

UNIVERSITÉ PARIS DAUPHINE
U.F.R. Sciences des Organisations

Mémoire présenté en vue de l'obtention
de l'Habilitation à Diriger des Recherches

**Elicitation des préférences
pour l'aide multicritère
à la décision**

Vincent Mousseau

Jury :

Denis Bouyssou, *rapporteur*
Michel Lamure, *examineur*
Jean-Charles Pomerol, *examineur*
Bernard Roy, *coordinateur*
Roman Słowiński, *rapporteur*
Philippe Vincke, *rapporteur*

Date de soutenance : 16 Décembre 2003

A Caroline,

Julie et Manon ... chronologiquement.

Remerciements

Ce mémoire d'habilitation marque pour moi une étape et me permet de mesurer le chemin parcouru depuis l'obtention de mon doctorat. Au long de ce chemin, j'ai eu la chance d'être accompagné de collègues et amis.

En premier lieu c'est Bernard Roy que je veux mentionner. Bernard, c'est toi qui a su, durant mon doctorat, me donner le goût de la recherche et par la suite m'encourager dans mes tentatives, aiguïser ma curiosité, me maintenir dans le chemin de la rigueur ... mais aussi me procurer une très bonne adresse de Bourgogne.

C'est pour moi un très grand plaisir que d'avoir Roman Słowiński comme rapporteur. Roman, des collaborations que j'ai eues avec toi, j'ai apprécié ta capacité à toujours chercher les aspects positifs dans une idée parfois mal formulée. De mes séjours à Poznań, je garde bien plus qu'une satisfaction exclusivement scientifique.

Philippe Vincke est rapporteur de ce travail, c'est pour moi un grand honneur. Philippe, tes travaux et tes présentations ont toujours été pour moi riches d'enseignement tant sur le fond que sur ta capacité à exposer simplement des résultats qui le sont parfois nettement moins. J'espère que ce mémoire sera à la hauteur.

L'avis de Denis Bouyssou comme rapporteur de ce travail m'importe beaucoup. Les discussions que j'ai pu avoir avec toi, Denis, m'ont toujours été éclairantes en m'apportant ta largeur de vue. J'ai eu le grand plaisir aussi récemment de travailler avec toi sur une application réelle.

J'ai le plaisir d'avoir Jean-Charles Pomerol dans mon jury. Du fait de son esprit incisif et son franc-parler les discussions avec lui sont toujours instructives.

Michel Lamure a bien voulu faire partie de ce jury. Qu'il en soit ici sincèrement remercié.

Depuis plusieurs années, j'ai pu bénéficier d'une collaboration fructueuse avec l'Université de Coimbra au Portugal notamment avec José Figueira et Luis Dias. Ces relations conviviales continueront, je l'espère, à être scientifiquement productives et stimulantes gastronomiquement.

Naoufel Moussa, Fernando Pereira et Salem Chakhar dont j'ai eu à encadrer les travaux de thèses, en tant que directeur de recherche, m'ont chacun fait avancer à travers des discussions et leurs questions. Par ailleurs, parmi les mémoires de DEA que j'ai eu à encadrer, il m'est impossible de ne pas mentionner spécifiquement An Ngo The.

Depuis plus de 10 ans, je partage mon bureau avec Alexis Tsoukiàs. Outre les discussions scientifiques, j'ai pu largement profiter de ses cigares, ses siestes de l'après-midi, et son français si particulier qu'il a fait de moi un traducteur Tsoukiàs/Français hors-pair.

Le Lamsade a été et reste pour moi un environnement de travail convivial et agréable. Les pauses déjeuner suivi du café, à défaut d'apporter systématiquement un bon repas, permettent de couper la journée dans la convivialité. Les Escargots d'or ont toujours contribué à nous faire partager plus qu'un repas et au fait que la vie au Lamsade était un peu plus qu'un simple ensemble d'individus. Merci à tous ceux qui ont contribué à cette ambiance sympathique.

L'arrivée dans mon existence de deux petites demoiselles, Julie et Manon, a largement contribué, pour mon plus grand bonheur, à retarder la rédaction de ce mémoire. J'espère qu'elles ne m'en voudront pas de leur avoir volé quelques week-ends.

Pendant la rédaction de ce mémoire, tu as eu un homme un peu ronchon à la maison et passablement absent quand il s'agissait de faire "tourner la baraque". Tu dois penser : "*c'est pas trop tôt, tu l'a finie ta p... d'HDR !*" ... et bien Caroline, maintenant c'est à toi de passer la tienne.

Contents

Remerciements	iv
Table des matières	vi
Introduction	1
1 L'Aide Multicritère à la Décision	3
1.1 Concepts structurant l'aide à la décision	3
1.2 Processus d'élicitation des préférences	9
1.3 Objectifs scientifiques de nos recherches	10
2 Un cadre général pour l'élicitation des préférences par apprentissage constructif	13
2.1 Nature de l'activité d'élicitation des préférences	13
2.2 Composantes d'un processus d'élicitation des préférences par apprentissage constructif	17
2.3 Un cadre général pour décrire des procédures d'élicitation des préférence par apprentissage constructif	27
3 Analyse du comportement décisionnel	29
3.1 Rationalité limitée	30
3.2 Quelques constantes du comportement décisionnel	30
3.3 Quelques facteurs de variabilité des préférences	31
3.4 Rôle des travaux empiriques pour l'aide à la décision	35
4 Apprentissage constructif d'un modèle de tri multicritère	37
4.1 Spécificités de la problématique de Tri	37
4.2 Electre Tri et l'information préférentielle	37
4.3 Procédure de calcul d'affections robustes	38
4.4 Procédures d'inférence	39
4.5 Identification et traitement des "incohérences"	45
4.6 Mise en œuvre des outils au sein d'une méthodologie	46
4.7 Extension au cas multi-décideurs	47
4.8 Implémentations : les logiciels Electre Tri, IRIS et K-Iris	51
4.9 Perspectives	51
5 Applications	53
5.1 Rôle des applications pour la recherche	53
5.2 Aide à l'évaluation des risques technico-économique de PME innovantes	54

5.3	Aide à la décision en vue de l'évolution de la tarification des transports publics .	54
5.4	Evaluation de la responsabilité sociale et environnementale des entreprises . . .	56
5.5	Requêtes sur des images similaires dans une base de données	57
Conclusion		59
Annexes		61
	Annexe A : Publications personnelles	61
	Annexe B : Animation de la recherche	65
	Annexe C : Développement de logiciels	66
	Annexe D : Notations	67
	Annexe E : Rappel sur la méthode ELECTRE TRI	68
	Annexe F : Modification de la relation de surclassement d'ELECTRE TRI	70
Références		74

Introduction

Ce document vise à synthétiser mon travail de recherche depuis l'obtention de mon doctorat (Mousseau 1993). Mon objectif n'est pas de faire une sorte d'inventaire "à la Prévert" des contributions que j'ai pu apporterées, mais de tenter de donner un cadre général et une cohérence d'ensemble aux travaux que j'ai développés.

