaitement séquentielle permet de travailler sans interruption sur chaque tâche jusqu'à son achèvement, mais, le plus souvent, on assiste à un certain **parallélisme** qui va conduire à fragmenter l'exécution de chaque tâche et à alterner le travail successivement entre ces « fragments » de tâches. Cette façon de procéder présente trois inconvénients :
  - elle conduit, pour le projet, à un allongement factice de la durée du travail, puisque l'intervalle de temps entre le début d'une tâche et sa fin augmente nécessairement avec ce type d'organisation ;
  - elle oblige à chaque reprise de tâche à un travail supplémentaire d'imprégnation du dossier pour faire le point et qui n'existe pas dans l'organisation séquentielle ;
  - elle conduit à un accroissement des encours, moins visible qu'avec les stocks, mais tout aussi réel, ce qui a un coût et affaiblit la capacité de réaction de l'entreprise.

Deux justifications du parallélisme peuvent être avancées :

- la difficulté à prévoir de manière satisfaisante le travail à effectuer pour chaque tâche et le moment précis où celui-ci arrivera. On retrouve là un problème classique en ordonnancement qui conduit à faire un arbitrage entre l'importance des encours et le risque d'inutilisation de ressources productives en attente de travail.
- Les solutions d'ordonnancement tenant compte des ressources disponibles prédéterminées conduisent mécaniquement (voir [§ III-2.1.2, page 315](#)) à une mauvaise utilisation des ressources allouées. Pour améliorer cette utilisation, il faut mettre en place des mécanismes de réallocation dynami-

1. *Note de la page précédente*. C'est ainsi qu'un travail de trente jours de maçonnerie pourra être exécuté par 2 personnes pendant 15 jours ou 3 personnes pendant 10 jours ou 5 personnes pendant 6 jours... (sous réserve que les ressources mobilisées ne se gênent pas). La gestion des délais ne s'effectue donc pas directement par une gestion des durées des tâches, mais plutôt par une gestion des ressources et des gammes. Depuis une dizaine d'années, des logiciels d'ordonnancement de projet permettent de saisir la durée d'une tâche et l'intensité de mobilisation d'une ressource, ce qui conduit à déterminer l'énergie de la tâche, puis à verrouiller cette valeur (choix de l'option «*effort driven*» ou «*piloté par l'effort*» chez Microsoft Project, par exemple), ce qui fait qu'ensuite une modification de la durée fait varier automatiquement l'intensité de mobilisation de la ressource, et réciproquement.

1. Parkinson écrit (1957, [325]): «*work expand so as to fill the time available for its completion*».

2. Voir l'approche probabiliste du problème d'ordonnancement au [§ III-3, page 325](#).

3. On reviendra sur ce point à la [page 305](#).

ques des ressources inutilisées, ce qui relève de la gestion hiérarchique multi-projets, et accepter de faire varier, si nécessaire, l'intensité de mobilisation des ressources au cours de l'exécution d'une tâche (ce que l'on verra au § III-2.1.2).

En tout état de cause, une amélioration de l'information (annonce de l'arrivée imminente d'un travail<sup>1</sup>) et une meilleure utilisation des marges de manœuvre<sup>2</sup> permettent de réduire l'intérêt du parallélisme.

## II-2.3 Relations d'antériorité

La contrainte selon laquelle une tâche  $j$  ne peut commencer avant qu'une tâche  $i$  ne soit achevée est qualifiée de **contrainte d'antériorité** (ou d'antécédence) entre la tâche  $i$  et la tâche  $j$ ; on dira encore que  $i$  est ancêtre de  $j$  ou que  $j$  est descendant de  $i$ ; on parlera encore de **relation d'antériorité** ou de **contrainte d'enclenchement** pour désigner ce type de contrainte. La nature de la relation d'antériorité mérite d'être discutée car, contrairement aux apparences, elle n'est pas triviale. Deux causes bien distinctes, généralement exclusives dans une analyse détaillée, peuvent être à l'origine d'une relation d'antériorité.

Le premier cas de figure est celui de la production, par une tâche ancêtre, d'**informations** jugées, a priori, indispensables pour pouvoir envisager l'exécution d'une tâche-descendant.

- L'impossibilité de réaliser la tâche-descendant sera absolue si la tâche-ancêtre doit définir le processus utilisé par la tâche-descendant (gamme opératoire) ou de recueillir des informations conditionnant l'exécution de ce processus (détermination de paramètres comme des quantités à produire).
- Cette impossibilité sera relative si la tâche-ancêtre vérifie certaines caractéristiques d'un travail exécuté (contrôle du respect de certaines spécifications). Le caractère relatif de cette impossibilité explique qu'il est possible, en cas de problème, de supprimer certaines tâches (de contrôle, notamment), généralement au prix d'un risque accru d'une non-réalisation de tous les objectifs techniques.

Le second cas de figure est celui d'une tâche-ancêtre caractérisée par la production ou la transformation d'un **objet** devant être utilisé dans le processus de fabrication ou de transformation exécuté par la tâche-descendant. Cela étant, il se peut tout d'abord que l'avancement du projet reste possible, même si l'objet n'est pas produit ou transformé, à *condition de modifier* certaines tâches qui sont des *descendants* directs ou indirects de cette tâche-ancêtre exécutée de manière incorrecte. C'est ainsi que les difficultés rencontrées dans la mise au point d'un composant peuvent conduire à se «rabattre» sur une solution éprouvée, mais technologiquement moins performante, ce qui induira en cascade un certain nombre de transformations. Cette modification des processus opératoires s'effectue le plus souvent au prix d'une dégradation des objectifs de spécifications techniques ou de coûts, ce qui conduit à une transformation du projet.

1. Voir page 305.

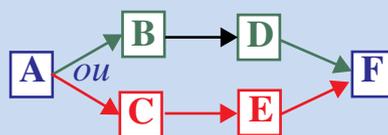
2. Voir page 305.

Cette réflexion sur les relations d'antériorité force les acteurs à se mettre d'accord sur les contenus des tâches et les moyens à mobiliser, puisque le responsable d'une tâche s'engage sur la base de ce qu'il récupère exactement auprès des responsables des tâches-amont et de ce qu'il doit livrer aux responsables des tâches-aval.

Il faut ajouter que la relation d'antériorité retenue dans les formulations habituelles de problèmes d'ordonnancement de projet implique que *toutes* les tâches-ancêtres d'une tâche doivent avoir été achevées avant que la tâche considérée puisse débiter, ce qui conduit à quelques remarques.

- On ne sait pas prendre en compte dans les formulations classiques (et donc avec les logiciels commerciaux) le cas de **gammes alternatives** qui se traduisent par le fait qu'au moins deux ensembles exclusifs<sup>1</sup> de tâches soit à réaliser entre deux tâches, ce qu'illustre la **figure 72** qui décrit le fait que projet implique de réaliser soit la séquence de tâches  $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow F$ , soit la séquence de tâches  $A \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow F$ . Le problème de la détermination simultanée d'un ordonnancement et du choix de processus se pose tout particulièrement lorsque l'on veut tenir compte de contraintes de disponibilité de ressources. On peut ajouter que parfois le choix d'une gamme alternative ne résulte pas d'une décision, mais de l'occurrence d'un événement qui n'est pas sous contrôle; c'est ainsi que selon que les conditions climatiques sont favorables ou défavorables, certaines tâches peuvent changer dans leurs contenus et leurs durées.

FIGURE 72  
*Gammes alternatives*



- On ne sait pas prendre en compte dans les formulations classiques (et donc avec les logiciels commerciaux), la relaxation partielle de l'obligation d'avoir achevé tous les ancêtres d'une tâche avant de pouvoir la commencer, la contrainte «il faut préalablement achever les n tâches-ancêtres» devenant «il faut préalablement achever k tâches-ancêtres quelconques prises parmi les n tâches-ancêtres (avec  $1 < k < n$ )». Ce type de problème se pose par exemple pour une tâche de mise en service d'équipements à partir du moment où un nombre minimal de ces équipements a été installé.
- Une atténuation de la contrainte d'antériorité est la possibilité de **chevauchement** entre deux tâches (on parle encore de **recouvrement** entre deux tâches) c'est-à-dire, la possibilité de commencer la tâche-descendant avant que la tâche ancêtre ne soit terminée. Cette possibilité de chevauchement peut avoir deux origines.
  - Elle peut résulter d'une analyse (parfois implicite) de l'incidence d'une décomposition de ces deux tâches en des tâches plus élémentaires, et de

1. Ce qui diffère de la modulation de la durée d'une tâche en fonction de l'importance des ressources mobilisée, évoquée à la [page 280](#); on reviendra sur cette prise en compte des gammes alternatives aux pages [322](#) et [331](#).

particularités des relations d'antériorité à ce niveau de détail plus fin (on reviendra sur ce point au § III-4.1, page 334). Le concept de chevauchement est donc indissociable de celui de niveau de détail dans l'analyse et de celui de relation d'antériorité.

- Elle peut être liée au fait que les deux tâches successives traitent une série d'objets similaires (réalisation d'une série de plans détaillés suivie de l'exécution de chacun de ces plans, par exemple). Dans ce cas, on peut envisager :
  - . soit de scinder la tâche-amont et la tâche-aval en plusieurs tâches liées par des relations d'antériorité (création du plan  $i$  suivi de la création du plan  $i + 1$  et de l'exécution de l'objet créé par le plan  $i$ ), ce qui est souvent souhaitable lorsque le travail de l'une des tâches est quantitativement important ;
  - . soit d'utiliser un chevauchement qui s'appuie sur l'analyse précédente (on reviendra sur ce point au § III-4.1, page 334).

L'usage de l'une de ces deux solutions est souvent nécessaire pour éviter d'allonger inutilement le projet.

Pour terminer, indiquons que parfois l'on peut atteindre un même résultat physique en permutant deux tâches successives à condition de modifier le contenu de ces tâches, ce que l'on ne sait pas prendre en compte dans la formulation de l'ordonnancement (et donc traiter automatiquement avec un logiciel commercial). Pour illustrer ce point, prenons l'exemple de la rénovation d'une pièce avec le ponçage et la vitrification d'un parquet par un menuisier (tâche A) et la peinture de murs, plafond et plinthes par un peintre (tâche B). L'ordre de passage retenu modifie un peu le travail à effectuer, chaque corps de métier préférant passer en tête pour se simplifier le travail. Dans ce cas, c'est souvent la disponibilité des ressources qui déterminera l'ordre de passage et le contenu exact des tâches.

## II-3 Typologie des problèmes d'ordonnancement de projet

Plusieurs caractéristiques doivent être prises en compte pour comprendre que plusieurs formalisations du problème sont possibles et que la définition retenue pour un problème peut impliquer que l'utilisation de certains logiciels soit exclue. Ces éléments à prendre en compte sont au nombre de quatre : le critère à optimiser (§ II-3.1), les contraintes prises en compte (§ II-3.2, page 285), la nature certaine ou aléatoire des données (§ II-3.3, page 287) et la méthode de résolution retenue (§ II-3.4, page 287).

### II-3.1 Le critère à optimiser

Pour choisir entre plusieurs solutions d'ordonnancement, il faut disposer d'un critère d'évaluation. Une fois défini ce critère, l'utilisateur sera à la recherche d'une solution qui en optimisera la valeur. Deux familles de critères sont proposées. La première est la *date d'achèvement du projet* que l'on cherchera à minimiser. La seconde, d'utilisation peu fréquente, « tourne » autour de l'utilisation des ressources sous des formes diverses dont la plus connue est celle de la recherche de lissage d'une ressource donnée.

Le problème le plus simple à résoudre est celui de la recherche de l'ordonnancement minimisant le temps total de réalisation du projet en se situant en univers

certain. C'est du reste l'aspect de cette problématique qui est non seulement le plus utilisé, mais aussi très souvent le seul connu. Nous nous focaliserons sur ce critère dans ce chapitre, en évoquant accessoirement son utilisation en univers aléatoire.

Dans la pratique, il existe presque toujours plusieurs solutions d'ordonnement qui conduisent à la même valeur optimale de critère, ce qui conduit à parler de recherche *d'une* solution optimale plutôt que de recherche *de la* solution optimale. Ces solutions alternatives ne sont généralement pas équivalentes au regard d'autres critères (notamment ceux liés au coût ou aux risques encourus). La détermination de l'ordonnement final s'appuiera sur la prise en compte de ces critères additionnels (voir § III-1.1.5, page 303).

## II-3.2 La prise en compte explicite d'un certain nombre de contraintes

L'exemple introductif ne comportait que des contraintes d'antériorité. D'autres contraintes existent. On distingue classiquement en ordonnancement de projet, trois classes de contraintes : des contraintes potentielles (§ II-3.2.1), cumulatives (§ II-3.2.2) et disjonctives (§ II-3.2.3, page 286). Cette typologie est utile pour formaliser correctement des problèmes complexes d'ordonnement et être à même non seulement d'utiliser les logiciels disponibles sur le marché, mais aussi d'en comprendre les limites.

Table des matières

### II-3.2.1 Les contraintes potentielles

Les **contraintes potentielles**<sup>1</sup> peuvent être de deux sortes : des contraintes d'antériorité (§ II-3.2.1.1) ou de localisation temporelle (§ II-3.2.1.2, page 285).

Index thématique

#### II-3.2.1.1 Contraintes d'antériorité

Avec l'exemple introductif, on a pu voir qu'un projet peut se décomposer en un certain nombre de tâches (ou d'activités) qui, généralement, ne sont pas réalisables dans n'importe quel ordre. L'analyse des tâches conduit à une explicitation de ce type de contraintes que l'on a analysé au § II-2.3, page 282.

Le degré de détail de la décomposition du projet en tâches est laissé à l'appréciation de l'analyste du problème et peut ne pas être sans conséquence sur la performance de l'ordonnement retenu. En effet, il n'est pas rare qu'un accroissement du niveau de détail permette de trouver une solution améliorant le critère à optimiser (voir § III-4.1, page 334 et figure 92, page 336).

#### II-3.2.1.2 Contraintes de localisation temporelle

Les **contraintes de localisation temporelle** impliquent qu'une tâche donnée  $i$  ne peut débuter avant une date imposée (outillage non disponible avant cette date, par exemple) ou qu'elle ne peut s'achever après une date imposée (c'est souvent le cas des jalons). Leur prise en compte ne pose guère de problème comme on le

1. Formellement (voir Roy, 1969, [368]), les contraintes potentielles se définissent à partir des durées  $d_i$  et des dates de début  $t_i$  des tâches en posant la contrainte  $t_j - t_i \geq d_i$  pour exprimer que  $i$  est l'ancêtre de  $j$ . Les possibilités de cette formulation sont grandes. Par exemple, pour autoriser un recouvrement, il suffit de remplacer  $d_i$  par  $a_i$ , avec  $a_i < d_i$ ; pour forcer  $j$  à débuter avant que  $i$  ne soit fini, il suffit d'écrire  $t_i + d_i \geq t_j$  (ce qui revient à  $t_i - t_j \geq -d_i$ ); etc. Ce type de formalisation n'est utilisable directement que dans une approche de type programmation linéaire après une légère transformation. On reviendra sur ce point au § III-2.1.3, page 319.

verra à la [page 297](#), pour une contrainte sur la date de début au plus tôt d'une tâche, et à la [page 299](#), pour une contrainte sur la date de fin au plus tard. Les logiciels commerciaux prennent généralement ce type de contrainte de manière satisfaisante.

### II-3.2.2 Les contraintes cumulatives

Les **contraintes cumulatives** imposent la prise en compte :

- de la disponibilité datée de différentes **ressources non stockables**, c'est-à-dire des ressources, comme des heures de travail de personnel ou d'équipement, dont on peut disposer au cours d'une période, sont perdues si elles ne sont pas utilisées au cours de cette période<sup>1</sup> ;
- et de leur consommation datée par les tâches dans la recherche d'un ordonnancement.

La prise en compte de ces contraintes s'impose. Par exemple, il ne saurait être question de programmer, pour un jour donné, des tâches qui requièrent toutes en même temps l'équivalent de cinq jours de travail d'un corps de métier qui ne comporterait, pour le projet, que trois représentants. Il est clair que ces contraintes peuvent varier au cours du temps et qu'il faut en créer autant qu'il y a de groupes de ressources non substituables.

En règle générale, les problèmes rencontrés sur le terrain se caractérisent par plusieurs dizaines ou centaines de tâches et la prise en compte de contraintes cumulatives complique de manière considérable la recherche d'un ordonnancement possible. Pour cette raison, lorsque le critère retenu est celui de la minimisation de la date d'achèvement du projet, de telles contraintes sont souvent relaxées dans un premier temps, avec l'espoir que les marges de manœuvre dont on dispose seront suffisantes pour trouver un ordonnancement réalisable dans le temps minimal trouvé.

### II-3.2.3 Les contraintes disjonctives

Les **contraintes disjonctives** imposent la non-réalisation simultanée de deux tâches. On trouvera de telles contraintes dans le cas d'utilisation d'une ressource unique (pont roulant, par exemple), mais une formulation par le biais d'une contrainte cumulative est alors tout aussi possible. On rangera plutôt dans cette classe de contraintes des interdictions de réalisation simultanée liées, par exemple, à des raisons de sécurité (protection électrique...) ou de manque de place pour exécuter simultanément plusieurs tâches en un même endroit (par exemple, il n'est pas possible de faire travailler simultanément des électriciens et des plombiers qui installent des toilettes dans un Airbus).

L'existence de contraintes disjonctives, mais aussi celle de contraintes cumulatives, conduit à des choix d'ordonnancement plus ou moins arbitraires<sup>2</sup>. Il ne faut jamais transformer de telles contraintes en des contraintes d'antériorité reflétant

1. Ce qui les différencie des **ressources stockables** (que les Anglo-Saxons appellent *pool resources* ou *storable resources*) comme des matières ou une somme d'argent qui, si elles ne sont pas consommées au cours d'une période, peuvent l'être au cours de la période suivante. La littérature française d'ordonnancement appelle également **ressource consommable** ce que l'on a appelé ressource stockable et **ressource renouvelable**, ce que l'on a appelé ressource non stockable. On reviendra sur ce problème de modélisation des ressources au [chapitre VIII, § I-1.1, page 529](#).

ces choix d'ordonnancement car, souvent, ceux-ci reposent sur des hypothèses de disponibilité de ressources qui peuvent être démenties. Dans ce cas, il faut pouvoir garder la possibilité de permuter la programmation de deux tâches, ce qu'interdit le remplacement de la contrainte disjonctive ou cumulative par une contrainte d'antériorité.

### II-3.3 Le caractère certain ou non des données utilisées

Le problème posé se caractérise par la prise en compte de données numériques relatives aux durées associées aux différentes tâches et à leurs consommations de différentes ressources. Supposer que ces différentes informations sont connues avec certitude simplifie grandement la formulation du problème et sa résolution. Cette hypothèse de travail n'est malheureusement pas toujours réaliste. Dans ce cas, d'autres approches du problème pourront être utilisées et seront présentées au § III-3, page 325.

### II-3.4 La méthode de résolution retenue

L'existence de contraintes (au moins celles d'antériorité) et d'un critère quantitatif d'évaluation range les problèmes d'ordonnancement de projet dans la catégorie des problèmes d'optimisation sous contraintes.

Si l'on se place en univers certain et si l'on prend en compte toutes les catégories de contraintes, le problème posé peut s'écrire sous la forme d'un programme linéaire en nombres entiers, ce que l'on verra au § III-2.1.3, page 319. Cette formulation est d'une grande utilité restreinte, dans la mesure où il n'existe pas actuellement d'algorithmes généraux capables de résoudre rapidement des problèmes complexes réels d'une certaine dimension<sup>1</sup>. Pour des problèmes simples (univers certain, prise en compte des seules contraintes d'antériorité et critère de la minimisation de la date d'achèvement du projet), un algorithme optimal simple à mettre en œuvre existe. Pour des problèmes plus complexes, il sera nécessaire de mettre en œuvre des heuristiques pour proposer une solution, mais sans pouvoir garantir son optimalité.

Lorsque le critère retenu est celui de la minimisation de la date d'achèvement du projet, on a souvent intérêt à utiliser, dans un premier temps, une formulation simplifiée du problème posé, en relaxant certaines contraintes (les contraintes cumulatives en particulier). La date d'achèvement obtenue pour ce problème simplifié constitue obligatoirement la borne inférieure des solutions des problèmes à contraintes non relaxées (problème complet). Il s'ensuit que si l'utilisation d'heuristiques dans la résolution du problème complet conduit à trouver la même date d'achèvement que celle du problème simplifié, on est nécessairement en présence d'une solution optimale du problème complet.

2. Note de la page précédente. Cet ordonnancement peut avoir un impact sur les gammes opératoires des tâches concernées, ce qui vient compliquer le problème. Par exemple, dans le cas de contraintes disjonctives, ce peut être le cas de tâches portant sur des objets physiquement imbriqués ou proches. C'est ainsi que les gammes opératoires des électriciens et des plombiers qui installent des toilettes dans un Airbus ne sont pas les mêmes selon l'ordre d'intervention retenu, à résultat final identique. Ce cas est différent de celui de la rénovation d'une pièce d'appartement évoqué à la page 284 où l'on peut admettre que le menuisier et le peintre peuvent travailler simultanément, ce qui n'est matériellement pas possible pour l'électricien et le plombier de notre exemple.

1. On est confronté à des problèmes numériques que l'on verra au chapitre V, § I-3.3, page 406.

## SECTION III RECHERCHE D'UN ORDONNANCEMENT<sup>1</sup>

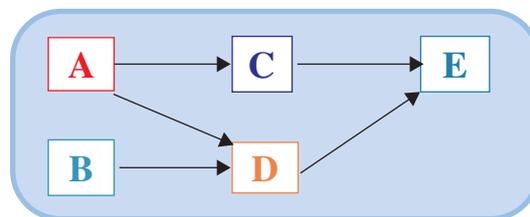
On commencera par étudier le cas le plus simple, celui de l'ordonnement en univers certain avec prise en compte des seules contraintes potentielles (§ III-1) avant d'aborder celui plus compliqué avec prise en compte supplémentaire des contraintes disjonctives et cumulatives (§ III-2, page 312). On verra enfin comment ce problème se traite en univers aléatoire (§ III-3, page 325).

### III-1 Recherche d'un ordonnancement en univers certain avec prise en compte des seules contraintes potentielles

La résolution de cette classe de problème est assez aisée. Pour obtenir manuellement de tels ordonnancements, il est commode de travailler sur un graphique d'enclenchement des tâches. Pour plusieurs raisons, nous utiliserons une représentation du type *Potentiel-Tâches* qui se caractérise par la visualisation des tâches dans des cartouches et représente la contrainte d'antériorité entre deux tâches  $i$  et  $j$  par une flèche entre ces cartouches, la flèche étant orientée dans le sens « ancêtre-descendant ». Cette visualisation est celle que l'on adopte intuitivement dans une approche « naïve » du problème (déjà utilisée à la figure 68, page 276). Dans la terminologie de la théorie des graphes, ce que nous avons appelé *flèche* est appelé **arc** et les cartouches auxquels aboutissent ou d'où partent les flèches sont appelées **sommets** (ou **nœuds**) du graphe. La figure 73 est un exemple d'un tel graphe avec cinq tâches dont deux n'ont pas d'ancêtre (A et B), une n'a qu'un ancêtre (C) et deux ont deux ancêtres (D et E).

FIGURE 73

#### Représentation Potentiel-Tâches



Nous examinerons au § III-1.2, page 307, une autre représentation graphique du problème d'ordonnement, connue sous le nom de graphe *Potentiel-Étapes* ou représentation « classique » PERT. Cette méthode, initialement la plus répandue, présente beaucoup d'inconvénients comme on le verra. C'est la raison pour laquelle elle a été progressivement abandonnée au profit de l'approche *Potentiel-Tâches* connue sous le nom de PDM (*Precedence Diagramming Method*)<sup>2</sup>. Pour terminer sur ce point de vocabulaire, indiquons que, d'une part, jusqu'à une époque très récente, les principaux logiciels du marché utilisaient l'appellation PERT pour désigner le graphe *Potentiel-Tâches*<sup>3</sup>.

1. Des logiciels de démonstration correspondant à des produits complets ayant soit une durée de vie limitée, soit sans limitation de durée, mais sans sauvegarde, soit avec une limitation du nombre de tâches et de ressources, sont téléchargeables. On peut noter, au moment où ces lignes sont écrites (Microsoft ayant abandonné cette possibilité):

- PSN8 (version US ou Fr, PC) <http://www.lebihan.fr/Telechargement/dload8.asp>,

- Open Plan (version US ou Fr, PC): <http://www.welcom.com/products/download.html>.

L'offre de programmes d'ordonnement de gestion de projet est abondante (voir AFITEP-CXP, [116]).

2. Les Anglo-Saxons parlent encore d'approche **AoN** pour **Activity on Node**, qui correspond à la représentation *Potentiel-Tâches*, et d'approche **AoA**, **Activity on Arrow**, qui correspond à la représentation *Potentiel-Étapes*.

### III-1.1 Recherche d'une solution optimale par la méthode *Potentiel-Tâches*

Cette recherche s'appuie sur des tableaux de calculs associés aux différentes tâches d'un projet. Ces calculs s'effectuent dans un ordre qui prend en compte les relations d'antériorité entre tâches. Dans le cadre d'une résolution manuelle, cette prise en compte est plus simple si l'on « place » ces tableaux de calcul directement sur les nœuds correspondants du graphe *Potentiel-Tâches*.

L'établissement préalable de ce graphe *Potentiel-Tâches* est possible directement « par tâtonnement » lorsque le problème posé comporte moins d'une quinzaine de tâches<sup>1</sup>. En pratique, les problèmes réels comportent facilement plusieurs dizaines de tâches et l'établissement du graphe *Potentiel-Tâches* nécessite le remplacement d'un raisonnement intuitif par une démarche méthodique. Celle-ci fait appel au classement des activités par niveaux (§ III-1.1.1). On peut alors établir un graphe (§ III-1.1.2, page 293) sur lequel on effectuera directement des calculs qui mettront en évidence un ensemble de tâches dont l'ordonnancement est imposé si l'on désire que le projet soit exécuté en un temps minimum. Ces tâches sont dites critiques et appartiennent à un (ou plusieurs) chemin(s) critique(s) (§ III-1.1.3, page 294). Pour l'ordonnancement des autres tâches, on dispose d'une certaine « marge de manœuvre » dont l'analyse passe par la détermination préalable de leurs marges totales et marges libres (§ III-1.1.4, page 301). On dispose alors des éléments qui permettent une programmation définitive (§ III-1.1.5, page 303).

Table des matières

#### III-1.1.1 Classement des activités par niveaux

Le niveau d'une tâche correspond au plus grand nombre de tâches rencontrées sur un même itinéraire depuis le début du projet, plus un, ce qui revient à compter le nombre maximal de « générations » jusqu'à cette tâche.

Index thématique

L'algorithme de traitement est le suivant. On place au premier niveau les tâches qui n'ont aucun ancêtre et on marque ces tâches dans la liste des tâches (marquage réalisé en soulignant chaque tâche concernée). Puis, on procède comme suit :

- *Étape 1* : les tâches du nouveau niveau sont les tâches non marquées de la colonne des tâches qui n'ont plus d'ancêtre ; après affectation au nouveau niveau, ces tâches sont marquées à leur tour dans la colonne des tâches ;
- *Étape 2* : on marque, dans la colonne des tâches et celle des ancêtres, les tâches qui viennent d'être affectées au dernier niveau analysé ;
- *Étape 3* : s'il reste des tâches non marquées dans la colonne des tâches, on continue en repartant à l'étape 1, sinon la décomposition en niveaux est terminée.

L'étape 3 permet de mettre en évidence d'éventuelles incohérences dans l'analyse du problème et plus particulièrement celle d'une *circularité causale* (du

3. *Note de la page précédente*. Par exemple, Microsoft a abandonné l'appellation « fallacieuse » de *Pert Chart* pour la remplacer par celle plus exacte de *Network Diagram* dans la version 2000 de son logiciel *Project*, l'un des plus utilisés du marché.

1. De nombreux logiciels proposent maintenant la construction directe à l'écran du graphe. L'expérience montre qu'en l'absence d'une préparation préalable et/ou d'un module de réorganisation graphique, l'analyse visuelle des antériorités s'avère difficile, les flèches allant dans tous les sens.

type: A a pour ancêtre B; B a pour ancêtre C, lequel a pour ancêtre A; les spécialistes des graphes parlent alors de *circuit*) qui conduit à l'impossibilité de mener à son terme l'algorithme proposé. Le **tableau 55** illustre cette démarche sur l'exemple du **tableau 54**, page 276.

TABLEAU 55  
*Itération 1*

Ancêtres	Tâches	Niveau	
		1	
-	A	A	
A	B		
B	C		
C	D		
D, F	E		
C	F		
B	G		
G	H		
H, F	I		
I, E	J		
J, M	K		
-	L	L	
L	M		

Ancêtres	Tâches	Niveau	
		1	
-	<u>A</u>	A	
<u>A</u>	B		
B	C		
C	D		
D, F	E		
C	F		
B	G		
G	H		
H, F	I		
I, E	J		
J, M	K		
-	<u>L</u>	L	
<u>L</u>	M		

Étape 3

Continuer

Table des matières

Index thématique

Tableau 55 (suite)  
*Itération 2*

Ancêtres	Tâches	Niveau	
		1	2
-	<u>A</u>	A	
<u>A</u>	B		B
B	C		
C	D		
D, F	E		
C	F		
B	G		
G	H		
H, F	I		
I, E	J		
J, M	K		
-	<u>L</u>	L	
<u>L</u>	M		M

Ancêtres	Tâches	Niveau	
		1	2
-	<u>A</u>	A	
<u>A</u>	<u>B</u>		B
<u>B</u>	C		
C	D		
D, F	E		
C	F		
<u>B</u>	G		
G	H		
H, F	I		
I, E	J		
<u>J</u> , <u>M</u>	K		
-	<u>L</u>	L	
<u>L</u>	<u>M</u>		M

Étape 3

Continuer

Tableau 55 (suite)  
Itération 3

Étape 1

Ancêtres	Tâches	Niveau		
		1	2	3
-	<u>A</u>	A		
<u>A</u>	<u>B</u>		B	
<u>B</u>	<u>C</u>			C
<u>C</u>	<u>D</u>			
D, F	<u>E</u>			
<u>C</u>	<u>F</u>			
<u>B</u>	<u>G</u>			G
<u>G</u>	<u>H</u>			
H, F	<u>I</u>			
I, E	<u>J</u>			
J, M	<u>K</u>			
-	<u>L</u>	L		
<u>L</u>	<u>M</u>		M	

Étape 2

Ancêtres	Tâches	Niveau		
		1	2	3
-	<u>A</u>	A		
<u>A</u>	<u>B</u>		B	
<u>B</u>	<u>C</u>			C
<u>C</u>	<u>D</u>			
D, F	<u>E</u>			
<u>C</u>	<u>F</u>			
<u>B</u>	<u>G</u>			G
<u>G</u>	<u>H</u>			
H, F	<u>I</u>			
I, E	<u>J</u>			
J, M	<u>K</u>			
-	<u>L</u>	L		
<u>L</u>	<u>M</u>		M	

Étape 3

Continuer

Table des matières

Tableau 55 (suite)  
Itération 4

Étape 1

Ancêtres	Tâches	Niveau			
		1	2	3	4
-	<u>A</u>	A			
<u>A</u>	<u>B</u>		B		
<u>B</u>	<u>C</u>			C	
<u>C</u>	<u>D</u>				D
D, F	<u>E</u>				
<u>C</u>	<u>F</u>				F
<u>B</u>	<u>G</u>			G	
<u>G</u>	<u>H</u>				H
H, F	<u>I</u>				
I, E	<u>J</u>				
J, M	<u>K</u>				
-	<u>L</u>	L			
<u>L</u>	<u>M</u>		M		

Étape 2

Ancêtres	Tâches	Niveau			
		1	2	3	4
-	<u>A</u>	A			
<u>A</u>	<u>B</u>		B		
<u>B</u>	<u>C</u>			C	
<u>C</u>	<u>D</u>				D
D, F	<u>E</u>				
<u>C</u>	<u>F</u>				F
<u>B</u>	<u>G</u>			G	
<u>G</u>	<u>H</u>				H
H, F	<u>I</u>				
I, E	<u>J</u>				
J, M	<u>K</u>				
-	<u>L</u>	L			
<u>L</u>	<u>M</u>		M		

Étape 3

Continuer

Index thématique

Tableau 55 (suite)  
Itération 5

*Étape 1*

Ancêtres	Tâches	Niveau				
		1	2	3	4	5
-	<u>A</u>	A				
<u>A</u>	<u>B</u>		B			
<u>B</u>	<u>C</u>			C		
<u>C</u>	<u>D</u>				D	
<u>D, F</u>	<u>E</u>					E
<u>C</u>	<u>F</u>				F	
<u>B</u>	<u>G</u>			G		
<u>G</u>	<u>H</u>				H	
<u>H, F</u>	<u>I</u>					I
<u>I, E</u>	<u>J</u>					
<u>J, M</u>	<u>K</u>					
-	<u>L</u>	L				
<u>L</u>	<u>M</u>		M			

*Étape 2*

Ancêtres	Tâches	Niveau				
		1	2	3	4	5
-	<u>A</u>	A				
<u>A</u>	<u>B</u>		B			
<u>B</u>	<u>C</u>			C		
<u>C</u>	<u>D</u>				D	
<u>D, F</u>	<u>E</u>					E
<u>C</u>	<u>F</u>				F	
<u>B</u>	<u>G</u>			G		
<u>G</u>	<u>H</u>				H	
<u>H, F</u>	<u>I</u>					I
<u>I, E</u>	<u>J</u>					
<u>J, M</u>	<u>K</u>					
-	<u>L</u>	L				
<u>L</u>	<u>M</u>		M			

*Étape 3*

Continuer

Tableau 55 (suite)  
Itération 6

*Étape 1*

Ancêtres	Tâches	Niveau					
		1	2	3	4	5	6
-	<u>A</u>	A					
<u>A</u>	<u>B</u>		B				
<u>B</u>	<u>C</u>			C			
<u>C</u>	<u>D</u>				D		
<u>D, F</u>	<u>E</u>					E	
<u>C</u>	<u>F</u>				F		
<u>B</u>	<u>G</u>			G			
<u>G</u>	<u>H</u>				H		
<u>H, F</u>	<u>I</u>					I	
<u>I, E</u>	<u>J</u>						J
<u>J, M</u>	<u>K</u>						
-	<u>L</u>	L					
<u>L</u>	<u>M</u>		M				

*Étape 2*

Ancêtres	Tâches	Niveau					
		1	2	3	4	5	6
-	<u>A</u>	A					
<u>A</u>	<u>B</u>		B				
<u>B</u>	<u>C</u>			C			
<u>C</u>	<u>D</u>				D		
<u>D, F</u>	<u>E</u>					E	
<u>C</u>	<u>F</u>				F		
<u>B</u>	<u>G</u>			G			
<u>G</u>	<u>H</u>				H		
<u>H, F</u>	<u>I</u>					I	
<u>I, E</u>	<u>J</u>						J
<u>J, M</u>	<u>K</u>						
-	<u>L</u>	L					
<u>L</u>	<u>M</u>		M				

*Étape 3*

Continuer

Table des matières

Index thématique

Tableau 55 (suite)  
Itération 7

Étape 1								Étape 2								Étape 3		
Ancêtres	Tâches	Niveau							Ancêtres	Tâches	Niveau							
		1	2	3	4	5	6	7			1	2	3	4	5	6	7	
-	A	A						-	A	A								
A	B		B					A	B		B							
B	C			C				B	C			C						
C	D				D			C	D				D					
D, F	E					E		D, F	E					E				
C	F				F			C	F				F					
B	G			G				B	G			G						
G	H				H			G	H				H					
H, F	I					I		H, F	I					I				
I, E	J						J	I, E	J						J			
J, M	K						K	J, M	K									K
-	L	L						-	L	L								
L	M		M					L	M		M							

Fin de traitement

Table des matières

Index thématique

### III-1.1.2 Le graphe *Potentiel-Tâches*

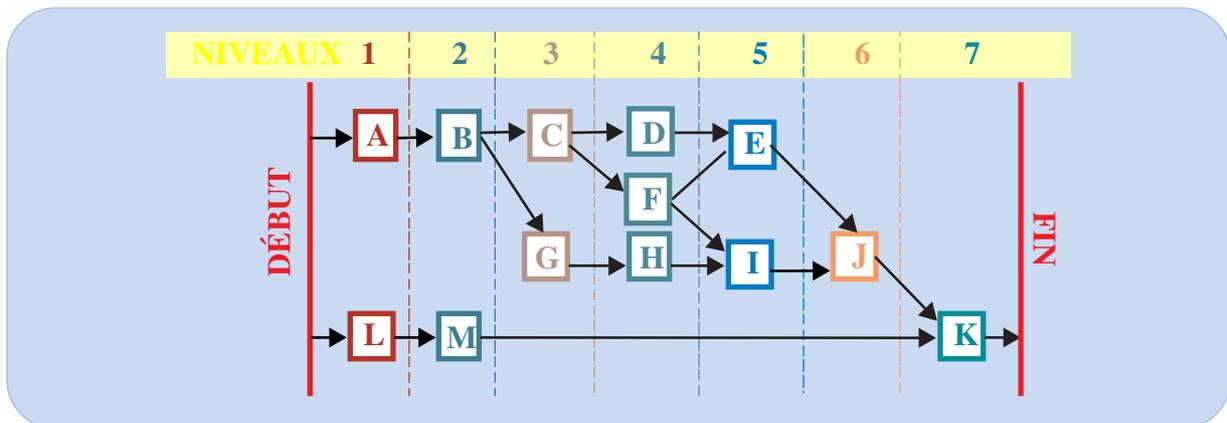
Ce graphe (voir figure 74, page 294) se construit tout simplement en visualisant chaque niveau par une bande verticale et en plaçant, dans chaque niveau, les tâches de ce niveau, puis, en visualisant les contraintes d’antériorité par des flèches (dont la pointe est nécessairement située à droite de son origine). Le début et la fin du travail sont repérés par des traits verticaux. On fait partir du trait vertical de **DEBUT** des flèches qui aboutissent aux tâches de niveau 1 et des tâches sans descendant (qu’elles appartiennent au dernier niveau ou non) partent des flèches qui vont vers le trait de **FIN**<sup>1</sup>. Ceci revient à considérer le début et la fin des travaux comme deux tâches supplémentaires de durée nulle, visualisées autrement que par des cartouches.