Mes préoccupations de recherche se situent dans le champ de l'aide à la décision et la modélisation des préférences. Plus précisément une large partie de mes travaux concernent l'aide multicritère à la décision qui considère le comportement décisionnel non nécessairement guidé par un critère unique mais comme pouvant être la résultante de plusieurs critères en conflit. Dans ce cadre, les modèles et outils d'aide à la décision développés s'appuient explicitement sur la construction d'une famille de critères traduisant les aspects pertinents du problème de décision.

Dans cette ligne de recherches, mes travaux s'articulent autour d'un champ d'investigation - l'élicitation des préférences pour l'aide à la décision - visant à concevoir des méthodologies et outils permettant une interaction entre l'homme d'étude et le(s) décideur(s) dans le but de formaliser ses (leurs) préférences(s) concernant un problème de décision et d'élaborer une recommandation. Il importe de préciser que par le terme élicitation des préférences nous renvoyons à une construction pour l'aide à la décision, et non pas à l'explicitation de préférences pré-existantes comme c'est le cas lorsque l'on cherche à décrire un comportement décisionnel.

Mon activité de recherche depuis une dizaine d'années a été guidé par la conviction suivante : de très nombreux travaux en aide multicritère à la décision concernent de nouvelles méthodes d'agrégation (cf. (Pomerol and Barba-Romero 2000)), leur axiomatisation, parfois la description d'applications réelles (cf. bibliographie commentée dans (Roy and Bouyssou 1993)) ... mais une part très limitée des recherches est consacrée à développer des outils de mise en œuvre contribuant à définir une doctrine d'intervention dans des applications réelles. C'est donc dans cette voie que j'ai cherché à mobiliser mon énergie.

Ce document se structure de la manière suivante. Le premier chapitre vise à présenter succinctement le champ de recherche que constitue l'aide multicritère à la décision en mettant l'accent sur les aspects concernant l'élicitation des préférences. Dans le second chapitre, nous nous attachons à donner sens à ce que nous appelons un processus d'élicitation des préférences par apprentissage constructif ; nous explicitons notamment quelques composantes des outils pouvant servir de support à de tels processus. Dans la mesure où ces outils visent à interagir

avec des décideurs, l'analyse expérimentale du comportement décisionnel donne un éclairage important qui est abordé dans le chapitre 3. Le chapitre 4 présente les éléments d'un outil d'élicitation des préférences par apprentissage constructif conçu pour la méthode de tri multicritère ELECTRE TRI. Les applications réelles dans lesquelles nous avons eu l'opportunité d'intervenir sont présentées dans le dernier chapitre.

Chapter 1

L'Aide Multicritère à la Décision

1.1 Concepts structurant l'aide à la décision

1.1.1 Processus de décision, processus d'aide à la décision et problématique d'aide à la décision

Le langage commun a coutume de concevoir la décision comme un phénomène instantané impliquant le plus souvent un individu isolé, se concrétisant généralement par le choix d'une solution parmi un ensemble de solutions envisageables. Pourtant, un examen rapide du concept de décision montre que les choix effectués s'inscrivent dans le temps et résultent de processus de décision au cours desquels les individus forgent progressivement leur choix à travers des périodes de définitions des objectifs, de recherche d'information, etc. De plus, les personnes impliquées dans de tels processus de décision ne peuvent être considérées isolément, elles sont intégrées dans un système qui conditionne largement les modalités que celles-ci adopteront pour converger vers un choix final.

Nous nous inscrivons donc dans une conception de la décision, largement répandue dans la littérature, selon laquelle la décision ne peut s'étudier qu'à travers la notion de *processus de décision*. Dans cette perspective, la définition, désormais classique, de l'aide à la décision proposée par (Roy 1985) se réfère à "*l'activité de celui qui, prenant appui sur des modèles clairement explicités, mais non nécessairement complètement formalisés, aide à obtenir des éléments de réponses aux questions que se pose un intervenant dans un processus de décision, éléments concourant à éclairer la décision et normalement à recommander ou simplement favoriser un comportement de nature à accroître la cohérence entre l'évolution du processus d'une part, les objectifs et les systèmes de valeurs au service desquels cet intervenant se trouve placé d'autre part*".

L'activité d'aide à la décision telle que décrite ci-dessus, s'inscrit clairement dans une vision du concept de décision orientée processus. En ce sens, on peut définir le processus d'aide à la décision comme l'insertion de l'activité d'aide à la décision au sein d'un processus de décision. Un tel processus relève d'un apprentissage croisé entre l'homme d'étude et le décideur, qui procède le plus souvent par séquences de construction - déconstruction - reconstruction - validation.

La manière avec laquelle l'aide à la décision est conduite dépend de la façon avec laquelle le problème de décision est formulé, le type de résultat attendu et la nature des recommandations à proposer au décideur. B. Roy (Roy 1985) identifie différentes problématiques dont celles ci-dessous :

- étant donné un ensemble d'actions A , la problématique de choix (P_α) consiste à identifier un sous-ensemble $A' \subset A$, aussi restreint que possible, composé des actions jugées comme les meilleures. La présence de plus d'une action dans A' traduit une difficulté de trancher entre les actions de A' . L'optimisation est un cas particulier de cette problématique dans lequel A' est restreint à une seule action,
- la problématique du tri (P_β) consiste à formuler le problème de décision en termes de l'affectation de chaque action de A à une des catégories pré-définies. L'affectation d'une action a à la catégorie appropriée se fonde sur des normes d'affectation et sur la valeur intrinsèque de a (et non sur la comparaison de a aux autres actions de A),
- la problématique de rangement (P_γ) consiste à établir un classement sur l'ensemble des actions (pré-ordre éventuellement partiel) traduisant la plus ou moins grande attractivité des actions.

Parmi ces problématiques, une distinction fondamentale concerne le fait de faire appel à des jugements relatifs ou absolus. Cette distinction fait référence à la façon avec laquelle les actions sont considérées ainsi qu'au type de résultat attendu de l'analyse.

Dans le premier cas, les actions sont comparées directement les unes aux autres et les résultats s'expriment en utilisant les notions comparatives "*meilleur*" et "*plus mauvais*". Les problématiques du choix (P_α) et du rangement (P_γ) font typiquement appels à des jugements comparatifs. La présence (ou l'absence) d'une action a dans l'ensemble A' des meilleures actions résulte de la comparaison de a à chacune des autres actions. De façon similaire, la position d'une action dans un classement dépend de la manière avec laquelle celle-ci se compare aux autres.

Dans le second cas, chaque action est considérée indépendamment des autres pour déterminer sa valeur intrinsèque en la comparant à des normes ou niveaux de référence ; les résultats sont exprimés à travers les notions absolues : "*affecter*" ou "*ne pas affecter*" à une catégorie, "*similaire à*" ou "*différent*" d'un profil de référence, "*conforme*" ou "*non conforme*" à une norme. La problématique du tri (P_β) fait référence à des jugements absolus.

Une analyse plus fine des problématiques de décision est proposée par (Bana e Costa 1996). Par ailleurs, nous avons défini (cf. (Mousseau, Dias and Figueira 2003a)) le concept de taille des catégories dans la problématique du Tri (P_β). L'introduction de contraintes sur la taille des catégories dans un modèle de tri conduit à considérer des problématiques "hybrides" dans lesquelles interviennent conjointement des considérations d'évaluation absolue et d'évaluation relative.

1.1.2 Le(s) décideur(s)

Au cours d'un processus de décision, divers acteurs peuvent être amenés à intervenir à des titres variés. L'étude des différents acteurs (typologie des acteurs, leur objectifs et systèmes de valeurs, leurs interactions, ...) constitue un aspect important à étudier pour analyser un processus de décision et concevoir un processus d'aide à la décision. Nous n'aborderons, dans ce document, pas directement cet aspect dans le détail (il est toutefois abordé au §5 à propos des applications réelles dans lesquelles nous avons été amenés à intervenir) et nous renvoyons à des travaux tels que (Banville, Landry, Martel and Boulaire 1998), (Sfez 1973) et (Freeman 1984).

Parmi les acteurs d'un processus de décision, il convient d'identifier deux intervenants jouant un rôle important :

- le **décideur** est l'intervenant du processus de décision que les modèles mis en œuvre cherchent à éclairer, pour lequel ou au nom duquel l'étude d'aide à la décision est conduite. Le décideur n'étant parfois que peu disponible, c'est un de ses représentants qui s'exprime en son nom durant le processus d'aide à la décision.
- l'**homme d'étude (ou analyste)** est l'intervenant qui prend en charge l'activité d'aide à la décision en mettant en œuvre des modèles dans le cadre d'un processus d'aide à la décision.

Dans ce contexte, un des buts de nos recherches consiste à **munir l'analyste de méthodologies et d'outils pour organiser l'interaction avec le décideur ou un de ses représentants** dans le but "d'outiller" le processus d'aide à la décision.

Dans de nombreux contextes de décision, le "décideur" ne correspond pas à un individu mais à une collectivité. De plus, la présence d'acteurs multiples ayant des systèmes de valeurs distincts rend parfois nécessaire d'intégrer la diversité des acteurs dans la modélisation. Nous parlerons alors de processus de décision *multi-acteur*.

Nos recherches concernent essentiellement le cas *mono-acteur* où le décideur correspond à un individu isolé. Toutefois, nous nous intéressons au cas multi-acteur dès lors que les individus, formant le collectif "décideur", partagent l'objectif de parvenir à une compréhension partagée une problème de décision et, si possible à une solution commune ; nous ferons alors référence à un problème de décision multi-acteur coopératif.

1.1.3 Les actions potentielles

Une étape de la modélisation d'un problème de décision consiste à définir un ensemble des possibles avec lequel le décideur et l'homme d'étude conviennent de travailler. Il est classique d'utiliser le terme générique d'*action* pour désigner une solution, alternative ou option. Nous noterons $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m, \dots\}$ l'ensemble (fini ou dénombrable, ce qui ne constitue pas une réelle restriction) des actions potentielles (c'est-à-dire celle jugées réalisables).

La définition de A est une phase fondamentale et délicate de la modélisation du processus de décision. Une telle définition n'est ni neutre ni triviale : "*L'ensemble A ne s'impose généralement pas comme une réalité objective facile à cerner*" (Vincke 1989). La modélisation

de A doit être l'occasion pour le décideur de mieux appréhender le problème de décision en cernant le contour de l'espace des possibles. De plus, les choix de modélisation effectués à ce niveau affectent l'ensemble de la modélisation du processus d'aide à la décision.

Par ailleurs l'homme d'étude est très souvent amené, lors d'interactions avec le décideur, à faire intervenir des *actions fictives* qui sont des actions imaginaires construites dans le but de faire réagir le décideur ou celui qui intervient en son nom. Pour jouer ce rôle, il est souhaitable que ces actions fictives soient réalistes, c'est-à-dire correspondent à des solutions concrètes susceptibles d'être mises en œuvre.

1.1.4 Notion de critère

Le plus souvent, dans une modélisation pour l'aide à la décision, une action est appréhendée par les conséquences de son éventuelle mise en exécution. Dans de nombreux problèmes de décision, ces conséquences sont multiples et variées dans leur nature. Elles reflètent la diversité des caractéristiques et les points de vues jouant un rôle dans la comparaison des actions. Certaines conséquences permettent la comparaison directe des actions, mais le plus souvent, un travail de codage est nécessaire pour permettre de comparer les actions. Un tel codage doit permettre de définir des valeurs numériques associées aux actions dont la comparaison reflète la manière avec laquelle les actions se comparent. Ces valeurs numériques sont le plus souvent appelées performances ou évaluations.