La «visualisation des niveaux» n’est pas gardée sur le graphe définitif car elle n’est qu’un procédé de construction méthodique du graphe. Dans la pratique même, on utilise au mieux ce type de représentation pour visualiser d’autres informations. On peut, par exemple, regrouper les opérations qui possèdent une caractéristique commune dans des bandes horizontales ou verticales en suivant des logiques qui n’ont donc rien à voir avec celle des niveaux (selon une démarche décrite à la page 280).

- par responsabilité (tâches relevant de monsieur Durand, tâches relevant de monsieur Dupond, tâches relevant de monsieur Dupond...)
- par centre de production (tâches relevant de l’atelier A, tâches relevant de l’atelier B... ou tâches de terrassement, tâches de gros œuvre...),

1. Un contrôle visuel du graphe doit permettre de déceler l’existence illicite de circuit (que les Anglo-Saxons appellent *looping*) ou de tâches sans descendant ou non reliées au trait FIN (que les Anglo-Saxons appellent *dangling*).

FIGURE 74  
Établissement du graphe par niveau



- par sous-ensemble cohérent sur le plan technique (structures, aménagements...), etc.

La figure 75 illustre ce point, avec utilisation de couleurs.

FIGURE 75  
Adjonction d'informations sur le graphe du projet

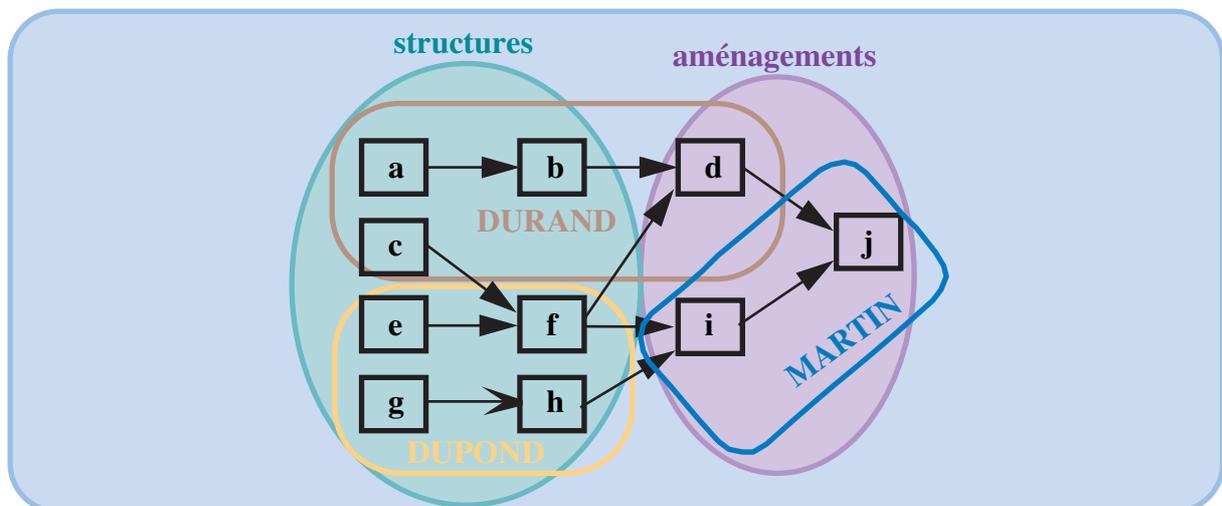


Table des  
matières

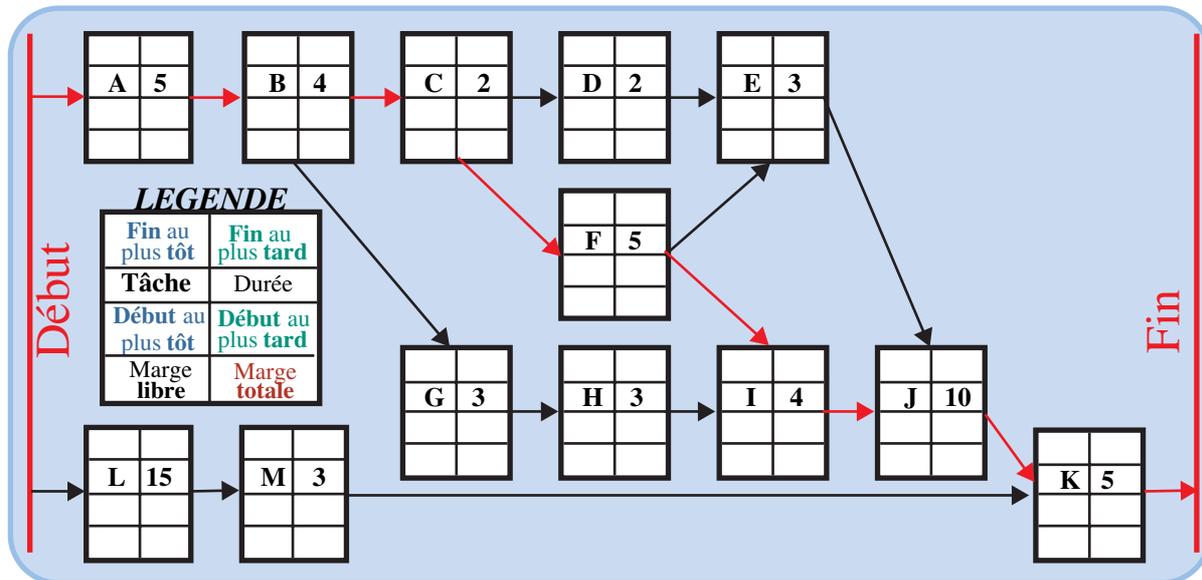
Index  
thématique

### III-1.1.3 Recherche du chemin critique

Sur notre graphe, on appellera **chemin critique** tout itinéraire qui permet d'aller du début du projet à la fin du projet en mettant le temps le plus élevé possible, ce temps étant le cumul des temps opératoires des tâches rencontrées sur ce chemin. La détermination d'un tel chemin s'effectue par le calcul des dates de fin au plus tôt et de fin au plus tard de chaque tâche. Ce calcul est opéré directement sur le schéma de la figure 76, par un remplissage progressif de ses tableaux<sup>1</sup>, en tenant compte des relations d'antériorité.

1. La structure de ces tableaux est parfaitement conventionnelle. Les conventions retenues changent d'une entreprise à l'autre et d'un pays à l'autre et les principaux logiciels permettent de paramétrer la représentation graphique selon les besoins de l'utilisateur.

FIGURE 76  
Préparation du graphe de calcul des dates et marges



### III-1.1.3.1 Les conventions de repérage temporel

La programmation d'un projet, pour être intelligible par tous, doit être présentée en utilisant les conventions calendaires classiques (jour-mois-année) et peut descendre à un niveau plus fin (heure), si nécessaire (notamment en cas d'appel possible à des heures supplémentaires). Cela étant, la date de démarrage du projet est rarement connue lorsque l'on en commence l'analyse. C'est pourquoi, on travaille souvent, dans cette phase de préparation, en prenant pour référence le premier jour d'exécution du projet (jour 1) et en se positionnant relativement par rapport à cette date (par exemple, le jour 3 est le troisième jour depuis le début de l'exécution du projet). Ces **dates relatives** sont exprimées en jours ouvrables, ce qui revient à dire que si le jour 1 est un jeudi, le troisième jour ouvrable sera un lundi, si aucun travail n'est possible durant le week-end. La transcription des dates relatives en **dates calendaires** devra être effectuée ultérieurement, une fois connue la date de début du projet, pour permettre la programmation effective des différentes tâches. Pour des raisons pratiques, on travaillera ici sur des dates relatives.

Le **délai calendaire** est un intervalle exprimé par le rapprochement de deux dates du calendrier. Le **délai arithmétique** mesure ce même intervalle par un nombre d'unités de temps retenu (jour ouvrable, semaine, heure...), cette unité de temps étant parfois désignée sous le nom de quantième.

Il n'est pas rare que la prise en compte de différentes ressources conduise à l'utilisation simultanée de **plusieurs calendriers**. Ce sera le cas, par exemple, d'un projet s'exécutant sur plusieurs pays dont les jours fériés ne coïncident pas ou, plus simplement, d'une activité de séchage de plâtre qui se poursuit en week-end sans la présence d'ouvriers. Par ailleurs, dans certains projets, le temps de travail effectif quotidien peut varier notablement au cours du projet. C'est ainsi que certains metteurs en scène de théâtre ont pris l'habitude de fournir les directives précises pour les costumes et les décors le plus tard possible, en tenant compte du

fait que le personnel mobilisé par ces activités acceptera de travailler en heures supplémentaires, y compris le samedi et le dimanche. On peut ajouter enfin que l'observation montre qu'assez souvent l'efficacité du travail est meilleure en fin de réalisation d'une tâche sous la pression de l'urgence, qu'au début, lorsque l'on a l'impression que l'on dispose de tout le temps voulu.

Un second problème est posé par le *découpage temporel* utilisé. Si une tâche dure exactement 15 minutes et si elle commence à l'instant  $t_1 = \ll 10 \text{ heures } 20 \text{ minutes et } 0 \text{ seconde} \gg$ , il est évident qu'elle s'achèvera à l'instant  $t_2 = \ll 10 \text{ heures } 35 \text{ minutes et } 0 \text{ seconde} \gg$ . Dans ce contexte où les dates correspondent à des instants « fugitifs », la date de fin d'une tâche est égale à sa date de début augmentée de sa durée. Dans la pratique, les dates sont repérées non par des instants ponctuels, mais par des périodes<sup>1</sup>. Dans le cas habituel d'un découpage journalier, une tâche durant 4 jours et débutant au jour  $t = 20$  est réputée commencer au *début* de cette vingtième période, pour s'achever au jour  $t = 23$ , c'est-à-dire à la *fin* de la 23<sup>e</sup> période, ce qui correspond bien à 4 jours de travail. Dans ce contexte où les dates correspondent à des périodes, la date de fin d'une tâche est égale à sa date de début augmentée de sa durée et *diminuée*<sup>2</sup> de 1. Cette convention que nous adopterons est la plus générale et plus compréhensible lorsque l'on passe en dates calendaires (il semble normal qu'une tâche programmée pour débiter un lundi 2 septembre, commence effectivement à la première heure et non à la fin de la dernière heure, c'est-à-dire le lendemain matin).

La finesse du découpage temporel utilisé est liée au niveau de détail retenu dans l'analyse (voir § II-2, page 277), ce qui conduit, dans des approches hiérarchisées, à utiliser des calendriers plus ou moins détaillés en fonction du niveau d'analyse où l'on se place.

### III-1.1.3.2 Calcul des dates au plus tôt de début et de fin de réalisation des tâches (ordonnancement au plus tôt)

On commence par établir l'**ordonnancement au plus tôt** des tâches du projet. Le calcul de la date de début de réalisation au plus tôt des tâches s'effectue progressivement en analysant les tâches du niveau 1, puis, celles du niveau 2... jusqu'à celles du dernier niveau de la façon suivante :

- Pour les tâches de *niveau 1*, la date de début au plus tôt est 1, puisque la date de début se calcule en tenant compte du fait qu'une tâche commence à être exécutée au tout début de la première période où elle est programmée, et la date de fin au plus tôt correspond nécessairement à la durée de la tâche, puisque la date de fin se calcule en tenant compte du fait qu'une tâche reste en cours d'exécution jusqu'à la fin de la dernière période où elle est programmée.
- Pour les tâches des niveaux supérieurs, tout dépend du nombre d'ancêtres de ces tâches :

1. Sauf dans les approches simulatoires si les durées sont décrites par des variables aléatoires continues, auquel cas on travaille généralement avec un repérage temporel de type « instant ponctuel » et non de type « période ».

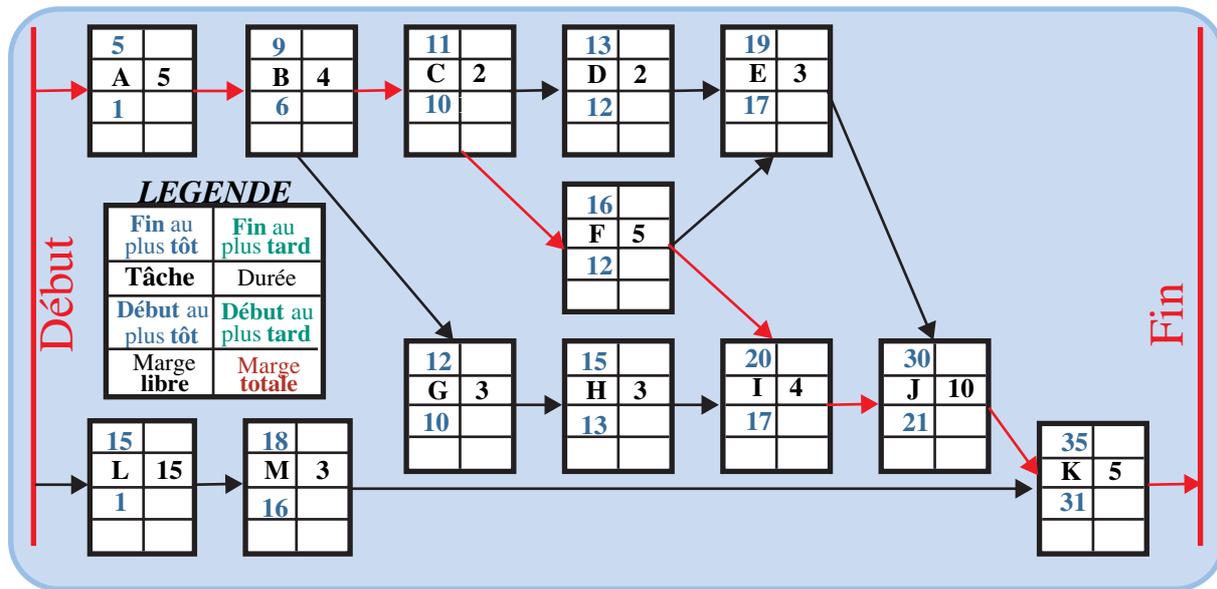
2. Ce qui, formellement, rappelle les bons vieux problèmes de piquets et d'intervalles de l'enseignement primaire !

- Lorsque la tâche n'a qu'**un seul ancêtre**, la date de début au plus tôt est égale à la date de fin au plus tôt de l'ancêtre + 1 et la date de fin au plus tôt est égale à la date de fin au plus tôt de la tâche-ancêtre, augmentée de son propre temps d'exécution (ou encore, à sa date de début au plus tôt, augmentée de sa durée et diminuée de 1). Dans notre exemple, la tâche C n'a qu'un ancêtre, la tâche B se termine au plus tôt le neuvième jour et la tâche C a un temps d'exécution de deux jours. On a donc une date de fin au plus tôt de  $9 + 2 = 11$  jours (ou encore  $10 + 2 - 1 = 11$  jours).
- Lorsque la tâche a **plusieurs ancêtres**, on procède comme précédemment en privilégiant l'ancêtre dont la *date de fin* au plus tôt est *la plus tardive*, sinon, il y aurait nécessairement violation d'une contrainte d'antériorité. Dans notre exemple la tâche E a 2 ancêtres (les tâches D et F) et ne débute qu'une fois terminée ces deux tâches; si la tâche F se termine au plus tôt le 16<sup>e</sup> jour et la tâche D le 13<sup>e</sup> jour, il est évident que ce qui conditionne le début de E, c'est la fin de F et que E débutera donc au plus tôt le 17<sup>e</sup> jour, pour se terminer au plus tôt le 19<sup>e</sup> jour.
- Lorsque la tâche est, en outre, soumise à une **contrainte de localisation temporelle** de type «début au plus tôt», on retient la plus tardive des dates calculées selon les principes développés aux alinéas précédents, sauf si elle est antérieure à la date de début au plus tôt, que l'on retient alors<sup>1</sup>. S'il s'agit d'une contrainte de localisation temporelle de type «fin au plus tard», on retient la plus tardive des dates calculées selon les principes développés aux alinéas précédents et si la date de fin au plus tôt qui en résulte est postérieure à celle de la contrainte de localisation temporelle, on est alors en présence d'un problème sans solution, ce qui conduit à le modifier (révision des durées et des contraintes potentielles).
- Lorsqu'un **recouvrement** (ou chevauchement) de durée  $\tau$  est autorisé entre une tâche  $j$  et son ancêtre  $i$  ( $\tau$  étant inférieur à la durée de la tâche  $j$ ), la date de fin au plus tôt de  $j$  est égale à celle de son ancêtre  $i$ , augmentée de son propre temps d'exécution et diminuée de la durée  $\tau$  du recouvrement autorisé. Par exemple, si un recouvrement de  $\tau = 2$  jours est autorisé entre la tâche M (de durée 3 jours) et son ancêtre la tâche L (se terminant au plus tôt le 15<sup>e</sup> jour), la tâche M se terminera au plus tôt le 16<sup>e</sup> jour ( $15 + 3 - 2 = 16$ ), ce qui conduit bien à une exécution simultanée de L et M, les 14<sup>e</sup> et 15<sup>e</sup> jour. Si la tâche  $j$  a plusieurs ancêtres (avec lesquels des recouvrements sont, ou non, possibles), c'est la plus tardive des dates de fin au plus tôt possibles qui sera retenue.

De proche en proche on détermine ainsi, sur la [figure 77](#), que la date de fin au plus tôt de la tâche K, dernière tâche à être réalisée, est le 35<sup>e</sup> jour ouvrable. Le temps total d'exécution du projet ne saurait donc être inférieur à cette valeur, et tout ordonnancement aboutissant à une exécution du projet en 35 jours doit être considéré comme optimal, compte tenu du critère de jugement de la minimisation de la durée du projet.

1. On peut expliciter cette contrainte potentielle (que certains logiciels ne gèrent pas) en créant une tâche fictive  $i$ , ancêtre de  $j$  et dont la durée  $d_j$  est égale à la «période gelée».

FIGURE 77  
Calcul des dates au plus tôt



Si plusieurs tâches n'ont pas de descendant (et sont donc reliées au trait de fin), il est évident que la durée minimale d'exécution du projet est égale à la plus grande des dates de fin au plus tôt de ces tâches.

L'un de ces ordonnancements possibles est l'ordonnement au plus tôt qui vient d'être trouvé, mais un tel ordonnancement peut poser des problèmes dans l'utilisation des facteurs de production (non disponibilité, acquisition inutilement précoce de certaines ressources productives...) qui peuvent s'atténuer avec un ordonnancement différent ayant les mêmes performances (c'est-à-dire la même valeur du critère retenu, ici la date d'achèvement du projet). Pour apprécier la marge de manœuvre dont on dispose, nous allons déterminer l'**ordonnement au plus tard** qui découle du calcul des dates au plus tard de fin de réalisation des tâches (cf. § III-1.1.3.3). La programmation des tâches pour lesquelles les dates de début et de fin au plus tôt et au plus tard coïncident, est *imposée* si l'on veut respecter la durée minimale d'achèvement du projet. Pour les autres tâches, il faudra affiner l'information avec l'introduction des notions de marge totale et de marge libre que nous présenterons par la suite.

### III-1.1.3.3 Calcul des dates au plus tard de réalisation des tâches et ordonnancement au plus tard

Ce calcul ne peut s'effectuer que si le calcul des dates de fin au plus tôt des tâches a été préalablement mené à son terme, puisqu'il faut connaître la durée minimale d'exécution du projet. Ce calcul, contrairement au précédent, s'effectue progressivement en remontant le temps, c'est-à-dire en traitant les tâches du dernier niveau, puis celles de l'avant dernier niveau..., jusqu'à celles du premier niveau (lecture de droite à gauche du graphique).

La date de fin au plus tard des opérations qui n'ont plus de descendant (dans notre exemple, seule la tâche K répond à cette définition) est la durée totale minimale du projet (ici 35 jours). On procède ensuite comme suit:

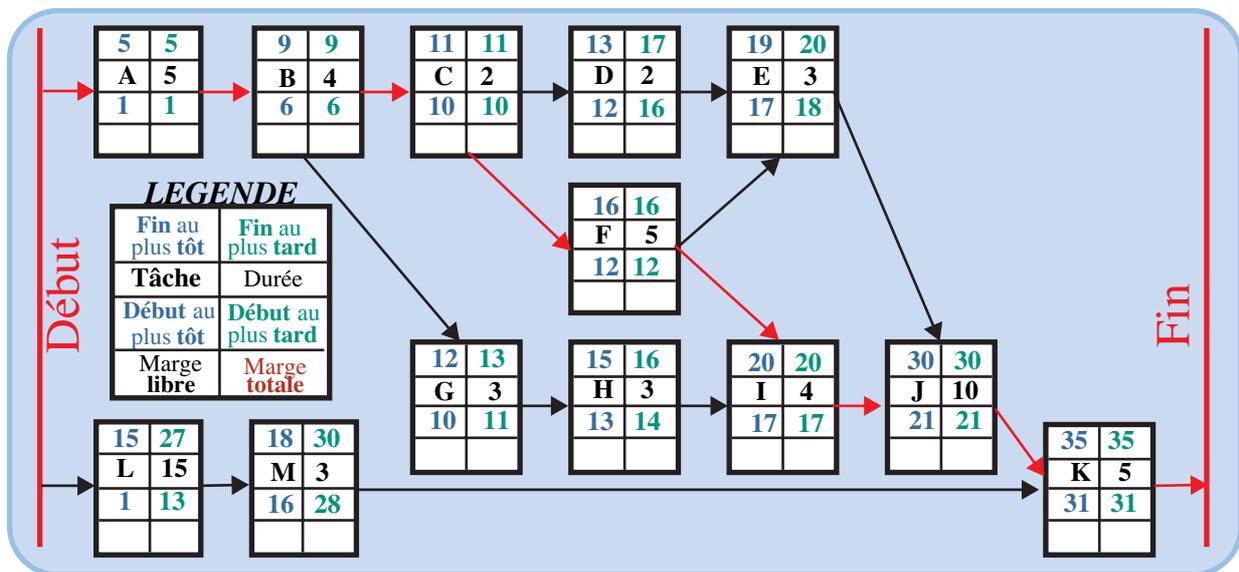
- Lorsque la tâche  $i$  n'a qu'un **seul descendant**  $j$ , sa date de fin au plus tard est égale à la date de fin au plus tard de ce descendant, diminuée du temps d'exécution  $d$  de ce descendant. Par exemple la tâche E n'a qu'un seul descendant (tâche J), sa date de fin au plus tard est donc 30, date de fin au plus tard de J, moins 10, temps opératoire de la tâche J, ce qui donne 20 comme date de fin au plus tard de E.
- Lorsque la tâche a **plusieurs descendants**, on se ramène au cas précédent en privilégiant le descendant qui donne la date *la plus précoce* de début au plus tard, faute de quoi on autoriserait des ordonnancements conduisant à une date d'achèvement postérieure à la date minimale trouvée. Par exemple, la tâche F a deux descendants (E et I), sa date de fin au plus tard peut être  $20 - 3 = 17$  si l'on privilégie E, ou  $20 - 4 = 16$  si l'on privilégie I; la date la plus précoce étant 16, c'est cette date-là qui sera retenue comme date de fin au plus tard de F.
- Les **dates de début au plus tard** se déduisent des dates de fin au plus tard, en leur retranchant la durée de la tâche, préalablement diminuée de 1.
- Lorsque la tâche est, en outre, soumise à une **contrainte de localisation temporelle** de type «début au plus tôt», on ne doit pas avoir de problème puisque cette contrainte a été prise en compte dans les calculs de dates au plus tôt et que la date de début au plus tard ne peut être antérieure à celle de début au plus tôt (cf. page 297). S'il s'agit d'une contrainte de localisation temporelle de type «fin au plus tard», on retient la plus précoce des dates calculées selon les principes développés aux alinéas précédents et si cette date est postérieure à celle de la contrainte de localisation temporelle, on retient cette dernière (qui ne peut être antérieure à la date de fin au plus tôt, compte tenu de ce qui a été dit au page 297).

Table des matières

Index thématique

On en tire le schéma de la figure 78.

FIGURE 78  
Calcul des dates au plus tard

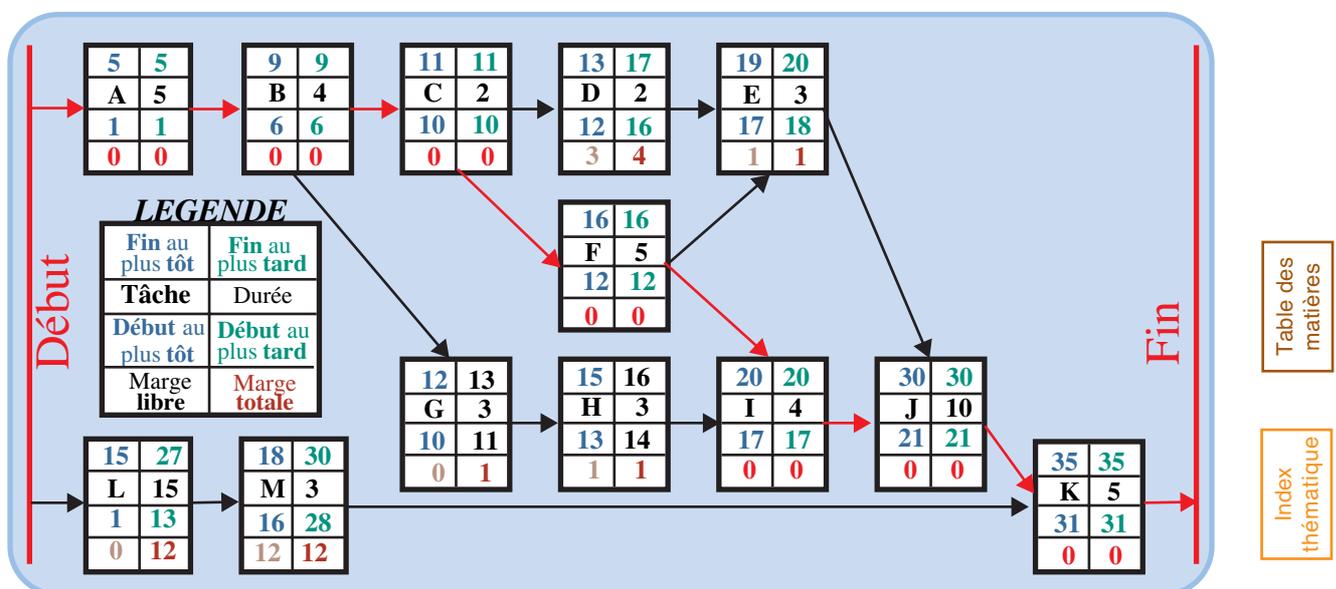


Les tâches A, B, C, F, I, J et K ont la même date de fin au plus tard et de fin au plus tôt. Elles sont appelées **tâches critiques** parce qu'on ne dispose d'aucun

degré de liberté dans leur ordonnancement et que tout retard dans leur achèvement remet en cause la possibilité de réaliser le projet sur la durée minimale trouvée. Le « chemin » du graphe qui ne passe que par des tâches-critiques est dit **chemin critique** (d'où le nom de méthode du chemin critique donné parfois à cette approche). Il est possible d'avoir plusieurs chemins critiques. Habituellement, le chemin critique est repéré sur le graphe en épaississant les arcs qui le constituent.

L'ordonnancement des tâches critiques est donc imposé, mais qu'en est-il de celui des autres tâches? Si l'on ne s'intéresse qu'à une seule tâche, la marge de manœuvre dont on dispose est donnée par la différence entre la date de fin au plus tard et celle de fin au plus tôt (ou le début au plus tard et le début au plus tôt), et que l'on appelle marge totale de la tâche<sup>1</sup>. Cette marge totale est calculée à la **figure 79** (on ne se préoccupera pas pour l'instant des marges libres portées également dans ce graphe).

FIGURE 79  
Calcul des marges

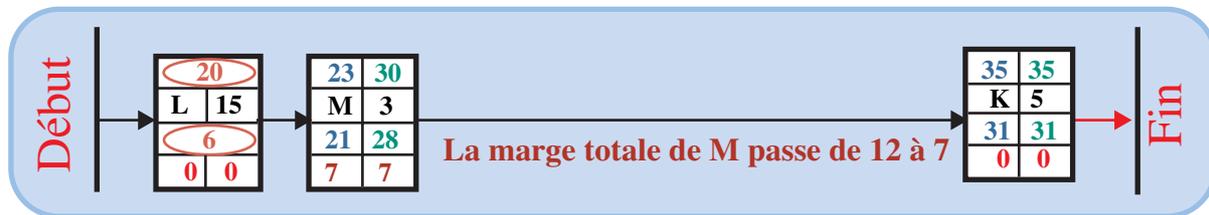


La **marge totale** mesure le degré de liberté dont on dispose pour programmer cette tâche sans remettre en cause la durée d'exécution minimale du projet. Autrement dit, c'est l'intervalle de temps dont on peut éventuellement retarder le début d'exécution d'une tâche programmée au plus tôt, sans qu'il y ait de répercussion sur la date minimale d'achèvement du projet. On peut encore interpréter la marge totale comme l'allongement maximal de la durée de la tâche que l'on peut accepter, sans qu'il y ait de répercussion sur la date minimale d'achèvement du projet. Cet indicateur ne peut être pris en compte pour plusieurs tâches non critiques simultanément. En effet, *l'utilisation de cette « marge de manœuvre » pour programmer une tâche non critique peut éventuellement restreindre les degrés de liberté d'autres tâches non critiques*, ce qui implique qu'une fois décidée l'utilisation d'une partie de la marge totale d'une tâche non critique, il faille recalculer la marge totale des autres tâches non critiques et non

1. que les Anglo-Saxons appellent *total float*, même si certains auteurs d'ouvrages ou de logiciels utilisent abusivement le terme de *slack* à la place de celui de *float* (le *slack* étant un concept peu utilisé qui est associé à l'événement, défini au § III-1.2, page 307, et non à la tâche).

encore programmées, ce qu'illustre la figure 80, où la programmation de la tâche L vient d'être fixée (les dates au plus tôt et au plus tard coïncident alors et les marges, mises à 0 parce que sans objet).