Définition 1.1. ¹ un *critère* est une fonction à valeur réelle définie sur l'ensemble A des actions potentielles qui rend possible la comparaison de deux actions a et b à partir des valeurs $g(a)$ et $g(b)$ de sorte que $g(a) \geq g(b) \Rightarrow aS_gb$ où aS_gb signifie "a est au moins aussi bon que b" relativement à l'axe de signification du critère g .

Les valeurs prises par les actions potentielles sur un critère (le plus souvent limitées à un sous-ensemble de la droite des réels) constituent l'échelle d'évaluation du critère. Nous noterons X_j l'échelle d'évaluation du critère g_j .

1.1.5 Modélisation des préférences

Pour modéliser les préférences d'un décideur, il est courant d'avoir recours à relations binaires de sorte de représenter la manière avec laquelle deux actions potentielles se comparent. La comparaison de deux actions fait apparaître diverses situations de préférence. La théorie classique de la décision (cf. (Fishburn 1970)) ne distingue que deux relations différentes : l'indifférence et la préférence qui sont toutes deux considérées comme transitives.

L'école européenne d'aide multicritère à la décision (cf. (Roy and Vanderpooten 1997)) a enrichi cette dichotomie, par l'introduction d'une relation d'incomparabilité traduisant l'impossibilité pour le décideur de trancher entre deux actions et d'une relation de préférence faible qui recouvre une forme d'hésitation entre l'indifférence entre deux actions et la préférence en faveur

¹définition adaptée de (Roy and Bouyssou 1993)

de l'une d'elles. Dans l'école européenne, aucune des relations n'est supposée transitive. On notera I la relation d'indifférence sur A (réflexive et symétrique), P la relation de préférence (irréflexive et asymétrique), Q la relation de préférence faible (irréflexive et asymétrique) et R la relation d'incomparabilité (symétrique et irréflexive).

Définition 1.2. une **structure de préférences** est un ensemble de relations binaires (I, P, Q, R) telles que toute paire d'actions est reliée par une et une seule de ces relations.

De nombreux travaux de recherche opérationnelle se fondent sur une approche mono-critère en appréhendant la réalité à travers un critère unique. Dans ce cas, le critère considéré est soit considéré comme prépondérant, soit intègre différents aspects du problème.

Dans certaines situations de décision, la multiplicité des conséquences des actions et l'aspect conflictuel des points de vues qui interviennent dans leur comparaison incitent à adopter une approche multicritère qui consiste à construire un modèle décisionnel en prenant explicitement appui sur plusieurs critères modélisant chacun une catégorie homogène de conséquences. Néanmoins, la prise en compte explicite de plusieurs critères introduit une difficulté : les critères sont le plus souvent conflictuel et il n'existe pas de solution unique qui s'impose ; la construction de recommandation est donc plus complexe.

La modélisation multicritère des préférences consiste à construire une famille de n fonctions critères g_1, g_2, \dots, g_n , ($n \geq 2$) qui traduisent chacune les préférences relatives à un aspect spécifique des actions. La construction de telles fonctions soulève de nombreuses difficultés (cf. (Bouyssou 1990)) et relève plus d'un savoir-faire que de méthodes scientifiques. Toutefois la famille de critère doit vérifier certaines propriétés pour constituer une famille cohérente de critère (cf. (Roy 1985) et (Roy and Bouyssou 1993)). Une fois la famille de critères g_1, g_2, \dots, g_n définie ($F = \{1, 2, \dots, n\}$) la comparaison des actions s'appuie sur la comparaison des vecteurs performance $(g_1(a), g_2(a), \dots, g_n(a))$

La seule donnée des vecteurs performance ne permet d'obtenir qu'une information très pauvre sur la comparaison des actions. En absence d'information supplémentaire, seules les paires d'actions liées par la relation de dominance Δ peuvent être comparées.

Définition 1.3. la relation de **dominance** sur A notée Δ est définie par :

$$a\Delta b \Leftrightarrow \begin{cases} \forall j \in F, g_j(a) \geq g_j(b) \\ \exists j \in F, g_j(a) > g_j(b) \end{cases}$$

Lorsque l'aide à la décision vise enrichir à la relation de dominance, il est nécessaire de recourir à une information additionnelle sur les préférences du décideur.

Définition 1.4. nous appellerons **Information préférentielle** notée \mathcal{I} toute information de nature à discriminer entre les actions non reliées par la relation de dominance Δ .

Une illustration de la nécessité d'introduire une information préférentielle réside dans l'argument suivant : la proportion de couples de vecteurs performance liées par la relation de dominance devient rapidement très faible à mesure que le nombre de critère croît (cf. (Rosinger 1991)).

Dans le cadre d'une étude d'aide à la décision, seul le décideur est à même de spécifier une information préférentielle. Il/elle peut le faire en spécifiant, par exemple :

- la manière avec laquelle se comparent deux vecteurs performances non reliés par la relation de dominance,
- un pré-ordre éventuellement partiel sur un sous-ensemble d'actions $A^* \subset A$ ou une affirmation du type "les actions dont la performance sur le critère g_j est inférieure à x sont peu susceptibles d'être placées en tête du classement", dans le cas de la problématique P_γ
- l'affectation souhaitée pour certaines actions dans le cas de la problématique P_β .

Les exemples ci-dessus illustrent des cas où l'information préférentielle s'exprime en faisant référence aux résultats attendus du modèle d'aide à la décision. Nous parlerons alors d'*information préférentielle orientée output* que nous noterons \mathcal{I}^{out} .

Une autre façon pour le décideur de spécifier une information préférentielle consiste à apprécier la valeur que peuvent prendre les paramètres préférentiels utilisés dans le modèle d'agrégation. Nous parlerons alors d'*information préférentielle orientée input* que nous noterons \mathcal{I}^{in} . Le décideur peut spécifier une telle information en précisant, par exemple :

- une différence d'évaluation non significative sur un critère,
- une comparaison de critères (ou de coalition de critères) en terme d'importance relative,
- la valeur d'un taux de substitution entre deux critères.