FIGURE 80  
Illustration de la portée de la marge totale



### III-1.1.4 Les notions de marge libre et de marge indépendante d'une tâche

Le calcul de marges totales des tâches non critiques et non encore programmées est donc normalement à opérer après chaque programmation d'une tâche non critique. Ce principe connaît une exception lorsque l'on utilise la marge libre ou la marge indépendante de la tâche qui vient d'être programmée. Examinons ces possibilités en nous appuyant sur un exemple, illustré par la figure 81, page 302.

Supposons que la tâche D soit programmée les jours 16 et 17 ; la tâche E débute alors au plus tôt le 18<sup>e</sup> jour (alors qu'avant elle était conditionnée par la réalisation préalable de F) et sa date de fin au plus tôt est 20 : la marge totale de E a donc été réduite à zéro du fait de l'utilisation complète de la marge totale de D dans la programmation définitive de cette dernière tâche et sa programmation est imposée (la tâche E devient alors critique du fait de la programmation de D). Supposons maintenant que l'on décide d'exécuter cette tâche D les 15<sup>e</sup> et 16<sup>e</sup> jour (au lieu des jours 16 et 17), la tâche E, compte tenu de la date de fin au plus tôt de la tâche F, débute alors au plus tôt le 17<sup>e</sup> jour et sa marge totale reste intacte. Cet exemple montre que l'utilisation d'une marge totale peut ou non avoir des conséquences sur la marge totale d'autres tâches.

Il est donc possible de jouer sur une partie de la marge totale sans diminuer la marge totale d'autres tâches du projet. Si l'on considère que les ancêtres et les descendants de la tâche sont programmés au plus tôt, on définit une partie de la marge totale de la tâche, que l'on qualifie de **marge libre** et qui est égale à la différence entre :

- la date de début au plus tôt du descendant (ou à la plus précoce de ces dates si la tâche a plusieurs descendants), moins 1,
- et sa date de fin au plus tôt.

à condition que cette différence soit positive, sinon la marge libre est nulle.

Les implications pratiques de ce concept sont les suivantes :

- Si cette différence est positive, un retard dans la programmation de la tâche par rapport à une programmation au plus tôt n'a aucune conséquence tant que ce retard n'excède pas cette marge libre.
- Cette marge libre est une partie de la marge totale et peut aller de zéro à la valeur prise par la marge totale<sup>1</sup>.

FIGURE 81  
Illustration du concept de marge libre

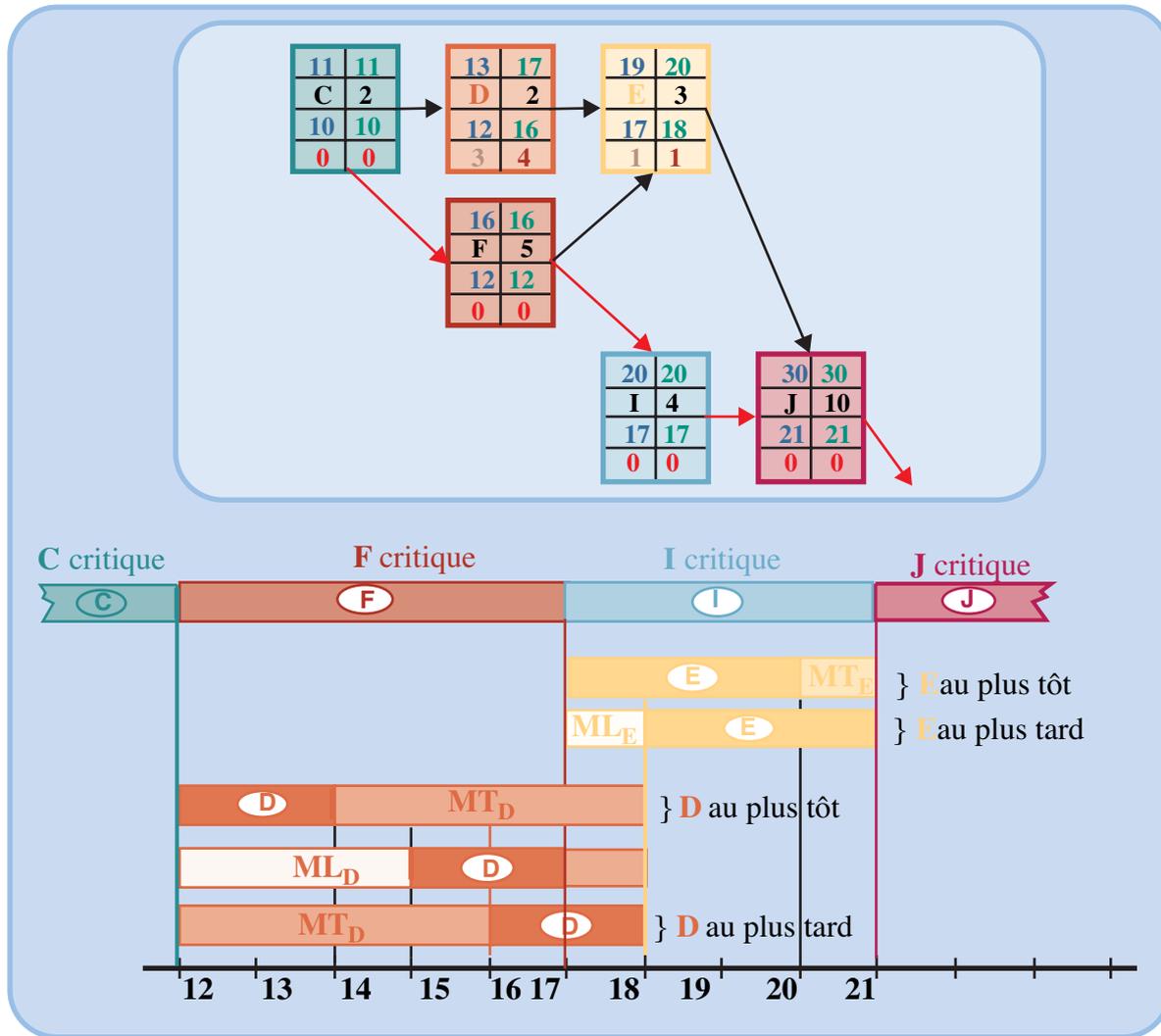


Table des matières

Index thématique

- Une tâche dont la marge totale est nulle a donc nécessairement une marge libre nulle. Si une tâche  $i$  se termine au plus tard à la date  $t$  et si son descendant débute au plus tôt à la date  $t + 1$ , aucun jour ouvrable ne sépare la fin de  $i$  du début de  $j$ . Dans notre exemple, les marges libres sont toutes nulles sauf celle des tâches D, E; H et M.
- Si l'utilisation d'une marge libre d'une tâche non critique n'affecte pas la marge totale des tâches non critiques dont elle est l'ancêtre, il n'en est pas forcément de même de celle des tâches non critiques dont elle est le descendant direct ou indirect (à condition qu'aucune tâche critique ne vienne s'interposer). Pour s'en persuader, il suffit de voir sur la [figure 81](#), que si l'on définit la programmation de E avant celle de D et si, pour ce faire, on utilise la marge libre de E (qui débute donc le 17<sup>e</sup> jour), on diminue alors la marge

1. *Note de la page précédente.* En effet, par définition, la marge totale est la différence entre la date de fin au plus tard et celle de fin au plus tôt alors que la marge libre est la différence entre la date de début au plus tôt du successeur, moins 1, et la date de fin au plus tôt de la tâche étudiée; cette dernière valeur ne saurait être postérieure à la date de début au plus tôt du successeur sans violer la relation d'antériorité.

totale de D qui passe de 4 à 3 jours. Cette remarque conduit à pousser encore l'analyse de la marge.

Si l'on considère que les ancêtres de la tâche sont programmés au plus tard (et non au plus tôt comme précédemment) et ses descendants, au plus tôt, on définit une partie de la marge libre de la tâche, que l'on qualifie de **marge indépendante** et qui est égale à la différence entre :

- la date de début au plus tôt du descendant (ou la plus précoce de ces dates si la tâche a plusieurs descendants), moins 1,
- et la date de fin au plus tard de son ancêtre (ou la plus tardive de ces dates, si la tâche a plusieurs ancêtres) augmentée de la durée de la tâche,

à condition que cette différence soit positive, sinon la marge indépendante est nulle.

Dans notre exemple, la marge indépendante de E est nulle et celle de D est de 3 jours. Cette marge indépendante est moins utilisée que la marge libre, dans la mesure où la programmation des tâches s'effectue le plus souvent par ordre croissant de niveau.

Ces informations consignées dans la [figure 79, page 300](#), se transforment en informations plus directement exploitables si la date de début du projet est fixée. Pour un projet commençant au 2 janvier 2002, la conversion en dates calendaires (cf. § III-1.1.3.1, [page 295](#)) conduit au tableau de la [figure 82](#). Ces éléments de programmation sont maintenant à exploiter.

FIGURE 82

*Éléments de programmation finale*

N°	Nom de la tâche	Début	Fin	Début repoussé au plus tard le	Fin repoussée au plus tard le	Marge libre	Marge totale
1	A-Terrassement	Mer 02/01/02	Mar 08/01/02	Mer 02/01/02	Mar 08/01/02	0 jour	0 jour
2	B-Fondations	Mer 09/01/02	Lun 14/01/02	Mer 09/01/02	Lun 14/01/02	0 jour	0 jour
3	C-Charpente verticale	Mar 15/01/02	Mer 16/01/02	Mar 15/01/02	Mer 16/01/02	0 jour	0 jour
4	D-Charpente toiture	Jeu 17/01/02	Ven 18/01/02	Mer 23/01/02	Jeu 24/01/02	3 jours	4 jours
5	E-Couverture	Jeu 24/01/02	Lun 28/01/02	Ven 25/01/02	Mar 29/01/02	1 jour	1 jour
6	F-Maçonnerie	Jeu 17/01/02	Mer 23/01/02	Jeu 17/01/02	Mer 23/01/02	0 jour	0 jour
7	G-GO plomberie/électricité	Mar 15/01/02	Jeu 17/01/02	Mer 16/01/02	Ven 18/01/02	0 jour	1 jour
8	H-Dalle béton	Ven 18/01/02	Mar 22/01/02	Lun 21/01/02	Mer 23/01/02	1 jour	1 jour
9	I-Chauffage	Jeu 24/01/02	Mar 29/01/02	Jeu 24/01/02	Mar 29/01/02	0 jour	0 jour
10	J-Plâtre	Mer 30/01/02	Mar 12/02/02	Mer 30/01/02	Mar 12/02/02	0 jour	0 jour
11	K-Finitions	Mer 13/02/02	Mar 19/02/02	Mer 13/02/02	Mar 19/02/02	0 jour	0 jour
12	L-Achat machine	Mer 02/01/02	Mar 22/01/02	Ven 18/01/02	Jeu 07/02/02	0 jour	12 jours
13	M-Réception essais	Mer 23/01/02	Ven 25/01/02	Ven 08/02/02	Mar 12/02/02	12 jours	12 jours

Table des matières

Index thématique

### III-1.1.5 Programmation effective du projet

L'existence de tâches non critiques implique qu'il existe plusieurs solutions d'ordonnancement ayant la même performance, c'est-à-dire la même date minimale d'achèvement du projet. Pour être précis, dans notre exemple, il existe 1274 ordonnancements possibles conduisant à une durée d'exécution du projet en 35 jours. Cette valeur est le produit du nombre d'ordonnements possibles sur chaque chemin non critique (soit, de haut en bas<sup>1</sup>,  $9 \times 3 \times 91 = 2457$ ). La programmation définitive du projet s'effectuera en fonction de principes généraux de prudence et d'économie.

Le premier principe peut être qualifié de **principe de prudence**. L'existence d'aléas divers incite à programmer au plus tôt les tâches non critiques ou plus exactement assez tôt pour que cette programmation conduise à des marges totales suffisantes pour absorber d'éventuels aléas. En cas de réintroduction, à ce stade,

des contraintes disjonctives et cumulatives, on a d'autant plus de chances de «tenir» le temps d'achèvement minimal que l'on ordonnance au plus tôt les tâches non critiques. Ce principe de prudence conduit à qualifier parfois de **tâches subcritiques**, les tâches dont la marge totale est considérée comme faible par rapport aux aléas susceptibles de se produire. Ces tâches subcritiques sont à ordonnancer au plus tôt. La qualification de «subcritique» est une affaire d'appréciation par le responsable du projet mais certains logiciels proposent de considérer comme telles, toutes les tâches dont la marge totale est inférieure à un seuil défini arbitrairement par l'utilisateur. On verra au § III-3, page 325, comment on peut affiner cette notion en introduisant une approche aléatoire du problème dans laquelle on calcule, pour chaque tâche une probabilité d'être critique, ce qui conduit à considérer arbitrairement comme subcritiques les tâches qui ont, par exemple, au moins 90 % d'être critique.

Le second principe peut être qualifié de **principe d'économie**. L'exécution d'une tâche est normalement consommatrice de ressources diverses. La date d'acquisition de certaines ressources spécifiques peut être conditionnée par la date de programmation de la tâche. Deux cas de figure sont alors à distinguer.

- Il peut s'agir tout d'abord de ressources que l'on peut considérer comme payées au temps de présence dans l'entreprise à partir du moment où elles sont acquises et pour une durée qui excède celle de la tâche; ce sera le cas, par exemple, d'une embauche de personnel ou de la passation d'un contrat de location de longue durée. Dans ce cas, une programmation au plus tôt génère des dépenses inutiles.
- Il peut s'agir de ressources consommées (matières premières ou composants); dans ce cas, il peut exister un coût d'opportunité associé à un achat précoce (agios bancaires, par exemple). La préoccupation d'économie incitera à une programmation au plus tard.

Les points de vue de prudence et d'économie sont donc largement antinomiques et le gestionnaire du projet devra arbitrer. Cet arbitrage se complique par le fait que, bien souvent, le principe d'économie prévaut pour une tâche non critique et que c'est le principe de prudence qui doit être privilégié pour son descendant également non critique. Plusieurs idées sont exploitables, étant entendu que le travail d'ordonnement doit tenir compte de l'ensemble des contraintes, et pas seulement des contraintes potentielles:

- On a souvent intérêt<sup>1</sup> à mutualiser les risques et donc à chercher à partir d'estimation de durées plutôt optimistes<sup>2</sup> puis à:

1. *Note de la page précédente.* Le dénombrement 9 correspond aux 4 x 2 cas de figure correspondant à la combinaison de l'événement «D finissant le 13<sup>e</sup> ou 14<sup>e</sup> ou 15<sup>e</sup> ou 16<sup>e</sup> jour» et de l'événement «E commençant le 17<sup>e</sup> ou le 18<sup>e</sup> jour» + «D finissant le 17<sup>e</sup> jour et E commençant le 18<sup>e</sup> jour». Le dénombrement 3 correspond aux événements «G finissant le 12<sup>e</sup> jour et H commençant le 13<sup>e</sup> jour» ou «G finissant le 12<sup>e</sup> jour et H commençant le 14<sup>e</sup> jour» ou «G finissant le 13<sup>e</sup> jour et H commençant le 14<sup>e</sup> jour». Le dénombrement 91 correspond aux possibilités de programmations de L et de M, sachant que l'on commence par une programmation au plus tôt de L, combinée avec les 13 possibilités de programmation de M, puis que l'on passe à une programmation de L s'achevant le 16<sup>e</sup> jour combinée avec 12 possibilités de programmation de M, puis que l'on passe à une programmation de L s'achevant le 17<sup>e</sup> jour combinée avec 11 possibilités de programmation de M..., ce qui donne 13 + 12 + 11 + ... + 1 = 91.

- mettre un **tampon** entre la date de fin du projet et celle des tâches sans descendant<sup>1</sup>, ce qui correspond à une assurance globale du projet visant à titre principal, l'ensemble des tâches critiques,
- à considérer chaque chemin non critique en mettant un tampon entre le dernier descendant non critique du chemin et son propre descendant, lequel ne peut être qu'une tâche critique; ce tampon correspond à une mutualisation du risque du chemin non critique; reste à programmer les tâches de ce chemin non critique.
  - . Certains spécialistes<sup>2</sup> recommandent alors de faire une programmation au plus tard des tâches du chemin non critique, en se calant sur le début de la période tampon qui vient d'être définie. Dans ces conditions, un dépassement de durée d'une tâche non critique ayant des répercussions sur son descendant, il convient de mettre en place un système alertant les acteurs-métiers responsables de la tâche suivante, de l'imminence de la fin de la tâche en cours (qu'il y ait ou non retard), si ces acteurs-métiers ne sont pas les mêmes<sup>3</sup>. En tout état de cause, ce système d'alerte est judicieux à généraliser pour permettre une meilleure gestion des ressources.
  - . En dépit du système d'alerte, cette programmation au plus tard préconisée ci-dessus peut conduire à de fréquentes remises en cause des dates de début qui peuvent s'avérer assez perturbantes, en particulier lorsque l'entreprise se gère massivement par projet. En effet, une énergie et un temps non négligeables sont alors consacrés à gérer l'impact des changements de dates. Il est alors judicieux, si les marges totales des tâches du chemin non critique sont suffisantes, de prévoir entre chaque tâche un tampon dont la taille est liée aux risques encourus. Si les durées sont respectées, le système d'alerte est utilisé pour prévenir les acteurs chargés de l'exécution de tâches non critiques en aval, de la possibilité de commencer plus tôt, ce qui crée des marges de manœuvre localement pour des acteurs-métiers qui doivent travailler simultanément sur plusieurs projets.

- 
1. *Note de la page précédente.* Ces bonnes pratiques, bien connues des spécialistes, ont été «théorisées» en prenant appui sur la théorie des contraintes développée par Goldratt (voir aussi la note de la [page 386](#)), l'écrit le plus clair sur ce thème étant celui de Newbold (1998, [316]). Ce courant, s'appuie sur un «nouveau» concept, celui de la **chaîne critique**, qui n'est autre que celui du chemin critique lorsqu'on l'utilise correctement en présence de contraintes cumulatives, sachant ***L'introduction de ces contraintes accroît le nombre de tâches critiques et conduit à créer des chemins critiques partant de tâches non critiques.*** Bon nombre d'utilisateurs (et quelques logiciels, à travers leurs calculs de marges) considèrent à tort comme critiques, les seules tâches considérées comme telles dans le problème d'ordonnancement n'intégrant que des contraintes potentielles. Nous reviendrons sur ce point à la [page 315](#).
  2. *Note de la page précédente.* Le lecteur est incité à revoir, à ce propos, les causes d'allongement de durée décrites au § II-2.2, [page 279](#), et en particulier celles liées au parallélisme souvent utilisé dans la gestion multi-projet des acteurs-métiers.
    1. Ce qui revient à majorer la durée minimale d'exécution du projet calculée sur la base des durées optimistes.
    2. En particulier ceux du courant de la chaîne critique; ce tampon est appelé *feeding buffer* dans cette littérature.
    3. Le courant de la chaîne critique qualifie de mise en place de tampons sur les ressources (*resource buffer*) ce délai minimal de transmission de l'information de l'arrivée d'une tâche. En toute rigueur, il ne s'agit pas, à proprement parler d'un tampon, c'est-à-dire d'un laps de temps dont on peut disposer en cas de retard de certaines tâches et permettant de maintenir la date d'achèvement du projet, si ce retard n'excède pas ce laps de temps.

- Cette vision privilégie le principe de prudence mais, par la programmation au plus tard qu'elle préconise, elle ne « malmène » pas le principe d'économie.
- Dans l'exploitation des marges, il faut tenir compte du calendrier (ce qui suppose déterminée la date de début du projet) pour tenir compte de vacances, fluctuations d'activité..., lors de la programmation de certaines tâches non critiques.
  - On peut avoir intérêt à simplifier l'ordonnancement effectif du projet en essayant de constituer deux ou trois groupes de tâches sur une base organisationnelle et chercher à gérer de manière autonome l'ordonnancement de chaque groupe. Cette indépendance n'est possible que lorsqu'aucune relation d'antériorité ne porte entre deux tâches non critiques (et non encore programmées) appartenant à deux groupes différents. Si l'analyse montre qu'il n'y a pas indépendance, il faut alors commencer par s'intéresser à la programmation de l'une des deux tâches de chacune des paires de tâches repérées.

L'application de ces principes conduit à une vision empirique mais raisonnée de la programmation, dans laquelle le logiciel d'ordonnancement intervient en aide par sa capacité à prendre en compte les conséquences d'un ensemble de décisions et à faciliter le repérage des tâches non critiques. La [figure 83](#), résume la démarche de programmation finale.

FIGURE 83  
*Utilisation des marges*

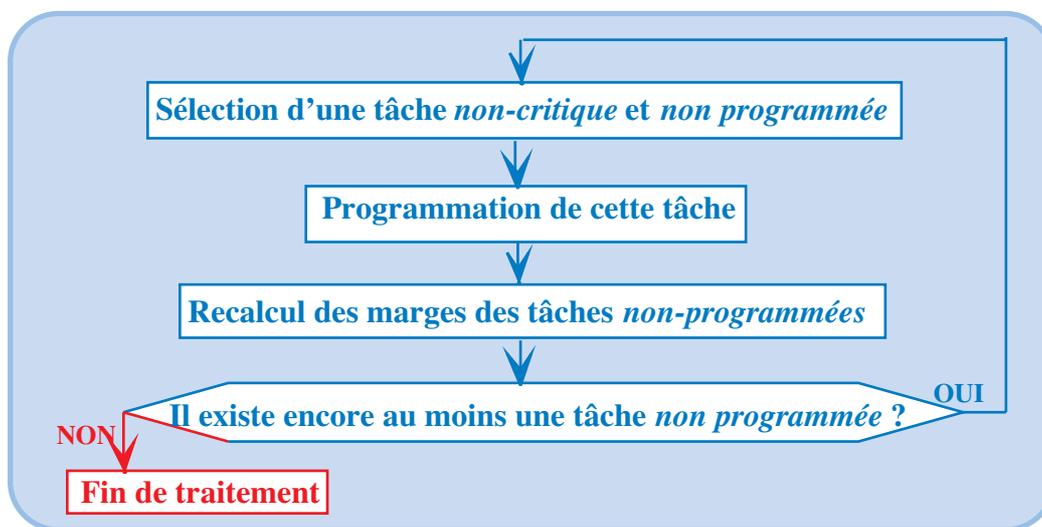


Table des  
matières

Index  
thématique

### III-1.1.6 Présentation des résultats

Le graphe *Potentiel-Tâches* est l'instrument privilégié d'aide à la définition d'un problème d'ordonnancement, en appui de l'organigramme des tâches (cf. [§ II-2.1, page 277](#)), dans la mesure où il force les acteurs du projet à expliciter les relations entre les tâches et facilite la mise au point d'un ordonnancement définitif.

Une fois l'ordonnancement décidé, il vaut mieux transmettre les décisions prises sous la forme d'un graphique de Gantt<sup>1</sup>. Ce type de représentation est classiquement utilisé en ordonnancement pour décrire l'occupation des ressources par

1. sur lequel on reviendra au [chapitre V, § I-1.1.1.2, page 365](#).

les ordres de fabrication (OF) grâce à un repérage de l'OF, sur la ligne correspondant au centre, par un segment de droite dont la longueur est proportionnelle au temps d'occupation du centre. Lorsque l'on utilise ce type de graphique en gestion de projet, la notion de ressource est remplacée par celle de tâche et cette représentation est connue sous le nom de *graphique de Gantt* ou de *diagramme de Gantt* ou de *diagramme à barre*. La figure 84 illustre ces deux types d'utilisation.

FIGURE 84

*Comparaison du Gantt Ressources et du Gantt Tâche*

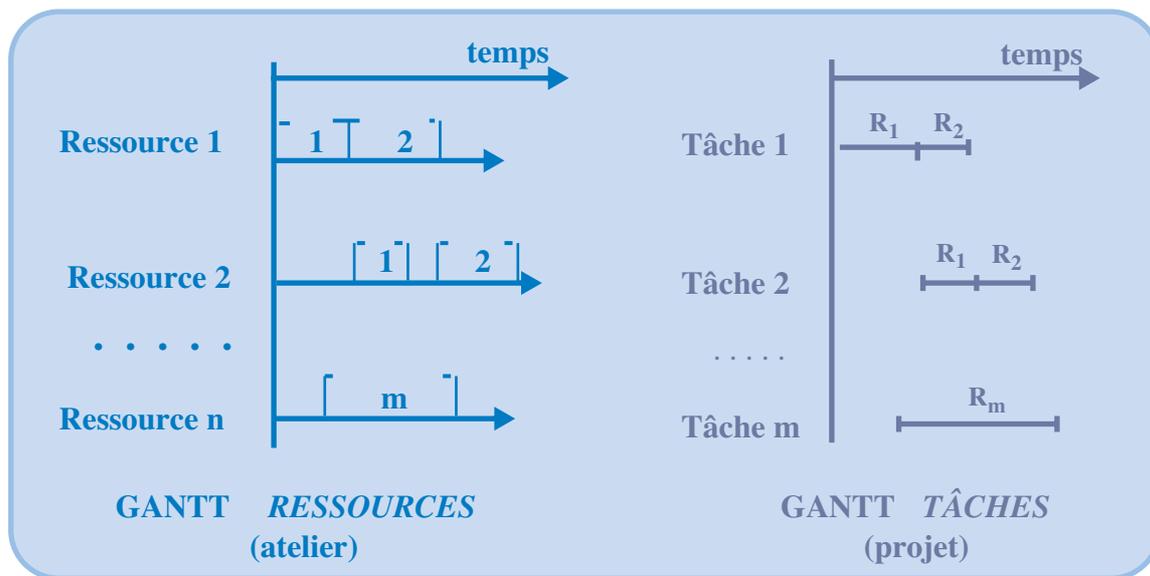


Table des matières

Index thématique

De nombreux logiciels d'ordonnement de projet utilisent un **Gantt fléché**, ce qu'illustre la figure 85, page 308 ; dans ce type de représentation, les flèches correspondent à des relations d'antériorité. La présentation de résultats sur un graphique de Gantt s'avère être l'un des meilleurs outils de communication avec les opérationnels en permettant de visualiser des avancements, d'effectuer des comparaisons entre prévisions et réalisation et de faire comprendre l'interdépendance des décisions d'ordonnement et les conséquences mécaniques de retard

Aujourd'hui, les principaux logiciels offrent tous des filtres permettant de confectionner automatiquement des graphiques et des tableaux de synthèse ne retenant que les informations jugées pertinentes (tâches en cours, tâches mobilisant telle catégorie de ressource, tâches critiques ...) ; ils diffèrent toutefois sur le niveau de sophistication des filtres<sup>1</sup>.

### III-1.2 Établissement du graphe *Potentiel-Étapes*

Ce graphe est aussi appelé **graphe Potentiel-Étapes** ou encore **graphe PERT-Étapes** ou plus simplement **graphe PERT**. Dans ce type de représentation :

- les sommets du graphe représentent le début possible d'exécution d'une tâche (ou de plusieurs tâches) et correspondent à une **étape** dans la réalisation du projet<sup>2</sup> et non à la tâche elle-même comme dans la méthode précédente ; le graphe comporte un sommet de départ final et un sommet final unique ;

1. La sophistication maximale impliquant l'usage de requêtes SQL et donc l'usage d'une base de données relationnelle respectant au moins la troisième forme normale.

FIGURE 85  
Gantt fléché et graphe Potentiel-Tâche du projet ordonnancé au plus tôt  
(projet débutant le 2 janvier 2002)

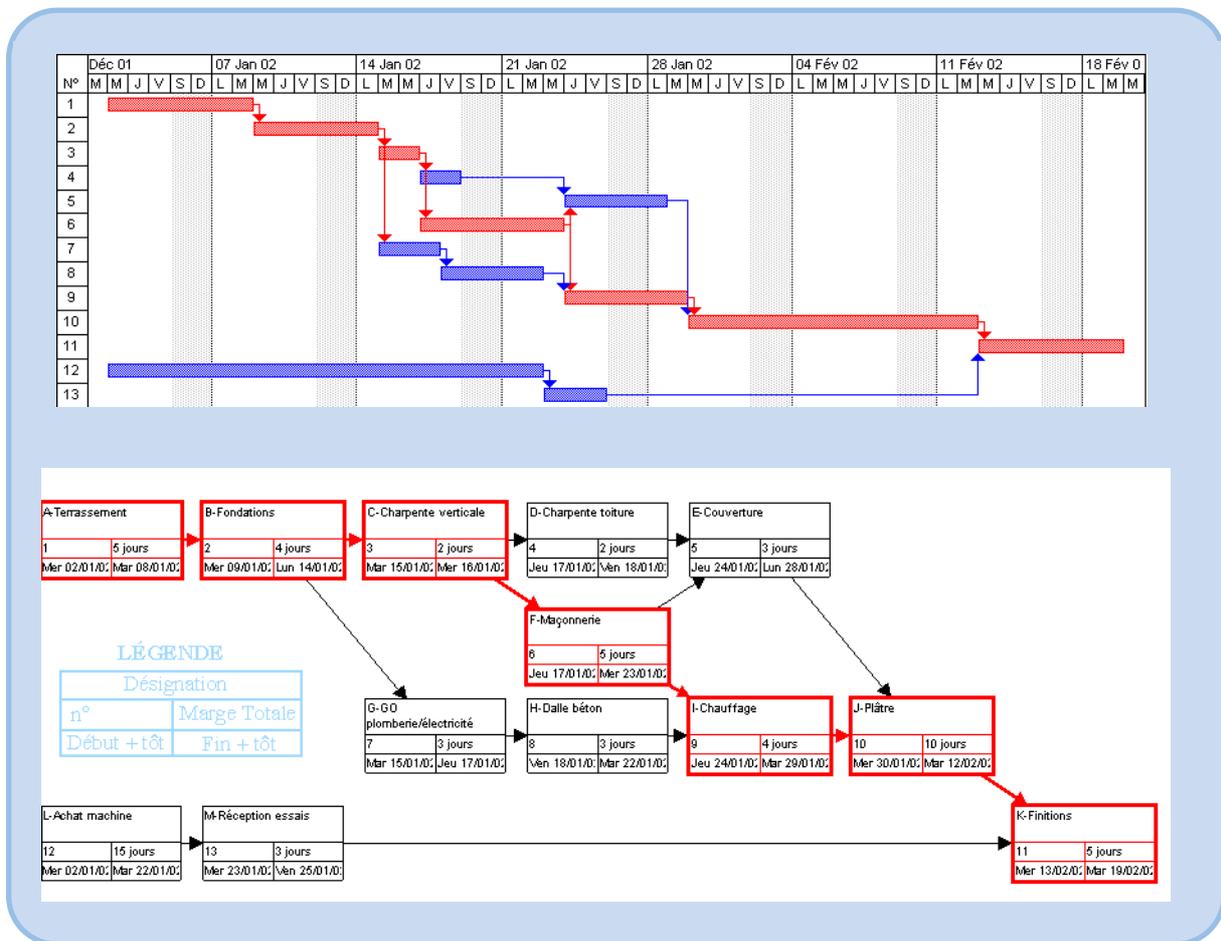


Table des matières

Index thématique

- les arcs représentent des tâches mais aussi les relations d'antériorité du fait que l'origine d'un arc est en même temps l'extrémité d'autres arcs (tâches-ancêtres). La longueur de ces arcs est sans signification particulière et au plus, un arc peut relier deux sommets donnés du graphe.

Pour être complet, indiquons enfin que la méthode CPM associe le libellé de la tâche à l'arc et que la méthode PERT explicite, en outre, l'événement correspondant au sommet du graphe. Le [tableau 56](#) résume les différences entre les deux approches. Ces deux graphes *Potentiel-Tâches* et *Potentiel-Étapes* représentent une seule et même logique sous deux formes différentes. On dit qu'il y a dualité entre ces deux formulations, l'une est dite primale, et l'autre duale<sup>1</sup>.

Dans ses principes, un graphe PERT est simple à établir. En pratique, sa construction est beaucoup plus délicate que celle d'un graphe *Potentiel-Tâches*. En

2. *Note de la page précédente.* Si l'on définit l'événement  $\mathcal{E}_i$  comme la fin de l'exécution de la tâche  $i$ , l'étape se définit comme l'événement particulier correspondant à la réalisation simultanée des événements  $\mathcal{E}_j$  où les tâches  $j$  correspondent aux ancêtres d'une tâche donnée (ou d'un groupe de tâches si toutes ces tâches ont les mêmes ancêtres). Dans cette perspective, retenue par l'AFITEP, l'événement est un concept plus général que celui d'étape. Cette distinction n'est pas retenue dans la terminologie Anglo-Saxonne où les mots *event* et *step* sont généralement considérés comme synonymes.

1. Voir Maurel, Roux & Dupont (1977, [295]), pour une analyse rigoureuse de ce point

TABLEAU 56

Comparaison des conventions retenues dans la représentation Potentiel - Tâches et la représentation Potentiel - Étapes

Problème	Désignation de la méthode	Signification donnée aux	
		sommets	arcs
Dual	Potentiel – Tâches (ou Potentiels)	Tâches	relations d'antériorité
Primal	Potentiel – Etapes (ou PERT)	Étapes	Tâches et relations d'antériorité

effet, les conventions retenues dans le graphe *Potentiel-Étapes* conduisent à la création d'un certain nombre de **tâches fictives**. Ces dernières, de durée nulle, dupliquent des tâches réelles pour résoudre certains problèmes liés à la double fonction des arcs dans le graphe qui doivent symboliser les tâches et représenter correctement leurs relations d'antériorité (aucune des tâches représentées par un arc quittant un sommet ne peut débuter avant que ne soient achevées **toutes** les tâches représentées par les arcs arrivant à ce sommet).

Pour faire comprendre le mécanisme de création des tâches fictives, nous allons comparer quelques problèmes types auxquels on se ramène toujours, en mettant côte à côte les trois représentations graphiques : Potentiel, PERT et Gantt. Le [tableau 57, page 310](#), fournit la représentation graphique des problèmes types que l'on rencontre et auxquels il est toujours possible de se ramener. L'examen de ces problèmes types conduit à faire quelques remarques.