Notons que l'expression d'*information préférentielle orientée input* par le décideur est conditionnée par la nature des paramètres préférentiels du modèle utilisé et requiert, de la part du décideur, une compréhension minimale de la sémantique attachée à ces paramètres.

L'aide à la décision vise très souvent à élaborer des recommandations sur lesquelles le décideur s'appuiera pour définir un plan d'action. Dans un contexte multicritère, l'élaboration de recommandation requiert une procédure d'agrégation multicritère (cf. (Roy and Bouyssou 1993)) permettant de synthétiser les préférences sur chaque critère et contribuer à la définition d'un résultat.

Définition 1.5. *une **procédure d'agrégation multicritère (PAMC)** est une règle, un procédé permettant d'établir, sur la base du tableau de performances et d'un ensemble de valeurs pour les paramètres préférentiels, un ou plusieurs système(s) relationnel(s) de préférence sur l'ensemble des actions potentielles A . Ce(s) système(s) relationnel(s) de préférence permet(tent) de définir, à travers une procédure d'exploitation un résultat dont la nature dépend de la problématique adoptée.*

1.2 Processus d'élicitation des préférences

Lors d'une étude d'aide à la décision, l'analyste peut avoir accès à une information préférentielle \mathcal{I} par une interaction avec le décideur ou un de ses représentants. S'il s'agit d'un processus de décision multi-acteurs (cf. §1.1.2), l'interaction implique l'ensemble de ces acteurs. L'information obtenue durant l'interaction dépend bien évidemment de la manière avec laquelle l'homme d'étude procède dans l'interaction. À partir de cette information, l'analyste doit fixer des valeurs à des paramètres préférentiels. Après l'introduction de quelques notations, nous définissons ce que nous appelons un processus d'élicitation des préférences.

1.2.1 Notations

Considérons \mathcal{P} une PAMC à laquelle est attaché un vecteur de k paramètres préférentiels $\bar{v} = (v_1, v_2, \dots, v_k)$. Soit Ω l'espace des valeurs pour \bar{v} , *i.e.*, l'espace des valeurs possibles pour les paramètres préférentiels (en l'absence d'information fournie par le décideur sur ses préférences).

Dans ce cadre, la connaissance sur les paramètres préférentiels se définit par un sous-ensemble $\Omega' \subseteq \Omega$. Le plus souvent, Ω' est défini par une liste de contraintes sur la valeur des paramètres préférentiels. Un cas particulier intéressant intervient lorsque Ω' est réduit à un seul point de Ω ($\Omega' = \{\omega\}$). Dans ce cas, la valeur de chacun des paramètres préférentiels est complètement déterminée. Dans tous les autres cas, la valeur d'au moins un paramètre n'est connue que de façon imprécise.

Lorsque l'on applique une PAMC \mathcal{P} à un sous-ensemble d'actions $A' \subseteq A$ avec un jeu de paramètres $\omega \in \Omega$, on aboutit à un résultat noté $R_{\mathcal{P}}(A', \omega)$. Ce résultat se traduit par :

- le sous-ensemble des éléments sélectionnés $A^* \subseteq A'$ pour la problématique du choix (P_{α}),
- l'affectation de chaque action de A' à une des catégories pré-définies dans le cas de la problématique du tri (P_{β}),
- un pré-ordre partiel sur A' dans le cas de la problématique du rangement (P_{γ}),

1.2.2 Définition

Définition 1.6. *Étant donné une PAMC \mathcal{P} choisie pour modéliser les préférences d'un décideur, nous appellerons **processus d'élicitation des préférences** tout processus qui procède par une interaction entre le décideur et l'homme d'étude (ou un logiciel) et conduit ce décideur à exprimer une information sur ses préférences dans le cadre de la PAMC choisie. Cette information se concrétise par une ensemble $\Omega' \subseteq \Omega$ de valeurs plausibles pour les paramètres préférentiels de la PAMC. À l'issue du processus, Ω' doit conduire, par application de \mathcal{P} , à un résultat compatible avec le point de vue du décideur.*

La définition ci-dessus conçoit le processus d'élicitation des préférences comme un élément du processus d'aide à la décision. En particulier, cette définition n'englobe pas le travail d'identification des acteurs, de modélisation de l'ensemble des actions potentielles et de construction des critères.

Notons aussi que cette définition se fonde sur le choix préalable d'une PAMC destinée à modéliser les préférences du décideur. Ceci implique qu'il n'est pas envisageable de remettre en cause cette PAMC comme modèle des préférences au cours du processus d'élicitation, à moins de redémarrer le processus sur la base d'une nouvelle PAMC.

Par ailleurs, de nombreux auteurs (*cf.* (Mousseau 1993), (Podinovski 1994), (Vincke 1989)) ont montré que les valeurs affectées à des paramètres préférentiels (notamment des coefficients d'importance ou poids) n'ont de sens que si ces paramètres se réfèrent à une PAMC dans laquelle ils sont utilisés. Il est à noter qu'une telle affirmation est implicitement incluse dans la définition 1.6.

D'autre part, il importe de noter que la notion d'interaction entre l'homme d'étude et le décideur est constitutive du processus d'élicitation des préférences. Ceci se concrétise par une suite de questions-réponses permettant au décideur d'exprimer progressivement une information préférentielle. Cette séquence de questions-réponses peut notamment être l'objet pour le décideur, de tester des hypothèses, sous la forme d'essais-erreurs, de retours en arrière.

Ce processus d'élicitation des préférences permet de définir un ensemble de combinaisons de valeurs plausibles pour les paramètres préférentiels. Cet ensemble $\Omega' \subseteq \Omega$ est défini progressivement au cours de la procédure ; l'ensemble des combinaisons plausibles diminuant à mesure que le décideur fournit des réponses aux questions. Chaque réponse du décideur à une question se traduisant, le plus souvent, par une contrainte imposée sur la valeur des paramètres préférentiels, ainsi l'ensemble Ω' se réduit à mesure que le processus de questionnement progresse.