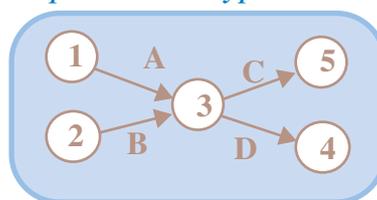
Table des matières

Index thématique

- Les tâches fictives sont introduites, dans les problèmes types 3 à 5, pour assurer une représentation correcte des relations d'antériorité. Reprenons, par exemple, le troisième problème type et supposons que la représentation graphique de la [figure 86](#) ait été retenue. Sa signification n'est pas compatible avec l'énoncé du troisième problème type: le sommet 3 visualise l'événement (ou étape) de fin d'exécution des tâches A et B, lequel conditionne le début de la réalisation des tâches C et D, alors que l'énoncé ne fait dépendre que C de la réalisation préalable de A et de B. Cet exemple illustre bien le fait que la création de tâches fictives est consécutive au fait que les arcs servent à la fois à représenter des tâches et des relations d'antériorité.

FIGURE 86

Représentation erronée du problème- type 3 du tableau 57 de la page 310



- La tâche fictive créée dans le problème type 6 ne s'impose pas pour des raisons de cohérence graphique; en effet, il aurait été parfaitement concevable d'avoir deux arcs ayant la même origine et la même extrémité. Il se trouve seulement que les concepteurs de programmes informatiques ont pris l'habitude, dans la codification des données à saisir, de désigner un arc par le

TABLEAU 57  
 Comparaison des 3 modes de représentation graphique d'un projet

Problème-type					Représentation graphique		
Numéro	Tâche	Durée	Ancêtres	Remarque	Graphique de Gantt (ordonnancement au plus tôt)	Graphe Potentiel-Tâches	Graphe Potentiel-Étapes
1	A B C	2 3 1	- - A, B				
2	A B C	2 3 1	- A A				
3	A B C D B'	2 3 1 3 0	- - A, B B -	B' = tâche fictive doublant la tâche B			
4	A A' B C D D' E	2 0 3 1 3 0 2	- A A A, D - D D	A' et D' = tâches fictives doublant les tâches A et D			
5	A B C C' C'' D E	2 3 1 0 0 3 2	- A, C - - - - D, C	C' et C'' = tâches fictives doublant la tâche C			
6	A B C D D' B'	2 3 1 2 0 0	- A B, D A - -	B' et D' = tâches fictives doublant les tâches B et D			<p>1° SOLUTION</p> <p>2° SOLUTION</p>
7	A B C D	3 4 1 2	- A - C	B débute 1 jour après le début de A => A décomposé en C + D	<p>Recouvrement de 2 jours</p>	(lien début-début) 	A décomposé en C + D 
8	A B C	2 3 1	- A (C) A	B débute 1 jour après la fin de A => création de la tâche fictive C	<p>Attente de 1 jour</p>	(lien début-début) 	(Tâche fictive C) 

Table des matières

Index thématique

couple ordonné de ses numéros de sommets, ce qui implique qu'un couple de numéros de sommet ne puisse désigner plusieurs arcs.

- La tâche fictive créée dans le problème type 8 ne répond pas, elle non plus, au souci de cohérence dans la représentation graphique des relations d'antériorité. Il s'agit d'une astuce de présentation permettant de traiter facilement les attentes. De telles tâches peuvent être introduites pour empêcher qu'une tâche ne débute avant une certaine date: il suffit alors d'introduire cette tâche fictive comme ancêtre de la tâche visée<sup>1</sup>.

Pour terminer, indiquons que la numérotation des sommets est arbitraire, cependant certains praticiens préconisent d'utiliser des nombres impairs, les nombres pairs étant réservés pour illustrer une particularité du réseau. Conventionnellement, le numéro du sommet d'arrivée est supérieur au numéro du sommet de départ. Le graphe PERT de notre exemple numérique est donné à la [figure 87](#).

FIGURE 87

Représentation du problème par un graphe Potentiel- Étapes (ou PERT)

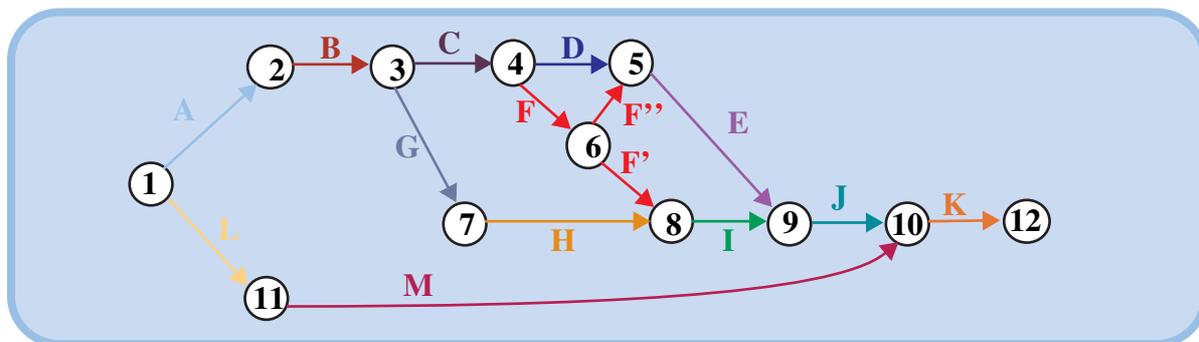


Table des matières

Index thématique

### III-1.3 Comparaison des deux approches

Ces deux approches fournissent les mêmes résultats, mais la méthode *Potentiel-Tâches* est plus facile à utiliser pour quatre raisons.

- Le graphique *Potentiel-Tâches* est plus lisible par un non-spécialiste (pas de tâche fictive) et se prête facilement à un calcul direct sur le graphe du chemin critique des dates de fin au plus tard et de fin au plus tôt et des marges, ainsi qu'à une visualisation graphique immédiatement compréhensible de ces informations. Il permet en outre, comme on l'a indiqué à la [page 294](#), de visualiser d'autres informations (partition des tâches en sous-ensembles à l'aide de critères techniques ou administratifs), ce qui n'est pas possible avec un graphe *Potentiel-Étapes*.
- L'introduction de tâches fictives accroît le nombre de tâches (de l'ordre de 40 % en plus dans les applications réelles), ce qui alourdit la méthode *Potentiel-Étapes*.
- La méthode *Potentiel-Tâches*, contrairement à la méthode *Potentiel-Étapes*, permet de travailler directement à différents niveaux d'agrégation de tâches, car on peut avec ce formalisme représenter un groupe de tâches par un seul sommet, ou inversement éclater, sans problème, une tâche en plusieurs tâches

1. Cette procédure utilisable également en *Potentiel Tâches* ou dans les programmes informatiques n'offrant pas cette possibilité, comme on l'a vu dans la note du bas de la [page 297](#).

élémentaires. En passant à un niveau de détail plus grand, il est possible de raccourcir le chemin critique (voir § III-4.1, page 334).

- Enfin, la méthode *Potentiel-Tâches* permet très facilement de modifier le problème initial par adjonction ou suppression de tâches et/ou de contraintes, alors que la méthode *Potentiel-Étapes* conduit, dans ce cas, à des adjonctions et/ou suppressions de tâches fictives, ce qui induit des problèmes évidents sur le plan de la représentation graphique.

## III-2 Recherche d'un ordonnancement avec prise en compte de toutes les contraintes

L'introduction de contraintes cumulatives (et disjonctives) est à peu près inévitable dans la définition et la résolution des problèmes de gestion de projet. On se limitera ici au cas de l'univers certain. Reste alors à définir le critère que l'on veut privilégier. Deux critères sont classiquement utilisés : celui de la minimisation de la durée d'achèvement, sous respect des contraintes cumulatives, potentielles et disjonctives (§ III-2.1) et celui (peu utilisé) du lissage de charge des ressources, dans lequel on cherche à définir le niveau des ressources à mobiliser de façon à ce qu'il soit le plus stable possible, ce qui revient à dire que l'on cherche à définir des contraintes cumulatives acceptables (§ III-2.2, page 324).

### III-2.1 Critère de la minimisation de la durée d'achèvement du projet

Dans cette formulation, les contraintes cumulatives, potentielles et disjonctives sont considérées comme intangibles. On examinera d'abord les méthodes heuristiques de résolution de cette classe de problèmes (§ III-2.1.1), avant de présenter une formulation rigoureuse du problème permettant, théoriquement, de trouver la solution optimale pour des problèmes de dimension raisonnable (§ III-2.1.1, page 312). On illustrera enfin cette approche par un exemple (§ III-2.1.2, page 315) qui montre la limite de certains logiciels commerciaux et le fait qu'une attention excessive sur le caractère optimal de la solution n'est pas forcément judicieuse, compte tenu de certaines hypothèses utilisées classiquement dans la formulation de cette classe de problèmes.

#### III-2.1.1 Les méthodes heuristiques de résolution

Il est possible de chercher un ordonnancement des tâches respectant les contraintes d'antériorité et les contraintes cumulatives, tout en utilisant le critère de la minimisation de la date d'achèvement du projet. On parle alors de **nivellement**<sup>1</sup>. La résolution de tels problèmes passe habituellement par l'utilisation d'heuristiques s'inspirant des techniques utilisées en ordonnancement en ateliers

1. que les Anglo-Saxons appellent *levelling* ; le nivellement ne doit pas être confondu avec le **lissage** que les Anglo-Saxons appellent *smoothing* et que l'on examinera au § III-2.2, page 324 ; cela étant, on notera que cette correspondance peut être trompeuse, dans la mesure où les définitions retenues ici qui sont celles de l'AFNOR ne correspondent pas toujours à celles de certains utilisateurs anglo-saxons, en particulier, celle donnée par le *British Standard Institution*, qui fonde la différence sur le critère d'utilisation d'un processus itératif (*levelling*) ou non (*smoothing*). Des analyses des heuristiques utilisées peuvent être trouvées dans l'article de Davis (1973, [126]), Davis et Patterson (1975, [125]), Cooper (1976, [105]), Thesen (1976, [416]), Holloway, Nelson & Suraphongschai (1979, [234]) et celui de Kurtulus et Narula (1985, [269]) qui montre l'incidence de la structure du graphe logique sur la performance des règles, complétant l'étude de Patterson (1976, [327]).

spécialisés, surtout si plusieurs ressources doivent être prises en compte. Deux familles d'approches sont utilisées :

- L'approche de **procédures d'allocation en série**<sup>1</sup> (que les Anglo-Saxons appellent «*serial allocation procedure*») consiste, une fois calculées les dates au plus tôt et au plus tard du problème relaxant les contraintes cumulatives, à établir un classement des tâches qui sera utilisé en cas de conflit pour déterminer la tâche à privilégier. On utilisera par exemple un classement par date de début au plus tard avec, pour départager d'éventuels ex aequo la marge totale par valeur croissante. Au fur et à mesure que des tâches sont ordonnancées, elles sont rayées de la liste. La procédure suivie est simple : on prend la première activité de la liste dont tous les ancêtres ont déjà été retirés de la liste et on la place au plus tôt en fonction des disponibilités résiduelles des ressources, puis on la retire de la liste pour recommencer le processus. Cette méthode est très rapide et est considérée comme donnant de bons résultats<sup>2</sup>. Cela étant, le classement initialement établi ne peut guère prétendre refléter trop longtemps le point de vue qu'il a privilégié, au fur et à mesure que les conflits d'allocation se résolvent<sup>3</sup>.
- L'approche de **procédures d'allocation en parallèle** (que les Anglo-Saxons appellent «*parallel allocation procedure*») consiste à ne travailler que sur la liste restreinte des tâches que l'on peut ordonnancer parce que leurs ancêtres ont été déjà ordonnancés et que l'on classe en faisant appel à des critères qui peuvent varier d'une liste à l'autre. Cette approche est la plus fréquemment utilisée, mais elle requiert des temps de calcul plus longs. Cette seconde approche est à la fois plus myope puisque l'on s'intéresse à un sous-problème «local» et plus adaptable parce que le classement se définit sur la base de données réactualisées, sans que l'on puisse savoir a priori si cet avantage compense l'inconvénient précédemment cité. Les considérations qui suivent concernent la seconde approche, qui seule permet d'envisager dynamiquement une modification du problème.

La plupart des logiciels disponibles<sup>4</sup> qui acceptent la prise en compte de ressources limitées dans la programmation d'un projet, utilisent des heuristiques frustes du type : détermination a priori de classes de priorité des tâches (fondée notamment sur des considérations de coût associées à un retard dans la programmation de la tâche), préférence donnée à la tâche la plus courte<sup>5</sup>, préférence donnée à la tâche de marge totale la plus faible (qui semblerait avoir de bonnes performances), préférence donnée à la tâche dont la date de début au plus tôt est

1. voir Maurel, Roux & Dupont (1977, [295]), p. 124-132, qui qualifient la procédure de **nivellement basé sur une liste d'installation** ; on peut également consulter sur ce point Lockyer & Gordon (1991, [284]), p. 135-140.

2. Voir Lockyer & Gordon (1991, [284]), p. 137

3. On reviendra sur ce point dans la recherche de solution d'ordonnancement en ateliers spécialisés (**chapitre V**, **figure 131**, **page 431**).

4. Certains ouvrages comme celui de Lock (1991, [283]), p. 150-153 ou celui de Meredith & Mantel (1989, [297]), p. 390-400, fournissent plus ou moins explicitement des grilles d'analyse pour guider l'utilisateur dans le choix d'un logiciel.

5. qui est l'équivalent de la règle du **Temps Opérateur Minimum** (connue aussi sous le sigle SOT, pour **Shortest Operating Time**, ou SPT pour **Shortest Processing Time**) utilisée souvent en ordonnancement en ateliers spécialisés (voir **page 413**). Formellement, le problème d'ordonnancement de projet et celui d'ordonnancement en ateliers spécialisés sont très voisins lorsque l'on introduit les contraintes cumulatives.

la plus précoce. Le problème se complique par la mobilisation éventuelle de plusieurs ressources par un même ensemble de tâches, dans la mesure où des conflits peuvent surgir dans l'utilisation de ces règles. En cas de conflit complexe, l'utilisateur ignore souvent comment le logiciel effectue son arbitrage, sauf si celui-ci offre à l'utilisateur la possibilité d'intervenir dans cette résolution. Les solutions ainsi retenues peuvent ne pas être optimales, la recherche par tâtonnement dans le cadre de problèmes hautement combinatoires pouvant réserver quelques surprises.

En tout état de cause, de nombreux progrès restent à faire au niveau des logiciels :

- Il a été montré que la performance des heuristiques utilisées dépend largement de la structure des problèmes rencontrés<sup>1</sup>, ce qui conduit à être « prudent » sur la qualité des solutions proposées.
- Il semblerait que l'utilisation de techniques de Séparation et Evaluation Progressive<sup>2</sup> permettent de résoudre de manière optimale des problèmes comportant moins de 200 tâches et n'utilisant que quelques ressources<sup>3</sup>. L'approche d'énumération implicite (voir Talbot, 1982, [400]) est plus économe en place mais est un peu moins performante, tandis que les approches d'énumération limitée (voir Davis et Heidorn, 1971, [124]) s'avèrent très performantes dans certains cas, selon l'étude comparative de Patterson (1984, [329]). Ce champ d'investigation continue à être exploré (voir Bell & Park, 1990, [43] et Poiaga, 1989, [341]) et semble devenir de plus en plus attractif, compte tenu de la puissance croissante des micro-ordinateurs et des nouveaux systèmes d'exploitation. Cependant, ces approches ne prennent pas en compte la préemption (autorisation de scission de tâche), l'usage d'intensités variables d'utilisation des ressources et la variation du niveau de ressources au cours du projet, ce qui explique sans doute en partie pourquoi elles ne sont pas utilisées commercialement (du moins à notre connaissance).
- L'exemple de la [figure 88, page 316](#), conduit à s'interroger sur l'intérêt de la recherche d'une solution optimale d'un problème correctement défini du point de vue de la recherche opérationnelle mais qui n'est, en définitive, qu'une formulation possible n'intégrant ni certaines contraintes implicites (durée maximale admissible du projet, par exemple), ni la possibilité d'« assouplir » l'énoncé (par exemple, possibilité de relaxation momentanée de certaines contraintes ou vision « moins rigide » des durées).
- Il est vraisemblable qu'à terme, l'utilisation conjointe de systèmes-experts et d'heuristiques<sup>4</sup> dans le cadre de systèmes interactifs d'aide à la décision s'appuyant sur un dialogue graphique permettra d'améliorer la performance des solutions proposées. Les expérimentations industrielles actuellement en cours de systèmes d'aide à la décision s'appuyant sur l'utilisation de

1. Voir Patterson (1976, [327]), Kurtulus & Davis [268], Kurtulus & Narula (1985, [269]) et Ülüsöy & Özdamar (1989, [425]).

2. Connue également sous son nom anglais de *Branch and Bound*; cette approche est détaillée au [chapitre V, § I-2.1, page 390](#).

3. Voir Stinson, Davis & Khumawala (1978, [396]), Hasting (1972, [220]), Lockyer & Gordon (1991, [284]), chapitre XV,

4. Voir Bell (1989, [42]).

systèmes-experts pour résoudre les problèmes d'ordonnancement en ateliers spécialisés<sup>1</sup> devraient conduire rapidement à des « transferts de technologie » intéressants.

### III-2.1.2 Exemple et limites de la portée des solutions

L'une des caractéristiques essentielles d'un logiciel est la manière dont il peut gérer les conflits liés la consommation des ressources non stockables. Il convient de montrer la limite de la formulation classique et des solutions retenues par les logiciels<sup>2</sup>. Il s'ensuit que ces logiciels doivent être utilisés comme des outils d'aide à la décision et que le gestionnaire ne doit surtout pas se reposer aveuglément sur les propositions obtenues.

Reprenons notre exemple, en introduisant une contrainte cumulative n'impliquant que deux tâches, l'une critique, l'autre pas, pour mieux démontrer les mécanismes mobilisés. Supposons qu'**ORDOMÉCA** dispose de 4 ouvriers pour effectuer tout ce qui touche au gros œuvre et, à ce titre, les tâches F et H. La tâche F est une tâche critique programmée (hors contraintes sur les ressources) pour les jours 12 à 16 et requiert la présence de 3 ouvriers. La tâche H n'est pas critique, sa programmation au plus tôt va du 13<sup>e</sup> au 15<sup>e</sup> jour (toujours en faisant abstraction des ressources) et nécessite la présence de 2 ouvriers. S'il n'est pas possible de faire appel à des heures supplémentaires ou à un renfort, il est alors impossible de réaliser le projet en 35 jours.

Examinons quelques solutions (illustrées par la [figure 88, page 316](#)) utilisables pour résoudre ce type de conflit :

- La première solution, quelquefois envisageable, consiste à relaxer la contrainte, c'est-à-dire à considérer que la contrainte n'en est pas une, parce qu'il est possible de mobiliser ponctuellement de la main-d'œuvre supplémentaire. On peut ajouter que la détection des surcharges est un préalable à toute négociation pour l'obtention de moyens additionnels.
- La deuxième solution consiste à jouer une logique d'ordonnancement prioritaire des tâches critiques et considérer le nombre d'ouvriers requis chaque jour pour une tâche comme intangible. Dans ce cas, **la tâche H**, programmée les jours 17 à 19, **devient critique** et le projet prend 3 jours de retard. Trois remarques importantes doivent être faites :
  - De nombreux logiciels d'ordonnancement utilisent par défaut cette solution 2, avec possibilité d'utilisation d'indices de priorité pour déterminer qui doit être servi en premier, ce qui n'a rien de contestable puisque c'est cohérent avec la formulation initiale et que l'utilisation d'une démarche optimale (présentée au [§ III-2.1.3, page 319](#)) peut aboutir au même résultat. Ce qui est **inacceptable** en revanche, c'est que **certains de ces logiciels considèrent l'une des deux tâches H ou F comme non critique** (voir [figure 89, page 317](#), où la marge totale de la tâche F calculée est de 3

1. par exemple un logiciel comme OPAL, utilisé en France.

2. Ces remarques anciennes (Giard, 1991, [174] et 1992, [173]) n'ont rien perdu de leur actualité. Depuis le début des années 1990, l'offre logiciel a axé ses efforts d'amélioration a sur l'ergonomie et la facilité de *reporting* et n'a que peu progressé sur le reste. Il vous est conseillé d'utiliser votre logiciel de gestion de projet pour traiter cet exemple avec l'introduction d'une seule ressource limitée à 4 et utilisée par les tâches F et H comme indiqué dans le texte, pour comprendre comment peuvent être gérés les problèmes posés par les contraintes cumulatives.

FIGURE 88

Ordonnancement sous contrainte de disponibilité de ressource

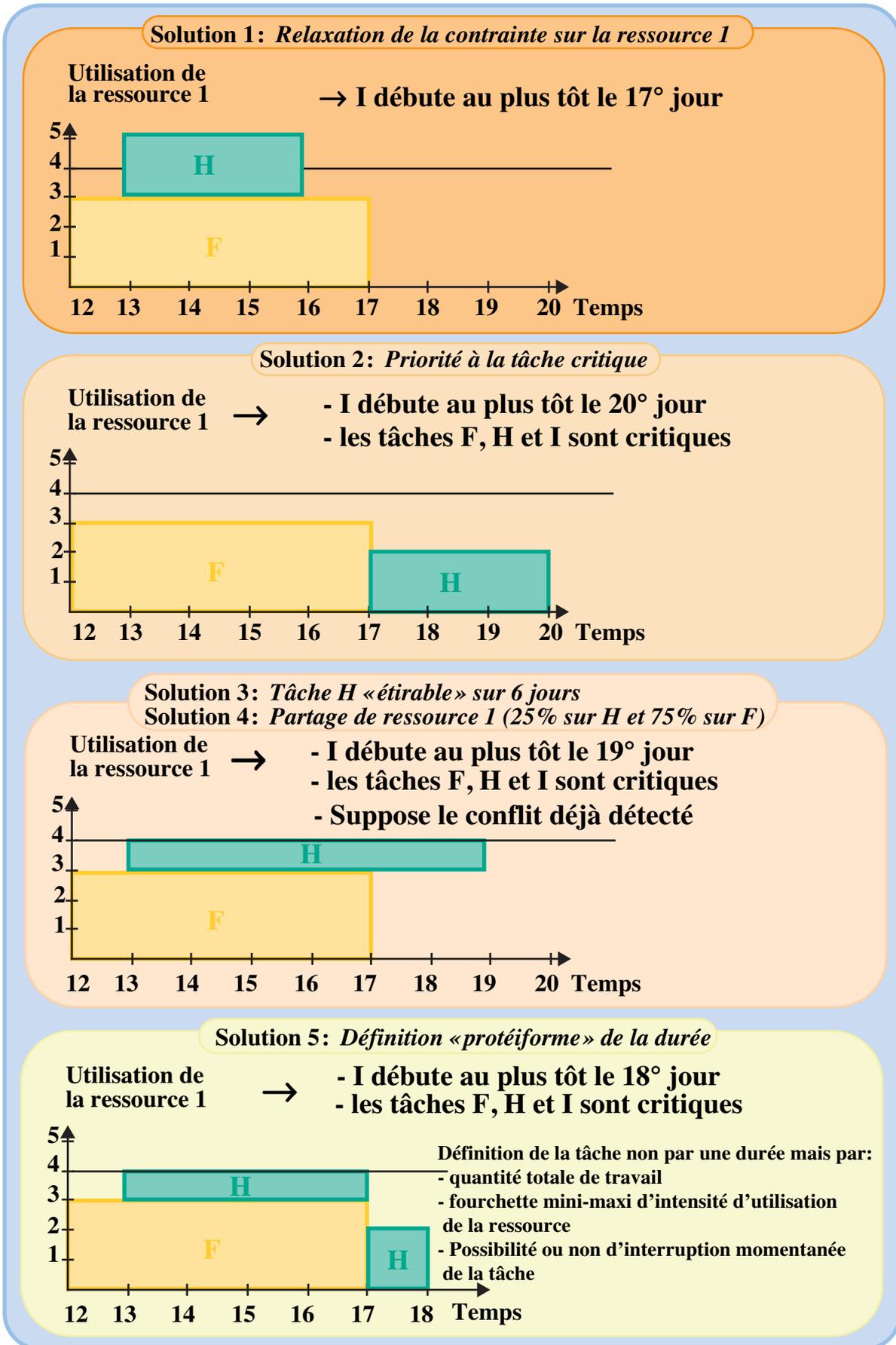


Table des matières

Index thématique

jours, au lieu de 0). L'utilisateur non averti est alors amené à prendre des décisions sur la base d'informations erronées. Le concept de chaîne critique (introduit à la page 305), qui ne fait que déterminer le graphe des tâches critiques lorsque des contraintes cumulatives existent, n'aurait sans doute pas vu le jour sans la persistance de cette erreur méthodologique.

FIGURE 89

Déclaration erronée de tâches critiques suite à une prise en compte d'une contrainte cumulative et utilisation de la solution 2

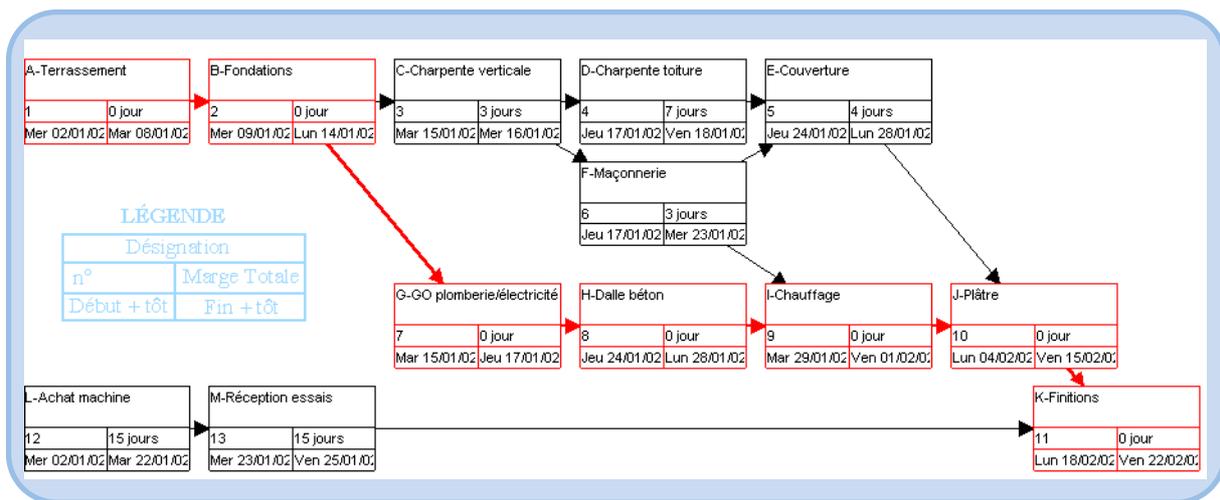


Table des matières

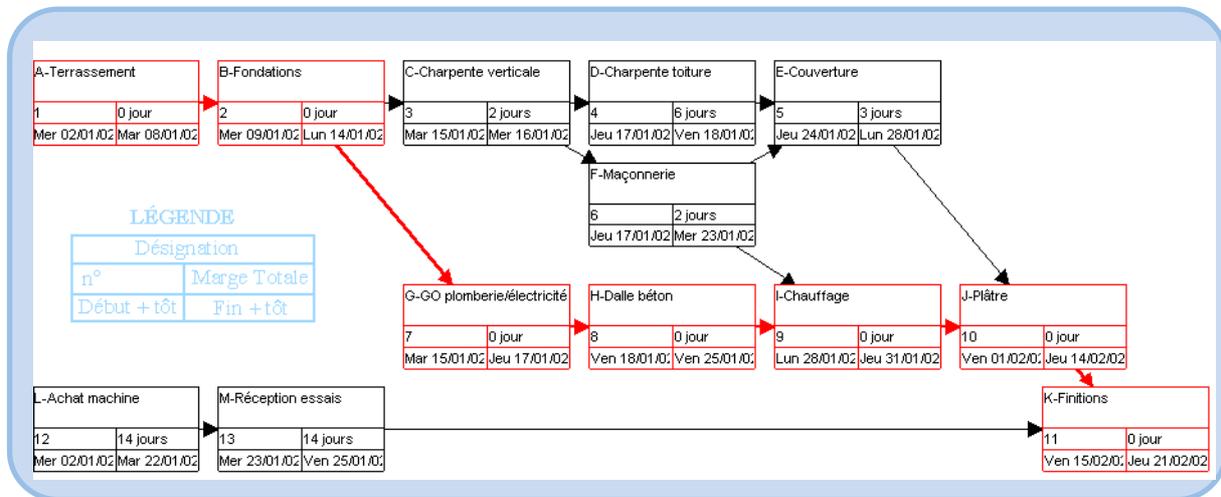
Index thématique

- Les tâches H et F étant également critiques, en raison du partage d'une même ressource, il est équivalent de les permuter dans l'ordonnancement, ce qui peut présenter un intérêt opérationnel.
- Cette solution conduit à l'inoccupation d'un ouvrier durant les jours 13 à 16. Ce point, important d'un point de vue opérationnel, nous reviendrons dessus avec la quatrième solution.
- La troisième solution consiste à partager la ressource entre les tâches, par exemple 75% pour la tâche F (c'est-à-dire 3 ouvriers sur les 4) et 25% pour la tâche H (ces valeurs étant choisies par l'utilisateur). Dans ces conditions, la programmation de F reste celle de l'ordonnancement au plus tôt mais H ne peut bénéficier que d'un seul ouvrier par jour, ce qui revient à dire que sa durée sera de 6 jours et non de 3. Avec cette solution, la tâche H devient également critique, elle est programmée du 13<sup>e</sup> au 18<sup>e</sup> jour et le projet s'exécute maintenant en 37 jours, soit avec 2 jours de retard. On remarquera que cette solution implique une détection préalable du conflit pour une définition judicieuse du partage, ce qui revient à dire que la *solution rétroagit sur la définition du problème*. Les principaux logiciels permettent cette solution qui conduit à donner une marge totale de 2 jours à la tâche F, antérieurement critique (voir figure 89, la marge totale de la tâche F est de 2 jours).
- Une quatrième solution consiste à considérer que ce qui est donné pour une tâche, c'est son énergie<sup>1</sup>, c'est-à-dire sa quantité de travail (6 jours pour H) et non sa durée; celle-ci s'obtient en divisant la quantité de travail par le niveau de ressource disponible (d'où 1 jour pour une disponibilité de 6 ou 2 jours pour une disponibilité de 3 ou 3 jours pour une disponibilité de 2 ou 6

1. Voir page 280.

FIGURE 90

Prise en compte d'une contrainte cumulative et utilisation de la solution 3



jours pour une disponibilité de 1). Cette solution revient à faire de la durée d'une tâche (ou de l'intensité de mobilisation de la ressource critique), une variable de décision, au même titre que sa date de début, ce qui conduit à un problème nouveau, différent de celui étudié jusqu'ici<sup>1</sup>. Cette solution, utilisée en combinaison de la règle privilégiant les tâches critiques, donne le même résultat que la troisième solution.

- Une dernière solution remettant également en cause le concept de durée associé à une tâche et que nous qualifierons de *conception protéiforme* de la tâche, consiste à autoriser une modulation de l'utilisation de la ressource par une tâche en fonction de la disponibilité résiduelle de la ressource<sup>2</sup>. Cette solution revient à dire dans notre exemple que la tâche H consomme 6 journées de travail et que la présence simultanée de 2 ouvriers ne s'impose pas. Par hypothèse, la tâche F est prioritaire, la tâche H dispose d'une capacité résiduelle d'un ouvrier les jours 13 à 16 et, les jours suivants, de 4 ouvriers. La programmation de H pourra alors aller des jours 13 à 17, le dernier jour mobilisant alors 2 personnes. Là encore, la tâche H est critique, mais elle conduit à un retard d'une seule journée pour la durée d'achèvement du projet.

Cet exemple ne prétend pas épuiser les techniques auxquelles il est possible de faire appel pour résoudre ces conflits. Il a pour objet d'attirer l'attention du lecteur sur le fait que, si en théorie, les logiciels peuvent tout faire, en pratique on peut aboutir à des performances fort différentes, selon les possibilités de « pilotage » offertes<sup>3</sup>. Il montre également que la prise en compte des contraintes cumulatives

1. Plusieurs logiciels permettent d'exploiter cette possibilité (voir note de la page 281).

2. Le seul logiciel exploitant cette idée, parmi les quelques logiciels que nous avons testés, utilisait plus le concept de « tâche bouche-trou » que celui de tâche protéiforme (où des règles explicites de possibilité de césure et de plages admises pour l'intensité d'une ressource devraient être formellement définies par le responsable du projet). Un logiciel comme Project de Microsoft autorise la préemption, c'est-à-dire la possibilité d'interrompre une tâche (pour libérer une ressource au profit d'une tâche prioritaire) pour la reprendre ultérieurement mais chaque « fragment » conserve la même intensité d'utilisation de la ressource; dans ces conditions, la solution évoquée revient à remplacer une tâche par deux tâches considérées comme différentes (alors qu'il s'agit de la même avec modulation de l'intensité).

dans un problème d'ordonnancement et le maintien strict de la conception «classique» de la durée des tâches conduisent mécaniquement à une mauvaise utilisation des ressources et/ou à une durée minimale d'exécution du projet (critère généralement retenu) supérieure à celle qui serait possible.

Cela étant, ce qu'il est important de noter c'est que la détection de conflits s'effectue nécessairement au cours de la résolution du problème et qu'elle peut conduire à une remise en cause du problème initial par un processus de relaxation maîtrisé de certaines contraintes (niveau de ressources disponibles) ou de révision de la conception de la tâche. Cette rétroaction d'un processus de résolution sur la définition du problème peut être quelque peu perturbante pour certains mais elle est classique, et pas seulement dans le domaine managérial. D'autres transformations du problème que celles privilégiées jusqu'ici, sont envisageables :

- Il est parfois possible d'utiliser de ressources alternatives. C'est ainsi que l'on peut faire appel à un personnel moins qualifié ou des équipements moins performants en cas de pénurie momentanée des «ressources idéales» que l'on avait prévues. Ce remplacement peut s'accompagner d'une révision à la hausse de la durée de la tâche et/ou d'une révision à la baisse de spécifications techniques (révision implicite d'objectifs de performance).
- Il est parfois possible d'utiliser des méthodes de travail (gammas...) différentes de celles initialement prévues, ce qui conduit à la mobilisation de ressources différentes.
- Il est parfois possible de modifier des relations d'antériorité pour déplacer la programmation de certaines tâches, au prix d'une modification mineure du travail à effectuer.