Enfin, il importe de noter que l'ensemble $\Omega' \subseteq \Omega$ obtenu à l'issue du processus doit conduire, par application de la PAMC, à un résultat en phase avec l'idée que se fait le décideur du résultat. Dans le cas contraire, le processus peut se poursuivre de sorte de réviser Ω' en conséquence.

1.3 Objectifs scientifiques de nos recherches

Mon parcours de recherche s'est structuré autour de quelques objectifs scientifiques :

- œuvrer pour munir l'analyste de méthodologies et d'outils pour organiser l'interaction avec le décideur dans le cadre d'un modèle d'agrégation donné. J'envisage ce travail dans une perspective constructiviste où les préférences du décideurs ne sont pas nécessairement totalement pré-établies, et où l'interaction homme d'étude-décideur constitue un double apprentissage (l'homme d'étude modélise les préférences du décideur qui en retour accroît sa compréhension du problème et ses convictions). Le chapitre 2 vise à donner un cadre formel à ce type d'outils.
- étudier le comportement décisionnel pour concevoir des outils compatibles avec les modalités effectivement mises en œuvre par les décideurs pour analyser les problèmes de décision. En particulier, mieux comprendre la variabilité des préférences en appréhendant leurs

modalités de construction. Le chapitre 3 présente nos contributions sur ce thème et une analyse de la littérature pertinente sur ce thème.

- Développer des outils spécifiques et définir les modalités de leur utilisation, étudier les modalités de leur mise en pratique dans un processus d'aide à la décision. La constitution de tels outils rend parfois nécessaire la résolution de problèmes combinatoires difficiles. Cet objectif scientifique doit ainsi contribuer à élaborer les éléments d'une "doctrine d'intervention" pour l'aide à la décision. Le chapitre 4 présente succinctement certains outils développés.
- Tester la validité opérationnelle des outils développés à travers l'intervention en tant qu'homme d'étude dans des situations décisionnelles réelles. Chaque application dans laquelle j'ai pu participer a été l'occasion non seulement de modéliser le problème de décision et d'élaborer des recommandations mais aussi de tester de façon opérationnelle l'applicabilité (parfois d'adapter ou même de concevoir) des méthodologies et outils développés. En retour ces expériences ont souvent été l'occasion d'identifier de nouvelles questions de recherche. Le chapitre 5 regroupe les aspects applicatifs de mes travaux.

Chapter 2

Un cadre général pour l'élicitation des préférences par apprentissage constructif

Ce chapitre est décomposé en deux sections. Dans une première section, nous cherchons à préciser la nature de l'activité d'élicitation des préférences et définir ce que nous appelons l'élicitation des préférences par apprentissage constructif. La seconde section vise à lister quelques éléments constitutifs des outils supportant un processus d'élicitation des préférences par apprentissage constructif.

2.1 Nature de l'activité d'élicitation des préférences

L'activité d'élicitation des préférences vise à expliciter les préférences du décideur à travers un modèle choisi pour les représenter. Le choix de ce modèle est le plus souvent effectué par l'homme d'étude en vérifiant que les hypothèses de ce modèle sont conformes au mode de raisonnement du décideur. Eliciter les préférences d'un décideur consiste donc, dans ce cadre, à déterminer des valeurs (ou intervalles de variation) plausibles pour les paramètres préférentiels du modèle retenu sur la base d'une information préférentielle fournie par le décideur. Ce processus requiert une interaction forte entre l'homme d'étude/analyste et le décideur. L'élicitation d'informations préférentielles est une phase cruciale dans le processus d'aide à la décision car elle conditionne les recommandations qui seront proposées au décideur.

La nature de ce qui est en jeu lors de ce processus peut être appréhendée de façons distinctes. La manière avec laquelle l'homme d'étude peut donner sens au processus d'élicitation des préférences diffère selon qu'il appréhende ce processus dans une approche *descriptiviste* ou *constructiviste*. Nous présentons ci-dessous, de manière caricaturale, ces deux "visions" ; il nous semble cependant que la philosophie d'intervention retenue par les hommes d'études dans la pratique de l'aide à la décision correspond le plus souvent à une position médiane.

2.1.1 Approche descriptiviste de l'élicitation des préférences

L'approche descriptiviste présuppose que la manière avec laquelle deux actions se comparent est définie clairement dans l'esprit du décideur avant même que le processus d'élicitation des préférences ne débute. De plus, le déroulement de ce processus n'altère pas cette structure pré-existante de ces comparaisons. Ces informations préférentielles sont donc considérées comme stables et font référence à une réalité considérée comme objective. Le modèle de préférence retenu vise à rendre compte des préférences du décideur de la manière la plus "fiable" possible. Le processus d'élicitation des préférences a donc pour rôle de chercher à ajuster au mieux le modèle à une situation réelle bien définie.

Certains auteurs parlent en termes de l'estimation de la valeur numérique de certains des paramètres préférentiels, tels que des coefficients d'importance des critères w_j . Un tel langage est dépourvu de sens à moins de supposer l'existence d'une valeur numérique "correcte" pour ces paramètres. Dans ce cas, le but de l'activité d'élicitation des préférences est d'approcher au mieux ces vraies valeurs.

Dans une telle approche, l'aspect labile des préférences observées (cf. (Fischhoff, Slovic and Lichtenstein 1988), (Weber and Borchering 1993)) s'explique par les biais induits par la phase d'élicitation des préférences. (Beattie and Barron 1991) soutiennent l'idée qu'il existe une "*distinction between true and estimated weights and it is possible that subjects' true weights remain constant at all times, but become distorted in the elicitation process*".

2.1.2 Approche constructiviste de l'élicitation des préférences

Depuis près d'un demi-siècle, Herbert Simon a inspiré de nombreux travaux s'intéressant à l'analyse expérimentale du comportement décisionnel concourant à montrer que le comportement décisionnel observé ne résulte pas d'un simple algorithme (du type maximisation d'une utilité) à partir de données issues de la mémoire du décideur. Au contraire, les limitations en matière de traitement de l'information peuvent expliquer que des préférences sur des objets sont souvent construites et pas simplement révélées lors d'un choix ou d'un jugement. Le concept de préférences construites est fondé sur le constat que les décideurs n'ont pas de valeurs pré-définies sur la plupart des alternatives en question, mais qu'au contraire, ils construisent leurs préférences sur le moment lorsque nécessaire¹ (par exemple, lorsqu'ils doivent évaluer/comparer des alternatives).