Table des matières

### III-2.1.3 La formalisation du problème général par la programmation linéaire

Index thématique

La programmation linéaire permet de formuler de manière élégante le problème de l'ordonnancement d'un projet<sup>1</sup> et, à défaut d'être numériquement efficace, elle permet de dépasser certaines simplifications habituellement retenues.

#### III-2.1.3.1 Prise en compte des contraintes potentielles

Soit un ensemble de 5 tâches (A, B, C, D, E) dont les relations d'antériorité sont décrites dans le graphe Potentiel-Tâches du [tableau 58](#). Désignons par  $\tau_i$ , la date de fin de la tâche  $i$  et par  $z = \tau_E$  la date de fin du projet<sup>2</sup>. Dans les conventions de temps adoptées ici, une tâche débutant à la période  $p_1$  et s'achevant à la période

3. Une analyse comparative de quelques logiciels ayant traité un même cas utilisant deux contraintes cumulatives peut être trouvée dans Meredith & Mantel (1989, [297], p. 367-372).

1. *Note de la page précédente.* Celle proposée par Pritsker, Watters & Wolfe (1969, [345]) est la plus générale ; elle est reprise par un certain nombre d'articles ultérieurs tels que ceux de Patterson et Huber (1974, [326]) et Patterson et Roth (1976, [328]). Cela dit, le problème ainsi formulé se heurte à la performance des logiciels existants (voir § II-3.4). On peut appliquer cette approche au cas de l'ordonnancement en ateliers spécialisés, chaque commande est traitée comme un projet élémentaire indépendant, l'ensemble des commandes est considéré comme un projet global à ordonnancer et la date de livraison de chaque commande est prise en compte par le biais d'une contrainte de localisation temporelle pesant sur sa dernière tâche. Tout ceci n'a de sens que si l'on tient compte des contraintes cumulatives.

2. Lorsque le projet comporte plus d'une tâche sans descendant, il y a intérêt à créer une tâche fictive  $\omega$ , de durée nulle, qui est le descendant de ces tâches ; dans ce cas la fonction-objectif à minimiser est  $z = \tau\omega$ .

$p_2$ , commencera au tout début de la période  $p_1$  et s'achèvera tout à fait à la fin de la période  $p_2$ .

TABLEAU 58  
Description du projet

Tâche $i$	Ancêtres	Durée $d_i$	Graphe Potentiel – Tâches
A	-	2	<pre> graph LR   A --&gt; C   B --&gt; C   A --&gt; D   B --&gt; D   C --&gt; E   D --&gt; E </pre>
B	-	3	
C	A	1	
D	A, B	3	
E	C, D	2	

Le problème posé est celui de la détermination d'un ordonnancement permettant d'achever au plus tôt le projet (minimisation de  $z$ ), lequel ne sera pas nécessairement l'ordonnancement au plus tôt<sup>1</sup>. Dans ces conditions, si le projet commence au début de la période 1, l'une des solutions optimales est telle que  $\tau_A = 2$  et  $\tau_B = 3$ . Les 3 variables restantes sont telles que les contraintes suivantes doivent être respectées :

- contrainte liée à la tâche C:  $\tau_A + 1 \leq \tau_C \Rightarrow 3 - \tau_C \leq 0$ ;
- contraintes liées à la tâche D:  $\tau_A + 3 \leq \tau_D$  et  $\tau_B + 3 \leq \tau_D \Rightarrow 5 - \tau_D \leq 0$  et  $6 - \tau_D \leq 0$ ;
- contraintes liées à la tâche E:  $\tau_C + 2 \leq \tau_E$  et  $\tau_D + 2 \leq \tau_E \Rightarrow \tau_C + 2 - \tau_E \leq 0$  et  $\tau_D + 2 - \tau_E \leq 0$ .

La fonction-objectif est:  $Max z$ . Une solution optimale de ce problème est:  $\tau_C = 3$ ,  $\tau_D = 6$ ,  $\tau_E = 8$ .

D'une manière générale, si la tâche  $i$  est un ancêtre de la tâche  $j$  et si un recouvrement  $g_{ij}$  est autorisé entre la fin de l'exécution  $i$  et le début de l'exécution de  $j$  (avec  $0 \leq g_{ij} \leq d_i$ , ce qui implique que ce recouvrement peut être nul et, dans le cas, contraire, ne saurait conduire à un début de  $j$  antérieur à celui de  $i$ ), il faut utiliser la contrainte de la **relation 52**.

$$\tau_i + d_j - g_{ij} \leq \tau_j \text{ **contrainte d'antériorité (formulation 1)** } \quad \text{relation 52}$$

Les contraintes potentielles correspondent aux contraintes d'antériorité, seules prises en compte ici, et aux contraintes de localisation temporelle. La prise en compte de ces dernières est immédiate: interdire à la tâche  $i$  de commencer avant la période  $k_{\min}$  revient à introduire la contrainte  $\tau_i \geq k_{\min} + d_i - 1$  et interdire à la tâche  $i$  de finir après la période  $k_{\max}$  revient à introduire la contrainte  $\tau_i \leq k_{\max}$ .

$$\tau_i \geq k_{\min} + d_i - 1 \text{ et } \tau_i \leq k_{\max} \text{ **contraintes de localisation temporelle** } \quad \text{relation 53}$$

1. ce qui conduit à une solution ne correspondant pas nécessairement à l'ordonnancement au plus tôt de toutes les tâches, dans la mesure où il existe des tâches non critiques. L'obtention de l'ordonnancement au plus tôt peut s'obtenir en transformant la fonction-objectif en  $Min (z + \sum_i x_i)$ , puisque l'ordonnancement au plus tôt est unique et conduit à la plus faible valeur de  $\sum_i x_i$  à ajoutant à  $z$ .

### III-2.1.3.2 Prise en compte des contraintes disjonctives et cumulatives et des gammes alternatives

Examinons maintenant comment prendre en compte, d'une part les contraintes cumulatives, c'est-à-dire celles qui correspondent à la prise en compte de la consommation de ressources non stockables (prestations de travail par des opérateurs ou des machines) par les tâches, la disponibilité de ces ressources étant limitée et, d'autre part, les contraintes disjonctives (qui empêchent la réalisation simultanée de deux tâches). Il est alors nécessaire de modifier la formulation de la date de fin d'une tâche<sup>1</sup> : pour un découpage temporel en T périodes, on est amené à créer pour chaque tâche  $i$ , un ensemble de T variables binaires<sup>2</sup>  $x_{it}$  telles que  $x_{it} = 1$  si la tâche  $i$  s'achève au cours de la période  $t$  et  $x_{it} = 0$ , dans le cas contraire. A priori, il peut y avoir  $T - d_i + 1$  variables binaires pour chaque tâche  $i$  mais il est souvent possible en pratique de diminuer ce nombre en partant de bornes supérieures et inférieures de la date de fin (point sur lequel on ne s'appesantira pas).

Il est tout d'abord nécessaire que chacune des N tâches du projet ait une date de fin et une seule, ce qui s'obtient par la [relation 54](#) (qui est une application de la règle 1 de la [page 1139](#)):

$$\sum_{t=d_i}^T x_{it} = 1, \text{ pour } i = 1, \dots, N \tag{relation 54}$$

Table des matières

La date de fin  $\tau_i$  de la tâche  $i$  est donc  $\tau_i = \sum_{t=1}^T tx_{it}$ . Dans ces conditions, si  $i$  est ancêtre de  $j$ , la contrainte  $\tau_i + d_j \leq \tau_j$  devient, avec prise en compte d'un éventuel recouvrement:

Index thématique

$$\sum_{t=1}^T tx_{it} + d_j - g_{ij} \leq \sum_{t'=1}^T t'x_{jt'} \text{ contrainte d'antériorité (formulation 2)}$$

relation 55

$$\sum_{t=d_i}^T x_{it} = 1, \text{ pour } i = 1, \dots, N \tag{relation 56}$$

La tâche  $i$  est en cours d'exécution pendant la période  $t$  si elle se termine à la fin de cette période ou, au plus tard, à la fin de la période  $t + d_i - 1$ , ce qui revient à dire qu'elle débute au cours de cette période. Dans ces conditions, on peut dire que

$\sum_{t'=t}^{t+d_i-1} x_{it'} = 1$  si la tâche  $i$  est en cours d'exécution pendant la période  $t$ , et 0, dans le cas contraire.

La prise en compte d'une contrainte disjonctive portant sur les tâches  $i$  et  $j$  passe par la création des T contraintes suivantes<sup>3</sup>:

1. Voir Pritsker, Watters & Wolfe (1969, [345]).

2. Le nombre de variables peut être diminué en éliminant les périodes pour lesquelles la programmation de la tâche considérée est impossible (ce qui implique d'avoir déjà traité une formulation partiellement relaxée du problème).

$$\sum_{t'=t}^{t'+d_i-1} x_{it'} + \sum_{t'=t}^{t'+d_j-1} x_{jt'} \leq 0, \text{ pour } t = 1, \dots, T \text{ contrainte disjonctive relation 57}$$

La prise en compte de contraintes cumulatives implique de connaître pour chaque ressource  $k$  ( $k = 1, \dots, K$ ), sa disponibilité datée  $r_{kt}$ . Par hypothèse, si la tâche  $i$  consomme la ressource  $k$ , elle le fait avec une intensité constante<sup>1</sup>  $a_{ir}$ . Dans ces conditions, la demande de mobilisation de la ressource  $k$  durant la période  $t$  est

$$\sum_i a_{ir} \sum_{t'=t}^{t'+d_i-1} x_{it'} \text{ et il convient alors d'avoir}^2:$$

$$\sum_i a_{ir} \sum_{t'=t}^{t'+d_i-1} x_{it'} \leq r_{kt}, \text{ pour } t = 1, \dots, T \text{ et } k = 1, \dots, K \text{ contrainte cumulative}$$

relation 58

On peut également prendre en compte<sup>3</sup> des **gammes alternatives**, présentées à la page 283, ce qui ne présente d'intérêt que si des contraintes cumulatives sont introduites (sinon, la gamme à durée la plus courte est nécessairement choisie, avec le critère de minimisation de la durée du projet). Une gamme alternative consiste à pouvoir remplacer une tâche (ou plusieurs tâches liées par des relations d'antériorité) par une autre tâche (ou plusieurs autres tâches liées par des relations d'antériorité). Cette substitution, qui ne remet pas en cause les caractéristiques fonctionnelles du projet mais seulement la façon de les obtenir, s'accompagne du remplacement de ressources mobilisées et / ou du changement de l'intensité de mobilisation de certaines ressources<sup>4</sup>. Prenons l'exemple de deux tâches A et E entre lesquelles peuvent s'intercaler soit la tâche B, soit la séquence de tâches C → D. Pour décider la gamme à retenir, on introduit la variable  $\delta_B$  pour la gamme B et la variable  $\delta_D$ , pour la gamme composée de la séquence C → D (il est inutile de créer une variable  $\delta_C$ ). On devra avoir (en application de la règle 2, page 1139)  $\delta_B + \delta_D = 1$ , pour contraindre au choix de l'une de ces deux alternatives. Il faut utiliser ces variables binaires pour neutraliser les tâches non retenues. Ceci s'effectue très simplement en multipliant les durées  $d_i$  (et les consommations  $a_{ir}$  de ressource) par la variable binaire  $\delta$  associée à l'alternative. Dans notre exemple, on a :

- première gamme (avec H constante très élevée):

$$\sum_{t=1}^T t x_{At} + d_B \delta_B \leq \sum_{t=1}^T t' x_{Bt'} + (1 - \delta_B) H; \quad \sum_{t=1}^T t x_{Bt} + d_E \delta_B \leq \sum_{t'=1}^T t' x_{Et'} + (1 - \delta_B) H$$

- seconde gamme (la variable binaire  $\delta_D$  valant à la fois pour C et D):

3. Note de la page précédente. De meilleures bornes pour  $t$  pouvant être facilement trouvées.

1. Cette hypothèse peut être levée, au prix d'une augmentation sensible de la taille du problème.

2. De meilleures bornes pour  $t$  pouvant être facilement trouvées.

3. Adapté de Giard (1997, [184]).

4. Par exemple, une tâche nécessitant 12 journées de travail peut faire l'objet de deux gammes alternatives: la première mobilise 4 personnes pendant 3 jours et la seconde 3 personnes pendant 4 jours. Si le personnel requis est demandé par d'autres tâches sur la même période, il peut être judicieux, pour diminuer la durée du projet, d'allonger certaines tâches en diminuant leurs intensités (voir la solution 3 de la page 317).

$$\sum_{t=1}^T tx_{At} + d_C \delta_D \leq \sum_{t'=1}^T t'x_{Ct'} + (1 - \delta_D)H; \quad \sum_{t=1}^T tx_{Ct} + d_D \delta_D \leq \sum_{t'=1}^T t'x_{Dt'};$$

$$\sum_{t=1}^T tx_{Dt} + d_E \delta_D \leq \sum_{t'=1}^T t'x_{Et'} + (1 - \delta_D)H$$

- exclusion des alternatives:  $\delta_B + \delta_D = 1$

Il faut adapter la [relation 54 de la page 321](#) au cas des gammes alternatives; dans notre exemple, on doit poser<sup>1</sup>:  $\sum_{t=d_B}^T x_{Bt} = \delta_B$ ,  $\sum_{t=d_C}^T x_{Ct} = \delta_D$ ,  $\sum_{t=d_D}^T x_{Dt} = \delta_D$ , en application de la règle 4 de la [page 1139](#).

Si, en outre, les tâches B, C et D consomment la même ressource  $k$  (laquelle étant supposée, dans cet exemple, n'être consommée par aucune autre tâche), on aura:

$$a_{Br} \delta_B \sum_{t'=t}^{t'+d_B-1} x_{Bt'} + a_{Cr} \delta_D \sum_{t'=t}^{t'+d_C-1} x_{Dt'} + a_{Dr} \delta_D \sum_{t'=t}^{t'+d_D-1} x_{Dt'} \leq r_{kt}$$

pour  $t = 1, \dots, T$  *relation 59*

D'une manière générale, pour  $H$  alternatives partant toutes d'une même tâche initiale  $\alpha$  et aboutissant toutes à la même tâche finale  $\omega$ , et en indexant par  $h$  les gammes alternatives, les indices  $i$  et  $j$  repérant deux tâches successives (avec recouvrement possible), on obtient la [relation 60](#):

$$\sum_{t=1}^T tx_{i_h t} + d_{j_h} \delta_h - g_{i_h j_h} \delta_h \leq \sum_{t'=1}^T t'x_{j_h t'} + (1 - \delta_h)H$$

*pour deux tâches successives de l'alternative  $h$  (la première tâche  $i_h$  possible étant la tâche  $\alpha$  et la dernière tâche  $j_h$  possible étant la tâche  $\omega$ )* *relation 60*

La [relation 58](#) ( $\sum_i a_{ir} \sum_{t'=t} x_{it'} \leq r_{kt}$ ) doit être adaptée pour tenir compte du fait que certaines tâches doivent être nécessairement exécutées (sous-ensemble  $\Phi$ ) et que celles qui appartiennent au sous-ensemble  $\bar{\Phi}$  des tâches  $i_h$  des gammes alternatives  $h$  partant toutes d'une même tâche initiale  $\alpha$  et aboutissant toutes à la même tâche finale  $\omega$ . Cette adaptation conduit à la [relation 61](#); sa généralisation à une combinatoire d'alternatives ne pose pas de problèmes particuliers.

$$\sum_{i \in \Phi} a_{ir} \sum_{t'=t}^{t'+d_i-1} x_{it'} + \sum_{h=1}^H \sum_{i_h} a_{i_h r} \delta_h \sum_{t'=t}^{t'+d_{i_h}-1} x_{i_h t'} \leq r_{kt}, \text{ pour } t = 1, \dots, T \text{ et } k = 1, \dots, K$$

*contrainte cumulative* *relation 61*

1. De meilleures bornes pour  $t$  pouvant être facilement trouvées.

Table des matières

Index thématique

De même, la relation 54 de la page 321 ( $\sum_{t=d_i}^T x_{it} = 1$ ) n'est plus valable que pour  $i \in \Phi$  et doit être complétée par la relation 62 pour les autres tâches  $i \in \bar{\Phi}$ , notées aussi  $i_h$ :

$$\sum_{t=d_{i_h}}^T x_{i_h t} = \delta_h \text{ et } \sum_{h=1}^H \delta_h = 1, \text{ pour } i \in \bar{\Phi} \quad \text{relation 62}$$

Ces extensions du modèle ne seront pas illustrées numériquement en raison du trop grand nombre de variables et contraintes nécessaires, même pour des problèmes très simples, ce qui explique l'usage très limité qui est fait de ce type d'approche pour ces problèmes.

### III-2.2 Critère de lissage de charge de ressource(s)

En France, deux conceptions du lissage sont avancées mais la première est pratiquement la seule utilisée.

#### III-2.2.1 Le lissage à durée minimale d'exécution du projet

Un ordonnancement de projet respectant les contraintes cumulatives et s'exécutant sur une durée minimale donnée n'est généralement pas unique. D'autres ordonnancements peuvent être trouvés respectant ces contraintes et aboutissant à la même durée. Le lissage est alors conçu comme le processus de recherche de l'un de ces ordonnancements alternatifs conduisant à une utilisation plus régulière d'une ressource donnée<sup>1</sup>. Si ce processus de recherche aboutit, certains pics de demande de la ressource sur certaines périodes auront été «arasés»; cette diminution d'à-coups peut permettre de diminuer, sur tout ou partie du projet, le niveau de la ressource consacrée au projet. La généralisation au cas de plusieurs ressources est possible à condition de définir une hiérarchie stricte des ressources à utiliser en cas de conflit de lissage.

Une seconde approche<sup>2</sup> consiste à utiliser la technique de lissage à durée minimale d'exécution du problème en partant d'une situation initiale à capacité infinie puis en modifiant l'ordonnancement pour lisser la demande (avec une sélection aléatoire parmi une liste de candidats, au cours d'une procédure itérative initialisée par un ordonnancement au plus tôt; les ressources sont hiérarchisées sur un critère de coût pour trancher les conflits entre ressources différentes; la meilleure des simulations est retenue pour fixer le niveau des ressources).

#### III-2.2.2 Le lissage à durée quelconque d'exécution du projet

La seconde approche vise également à lisser la charge d'une ressource sur la durée du projet mais:

- la contrainte cumulative portant sur la ressource peut être violée sur certaines périodes,

1. Des règles empiriques du type «quotient de la consommation totale de la ressource par la marge totale courante de la tâche» semblent donner d'assez bons résultats d'après Lockyer & Gordon (1991, [284]), p. 141.

2. Utilisée dès 1961 par Levy, Thomson et Wiest (1961, [279]).

- la durée d'exécution du projet est fixée à une valeur égale ou supérieure à celle obtenue dans le cadre d'un problème où les contraintes cumulatives sont relaxées.

On passe alors d'un critère de minimisation de la durée du projet à un critère de lissage qui peut être un indicateur du type «moyenne des écarts absolus à la charge moyenne»<sup>1</sup>. La solution ainsi trouvée peut conduire à calibrer finalement la ressource à un niveau différent de celui initialement prévu et à couvrir les dépassements par des acquisitions ponctuelles (location, contrat de main-d'œuvre intérimaire, heures supplémentaires...); cette solution peut ne pas correspondre au coût global le plus faible possible. Par ailleurs, la généralisation du lissage de charge à plusieurs ressources s'avère difficile, sauf à définir un indicateur composite ramenant implicitement à une même unité d'œuvre les consommations des diverses ressources.

### III-3 Formulation du problème d'ordonnancement en univers aléatoire

L'approche aléatoire en ordonnancement de projet remonte au début des années soixante dans les grands projets nord-américains, avec deux écrits académiques qui proposent deux pistes différentes. Le premier s'appuie sur une utilisation du théorème de la limite centrale pour déterminer la distribution de probabilités de la durée d'exécution d'un projet et sera effectivement utilisé dans la gestion de grands projets nord-américains dès la fin de cette décennie (§ III-3.1). Le second préconise une approche simulatoire du problème qui est utilisée par un ou deux logiciels dans les années soixante-dix. Il faut attendre la fin des années quatre-vingt pour que cette approche se diffuse réellement, en accompagnement de logiciels d'ordonnancement de projet développés pour les micro-ordinateurs. Cette seconde approche, supérieure à la première sur le plan théorique, s'est imposée même si elle ne permet qu'un éclairage très partiel de la gestion du risque de dépassement des délais (§ III-3.2, page 327).

Table des matières

Index thématique

#### III-3.1 L'approche aléatoire fondée sur le théorème de la limite centrale

Cette approche est due à Clark (1962, [96]). Ses principes sont les suivants :

- La durée de chaque tâche du projet est considérée comme aléatoire et la distribution statistique Bêta<sup>2</sup> est systématiquement utilisée; les paramètres de cette loi sont déterminés, moyennant une hypothèse de calcul assez forte<sup>3</sup>, à partir des valeurs extrêmes A et B que la durée d'exécution peut prendre, et

1. Voir Maurel, Roux & Dupont (1977, [295]), p. 122; cet ouvrage reste l'un des meilleurs sur le plan technique, on notera cependant qu'il utilise de manière interchangeable les termes de «lissage» et de «nivellement» (alors que la terminologie est maintenant bien arrêtée sur ce point (1989, [4])); un algorithme de résolution du problème de lissage y est présenté p.132-143.

2. La loi Bêta est définie pour  $A \leq x \leq B$  et se caractérise par deux paramètres de forme positifs  $\alpha$  et  $\gamma$ . Ses principales caractéristiques sont :

$$f(x) = \frac{(x-A)^\alpha (B-x)^\gamma}{\int_0^1 t^{\alpha-1} (1-t)^{\gamma-1} dt} (B-A)^{\alpha+\gamma+1}, \quad E(X) = A + (B-A) \frac{\alpha+1}{\alpha+\gamma+2}, \quad V(X) = \frac{(B-A)^2 (\alpha+1)(\gamma+1)}{(\alpha+\gamma+3)(\alpha+\gamma+2)^2} \quad \text{et} \quad M_0 = \frac{A\gamma+B\alpha}{\alpha+\gamma}$$

ce qui permet de voir que les relations définissant  $V(X)$  et  $M_0$  définissent implicitement un système de 2 équations à 2 inconnues,  $\alpha$  et  $\gamma$  (A et B étant supposés connus), et réciproquement.

du mode  $M_0$ . Il suffit donc de poser les trois questions suivantes : « quelle est la durée minimale ? », « quelle est la durée maximale ? », et « quelle est la durée la plus probable ? », pour obtenir respectivement les paramètres  $A$ ,  $B$ , et  $M_0$ , qui permettent ensuite de calculer la moyenne et la variance de cette durée aléatoire à partir des formules suivantes :

$$E(t) = \frac{a + b + 4M_0}{6} ; V(t) = \left( \frac{b-a}{6} \right)^2 \quad \text{relation 63}$$

- On détermine ensuite le chemin critique du projet, en se plaçant en univers certain et en utilisant les durées moyennes calculées en application de la **relation 63**, ce qui permet de trouver le (ou les) chemin(s) critique(s).
- On se place maintenant en univers aléatoire et la durée du projet est considérée comme la somme des durées des tâches du chemin critique précédemment identifié, ce qui constitue une hypothèse très fortement simplificatrice car l'existence même de durées aléatoires peut se traduire par la possibilité d'autres chemins critiques.
- On utilise alors le théorème de la limite centrale<sup>1</sup> pour approximer la loi de distribution de probabilités de la durée d'exécution du projet ; ce théorème, sous sa forme faible, dit que la loi suivie par la somme d'un grand nombre de variables aléatoires indépendantes est une loi Normale (sous des conditions qui sont respectées avec l'utilisation de la loi Bêta) ;
- L'espérance mathématique (ou la variance) de cette loi se calcule comme la somme des espérances mathématiques (ou des variances) de chaque durée des tâches du chemin critique ; il s'agit là d'une application de résultats analytiques classiques, relatifs à une somme de variables aléatoires quelconques mais *indépendantes*<sup>2</sup> :

$$E\left(\sum_{i=1}^k X_i\right) = \sum_{i=1}^k E(X_i) \quad \text{et} \quad V\left(\sum_{i=1}^k X_i\right) = \sum_{i=1}^k V(X_i) \quad \text{relation 64}$$

- La connaissance de la loi de la durée du projet permet de calculer des intervalles de confiance de cette durée ou la probabilité qu'une durée donnée soit dépassée, ce qui constitue une mesure possible du risque-délai du projet.

L'application de cette démarche ne pose pas de problème technique particulier. Les trois remarques suivantes, qui en limitent l'intérêt théorique, doivent nécessairement être faites :

- Pour pouvoir utiliser le théorème de la limite centrale, il est nécessaire d'avoir un chemin critique comportant au moins une trentaine de tâches (ce qui ne se réalise qu'avec les très gros projets). Il devient très contestable

3. Dans les utilisations courantes du PERT, on se contente de la connaissance de  $A$ ,  $B$  et  $M_0$ , et l'on impose des valeurs à  $\alpha$  et  $\gamma$  :  $\alpha = 2 + \sqrt{2}$  et  $\gamma = 2 - \sqrt{2}$  **ou**  $\alpha = 2 - \sqrt{2}$  et  $\gamma = 2 + \sqrt{2}$  qui impliquent que l'on ait :  $M_0 = \frac{B+A}{2} \pm (B-A) \frac{\sqrt{2}}{4} \approx 0,5 \times (A+B) \pm 0,35 \times (B-A)$  et  $E(X) = A + (B-A) \times \frac{3 \pm \sqrt{2}}{6} = 0,5(A+B) \pm 0,24(B-A)$ . Si cette approximation est acceptable, les relations classiquement utilisées dans la Loi Bêta-PERT sont fondées, sinon il est préférable d'utiliser des estimations différentes (voir Farnum & Stanton, 1987, [144]).

1. Ce théorème établit, sous des conditions généralement respectées, que la variable aléatoire constituée par une somme de  $n$  variables aléatoires indépendantes suit approximativement une loi Normale, quelles que soient les lois d'origine, dès que  $n$  est assez grand. Voir, par exemple, Giard (2003, [182], chapitre III).

2. Voir, par exemple, Giard (2003, [182], chapitre III).

- d'invoquer ce théorème si l'on descend en dessous de la dizaine de tâches, comme le font certains praticiens.
- Le raisonnement que l'on vient de tenir peut s'appliquer à n'importe quel cheminement possible entre deux sommets du graphe. Ceci nous permet si l'un des sommets est celui de la fin du graphe, de calculer la date de début au plus tard d'une opération, respectant une probabilité imposée à l'avance de ne pas remettre en cause une date de fin de réalisation du projet. Compte tenu de la remarque précédente, ceci suppose qu'entre la dite opération et la fin du projet, il y ait un nombre suffisant de tâches pour pouvoir appliquer le théorème de la limite centrale.
  - Il découle également de l'observation faite précédemment, que l'on peut calculer la probabilité pour qu'un chemin non critique initialement (en espérance mathématique), le devienne. Si cette probabilité d'occurrence est assez forte, il y aura intérêt à prêter un intérêt aussi grand à ce chemin «sous-critique» qu'au chemin critique lui-même. De nombreuses études<sup>1</sup> montrent, du reste, qu'en négligeant les chemins subcritiques, on aboutit à des prévisions plutôt optimistes (sous-estimation de la date d'achèvement du projet); cela étant, la prise en compte de cette multiplicité de chemins possibles est analytiquement inextricable. Seule la démarche simulatoire permet de prendre en compte ce phénomène.

### III-3.2 Application de la démarche simulatoire fondée sur la méthode de Monte-Carlo

Table des matières

Index thématique

Si les premiers écrits proposant d'appliquer la méthode de Monte-Carlo à la gestion de projets sont contemporains de ceux privilégiant l'approche fondée sur le théorème de la limite centrale (Van Slyke, 1963, [428]). L'exploitation de l'approche simulatoire<sup>2</sup> est restée modeste<sup>3</sup> dans les années soixante-dix en raison du faible nombre de logiciels et, surtout, de l'incompréhension de ce type d'approche dans les milieux académiques (et donc, a fortiori, ceux de l'entreprise). C'est au début des années quatre-vingt que cette approche décolle, tout comme l'usage de simulateurs industriels, et se répand du fait de la mise au point de logiciels ergonomiques et performants, utilisables sur micro-ordinateurs. Si la démarche suivie est classique, son application est plus ou moins performante selon le logiciel utilisé<sup>4</sup> (§ III-3.2.1). On illustrera cette approche à partir de notre exemple<sup>5</sup> (§ III-3.2.2, page 332).

1. Une bibliographie complète peut être trouvée dans Hax & Candea (1984, [224], p. 347).

2. Une description des fondements de l'approche simulatoire peut être trouvée dans Giard (2003, [182]) et, pour une analyse complète de cette approche, le lecteur est invité à se reporter à Vose (2000, [434]). Cette approche a déjà été utilisée au chapitre III (modélisation de processus productifs au § I-2.1, page 148, analyse de sensibilité au § II-3.3, page 190). On ne reviendra donc pas ici sur une présentation générale de cette démarche, pour n'examiner que son application à la gestion de projets, certains points étant plus détaillés dans Giard (1991, [173]).

3. Parmi les projets s'étant appuyés sur cette approche, on trouve ceux de la construction d'oléoducs en Alaska.

4. Dans ce qui suit, nous nous appuyons sur *@Risk for Project* de Palisade qui est un add-in du logiciel Project de Microsoft, Il est possible de télécharger à partir du site de Palisade (<http://www.palisade.com>), des versions complètes d'évaluation, utilisables quelques semaines.

### III-3.2.1 Démarche suivie

La première étape est celle du recueil d'informations sur la distribution de probabilités de la durée d'exécution de chaque tâche. Pour toute une série de raisons évidentes, il est peu réaliste de croire possible le recueil, auprès de chaque responsable d'une tâche, de la loi de probabilité qu'il considère vraisemblable, ainsi que la valeur des paramètres la caractérisant, ce que permettent ces logiciels. Deux méthodes pragmatiques sont à privilégier.

- La première consiste à poser préalablement les deux questions suivantes : «quelle est la durée minimale d'exécution de la tâche?» et «quelle est la durée maximale d'exécution de la tâche?», puis à choisir judicieusement deux ou trois valeurs intermédiaires  $x$  et à poser la question «quelle est la probabilité pour que la tâche mette plus de  $x$  jours (semaines ou mois)?», en prenant les valeurs croissantes de  $x$  (pour forcer la cohérence des données recueillies). On obtient alors directement une fonction de répartition de la durée d'exécution de la tâche.
- La seconde approche consiste à utiliser la loi uniforme, qui revient à postuler que «n'importe quelle valeur entre les valeurs extrêmes me semble avoir la même chance que les autres», et / ou la distribution Triangulaire qui repose sur le recueil des valeurs extrêmes et du mode<sup>1</sup>. Pour cette dernière distribution, certains logiciels permettent un recueil plus subtil de l'information pour contrer le risque de valeurs extrêmes aberrantes liées à des réflexes de prudence excessifs de certains responsables, en remplaçant la question sur les valeurs extrêmes, par les questions suivantes : «quelle est la durée d'exécution de la tâche en dessous de laquelle on a moins de 5% de chances de se trouver?», «quelle est la durée d'exécution de la tâche au-dessus de laquelle on a moins de 5% de chances de se trouver?»; les extremums implicitement utilisés se déduisent immédiatement des réponses fournies.

Une fois connues les distributions de probabilités, il ne reste plus qu'à utiliser les méthodes classiques de Monte Carlo<sup>2</sup> pour obtenir par simulation des durées des différentes tâches. L'analyse d'un grand nombre de simulations globales du projet permet de tirer des enseignements généralement impossibles à obtenir de manière analytique. Cette méthode repose sur les principes suivants, conduisant à l'établissement du [tableau 59](#):

- on suppose connue la fonction de répartition  $P(X_i < x_i)$  de la durée  $X_i$  de la tâche  $i$  du projet, lequel comporte  $n$  tâches ( $i$  varie donc de 1 à  $n$ );

5. Les expérimentations de cette approche simulatoire, faites à la régie Renault – voir Courtot (1991, [110]) et Giard, Courtot & Vergnenègre (1991, [189]) – sans prise en compte des contraintes quantitatives ni de scénarios alternatifs, ont permis d'apprécier la probabilité que des projets ne tiennent pas les délais impartis et de confirmer l'existence de risques importants de voir devenir critiques des tâches, identifiées initialement comme non critiques.

1. La loi triangulaire est définie pour  $a \leq x \leq b$ . Sa densité de probabilité est croissante linéairement jusqu'au mode  $M_0$ , puis décroissante linéairement. On a donc  $f(x) = \frac{2(x-a)}{(b-a)(M_0-a)}$ , pour  $x \leq M_0$  et  $f(x) = \frac{2(b-x)}{(b-a)(M_0-a)}$ , pour  $x \geq M_0$ . En outre,  $P(X \leq x) = \frac{(x-a)^2}{(b-a)(M_0-a)}$ , pour  $x \leq M_0$  et  $P(X \leq x) = 1 - \frac{(b-x)^2}{(b-a)(M_0-a)}$ , pour  $x \geq M_0$ ;  $E(X) = \frac{a+b+M_0}{3}$ ;  
 $V(X) = \frac{a^2+b^2+M_0^2-ab-aM_0-bM_0}{18}$ .

2. Pour une présentation générale de cette méthode, voir Giard (2003, [182], p. 118-127).

- on réalise K itérations de simulation du problème d'ordonnancement ; la k<sup>ème</sup> itération (k variant de 1 à K) comporte, pour chacune des n tâches du projet, une réalisation  $x_{i_k}$  de la variable aléatoire  $X_i$ , durée de la tâche i ; le nombre K d'itérations doit être suffisant<sup>1</sup> pour que l'on puisse obtenir de bonnes estimations des informations recherchées ;

TABLEAU 59  
Résultats de la simulation

		Tâche i (durée $x_i$ )						Durée minimale du projet pour la simulation k
		1	2	...	i	...	n	
jeu de de données de l'itération k	1	$x_{1_1}$	$x_{1_2}$	...	$x_{1_i}$	...	$x_{1_n}$	$D_1$
	2	$x_{2_1}$	$x_{2_2}$	...	$x_{2_i}$	...	$x_{2_n}$	$D_2$
	...	...	...	...	...	...	...	...
	k	$x_{k_1}$	$x_{k_2}$	...	$x_{k_i}$	...	$x_{k_n}$	$D_k$
	...	...	...	...	...	...	...	...
	K	$x_{K_1}$	$x_{K_2}$	...	$x_{K_i}$	...	$x_{K_n}$	$D_K$
Indice de criticité	$\frac{m_1}{K}$	$\frac{m_2}{K}$	...	$\frac{m_i}{K}$	...	$\frac{m_n}{K}$		

Table des matières

Index thématique

- la réalisation  $x_{i_k}$  de la variable aléatoire  $X_i$ , durée de la tâche i, pour l'itération k, s'obtient à partir d'un nombre  $z_{i_k}$  généré aléatoirement, compris entre 0 et 1, et s'interprétant comme un tirage aléatoire d'une valeur de la fonction de répartition de la durée de cette tâche i  $z_{i_k} = P(X_i < x_{i_k})$  ; les valeurs  $z_{i_k}$  sont, par construction, équiprobables ;
- la connaissance de la fonction de répartition de la durée  $X_i$  d'une tâche i et celle de la valeur tirée aléatoirement d'une probabilité cumulée  $z_{i_k} = P(X_i < x_{i_k})$  permettent de calculer le fractile  $x_{i_k}$  ; l'équiprobabilité des valeurs tirées  $z_{i_k} = P(X_i < x_{i_k})$  entraîne nécessairement l'équiprobabilité des K durées  $x_{i_k}$  obtenues pour une tâche i donnée ;
- on se ramène en univers certain pour chacun des K itération de simulation du problème (c'est-à-dire chacun des ensembles de n valeurs  $x_{i_k}$  du k<sup>ème</sup> jeu de données, k variant de 1 à K) ; on calcule pour chaque jeu, la durée minimale d'exécution  $D_k$  du projet et l'on repère les tâches qui sont critiques pour ce jeu (par exemple, en les marquant d'un astérisque dans le tableau 59) ;
- l'analyse statistique des K jeux de résultats obtenus par simulation permet d'obtenir trois informations qui, contrairement à l'approche de Clark, tiennent compte de tous les chemins critiques possibles et n'impose de

1. Il est conseillé de donner à K une valeur supérieure à 100.

contraintes sur le nombre de tâches du projet (contrainte liée à l'utilisation du théorème de la limite centrale). Ces résultats sont :

- pour le projet: une estimation de l'espérance mathématique de la durée minimale d'exécution du projet<sup>1</sup> ainsi qu'une estimation de la probabilité que la durée minimale d'exécution du projet excède une durée donnée;
- pour chaque tâche: une estimation de l'**indice de criticité** de la tâche qui est une estimation de la probabilité que cette tâche soit critique, calculée à partir de la fréquence  $m_i / K$ , où  $m_i$  est le décompte, dans la colonne  $i$  du **tableau 59**, du nombre  $m_i$  d'itérations ayant conduit à observer que la tâche  $i$  est critique.

Lorsque le projet a été structuré de manière hiérarchique, la question peut se poser de déterminer le niveau de détail pertinent pour effectuer l'analyse. La réponse à une telle question n'est pas aisée. Plusieurs éléments doivent être pris en compte :

- La durée d'une macro-tâche est égale à la durée minimale d'exécution du projet défini par les micro-tâches qui le composent. Il s'ensuit que si l'on retient le même type de distribution pour toutes les tâches, par exemple la distribution triangulaire, on obtient empiriquement pour la macro-tâche une distribution *quelconque* ne se ramenant à aucun modèle théorique connu<sup>2</sup>; a fortiori, il en sera de même si l'on n'utilise pas toujours le même type de distribution. Il ne peut donc y avoir équivalence entre les deux formulations qu'à la condition expresse d'utiliser pour la macro-tâche la distribution générée par simulation, à l'exclusion de toute autre distribution empirique ou théorique.
- Le passage d'un niveau de détail fin (micro-tâches) à un niveau moins fin (macro-tâches) induit souvent des chevauchements entre macro-tâches (voir § III-4.1, page 334). Ces chevauchements sont non seulement aléatoires mais, de surcroît, dépendent des valeurs prises par les macro-tâches se recouvrant, ce qui complique singulièrement le problème.
- Ces deux considérations conduisent à n'avoir que peu de chances d'observer des résultats très voisins pour les simulations effectuées à ces deux niveaux de détail.
- Cela étant, le problème posé peut être considéré comme un faux problème si l'on considère que ce qui est sans doute le plus important est le degré de fiabilité des informations recueillies. Un niveau de détail trop grand peut nuire à la qualité des informations recueillies (caractéristiques de tendance et de dispersion d'une durée de tâche) si, compte tenu d'une expérience non formalisée, le responsable évalue plus facilement la charge de travail d'une macro-tâche que pour chacune de ses micro-tâches. Inversement, certaines estimations de temps de macro-tâches peuvent nécessiter une décomposition préalable du travail à exécuter «pour y voir plus clair». Dès lors, il est

1. De nombreux travaux montrent qu'en général, l'espérance mathématique de la durée du projet est supérieure à la valeur trouvée en univers certain à partir des durées modales (dans la mesure où la distribution statistique est unimodale)

2. On peut simplement dire que si les simulations donnent toujours le même et unique chemin critique, l'application du théorème de la limite centrale doit conduire à constater que la distribution de probabilité empirique, générée pour la macro-tâche, tend vers une loi Normale.

possible que le bon niveau de simulation soit un compromis utilisant quelques macro-tâches et toutes les micro-tâches des macro-tâches non retenues.

Certains logiciels permettent en outre :

- de faire en sorte qu'un nombre suffisamment d'itérations de la simulation d'un même problème permette de retrouver la corrélation que l'on souhaite observer entre des durées de tâches, ce qui revient à rejeter l'hypothèse, classiquement admise «faute de mieux», d'une indépendance des durées ;
- de définir par une loi de probabilité la date imposée de début de certaines tâches (jalon, par exemple) ;
- de définir par une distribution de probabilité des éléments de coûts associés à une tâche ; ces distributions peuvent ou non être corrélées avec celle de durée de la tâche ; on peut alors traiter simultanément le risque délai et le risque coût (§ IV-2, page 346) ;
- de définir stochastiquement des branchements conditionnels<sup>1</sup>, en assignant à chaque alternative, une probabilité ; ceci permet de traiter des cas du type «si les conditions météo sont favorables, alors...» ou «si les conditions météo sont défavorables, alors ...» et de choisir en conséquence le descendant de la tâche étudiée, étant entendu que chaque descendant peut être suivi d'un ensemble de tâches qui ne seront exécutées que si l'alternative est retenue ; au cours d'une itération, une seule de ces alternatives sera retenue ;
- de piloter par des routines externes<sup>2</sup> :
  - des branchements conditionnels et des lois de durées en fonction, soit de ce qui c'est passé au niveau des ancêtres directs ou indirects de la tâche concernée par ces changements de loi ou ces embranchements conditionnels, soit de résultats provisoires sur certaines informations caractérisant la durée du projet (espérance mathématique ou fractile), ce qui correspond à une rétroaction d'une solution sur le processus de résolution du problème ;
  - la gestion des conflits liés à la présence de contraintes cumulatives ou disjonctives, ce qui permet de contrôler le processus de résolution et permet d'utiliser un certain nombre de travaux relatifs aux heuristiques de résolution de cette classe de problèmes.

Cette approche quantitative, sous ses différentes formes, présente des limites qui font que son intérêt opérationnel ne doit pas être surévalué :

- L'analyse quantitative des risques que permet la simulation permet de focaliser l'attention sur un certain nombre de tâches, dont la définition peut être révisée, et de dérives possibles mais il faut bien voir qu'*en l'absence d'analyse causale sous-jacente, le gestionnaire ne dispose d'aucun guide pour l'action*. Il faut compléter cette approche par une analyse qualitative des

1. Un progiciel, comme Q-GERT, créé et diffusé dans les années soixante-dix (Pritsker, 1979, [346] et Sigal & Pritsker, 1983, [347]), permettait non seulement de combiner durées aléatoires et tâches alternatives, mais en outre d'inclure de véritables tables de décision permettant d'affiner les décisions à prendre en fonction d'événements extérieurs et également de tenir compte de contraintes cumulatives. Des logiciels récents (comme @Risk for project) permettent de tester facilement, dans le cadre de simulations de grande ampleur, l'impact de combinaisons de facteurs contrôlés comme des gammes alternatives.

2. Programmes VB ou VBA, en particulier mais un logiciel comme Q-GERT incluait déjà ces possibilités, au milieu des années soixante-dix.

risques<sup>1</sup> pour mieux en comprendre la nature et être à même de prendre des mesures les plus appropriées. Quelques logiciels aident à l'analyse qualitative des risques et à une capitalisation de leurs caractéristiques<sup>2</sup>.

- Cela étant, la fourniture d'informations quantitatives présente l'avantage de permettre *une certaine hiérarchisation des problèmes* (notamment par l'amélioration de la notion de criticité d'une tâche) et de ne pas traiter toutes les tâches de manière homogène. L'intérêt de ce type d'approche, pour les quelques expériences que nous connaissons, est loin d'être négligeable mais il nous semble que les utilisateurs prêtent aux chiffres un intérêt sans doute excessif, compte tenu des conditions de recueil des informations numériques traitées.

### III-3.2.2 Exemple numérique

Les durées des tâches sont maintenant celles du [tableau 60 de la page 334](#), sachant que la durée retenue en univers certain est égale au mode de la distribution triangulaire, lorsque celle-ci est retenue, et à la moyenne de la distribution uniforme, lorsque cette dernière est retenue. On a reporté également dans ce [tableau 60](#) les indices de criticité des tâches, calculés au cours d'une simulation de 5000 itérations (sous *@Risk for Project*<sup>3</sup>). Sur la base de ces informations, on constate que les tâches M et L ne sont jamais critiques, que la tâche E a près de 20% de chances d'être critique et la tâche I près de 80%<sup>4</sup>, que les tâches G et H ont près de 19% de chances d'être critiques. On peut ajouter que la durée moyenne est de 37,3 jours (valeur supérieure à celle obtenue en univers certain) et qu'il y a plus de 5% de chances de dépasser 41 jours. L'analyse de sensibilité de la variabilité de la durée du projet à celle des tâches est également fournie<sup>5</sup> ([figure 91](#)).

Ces informations sont utiles pour la programmation finale du projet (§ [III-1.1.5, page 303](#)) mais elles ne suffisent pas, comme nous l'avons dit, pour comprendre l'origine de ces risques et pouvoir sérieusement les maîtriser.

## III-4 Révision de la formulation du problème

Dans la mesure où les premières informations recueillies sur la décomposition du projet en tâches sont obtenues indépendamment les unes des autres, il est fréquent que l'exploitation de ces informations conduise à ne pas pouvoir satisfaire les contraintes de délai (ou de coût) assignées au projet. Dans ce cas, il faut transformer la formulation du problème (définition des tâches, des ressources, du niveau de détail, etc.), en espérant que cette nouvelle formulation permettra d'atteindre cet objectif sinon, il faudra recommencer avec d'autres hypothèses de

1. Voir Giard (1991, [\[173\]](#), chapitre V) et l'ouvrage Courtot (1998, [\[110\]](#)) entièrement consacré à ce thème. Le site personnel de Courtot (<http://perso.wanadoo.fr/courtot.herve/>) comporte des informations régulièrement mises à jour sur ce thème du risque (articles, bibliographie, logiciels).

2. Notamment Riskman ([www.riskdriver.com](http://www.riskdriver.com)).

3. Certains logiciels de gestion de projets intègrent directement l'approche aléatoire, en particulier Open Plan ([www.welcome.com](http://www.welcome.com)) et Pertmaster Professional + Risk ([www.pertmaster.com](http://www.pertmaster.com)).

4. La tâche J étant toujours critique, le chemin critique passe nécessairement par l'un ou l'autre de ses ancêtres, tâches E et I. En théorie, on pourrait avoir un double chemin critique mais, les durées étant traitées comme des variables continues, la probabilité d'occurrence de chemins critiques multiples est quasi nulle (ce qui ne serait pas produit si l'on avait décidé d'utiliser des distributions discrètes pour ce problème).

5. Utilisation des coefficients de corrélation de rangs (voir [chapitre III, page 193](#)).

FIGURE 91

Distribution de probabilité de la durée d'exécution du projet et analyse de sensibilité

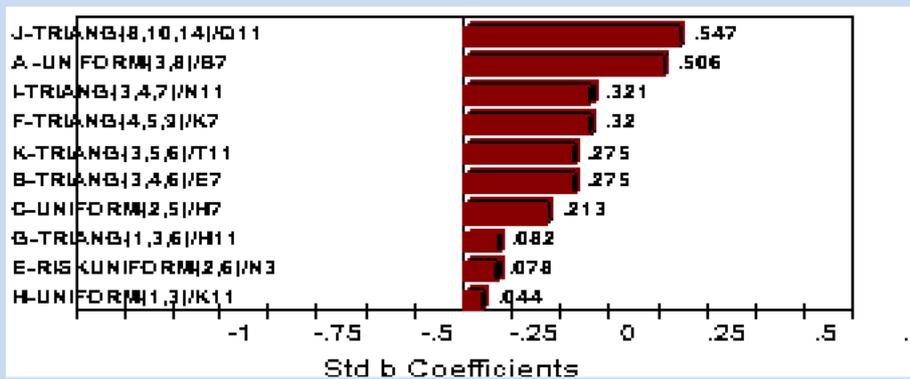
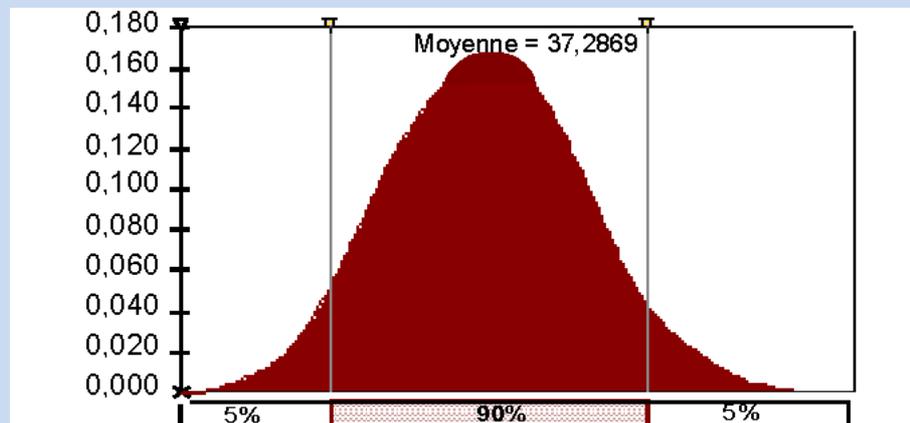


Table des matières

Index thématique

travail. Plusieurs solutions peuvent être envisagées pour diminuer la durée du projet :

- la *suppression de certaines tâches critiques* peut être envisagée pour des tâches de contrôle (ce qui conduit à une impasse technique) ou pour des tâches de transformation associées à des objectifs secondaires du projet (abandon de clauses secondaires du cahier des charges...); le plus souvent, cette solution conduit à une prise de risque plus forte et peut dégrader certains objectifs;
- une solution fréquemment utilisée par les gestionnaires de projet consiste en un *chevauchement de tâches critiques*; cette solution implique une analyse plus fine des tâches concernées et un raisonnement implicite sur les micro-tâches les constituant; on a tout intérêt à expliciter ce raisonnement par un processus de décomposition de ces tâches (voir § III-4.1);
- la solution la plus fréquemment évoquée dans la littérature consiste en une *diminution de durée de tâches critiques*; cette solution, comme on le verra

TABLEAU 60  
Définition des distributions de probabilités des durées et indices de criticité calculés

Tâche i	Désignation de la tâche i	Loi de la durée des tâches	Indice de criticité
A	Terrassement	Uniforme(3; 7)	0 %
B	Fondations	Triangulaire(3; 4; 6)	0 %
C	Charpente verticale	Uniforme(2; 3)	0 %
D	Charpente de la toiture	Uniforme(1,5; 2,5)	0 %
E	Couverture	Triangulaire(2; 3; 6)	18,0%
F	Maçonnerie	Triangulaire(4; 5; 8)	0 %
G	Gros œuvre de plomberie et d'électricité	Triangulaire(1; 3; 6)	18,8%
H	Coulage de la dalle de béton	Uniforme(2; 4)	18,8%
I	Chauffage	Triangulaire(3; 4; 7)	82,0%
J	Plâtre	Triangulaire(8; 10; 14)	0 %
K	Finitions et installation des machines	Triangulaire(3; 5; 6)	0 %
L	Négociation de l'achat des machines + délai de livraison	Uniforme(12; 17)	0 %
M	Réception des machines et essais «hors site»	Triangulaire(1; 3; 4)	0 %

(§ III-4.2) est généralement coûteuse mais surtout quelquefois peu triviale à mettre en œuvre manuellement. En effet, au fur et à mesure qu'un jour additionnel est gagné sur la durée du projet, la liste des tâches critiques peut s'accroître (apparition de chemins critiques additionnels).

On examinera enfin (§ III-4.3, page 341) l'impact de la formulation hiérarchique d'un problème d'ordonnancement de projet car cette approche, inévitable pour des projets d'une certaine ampleur, a des conséquences inattendues.

### III-4.1 Décomposition de tâches critiques à des fins de chevauchement

Le processus de décomposition d'une (ou plusieurs) tâche(s) critique(s) présente l'avantage d'explicitement le raisonnement conduisant à un chevauchement et force à un examen de la faisabilité technique de la solution imaginée. Ce processus est illustré par l'exemple de la figure 92, page 336, où la «macro-tâche A» est décomposée en deux «micro-tâches» A<sub>1</sub> et A<sub>2</sub>, ce qui permet de gagner 4 jours, la tâche B pouvant commencer avant que la tâche A ne soit terminée en totalité (ce qui correspond bien à un chevauchement).

Tout processus de décomposition d'une tâche critique ne se traduit pas obligatoirement par un chevauchement avec une autre tâche critique ni donc par une diminution de la durée d'exécution du projet<sup>1</sup>. La figure 93, page 336, illustre les

1. En cas de chemins critiques multiples, ce gain ne sera acquis que si les deux tâches qui se chevauchent appartiennent à une partie commune de tous les chemins critiques.

conditions d'une possibilité de chevauchement d'une tâche donnée avec l'un de ses ancêtres (figure du haut) ou l'un de ses descendants (figure du milieu) ou, enfin (figure du bas), simultanément avec l'un de ses ancêtres et l'un de ses descendants. Dans cette [figure 93](#), le chemin critique passe, après chevauchement, par une autre tâche (ancêtre ou descendant de la tâche  $j$ ) qui n'est pas mentionnée sur le graphique.

### III-4.2 Diminution de la durée de tâches critiques

Dans certains cas, il est possible d'obtenir une diminution de la durée d'une tâche sans accroissement de coût (ou en limitant l'accroissement de coût), par une modification du contenu de la tâche en appliquant des techniques classiques qui forcent à s'interroger sur les contenus (« quoi ? », « pourquoi ? », « quelles alternatives ? »), la localisation (« où ? », « pourquoi là ? ») et la gamme (« comment ? », « pourquoi ? », « quelles alternatives ? »). De telles révisions approfondies nécessitent du temps, alors que la situation est déjà tendue de ce côté-là, et conduisent à des coûts d'études qui peuvent être importants. Il n'est donc pas très étonnant que l'on privilégie le plus souvent la solution de mobilisation d'autres ressources :

- appel à des ressources additionnelles (heures supplémentaires, personnel ou équipements additionnels prélevés à d'autres services ou projets ou provenant d'intérim, de location ou de sous-traitance),
- remplacement de ressources initialement prévues par des ressources plus performantes.

Dans les deux cas, ces décisions se traduisent par des coûts supplémentaires.

#### III-4.2.1 Le problème posé

A priori, un nombre restreint de tâches est concerné par cette recherche d'une diminution de temps opératoires, ce qui s'explique par :

- l'existence de contraintes techniques (séchage, traitement thermique ou chimique, par exemple),
- la gêne dans le travail, occasionnée par une surabondance de facteurs productifs (une équipe de 10 couvreurs peut être moins efficace qu'une équipe de 5 couvreurs),
- l'inutilité de facteurs productifs supplémentaires (la présence d'un troisième ouvrier pour réparer un moteur automobile a peu de chances de raccourcir le temps de réparation de ce moteur),
- l'impossibilité d'accroître les facteurs productifs mis en œuvre (spécialistes en nombre limité, pas d'appel possible à la sous-traitance ou à l'intérim en raison du particularisme du procédé de fabrication ou de sa confidentialité).

À ces différentes raisons techniques, s'ajouteront, on le verra, des considérations liées au chemin critique qui limiteront cette liste de tâches candidates à un éventuel raccourcissement.

Le temps d'exécution d'une tâche varie, lorsque cette variation est possible, entre une durée maximale que l'on considérera comme sa *durée normale*, et une durée minimale que l'on appelle *durée accélérée* ; le coût de réalisation de cette tâche dépend alors de sa durée d'exécution. Ici, seul l'accroissement de coût associé à la diminution du délai d'achèvement du projet doit être pris en compte dans l'analyse. En effet, la décision de réaliser le projet en mettant en œuvre les

FIGURE 92  
Exemple de diminution de la date de fin du projet par décomposition d'une tâche critique

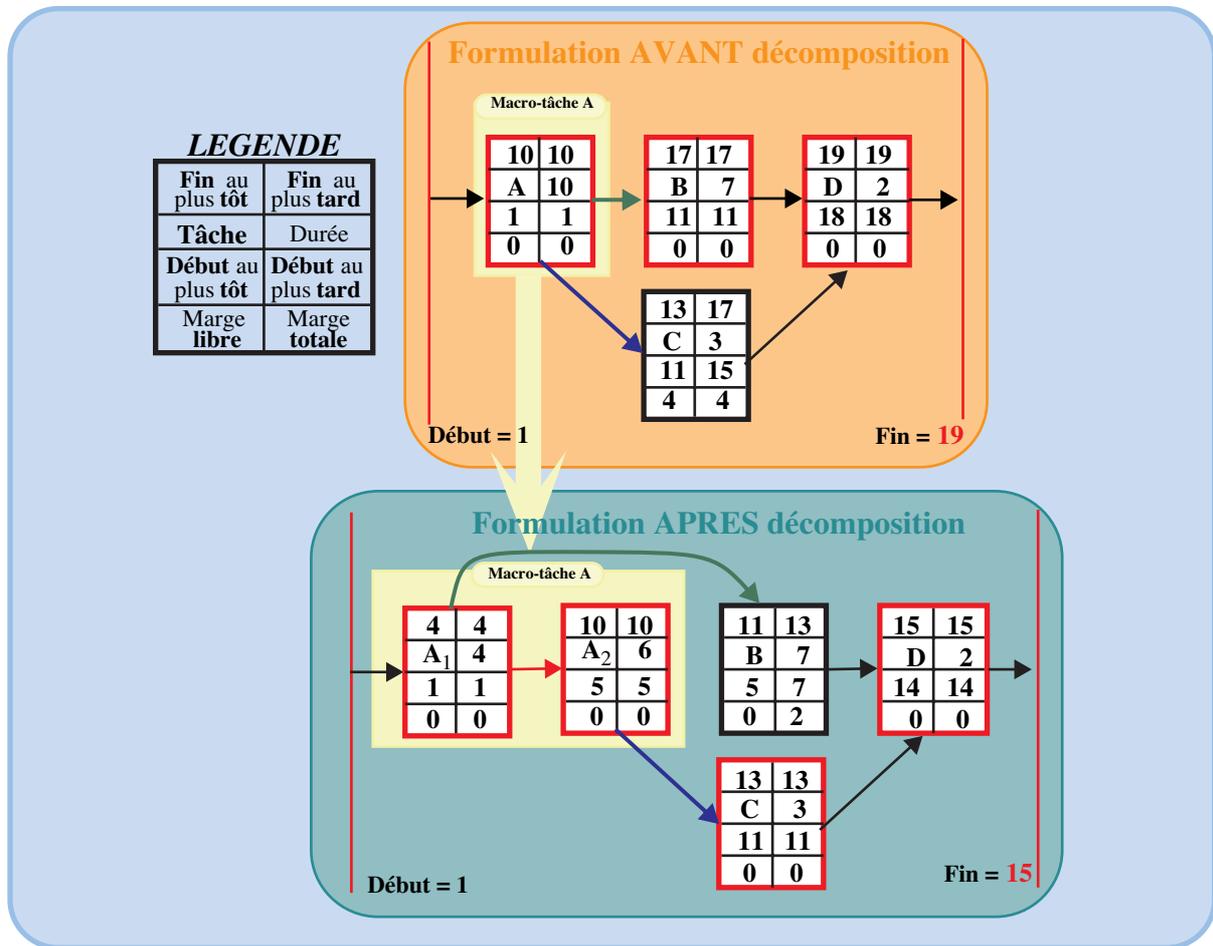
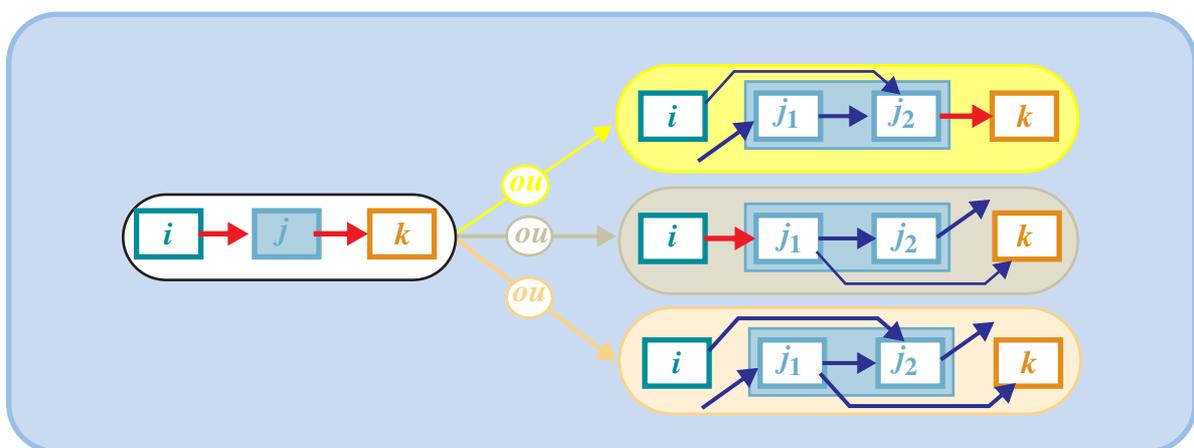


Table des matières

Index thématique

FIGURE 93  
Conditions de possibilité de chevauchement de tâches critiques



moyens nécessaires pour l'exécuter dans un certain délai a déjà été prise et ce dont il est question ici, c'est d'étudier une variante par rapport à une solution de référence. En pareil cas, c'est une analyse différentielle qu'il faut conduire par rapport à la solution de référence, aussi bien en termes de coûts, que d'avantages escomptés.

On dispose donc, au départ, d'une liste de tâches dont la durée d'exécution peut être raccourcie, ainsi que des coûts supplémentaires associés à chaque journée gagnée sur la durée de ces tâches. Dans certains cas, la mise en œuvre d'une nouvelle ressource implique que le gain de temps ne puisse porter que *globalement* sur plusieurs jours (durée minimale d'un intérim ou d'une location, par exemple). Dans ce cas, il ne faudra surtout pas associer, à chaque jour gagné, un coût marginal unitaire égal au quotient de la charge additionnelle par le nombre total de jours gagnés: le gain du premier jour implique de dépenser cette charge additionnelle en totalité et l'utilisation des jours suivants doit être considérée comme « gratuite », parce que n'occasionnant aucune charge nouvelle.

Le problème posé est celui de la sélection, au moindre coût, de l'ensemble des tâches qui permet de baisser la durée d'exécution totale de K jours. Pour le résoudre, on peut, dans une approche manuelle de problèmes ne comportant pas trop de tâches (quelques dizaines), chercher à gagner d'abord un premier jour, puis un deuxième jour, puis..., jusqu'aux K jours demandés. La solution de ce problème, qui constituait l'une des originalités de l'approche CPM dans les années soixante, mais est maintenant largement répandue, peut être trouvée manuellement sans trop de difficulté, si le problème combinatoire à résoudre reste simple. C'est ce que l'on va faire maintenant sur un exemple d'application, avant tout pour montrer les difficultés que pose cette classe de problèmes.

### III-4.2.2 Exemple d'application

Reprenons notre exemple simplifié du [tableau 54, page 276](#), et supposons maintenant qu'il est possible de raccourcir les durées d'exécution de quelques tâches (voir [tableau 61](#) correspondant à des données recueillies auprès des responsables de l'exécution des tâches) et supposons que le problème soit maintenant d'obtenir, au moindre coût, un projet exécuté en 32 jours.

Table des matières

Index thématique

TABLEAU 61  
*Possibilités de diminution des durées d'exécution de tâche*

Tâche	Durée normale – Durée accélérée (en jours)	Coût marginal de la journée gagnée (en dollars liduriens)
L	5	100
E	1	120
I	1	200
H	1	180
F	3	150

Dans cette analyse, il ne faut prêter attention qu'aux seules tâches critiques. En effet, dans notre exemple, diminuer le temps d'exécution de la tâche L ne présente aucun intérêt, même si elle a le coût marginal le plus faible, puisque ce gain de temps ne se répercute pas sur la durée totale d'exécution du projet. Il en est de même pour la tâche H. Mais cette remarque doit être immédiatement complétée par les remarques suivantes:

- La réduction de la durée d'exécution du projet *peut* conduire à ce que des tâches « non critiques » deviennent critiques. La liste des tâches critiques ne peut donc que s'accroître au fur et à mesure que la durée totale d'exécution

du projet diminue; il s'ensuit qu'une tâche écartée à une étape de calcul, parce que «non critique», peut fort bien être retenue à une étape ultérieure, parce que devenue critique entre temps;

- aucune tâche «non critique» dont la marge totale est supérieure au nombre de jours à gagner ne peut devenir critique et donc être susceptible de devenir candidate dans le processus de recherche; ceci implique qu'une tâche «non critique» dont la marge totale est positive et inférieure ou égale au nombre de jours à gagner peut (*et non doit*<sup>1</sup>) devenir critique; la tâche H écartée précédemment dans la recherche de gain d'une journée (marge totale de 1 jour, pour une durée d'exécution du projet de 35 jours), peut donc être candidate dans la recherche du gain de plusieurs journées.

Au départ donc, pour passer de 35 jours à 34 jours, les seules tâches candidates, parce que critiques, sont les tâches F et I. On décidera donc de diminuer la durée d'exécution de F de 1 jour puisque cette décision est la moins coûteuse (150 dollars liduriens). Ce faisant:

- on diminue de 1 jour les dates de fin au plus tôt et au plus tard des tâches critiques postérieures à F, c'est-à-dire les tâches I, J et K;
- la tâche I débute au plus tard maintenant le seizième jour; la date de fin au plus tard de la tâche H n'est alors plus 16 mais 15 et la marge totale de cette tâche devient nulle; il en est de même «par ricochet», pour celle de la tâche G, ancêtre de H;
- la marge de la tâche E reste inchangée parce que ses dates au plus tôt et au plus tard étaient, chacune, conditionnées par une tâche critique (respectivement F et J) et qu'une réduction de la durée de F conduit à une translation d'une journée des dates au plus tôt de ses descendants (critiques ou non, et donc de E et J) et des dates au plus tard de ses descendants critiques (et donc de J et donc, par ricochet, de E).

Le nouveau graphe (voir [figure 94](#)) montre qu'il y a maintenant deux chemins critiques ( $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow I \rightarrow J \rightarrow K$  et  $A \rightarrow B \rightarrow G \rightarrow H \rightarrow I \rightarrow J \rightarrow K$ ), lesquels ont d'ailleurs en commun plusieurs tâches critiques (A, B, I, J et K).

Pour diminuer encore de 1 jour la durée totale d'exécution du projet, il faut maintenant tenir compte de l'existence de ces deux chemins critiques, dans l'analyse des tâches candidates n'appartenant pas simultanément à ces 2 chemins critiques. Le choix doit être effectué entre la tâche I (coût marginal de 200 dollars liduriens) et les tâches de F et H ( $150 + 180 = 330$ ); on retient donc la tâche I. Un coût supplémentaire de  $150 + 200 = 350$  dollars liduriens est donc associé au gain de 2 jours par rapport à la solution initiale. La tâche E devient alors critique (voir [figure 95](#)) et l'on observe maintenant un nouveau chemin critique (A-B-C-F-E-J-K), venant s'ajouter aux deux précédents.

Pour diminuer encore de 1 jour la durée totale d'exécution du projet, on sélectionnera les tâches F (commune à 2 des 3 chemins critiques) et H, situés sur le dernier chemin critique, un coût de  $350 + 150 + 180 = 680$  dollars liduriens étant maintenant associé au gain de trois jours par rapport à la solution initiale (voir [figure 96, page 340](#)).