L'approche constructiviste considère les préférences comme non totalement pré-établies dans l'esprit du décideur et que l'objet même de l'activité d'élicitation des préférences (et *a fortiori* l'activité d'aide à la décision) est de spécifier et parfois même de modifier des éléments pré-existants. La procédure d'agrégation multicritère sous-jacente au modèle de préférence joue le rôle d'un ensemble de règles jugées appropriées pour agréger les performances des actions et construire des préférences globales. Dans ces conditions, les valeurs numériques des paramètres préférentiels reflètent une hypothèse de travail acceptée pour construire des recommandations. Ce sont des valeurs numériques adéquates avec lesquelles il est raisonnable et instructif de travailler.

¹Le chapitre 3 est consacré à l'analyse empirique du comportement décisionnel.

Les “vraies” valeurs numériques pour les paramètres préférentiels auxquelles il est nécessaire de faire référence pour donner du sens au langage de l’estimation n’existent pas nécessairement. Pour autant les paramètres préférentiels et les valeurs qui leur sont affectées constituent des instruments utiles pour raisonner, tester des scénarios et communiquer avec les parties prenantes d’un processus d’aide à la décision.

Les valeurs (ou intervalles de variation) de ces paramètres reflètent, dans le modèle de préférence retenu pour l’analyse, un certain nombre d’affirmations formulées par le décideur durant le processus d’éllicitation des préférences (cf. (Roy 1993), (Mousseau 1993) et (Payne, Bettman and Johnson 1992)).

2.1.3 Elicitation des préférences par apprentissage constructif

Concevoir un processus d’éllicitation des préférences dans une approche d’apprentissage constructif des préférences consiste à se placer dans une approche constructiviste et à considérer qu’au delà de la définition du modèle des préférences, un des rôles importants du processus d’éllicitation des préférences est de concrétiser dans l’esprit du décideur, un certain nombre de convictions quant à la manière avec laquelle les actions se comparent.

L’élaboration de ces convictions s’appuie :

- d’une part sur des éléments pré-existants tels que son système de valeurs, des expériences passées liées au problème de décision, ...
- d’autre part sur le processus d’éllicitation des préférences lui-même.

Pour spécifier davantage la nature de l’apprentissage constructif des préférences, il convient de préciser ce qui est appris et par qui. Plus précisément, il est nécessaire de spécifier (cf. FIG 2.1) d’une part comment l’information préférentielle fournie par le décideur contribue à définir le modèle des préférence et, d’autre part, en quoi l’utilisation du modèle des préférences peut contribuer à façonner et faire évoluer les préférences du décideur.

Tout d’abord, de façon classique, l’apprentissage concerne le modèle d’aide à la décision : l’apprentissage constructif permet d’intégrer au modèle (et donc d’apprendre) les préférences du décideur à travers l’information préférentielle \mathcal{I}^2 qu’il/elle fournit (cf. FIG 2.1, lien 1). Le résultat le plus tangible d’un tel processus se traduit par des valeurs (ou intervalles de variation) pour les paramètres préférentiels associés à la PAMC considérée. La prise en compte de l’information préférentielle fournie par le décideur doit bien sûr être compatible avec la sémantique que la PAMC confère aux paramètres préférentiels.

²Rappelons (cf. §1.1.5) que cette information préférentielle peut prendre la forme de contraintes sur les paramètres préférentiels (information orientée input) ou d’éléments de résultat que le décideur souhaite voir apparaître dans le résultat de la PAMC

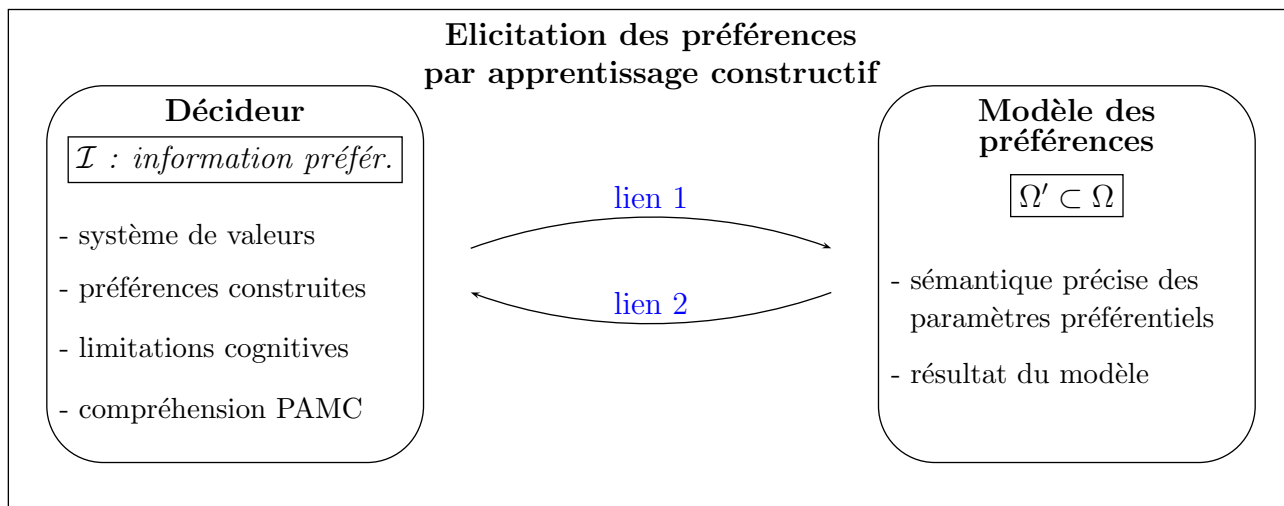


Figure 2.1: Elicitation des préférences par apprentissage constructif

Mais l'apprentissage constructif concerne aussi le décideur lui-même. Un résultat beaucoup moins tangible que le précédent se caractérise par l'acquisition par le décideur au cours du processus d'élicitation des préférences d'une plus compréhension plus fine de ses préférences ainsi que de l'impact de son système de valeur sur le problème de décision (cf. FIG 2.1, lien 2). Plus Encore, un tel processus force le décideur à confronter son système de valeurs aux résultats de la PAMC choisie pour représenter ses préférences. Cette confrontation peut conduire le décideur, d'une part, à mieux comprendre ses préférences mais aussi à décrypter la logique intrinsèque à la PAMC choisie (logique d'agrégation sous-jacente, sémantique attachée aux paramètres préférentiels, ...).