1. Ce point sera illustré par le fait que la tâche E restera «non critique» lorsque l'on passera de 35 à 34 jours.

FIGURE 94  
Gain du 1<sup>o</sup> jour

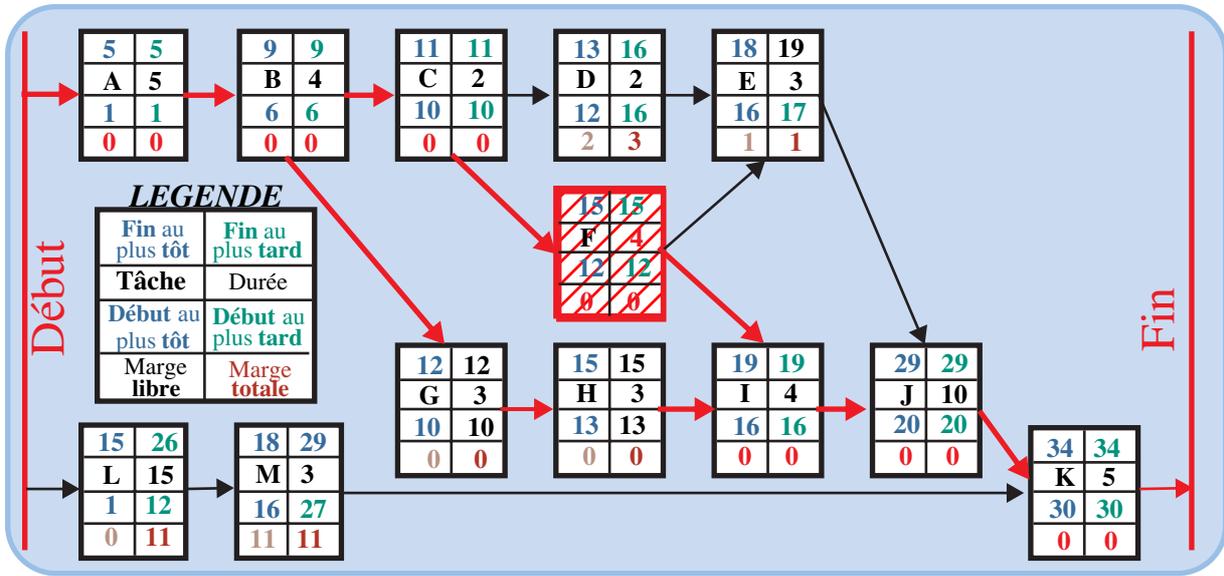
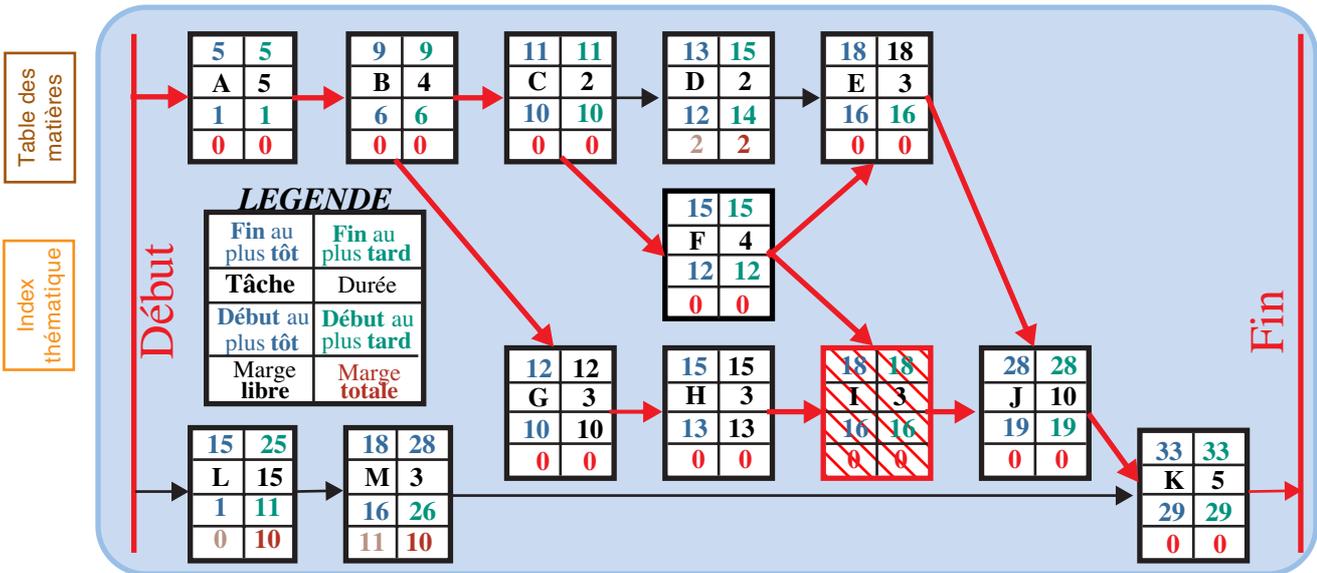


FIGURE 95  
Gain du 2<sup>o</sup> jour



Il n'est alors plus possible de diminuer encore la durée totale d'exécution du projet puisque, si l'on décidait de diminuer F de 1 jour encore, on «achèterait» alors de la marge libre, car il n'y aurait plus qu'un chemin critique (A→B→G→H→I→J→K) et ce dernier maintiendrait la durée totale d'exécution du projet à 32 jours. Les résultats de ce processus de décision sont consignés dans le [tableau 62 de la page 340](#).

FIGURE 96  
Gain du 3<sup>o</sup> jour

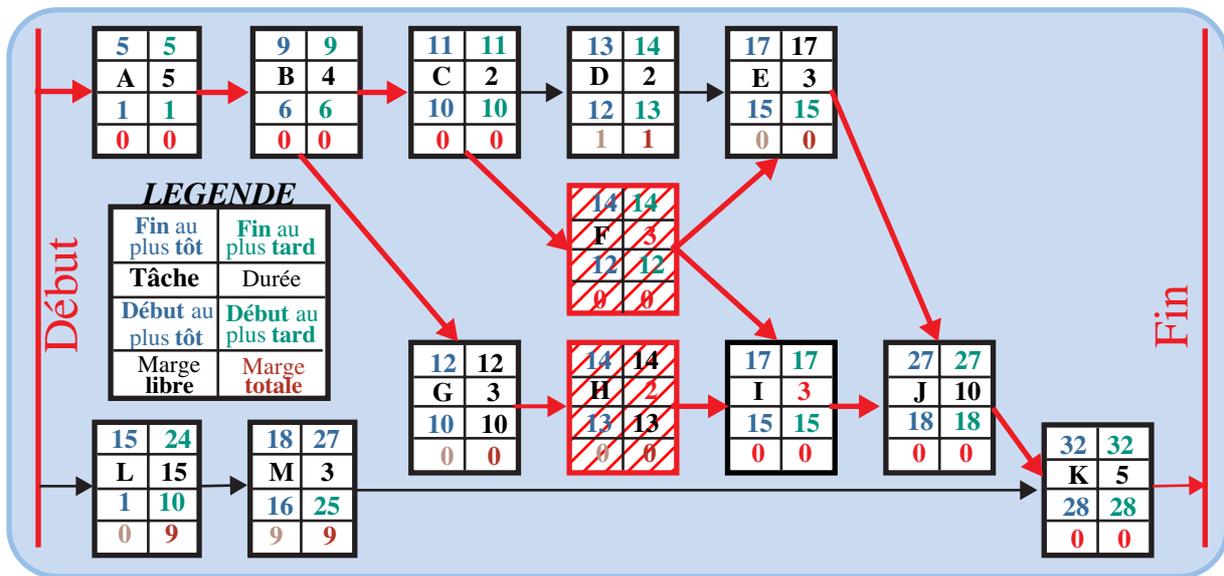


TABLEAU 62  
Solution optimale

Nombre de jours gagnés	Accroissement de coût à supporter	Tâches dont la durée est modifiée	
		Désignation	Diminution de la durée totale de la tâche
1	150	F	1
2	350	F I	1 1
3	680	F I H	2 1 1

Table des matières

Index thématique

### III-4.2.3 Algorithme de résolution dans le cadre d'une démarche «manuelle»

En systématisant la démarche suivie sur l'exemple précédent, on arrive à un algorithme relativement simple. À une étape quelconque de ce processus, la démarche à suivre est la suivante :

- On restreint la liste des tâches susceptibles d'avoir leur temps opératoire encore diminué en retirant (momentanément) les tâches non critiques.
- S'il n'y a qu'un seul chemin critique, on sélectionne la tâche pour laquelle le coût marginal le plus faible est associé.
- S'il y a deux chemins critiques, il convient de comparer les solutions suivantes : soit on retient une tâche appartenant simultanément aux deux chemins critiques, soit on retient une tâche pour chacune des parties non communes. Par exemple, si dans un problème donné le premier chemin critique est A→B→C→D→E et le second, A→B→F→E et si toutes ces tâches sont candidates, on peut choisir ou A ou B ou E ou «F et C» ou «F et D».

- S'il y a plus de deux chemins critiques, on généralise le raisonnement précédent en s'assurant que l'on gagne bien une journée quel que soit l'itinéraire critique emprunté.

#### III-4.2.4 Remarques pratiques

La démarche « progressive » que l'on vient de décrire doit être adaptée lorsque le gain de temps réalisable sur une tâche non encore sélectionnée ne peut que porter simultanément sur plusieurs jours (ou unités de temps). En effet, le coût de cette tâche peut être amputé du coût marginal des tâches précédemment retenues qui pourront être écartées, si la tâche à laquelle on s'intéresse est sélectionnée (remise en cause de décisions antérieurement prises).

L'étude manuelle du problème devient vite difficile lorsque l'étude porte sur plusieurs dizaines de tâches<sup>1</sup>. On ne s'étendra pas sur ce point car ces solutions ne prennent pas en compte les contraintes cumulatives.

Ce que nous avons appelé durée normale d'exécution d'une tâche est en réalité un temps estimé en fonction de moyens « normalement » mis en œuvre. Dans la pratique, le responsable du projet peut avoir demandé des estimations de temps en faisant savoir qu'il importait de réaliser rapidement le projet. Dans ces conditions, les responsables des tâches peuvent avoir fourni des temps d'exécution qui incluent, par exemple, des heures supplémentaires. Une fois connues les tâches non critiques, l'allongement de leurs durées d'exécution, dans le respect des principes de programmation évoqués en page 305, permet des économies. Cette action risque d'accroître sensiblement le nombre des tâches critiques et donc les risques de non-respect du délai minimal de réalisation du projet.

Si l'on est en mesure de calculer le manque à gagner associé à tout retard pris par rapport à la solution d'une durée minimale, on peut calculer une durée optimale de réalisation du projet en cherchant à minimiser la somme du coût d'accélération du projet et de la pénalité financière représentée par le manque à gagner<sup>2</sup>.

#### III-4.3 Impact de l'approche hiérarchique de l'ordonnement de projet

L'approche hiérarchique (ou désagrégative) des projets complexes est recommandée pour des raisons d'efficacité. Cet argument est difficilement contestable et ne fait que traduire une certaine vision organisationnelle de décentralisation des décisions et de leur coordination. Cette approche hiérarchique a deux implications pratiques, l'une est relative à des règles de transformation du graphe Potentiel-Tâches dans le processus d'agrégation et l'autre est relative à quelques effets indésirables se produisant dans ce processus d'agrégation.

1. On montre que le problème peut se formuler comme un programme linéaire paramétré (le paramètre étant la durée totale d'exécution du projet) qui, compte tenu de ses caractéristiques, peut se résoudre en faisant appel à l'algorithme de Fulkerson (1961, [162]), beaucoup plus rapide dans ce cas que l'algorithme général du simplexe.

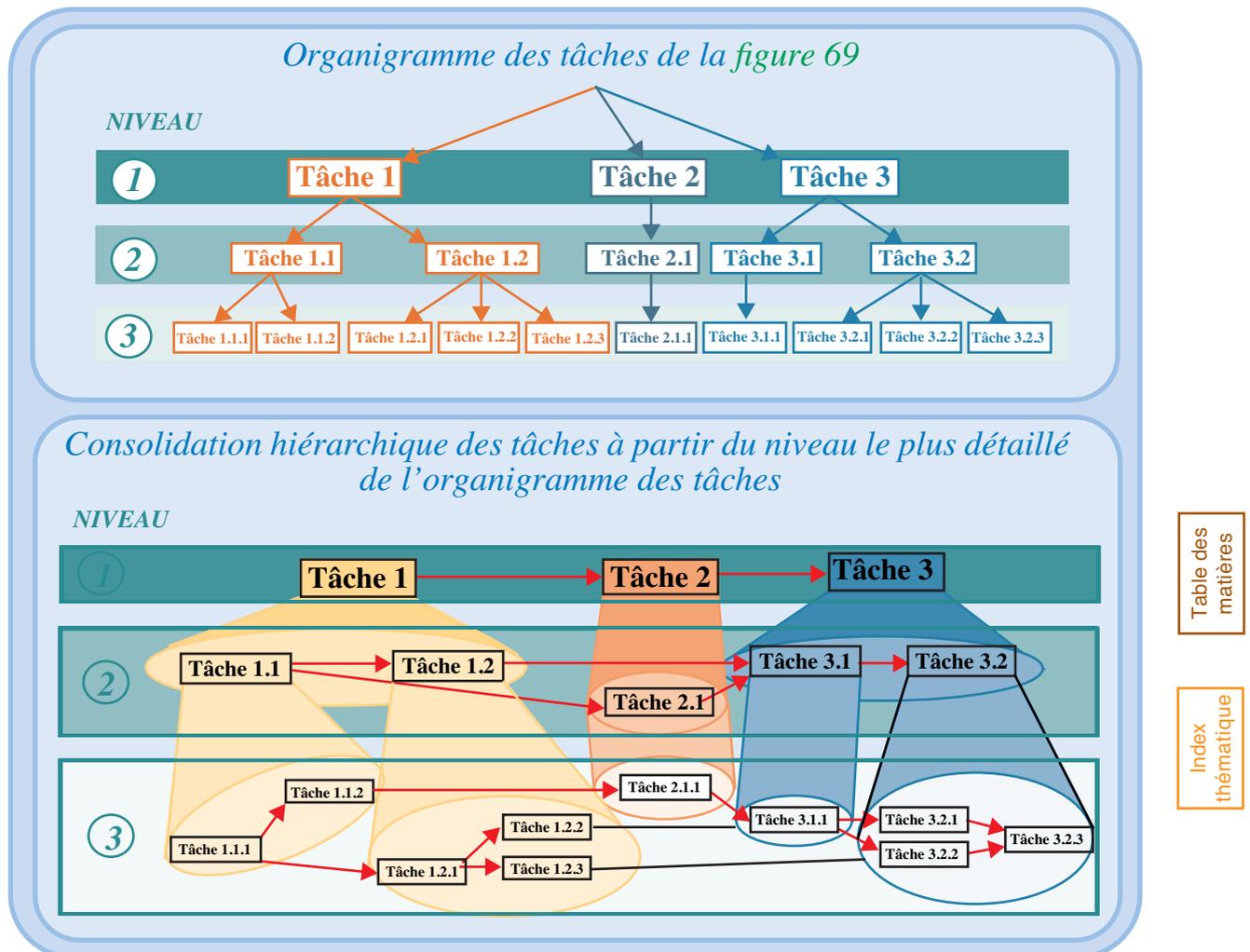
2. Voir Maurel, Roux & Dupont (1977, [295]), p. 177-202

### III-4.3.1 La transformation du graphe Potentiel-Tâches dans le processus d'agrégation

Reprenons l'exemple de l'organigramme des tâches de la figure 69 de la page 278 et supposons que les tâches de niveau 3 entretiennent des relations d'antériorité décrites par le graphe du bas de la figure 97.

FIGURE 97

*Impact du niveau d'agrégation sur l'analyse des relations d'antériorité*



En on déduit le graphe Potentiel-Tâches du niveau 2 (selon le regroupement de l'OT), puis celui de niveau 1, en appliquant les règles évidentes suivantes :

- Lorsque deux micro-tâches appartenant à la même macro-tâche sont liées par des relations d'antériorité (par exemple, les tâches 1.1.1 et 1.1.2 qui fusionnent dans la tâche 1.1), les relations d'antériorité disparaissent.
- Lorsque deux micro-tâches appartenant à deux macro-tâches sont liées par des relations d'antériorité (par exemple, les tâches 1.1.1 et 1.2.1 qui appartiennent respectivement aux tâches 1.1 et 1.2), les macro-tâches concernées héritent des relations d'antériorité, sous réserve que la relation d'antériorité reste directe. Par exemple, la relation d'antériorité entre les micro-tâches 1.2 et 3.1 n'est pas maintenue entre les macro-tâches 1 et 3 parce que cette relation d'antériorité se déduit de celle qui lie les macro-tâches 1 et 2 (du fait de la relation d'antériorité entre les tâches 1.1 et 2.1), d'une part, et, les macro-

tâches 2 et 3, de l'autre (du fait de la relation d'antériorité entre les tâches 2.1 et 3.1).

On peut remarquer que ce processus d'agrégation tend à considérer un projet comme une séquence de phases, au niveau le plus agrégé. C'est sans doute l'une des raisons de la persistance d'une logique séquentielle en phases séparées par des jalons, dans la gestion de projets retenues encore dans de nombreuses entreprises.

### III-4.3.2 Les effets pervers de l'approche hiérarchique

Du point de vue de l'ordonnancement, il n'y a pas d'équivalence stricte entre les approches hiérarchisée et non-hiérarchisée. En effet, on peut montrer facilement (voir exemple de la [figure 98, page 344](#)) que :

- si, dans la définition du projet considéré comme un ensemble de sous-projets, on a une mauvaise définition des recouvrements, l'approche hiérarchique conduit à un *allongement de la durée d'exécution du projet*; la difficulté tient au fait qu'une bonne définition des recouvrements nécessite de repartir de la définition détaillée du problème initial (c'est-à-dire pour le niveau de détail auquel on cherche justement à éviter de travailler); on peut noter que ce problème est symétrique de celui évoqué [§ III-4.1, page 334](#);
- indépendamment de la qualité des recouvrements, l'approche hiérarchique conduit à rendre *inutilement critiques certaines micro-tâches*; pour éviter ce second effet pervers de l'approche hiérarchique, il faut, là encore, repartir de l'analyse détaillée.

Table des  
matières

## SECTION IV LE SUIVI DU PROJET

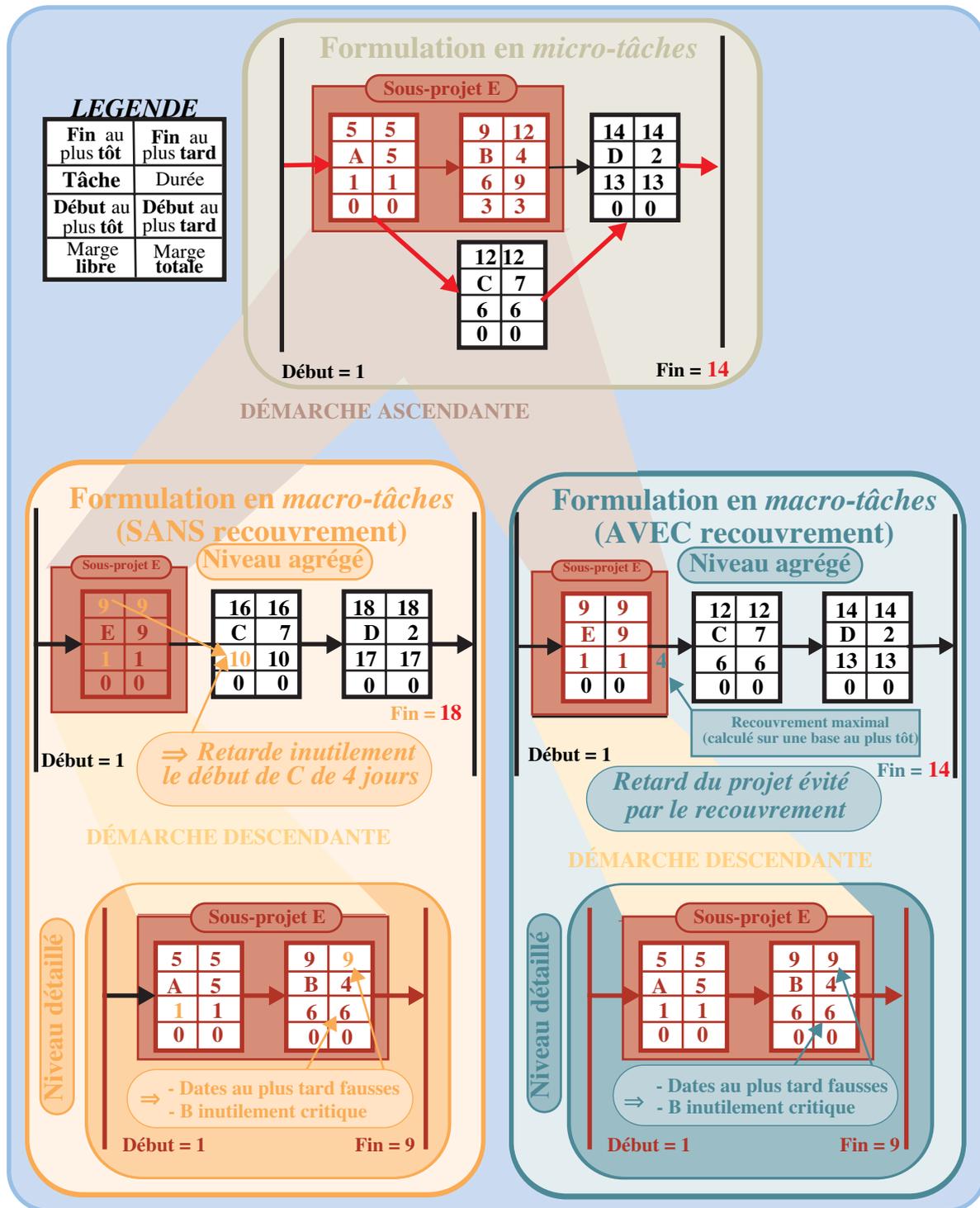
Index  
thématique

Le suivi du projet fait l'objet d'instrumentations utilisables de manière plus ou moins autonome. Il convient de rappeler que la gestion de projet se décline sous trois dimensions : celle du temps, celle des coûts et celle des spécifications techniques. Nous avons indiqué ([page 260](#)) qu'un troc est toujours possible entre du temps, des ressources et des spécifications, ce qui implique que le contrôle autonome sur chacune de ces trois dimensions ne peut que fournir une vision partielle et éventuellement biaisée de l'avancement. Cela étant, pour des raisons pédagogiques, nous traiterons successivement le suivi du temps ([§ IV-1](#)) et celui des coûts ([§ IV-1, page 344](#)). Nous ne traiterons pas celui des spécifications techniques qui ne relève pas de problématiques de gestion.

L'interdépendance des objectifs ne doit pas masquer le *primat de l'économie*. En effet, ce sont presque toujours des enjeux économiques qui sont à l'origine des objectifs de délai et de spécifications techniques :

- si le projet est associé à un contrat, le client est en droit d'exiger le respect des délais et de l'ensemble des spécifications techniques figurant au contrat et, en cas de défaillance, de demander les pénalités contractuelles prévues;
- si le projet est interne (lancement d'un nouveau produit, investissement...), un retard « significatif » ou le non-respect de certaines spécifications se traduisent presque toujours par la contraction d'un marché potentiel ou par un surcroît de charges; dans les deux cas, il y a sanction économique.

FIGURE 98  
Les effets pervers de la démarche hiérarchique



IV-1 Le suivi des délais

Une fois l'analyse du projet faite et la programmation établie (cf. § III-1.1.5, page 303) et communiquée aux différents acteurs, on peut passer à l'exécution du projet. Il est vivement recommandé, au fur et à mesure que des tâches commencent ou sont achevées, que ces informations soient saisies dans le logiciel de gestion de projet, pour permettre une détection rapide de risques de dérive. En effet, les logiciels s'appuient sur les réalisations et les informations disponibles sur les tâches

inachevées ou non commencées, pour réévaluer le reste à faire, à fur et à mesure de la saisie d'une nouvelle information.

Reprenons notre exemple et plaçons-nous au 25 janvier 2002, notre projet ayant commencé le mercredi 2 janvier. L'avancement constaté est décrit par le **tableau 63** et la **figure 99**, dans laquelle la programmation initiale est rappelée par des barres vertes, le réalisé par des barres en bleu foncé, et le reste à faire en barres de couleur rouge pâle ou bleu pâle selon que la tâche considérée est critique ou non. Les logiciels permettent de choisir les conventions graphiques qui semblent les plus efficaces aux utilisateurs. On notera sur cet exemple que les pourcentages de réalisation des tâches sont portés sur le graphique, que la tâche B a pris du retard, ce qui a décalé en cascade la programmation de ses descendants. Par ailleurs, la tâche F a une durée allongée d'un jour.

**FIGURE 99**  
*Avancement du projet au 25 janvier 2002*

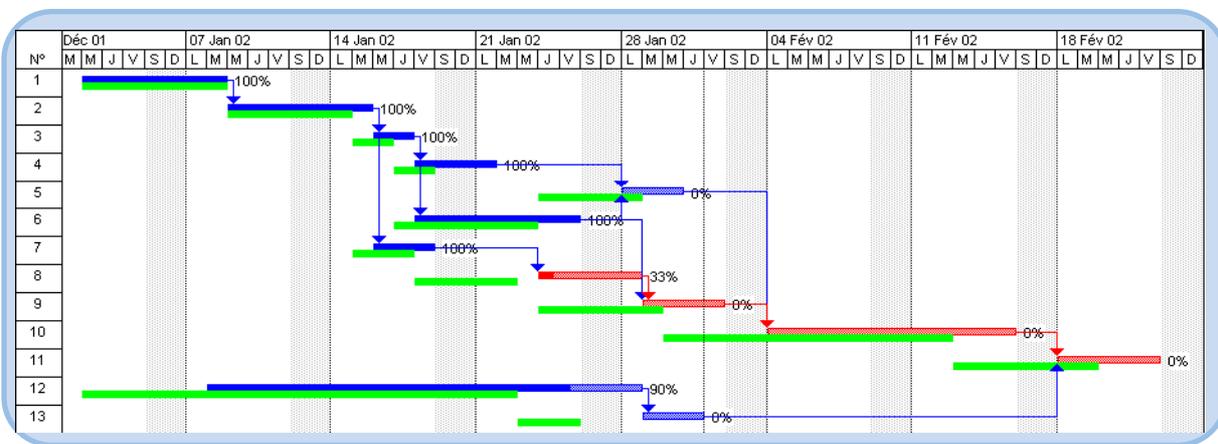


Table des matières

Index thématique

**TABLEAU 63**  
*Avancement du projet au 25 janvier 2002*

Tâche	Réalisé			Durée		Planification		Variation de	
	Début	Fin	% achevé	réelle	restante	Début	Fin	date de début	date de fin
A-Terrassement	Mer 02/01	Mar 08/01	100%	5j	0j	Mer 02/01	Mar 08/01	0 jour	0 jour
B-Fondations	Mer 09/01	Mar 15/01	100%	5j	0j	Mer 09/01	Lun 14/01	0 jour	1 jour
C-Charpente verticale	Mer 16/01	Jeu 17/01	100%	2j	0j	Mar 15/01	Mer 16/01	1 jour	1 jour
D-Charpente toiture	Ven 18/01	Lun 21/01	100%	2j	0j	Jeu 17/01	Ven 18/01	1 jour	1 jour
E-Couverture	NC	NC	0%	0j	3j	Jeu 24/01	Lun 28/01	2 jours	2 jours
F-Maçonnerie	Ven 18/01	Ven 25/01	100%	6j	0j	Jeu 17/01	Mer 23/01	1 jour	2 jours
G-GO plomb. / élect.	Mer 16/01	Ven 18/01	100%	3j	0j	Mar 15/01	Jeu 17/01	1 jour	1 jour
H-Dalle béton	Jeu 24/01	NC	33%	0,99j	2,01j	Ven 18/01	Mar 22/01	4 jours	4 jours
I-Chauffage	NC	NC	0%	0j	4j	Jeu 24/01	Mar 29/01	3 jours	3 jours
J-Plâtre	NC	NC	0%	0j	10j	Mer 30/01	Mar 12/02	3 jours	3 jours
K-Finitions	NC	NC	0%	0j	5j	Mer 13/02	Mar 19/02	3 jours	3 jours
L-Achat machine	Mar 08/01	NC	90%	13,5j	1,5j	Mer 02/01	Mar 22/01	4 jours	4 jours
M-Réception essais	NC	NC	0%	0j	3j	Mer 23/01	Ven 25/01	4 jours	4 jours

Le retard de tâches critiques entraîne mécaniquement un retard dans la date de fin du projet, ce que les logiciels calculent automatiquement en révisant la programmation du reste-à-faire (comme c'est le cas dans la **figure 99**). D'une manière générale, au moment où l'on fait l'analyse, on constate que certaines

tâches ont du retard et que d'autres ont de l'avance; on verra avec l'écart de planning (page 351), comment synthétiser ces informations.

## IV-2 Le suivi des coûts – contrôle de gestion d'un projet

On se focalisera ici sur l'instrumentation mise au point pour les projets à coûts contrôlés<sup>1</sup>, instrumentation disponible de manière standard dans les principaux logiciels de gestion de projet, en utilisant la terminologie normalisée dans ce domaine (AFNOR, 1998, [4]). Les projets à rentabilité contrôlée utilisent peu les techniques présentées ici, ou après adaptation et en conjonction avec d'autres instrumentations (décrites au chapitre II).

L'un des principaux fondements du contrôle de gestion classique est de comparer des réalisations à un référentiel. Le premier problème à résoudre est donc la création du référentiel et l'établissement du budget consommé (§ IV-2.1). On examinera ensuite comment analyser les écarts, ce qui fonde le contrôle de gestion d'un projet (§ IV-2.2, page 348).

### IV-2.1 Création du référentiel et détermination de la consommation budgétaire

La création d'un référentiel de coût s'appuie nécessairement sur l'ordonnance-ment qui a été retenu pour le projet et sur les estimations de consommations de ressources par les différentes tâches à exécuter, valorisées conventionnellement (usage de coûts standard) ou aux coûts du marché (appel d'offre, etc.).

Tous les logiciels de gestion de projet donnent la possibilité d'attacher à la réalisation de chaque tâche du projet une quantité de ressource, ce que l'on a appelé l'énergie (voir pages 280 et 317), et d'associer à cette utilisation un coût fixe et un coût variable direct, étant entendu qu'une tâche peut consommer plusieurs ressources. Le budget du projet se calcule donc en sommant ces différents coûts et en y ajoutant des provisions pour contrer les risques.

Le contrôle de gestion d'un projet est sans grand intérêt s'il s'agit simplement de comparer ex post, une fois le projet achevé, le budget initialement prévu et celui qui a été consommé. L'objectif visé est celui de maîtriser les dépenses au cours de la réalisation du projet, en mettant le plus rapidement possible en évidence les dérives qui se produisent sur le plan financier pour permettre de réagir. Ces actions porteront essentiellement sur le reste à faire dont on cherchera à adapter les spécifications, les modes opératoires et, parfois même, les délais. Les provisions constituées sont destinées à couvrir des écarts qu'il ne semble pas possible de combler par l'une des adaptations évoquées ci-dessus.

Dans ces conditions, le référentiel est un échéancier cumulé de charges prévisionnelles. Sachant que l'on a établi une programmation précise de l'exécution de chaque tâche et établi son coût, il est possible de bâtir cet échéancier. Le problème restant à résoudre est celui de savoir si l'accroissement de consommation budgétaire qu'engendre l'exécution d'une tâche est à prendre ponctuellement au début de l'exécution de cette tâche ou à sa fin ou répartie au cours de cette exécution. La réponse est en grande partie arbitraire car, pour l'entreprise, les

1. Pour approfondir, voir Joly, Le Bissonnais & Muller (1993, [250]).

décaissements effectifs ne suivent pas exactement cette programmation, qu'il s'agisse de consommation de ressources internes ou externes et les points de vue retenus sont révélateurs du « style » de contrôle de gestion voulu. Ce qui importera, par contre, c'est d'adopter les mêmes conventions pour construire le référentiel et pour valoriser l'avancement du projet. Plusieurs solutions sont possibles :

- On peut décider de répartir uniformément le coût de la tâche sur chaque période élémentaire (journée, le plus souvent) durant laquelle la tâche est exécutée, sachant que la dépense effective et la durée réelle ne seront connues qu'une fois la tâche achevée. Au début d'exécution de la tâche, on incrémente la consommation budgétaire selon le même mode de calcul. En cas de dépassement de durée, on continue à ajouter la même charge périodique que pour les périodes élémentaires précédentes. Une fois la tâche achevée, on ajoute la différence algébrique entre le coût constaté et le cumul des « provisions » qui ont été retenues pour cette tâche.
- On peut décider de répartir la dépense globale sur chaque période élémentaire durant laquelle la tâche considérée est exécutée, au prorata de la consommation d'une ressource donnée (ce qui conduit à un résultat différent de celui obtenu avec la méthode précédente en cas de consommation non constante de cette ressource sur la durée prévue d'exécution du projet). Des variantes de cette convention, s'appuyant sur des conversions plus ou moins complexes en unité d'œuvre sont parfois utilisées.
- On peut décider d'imputer la moitié du coût de la tâche au début de son exécution et le solde à sa fin. Cette solution, souvent utilisée, est acceptable s'il y a beaucoup de tâches et pour des tâches de durée relativement courte. Elle conduit à des courbes plus « heurtées ». Au début d'exécution de la tâche, on incrémente la consommation budgétaire du montant initialement prévu. À la date d'achèvement constatée de la tâche, la consommation budgétaire s'incrémente de la différence entre son coût constaté et la provision faite au début de son exécution.

Table des  
matièresIndex  
thématique

Au lancement du projet, on dispose donc d'un référentiel, schématisé à la [figure 100](#), qui décrit l'évolution de la consommation<sup>1</sup> du **budget initial** entre la date de début de projet que l'on désignera par  $\tau_d$ , jusqu'à la fin du projet prévue pour la date  $\tau_{f,d}$ . On y ajoute, en général, une provision pour imprévus gérée par le directeur du projet et destinée à faire face aux aléas et accidents. Cette solution d'une « assurance groupée » est plus judicieuse que celle d'assurances individuelles obtenues par « saupoudrage » de la provision, dans la mesure où les reliquats sont rarement remis à disposition et où l'on démontre facilement que l'assurance groupée assure une meilleure protection, à coût identique.

Avant d'aborder le contrôle de gestion du projet, il faut ajouter qu'à une date  $t$  ultérieure ( $\tau_d < t < \tau_{f,d}$ ), l'évolution de la demande et un certain nombre d'événements peuvent conduire à des dérives telles que le directeur de projet, en accord avec sa hiérarchie, est amené à réviser officiellement certains objectifs et / ou moyens mis en œuvre, et donc le budget du projet. Cette révision, à la date courante  $t$ , modifie le référentiel avec lequel les acteurs du projet travaillent :

1. Dans certains projets, l'échéancier combine charges et recettes.

- à la date  $\tau_{f,d}$  de fin du projet établie initialement, se substitue la date révisée  $\tau_{f,t}$  que l'on considère à la date courante  $t$ , comme un objectif techniquement réaliste (cette date de fin du projet  $\tau_{f,t}$  ayant pu déjà être révisée avant cette date courante  $t$ );
- au budget initial, se substitue le **budget à date**<sup>1</sup> qui intègre les décisions modificatives intervenues pour tenir compte des difficultés ou opportunités rencontrées;
- les informations disponibles à la date courante  $t$  peuvent conduire à une estimation de coût du projet, appelée **coût prévisionnel réestimé** à la date  $t$ , qui est supérieure (ou, plus rarement, inférieure) à celle du budget à date, parce que des éléments nouveaux sont intervenus depuis la dernière révision du budget ou parce que, lors de cette révision il a été décidé d'être optimiste ou de mettre sous tension les équipes pour contenir les dérives et tenir les délais.

FIGURE 100

*Détermination du référentiel du contrôle de gestion d'un projet à coûts contrôlés*

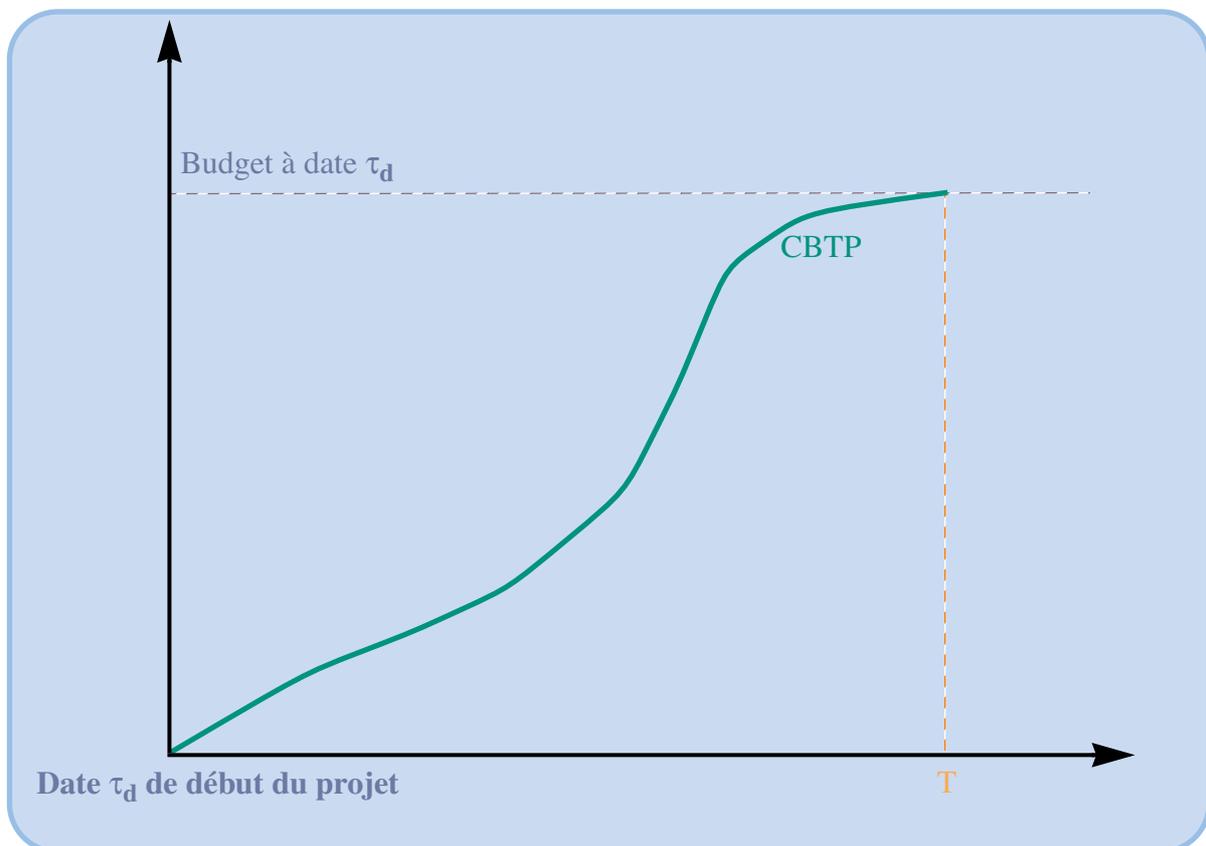


Table des matières

Index thématique

La comparaison du réalisé avec le prévu est maintenant possible, mais elle pose un redoutable problème méthodologique.

## IV-2.2 Analyse des écarts

On examinera la démarche d'analyse (§ IV-2.2.1) avant de faire quelques remarques sur les différences qui existent entre le contrôle de gestion de projet présenté ici et le contrôle de gestion «classique» (§ IV-2.2.1, page 349).

1. que les Anglo-Saxons appellent *budget to date* ou *current budget*.

### IV-2.2.1 La démarche d'analyse

À la date courante  $t$ , un ensemble de tâches a été en totalité ou en partie achevé, ce qui se traduit par un **coût encouru**<sup>1</sup> (ou **Coût Réel du Travail Effectué** ou **CRTE**) correspondant au coût réel des travaux réalisés à la date  $t$  et imputés au projet. Si l'on avait travaillé en conformité avec le budget à date, les travaux qui auraient dû être réalisés à la date courante auraient conduit normalement à supporter un **Coût Budgété du Travail Prévu** ou **CBTP**, appelé encore **budget encouru**<sup>2</sup>.

La différence observée à la date  $t$  entre ce qui est prévu (budget encouru) et ce qui est réalisé (coût encouru) a pour origine :

- le fait qu'à la date  $t$  certaines tâches sont :
  - en avance (achevées plus tôt que prévues ou réalisées avec un pourcentage d'avancement supérieur à celui initialement prévu pour cette date)
  - ou en retard (pas encore commencées ou réalisées avec un pourcentage d'avancement inférieur à celui initialement prévu pour cette date) ;
- un effet prix, c'est-à-dire des écarts sur les valeurs de facteurs consommés qui sont imputables à :
  - des différences de quantités utilisées (amélioration ou dégradation de la productivité),
  - et des différences de prix unitaires valorisant ces quantités (prix supérieurs ou inférieurs par rapport aux prévisions).

La comparaison directe du budget encouru et du coût encouru n'a donc pas grand sens puisque l'on est incapable de faire un diagnostic des causes de l'écart constaté. Pour résoudre ce problème, on a repris l'idée qui a conduit à la création de l'indice de Laspeyre des quantités<sup>3</sup> qui compare une dépense effectuée au cours d'une période  $t_1$  à une dépense fictive réalisée au cours de la période  $t_2$ , en valorisant les quantités achetées au cours de cette période, par les prix observés au cours d'une période  $t_1$ .

Le principe retenu consiste à comparer respectivement ce qui est **prévu** (**coût budgété du travail prévu** ou **CBTP**) et ce qui est **réalisé** (**coût encouru** ou **CRTE**) à une troisième grandeur correspondant à une valeur *théorique* de travaux exécutés qui doit être :

- comparable au coût encouru, parce qu'elle adopte la *même hypothèse d'avancement du planning* (mêmes tâches achevées ou en cours),
- et comparable au budget encouru, parce qu'elle adopte la *même hypothèse de valeurs de ressources consommées* (absence totale de dérive de coût pour les tâches achevées ou en cours).

Cette **valeur théorique** de travaux exécutés, que l'on appelle **coût budgété du travail effectué**<sup>4</sup> (ou **CBTE** ou **Valeur Budgétaire du Réalisé** ou **Valeur Acquise**), s'obtient tout simplement en valorisant les tâches effectuées par leurs

1. que les Anglo-Saxons appellent *incurred expenditure* ou *actual cost of work performed*.

2. que les Anglo-Saxons appellent *incurred budget*.

3. Voir Giard (2003, [182], chapitre I).

4. que les Anglo-Saxons appellent *budgeted cost of work performed* ou *BCWP* ou *earned value*.

coûts prévisionnels définis dans le budget à date (on parle encore de valorisation «à prix budget»). Ces différentes conventions sont résumées dans le [tableau 64](#).

TABLEAU 64  
Les hypothèses de calcul définissant les grandeurs à comparer

Hypothèses		Coût Encouru (CE ou CRTE)	Budget Encouru (BE ou CBTP)	Valeur Acquise (CBTE)
Avancement	Prévu		X	
	Réalisé	X		X
Coût	Prévu		X	X
	Réalisé	X		

Ces éléments de comparaison sont portés sur la [figure 101](#) qui reprend en la complétant la [figure 100 de la page 348](#) et présente les éléments de l'analyse d'écart que nous allons examiner.

FIGURE 101  
Analyse des écarts en contrôle de gestion de projet

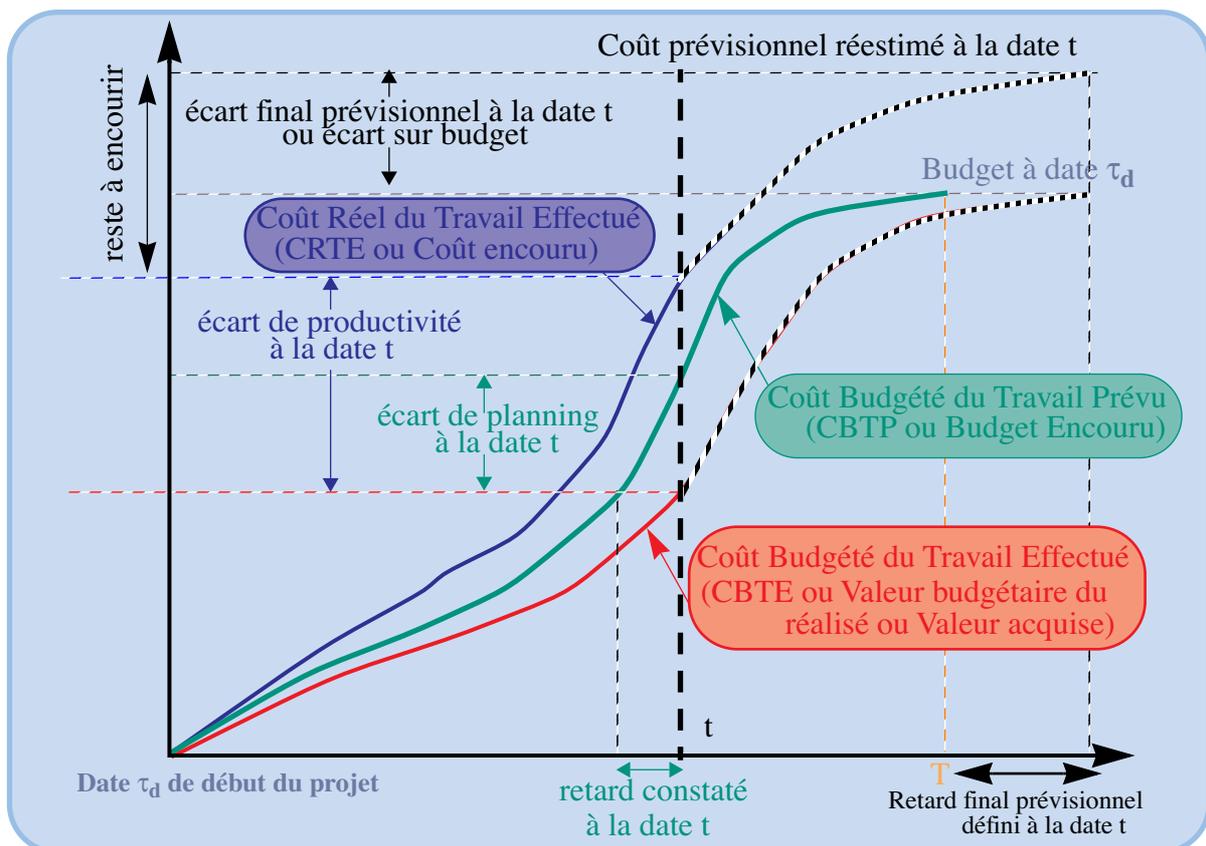


Table des  
matières

Index  
thématique

En deçà de la date  $t$ , les valeurs de coût encouru et de valeur budgétaire du réalisé portées sur la [figure 101](#) sont des constats ; au delà, il s'agit de prévisions (d'où l'usage de pointillés) définies à la date courante  $t$  et donc révisables ultérieurement. Les échéanciers prévisionnels du coût encouru et ceux de consommation de budget à date définis à la date  $t$  (qui constituent une «prévision de la valeur budgétaire du réalisé») ne sont pas toujours calculés, les gestionnaires se contentant souvent des valeurs finales (budget à date et coût prévisionnel réestimé à la date  $t$ ).

### IV-2.2.1.1 Écart de planning

La comparaison du **coût budgété du travail effectué (CBTE)** au **coût budgété du travail prévu (CBTP)** porte sur des consommations de budget valorisées aux **mêmes coûts** d'utilisation de ressources. Toute distorsion introduite par des coûts différents entre ces deux grandeurs est donc éliminée. La différence entre ces deux grandeurs correspond donc uniquement à une différence de planning, d'où son appellation d'**écart de planning**<sup>1</sup> que l'on définit conventionnellement comme :  
*Écart de Planning = Coût Budgété du Travail Effectué - Coût Budgété du Travail Prévu*

On peut noter que les tâches qu'il était prévu d'exécuter avant la date  $t$  et qui sont achevées à cette date, interviennent pour la même valeur dans le **coût budgété du travail effectué (CBTE)** et dans le **coût budgété du travail prévu**, ce qui revient à dire qu'elles n'interviennent pas dans l'écart de planning. L'analyse de ces informations est simple :

- si le **coût budgété du travail effectué** est **supérieur** au **coût budgété du travail prévu** (écart de planning positif), les réalisations du projet sont en avance par rapport aux prévisions, et ce « globalement » (il convient, en effet, d'analyser plus en détail le planning pour vérifier si certaines tâches critiques n'ont pas pris de retard, ce que ne permet pas de déceler l'indicateur synthétique proposé);
- si le **coût budgété du travail effectué** est **inférieur** au **coût budgété du travail prévu** (écart de planning négatif), les réalisations du projet sont « globalement » en retard par rapport aux prévisions.

L'écart de planning est un indicateur exprimé en valeur. Son signe permet d'indiquer si l'on est en avance ou en retard, mais difficilement d'en apprécier l'importance. L'usage complémentaire d'un indicateur en valeur relative permet de mieux apprécier l'importance du retard ou de l'avance diagnostiqué. Il suffit, de diviser l'écart de planning par le **budget encouru** (qui constitue la référence) pour obtenir l'**écart de planning relatif**.

Table des matières

Index thématique

### IV-2.2.1.2 Écart de productivité

Le **coût réel du travail effectué (CRTE)** et le **coût budgété du travail effectué (CBTE)** ont en commun la **même hypothèse d'avancement des travaux**. Ces grandeurs devraient donc être identiques si, pour chaque tâche achevée ou en cours, le coût réel coïncidait avec le coût prévu. Il n'en est rien et l'on observe un **écart de coût** défini comme :

*Écart de Coût = Coût Budgété du Travail Effectué - Coût Réel du Travail Effectué*

Cette différence a pour origine des variations de coût de réalisation des tâches. La variation de coût de réalisation d'une tâche s'explique :

- par des variations de consommations de ressources utilisées (variation du travail requis, variation des pertes de matières...) et donc une productivité des ressources moins forte à l'exécution que celle prévue
- et des variations de coût de ces ressources (variation de l'importance relative des heures supplémentaires, variation de conditions d'achat de matières,

1. que les Anglo-Saxons appellent *planning variance*.

changement de sous-traitance...) mais celle-ci reste, généralement, très marginale.

Le résultat de ces variations est imputable à une amélioration ou une dégradation de performances techniques, organisationnelles et de gestion que les acteurs du projet maîtrisent en grande partie. Cette appellation d'écart de coût est d'une certaine façon trompeuse et traduit mal l'interprétation qu'il convient d'en donner. Aussi utilise-t-on plus volontiers d'autres appellations, **écart de performance** ou encore **écart de productivité** :

*Écart de productivité = Coût Budgété du Travail Effectué - Coût Réel du Travail Effectué*

L'analyse de ces informations est simple :

- si le **coût budgété du travail effectué** est *inférieur* au **coût réel du travail effectué** (écart de coût négatif), on est en présence de dépenses supplémentaires qu'il faudra compenser par des économies ultérieures ou, à défaut, par une augmentation de budget; on est donc en présence d'un *risque de dépassement budgétaire*;
- si le **coût budgété du travail effectué** est *supérieur* au **coût réel du travail effectué** (écart de coût positif), les réalisations du projet ont coûté moins cher que prévu, ce qui accroît les chances de tenir dans l'enveloppe budgétaire initiale.

Cette information doit être relativisée par l'analyse de l'écart de planning. Par exemple, un dépassement budgétaire peut avoir pour origine la volonté d'obtenir un écart de planning positif (d'où, par exemple, un usage plus important d'heures supplémentaires) ou, autre cas de figure, une économie budgétaire peut être liée à l'utilisation de ressources moins coûteuses et moins performantes, ce qui aura généré un retard de planning. Une rapide analyse montre que treize cas de figure sont possibles :

CRTE = CBTP = CBTE; CRTE = CBTP > CBTE; CBTE > CRTE = CBTP  
 CRTE = CBTE > CBTP; CBTP > CRTE = CBTE; CBTE = CBTP > CRTE;  
 CRTE > CBTE = CBTP; CRTE > CBTP > CBTE; CRTE > CBTE > CBTP;  
 CBTP > CRTE > CBTE; CBTP > CBTE > CRTE; CBTE > CBTP > CRTE;  
 CBTE > CRTE > CBTP

ce qui montre que le diagnostic doit être adapté à la diversité des situations et qu'il convient d'éviter tout jugement basé sur l'analyse d'un seul indicateur.

L'indicateur de l'écart de coût mesure la dérive budgétaire (positive ou négative); on complète généralement cette information par un indicateur en valeur relative qui permet de mieux apprécier l'importance de l'enjeu par rapport au projet. Il suffit de diviser l'écart de coût par la valeur budgétaire du réalisé (qui constitue la référence en matière de dépenses), pour obtenir l'**écart de coût relatif** que l'on appellera encore **écart de performance relatif**.

Le **tableau 65** résume cette analyse d'écart de planning et de productivité.

**TABLEAU 65**  
*Diagnostic porté sur les écarts de planning et de productivité*

Hypothèses		Coût Encouru (CE ou CRTE)	Budget Encouru (BE ou CBTP)	Valeur Acquise (CBTE)
Avancement	Prévu		X	
	Réalisé	X		X
Coût	Prévu		X	X
	Réalisé	X		
Écart de <b>planning</b> : CBTE - CBTP			< 0 ⇒ retard	> 0 ⇒ avance
Écart de <b>coûts</b> : CBTE - CRTE		< 0 ⇒ dépassement		> 0 ⇒ économie

#### IV-2.2.1.3 Remarques

Ces analyses d'écart de coût et de planning ne permettent de diagnostics fins qu'à la condition que ce type d'analyse soit conduit non seulement au niveau de projets mais également à des niveaux plus bas (sous-projets ou de tout groupe de tâches retenu dans l'analyse hiérarchique du projet). En effet, un écart de coût négatif pour un projet peut être le résultat de plusieurs écarts négatifs de coûts de sous-projets et d'écarts positifs (et donc défavorables) des sous-projets restants qu'il convient de surveiller de près, si tant est qu'ils ne sont pas achevés. L'analyse des écarts de planning conduit à des remarques similaires mais cette analyse doit nécessairement être complétée par une analyse de l'avancement détaillé des tâches car les conséquences ne sont pas les mêmes si les retards ou avances concernent ou non des tâches critiques.

Table des matières

Il convient, par ailleurs, de garder à l'esprit qu'une prévision a d'autant moins de chances d'être respectée qu'elle est de qualité médiocre. Cette remarque, qui milite en faveur d'une révision périodique des prévisions, est à prendre en considération lors du jugement des performances: il n'est pas très difficile d'être en avance ou d'avoir consommé moins que prévu des ressources si, par précaution, les prévisions fournies étaient pessimistes et, à l'inverse, il est méritoire de contenir les délais et coûts si les prévisions étaient optimistes. Cela étant, ces informations sont obtenues souvent auprès des responsables de l'exécution des tâches et le jugement est à porter aussi bien sur la qualité de la prévision (en fonction des données alors disponibles) que sur celle de l'exécution.

Index thématique

Il ne faut pas oublier les effets pervers induits par le contrôle de gestion préconisé. Dans la mesure où le système exerce une tension assez forte pour tenir les coûts et les délais, on peut insidieusement sacrifier le long terme au court terme en dégradant, sciemment ou non, le contenu de certaines tâches. C'est ainsi que l'on pourra maintenir des coûts et délais de tâches de conception en faisant des impasses techniques sur des problèmes détectés que l'on reporte sur la fabrication ou l'entretien. Ces effets pervers pourront donc jouer sur des objectifs de performances techniques, que ce contrôle de gestion méconnaît puisqu'il ne s'attache qu'aux objectifs de délais et de coûts, ou des augmentations de dépenses survenant après la fin du projet et donc non prises en compte par ce contrôle de gestion de projet à coûts contrôlés (coûts de maintenance et de chauffage d'un bâtiment, par exemple).

Ajoutons enfin que des informations complémentaires intéressantes pourront être obtenues par l'usage de techniques de simulation utilisant la méthode de Monte-Carlo pour évaluer aussi bien le risque de dépassement des délais impartis au projet que celui de dépassement du budget, puisque les logiciels disponibles permettent de définir des distributions de probabilités de coûts aussi facilement que pour les délais. Cela étant, cette approche du risque de dépassement de budget est encore peu diffusée (elle l'est moins dans la conception à coût objectif) et reste culturellement éloignée de celles qui prévalent en contrôle de gestion.

## IV-2.2.2 Comparaison du contrôle de gestion de projet et le contrôle de gestion classique

Plusieurs différences importantes doivent être soulignées que l'on évoquera rapidement ici<sup>1</sup> : une prise en compte différente du temps (§ IV-2.2.2.1), une construction différente du référentiel (§ IV-2.2.2.2, page 355), des périmètres de responsabilité différents (§ IV-2.2.2.3, page 355). On terminera par quelques considérations sur les problèmes méthodologiques posés par la coexistence entre les deux formes de contrôle de gestion dans les entreprises qui cherchent à gérer par projet l'ensemble de leurs activités (§ IV-2.2.2.4, page 356).

### IV-2.2.2.1 Une prise en compte différente du temps

Dans beaucoup d'entreprises, le pilotage économique s'appuie sur une *approche hiérarchique* :

- la *planification stratégique* détermine sur le long terme le portefeuille d'activités que souhaite et peut retenir l'entreprise ainsi que le portefeuille cohérent de ressources qui seront nécessaires à cette fin ;
- le *contrôle de gestion* met en place sur le court terme une projection détaillée en volume et en valeur de l'activité de l'entreprise, laquelle, conçue de manière récurrente sur un horizon glissant, doit être cohérente avec les décisions de la planification stratégique ; il cherche à suivre la réalisation de l'activité et à mesurer des dérives, afin d'orienter la préparation de mesures correctives devant permettre, si possible, d'atteindre les objectifs quantifiés préalablement définis.

Cette conception de la mise sous tension de l'organisation s'explique par la perception d'une certaine *répétitivité* et *stabilité* des activités<sup>2</sup>, s'inscrivant dans une perspective d'adaptation de l'organisme pour assurer sa survie sur le long terme.

Dans la mesure où la *mort* du projet est annoncée dès sa naissance, le pilotage économique du projet sera de nature différente :

- le clivage entre la planification stratégique, confiée à des cadres d'état major (staff), et le contrôle opérationnel, confié à des cadres opérationnels (line), s'estompe non seulement parce que ce seront les mêmes acteurs-projets qui interviendront dans la définition du projet et sa gestion ;

1. Une discussion plus approfondie de ces différences peut être trouvée dans Giard et Fray (1993, [195] et [135]).

2. Voir Giard & Lagroue (2001, [196]).

- les horizons de contrôle seront variables selon les phases du projet et selon la nature des travaux et des objectifs suivis dans la réalisation des tâches rattachées à la phase en cours d'exécution (qui est celle qui fait l'objet d'un contrôle).

Il s'ensuit que les écarts analysés ne portent pas sur la même période :

- en contrôle de gestion «classique», ils sont définis sur une période d'amplitude fixe (souvent le mois) et des analyses relativement indépendantes sont exécutées d'une période à l'autre ;
- en contrôle de gestion de projet, les écarts sont définis sur une période variable qui est délimitée par la date courante et celle de début de projet (ou celle de sa dernière révision) ; cette définition :
  - marque la volonté de maîtriser un processus sur sa durée avec, d'une part en filigrane l'idée que se construit progressivement un écart sur le budget du projet, ce qui est cohérent avec l'idée de fin annoncée du projet et, d'autre part, l'idée de possibilité de rattrapage en cas de dépassement et donc d'une certaine réversibilité,
  - renforce la responsabilisation de l'équipe de direction du projet qui, habituellement, jouit d'une certaine stabilité, ce qui permet d'éviter certains effets pervers, maintenant bien connus en contrôle de gestion, liés à une rotation rapide de l'encadrement,
  - essaye implicitement de prendre en compte l'interdépendance temporelle des décisions dans tous ses aspects, puisqu'une mauvaise exécution d'une tâche, due au désir de respecter à tout prix des contraintes de coût et de délai, pourra ultérieurement avoir des incidences sur le contenu d'autres tâches conduisant à payer chèrement certaines économies antérieurement réalisées.

#### IV-2.2.2.2 Une construction différente du référentiel

La construction du référentiel du contrôle de gestion de projet s'effectue de manière différente de celle du contrôle de gestion classique, en grande partie, parce que les activités sous contrôle n'ont pas la même récurrence. La gestion de projet oblige à expliciter, au moins grossièrement, la gamme associée au projet en obligeant à une certaine décomposition des tâches et à une définition des ressources nécessaires à leur exécution. La visibilité du physique qui sous-tend les valeurs manipulées est plus forte et plus réaliste que celle obtenue habituellement en contrôle de gestion qui repose sur des mécanismes linéaires simples. Le contrôle de gestion du projet oblige à un retour au réel d'une tout autre nature que celui observé en contrôle de gestion «classique», ce qui limite les risques de comportement, observé chez certains gestionnaires, de n'accepter que la représentation en valeur de la réalité, avec tous les effets pervers qui en découlent.

#### IV-2.2.2.3 Des périmètres de responsabilité différents

La nature «transversale» du projet implique que la responsabilité de ses gestionnaires s'accommode mal des découpages par services ou départements. Toutefois, le type d'organisation retenu pour le projet influe sur le degré de responsabilité des gestionnaires du projet ; en tout état de cause, les structures «coordinateur de projet» et «directeur de projet» obligent à dépasser les clivages

classiques des services (le « projet sorti » se comportant comme une entité autonome).

La gestion de projet oblige à une intégration plus forte des conséquences temporelles de certaines décisions. C'est ainsi que certaines entreprises travaillant par affaire non seulement « facturent » au projet toutes les charges induites par le projet (pénalités de retard, par exemple) mais en plus, elles vont jusqu'à rendre responsables leurs ingénieurs d'affaires de la qualité des échéanciers de flux nets de trésorerie que leurs décisions engendrent, en débitant le projet d'intérêts intercalaires calculés sur les montants « prêtés » par l'entreprise au projet.

#### IV-2.2.2.4 La difficile coexistence de plusieurs contrôles de gestion

Signalons, pour commencer, que, dans les projets à coûts contrôlés d'une grande importance, il n'est pas rare que des impératifs de maîtrise des risques encourus conduisent les clients à imposer contractuellement leurs propres techniques de contrôle (usage de normes internes ou de normes plus générales d'origine administrative). On peut alors observer une juxtaposition de techniques de contrôle pas toujours entièrement compatibles, notamment en ce qui concerne les procédures formelles à suivre et le vocabulaire utilisé. Les situations conflictuelles qui peuvent en résulter sont tout à fait dommageables car les entreprises concernées doivent investir en termes de documentation et de formation dans plusieurs approches, tout en sachant que cet investissement ne sera pas forcément amorti sur plusieurs grandes opérations.

A priori, les entreprises travaillant par projet avec la structure du « projet sorti » peuvent se contenter d'utiliser les techniques de contrôle de gestion du projet. Dans les projets s'appuyant sur une organisation de « coordinateur de projet » ou de « directeur de projet », on a souvent une coexistence d'un contrôle de gestion classique destiné à mettre sous tension les services fonctionnels et d'un contrôle de gestion de projet. Compte tenu des nombreuses différences qui ont été pointées ci-dessus, cette coexistence peut poser des problèmes et ceci sera d'autant plus vrai que l'on s'approche d'une affectation aux projets, de la totalité des moyens des services. En effet, s'il est normal qu'un service fonctionnel soit évalué à partir du rapprochement de sa production sur une période et des moyens dont il dispose, il convient de noter que la demande de ressources par les projets n'a aucune raison d'être régulière dans le temps. Il en résulte, selon les périodes, des conflits entre projets voulant mobiliser en même temps certaines ressources, avec éventuellement la nécessité d'utiliser des ressources externes plus coûteuses, ou un sous-emploi de ressources sur lequel les marges de manœuvre du responsable de service sont faibles. Dès lors, le rapprochement « ressources disponibles - production » peut conduire à formuler un diagnostic défavorable (par comparaison dans le temps ou dans l'espace), sans que la qualité de gestion de ce service puisse être mise en cause. Cette observation relativise l'usage de ce type d'évaluation.

Le lien entre les deux contrôles de gestion passe également par l'utilisation de coûts standards. Ces derniers sont élaborés dans le cadre de la comptabilité de gestion des services fonctionnels et leur définition est nécessairement influencée par la régularité des plans de charge sur le passé et leur pertinence est affectée par l'usage de règles d'affectation et de répartition qui ne prennent pas correctement en compte des inducteurs de coûts devenus essentiels, comme la complexité et la

variété. Ces coûts peuvent modifier les comportements, selon l'usage qui en est fait. S'ils sont considérés comme des prix de cession de ressources qu'il est possible d'acquérir autrement, il faut s'attendre à ce que des prix élevés incitent les responsables de projet à faire appel à des ressources externes. À l'inverse, des coûts internes nettement plus faibles que les prix du marché peuvent induire une attention moindre portée à l'usage rationnel de ces ressources. D'une certaine manière, on est en présence de décisions de type «faire ou acheter» qui sont ponctuelles, parce que prises indépendamment pour chaque projet, mais qui peuvent perturber les calculs des standards et avoir rapidement des effets irréversibles, dans le cas de renchérissement progressif. Le pilotage des comportements par les coûts revêt donc une importance stratégique car il conduit à maintenir ou à externaliser certaines activités. Il importe donc qu'une décision de ce type ne soit pas trop conditionnée par l'existence d'à-coups conjoncturels.

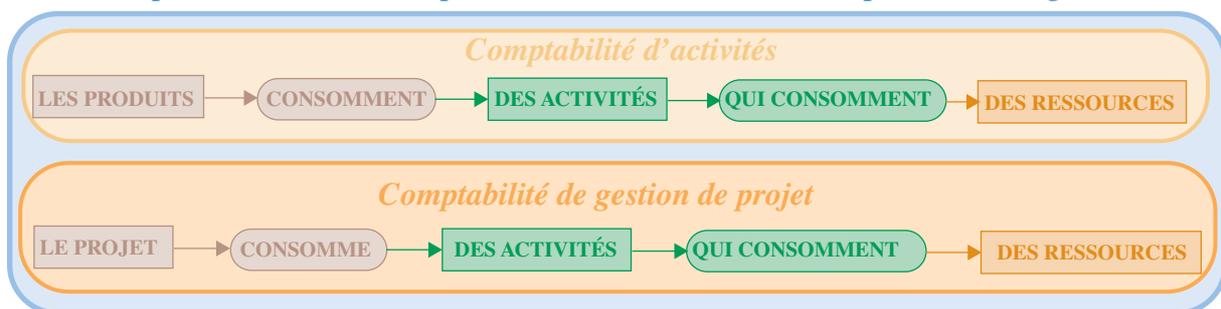
Les réflexions menées depuis une quinzaine d'années sur la transformation de la comptabilité de gestion et le renouveau du contrôle de gestion<sup>1</sup> ont nécessairement des incidences sur celles que l'on peut conduire sur le contrôle de gestion de projet. Le renouveau de la comptabilité de gestion par la comptabilité par les activités repose sur le mécanisme traduit graphiquement par Mévellec (1990, [298]), dans la partie haute de la figure 102. Ce schéma est familier depuis longtemps aux gestionnaires de projets puisque l'analyse d'un projet s'effectue suivant un processus voisin où «le projet» remplace «les produits», ce qu'illustre la partie basse de la figure 102. D'une certaine manière, le renouveau actuel de la comptabilité de gestion est une réhabilitation de l'analyse des processus physiques, que la gestion de projet ne pouvait en aucun cas ignorer puisque la phase d'analyse préalable du projet correspond, en grande partie, à une explicitation de gammes opératoires. On peut dès lors penser que la nécessaire convergence du contrôle de gestion classique et du contrôle de gestion de projet passera par les outils de la comptabilité par activités.

Table des matières

Index thématique

FIGURE 102

*Comparaison de la comptabilité d'activité et la comptabilité de gestion*



1. Ce renouveau a fait en France l'objet de plusieurs ouvrages au début des années quatre-vingt-dix : l'ouvrage collectif d'Ecosip [134], celui de P. Mévellec (1990, [298]), celui de P. Lorino (1991, [287]), celui de J. Laverty & R. Demeestère (1990, [273]) et A. Burlaud & C. Simon (1981, [76]). Ces travaux s'inspirent en partie des travaux du CAM-I (voir Berliner & Brimson (1988, [47])).