Ce deuxième type d'apprentissage joue un rôle important pour l'élaboration des préférences du décideur. De plus, il permet de différencier l'élicitation des préférences par apprentissage constructif d'une approche classique en intelligence artificielle : machine learning/learning classifiers (cf. (Michalski 1983), (Quinlan 1986)). Cette littérature propose en effet des méthodes par "*apprentissage descriptif*" en ce sens qu'elles visent principalement à reproduire des phénomènes observés caractérisés par des input et un output. La définition d'un modèle explicatif résulte d'une forme d'optimisation visant à reproduire au mieux les observations. La validité d'un modèle est alors jugé au regard de sa capacité à reproduire des liens entrée/sortie. Les modèles ayant la même capacité à reproduire le phénomène sont jugés équivalents.

Au contraire, dans une démarche par *apprentissage constructif*, deux modèles ayant la même capacité à reproduire l'information préférentielle fournie par le décideur ne sont jugés équivalents que si le décideur les regarde comme tels. Très souvent, un décideur peut juger, au regard des spécificités des modèles (*e.g.*, la valeur des paramètres préférentiels), un des deux modèles comme plus pertinent ; ce jugement est alors souvent la source d'une interaction permettant le raffinement du modèle.

2.2 Composantes d'un processus d'élicitation des préférences par apprentissage constructif

Il importe de signaler, en préliminaire à cette section, que la capacité à générer un processus d'élicitation constructif n'est pas uniquement inscrit dans les outils eux-mêmes mais que la manière avec laquelle ces outils sont utilisés contribue à orienter le processus d'élicitation des préférences vers une voie constructiviste ou descriptiviste (cf. (Stewart and Losa 2003), (Dias and Tsoukiàs 2003)). On peut toutefois citer quelques exemples de méthodologies et outils conçus spécifiquement dans une perspective d'élicitation constructive : UTA (Jacquet-Lagrèze 1982), MACBETH (cf. (Bana e Costa and Vansnick 1994)), ELECTRE TRI (cf. (Mousseau, Slowinski and Zielniewicz 1999),(Mousseau, Slowinski and Zielniewicz 2000b)), IRIS (cf. (Dias and Mousseau 2003))... Bien que non nécessairement conçus dans une perspective d'apprentissage constructif, on peut aussi citer AHP (Saaty 1977), ELECCALC (Kiss, Martel and Nadeau 1994), SRF (Roy and Figueira 2002).

Concevoir des méthodologies et procédures destinées à servir de support à un processus d'élicitation des préférences par apprentissage constructif est une tâche délicate. Toutefois, différents "ingrédients" peuvent contribuer à faire naître entre l'homme d'étude et le décideur une interaction du type de celle décrite précédemment. Cette section vise à faire une typologie de ces ingrédients.

2.2.1 Approche par agrégation/désagrégation

Rappelons les notations introduites au §1. Considérons \mathcal{P} une PAMC à laquelle est attaché un vecteur de k paramètres préférentiels $\bar{v} = (v_1, v_2, \dots, v_k)$. Soit Ω l'espace des valeurs pour \bar{v} , *i.e.*, l'espace des valeurs possibles pour les paramètres préférentiels (en l'absence d'information fournie par le décideur sur ses préférences).

Dans ce cadre, la connaissance sur les paramètres préférentiels se définit par un sous-ensemble $\Omega' \subseteq \Omega$. Le plus souvent, Ω' est défini par une liste de contraintes sur la valeur des paramètres préférentiels. Lorsque l'on applique une PAMC \mathcal{P} à un sous-ensemble d'actions $A' \subseteq A$ avec un jeu de paramètres $\omega \in \Omega$, on aboutit à un résultat noté $R_{\mathcal{P}}(A', \omega)$.

Au cours d'un processus d'élicitation des préférences, le décideur peut fournir un résultat sur un sous-ensemble d'alternatives $A^* \subseteq A$ qu'il/elle voudrait retrouver dans le résultat de la PAMC. Notons $R_{DM}(A^*)$ un tel résultat fourni par le décideur. Nous noterons aussi $\Omega(R_{DM}(A^*)) = \{\omega \in \Omega : R_{\mathcal{P}}(\omega, A^*) = R_{DM}(A^*)\}$ l'ensemble des combinaisons de valeurs pour les paramètres préférentiels pour lesquelles l'application de \mathcal{P} à A^* conduit à $R_{DM}(A^*)$. Notons, dans certains cas, que l'ensemble $\Omega(R_{DM}(A^*))$ peut être vide. Une telle situation traduit l'impossibilité de représenter $R_{DM}(A^*)$ dans la PAMC \mathcal{P} choisie pour modéliser les préférences et requiert une analyse particulière que nous étudierons au §2.2.5.

Adopter une *approche par agrégation* dans la mise en œuvre d'une étude d'aide multicritère à la décision est la plus standard ; elle consiste à³ :

³Une telle approche est de nature séquentielle, bien que sa mise en pratique fasse apparaître des retours en arrière à des étapes précédentes comme possibles et utiles

- définir l'ensemble des actions potentielles A ,
- définir une famille cohérente de critères g_1, g_2, \dots, g_n ,
- choisir une procédure d'agrégation multicritère \mathcal{P} ,
- affecter des valeurs (ou intervalles de variation) aux paramètres préférentiels de \mathcal{P} ,
- agréger les données sur les critères (en utilisant la procédure) pour déterminer les préférences globales.
- effectuer une analyse de sensibilité/robustesse pour aboutir à des recommandations.

L'approche par désagrégation désigne le processus qui, pour une procédure d'agrégation multicritère donnée, s'organise de la façon suivante :

- définir l'ensemble des actions potentielles A ,
- définir une famille cohérente de critères g_1, g_2, \dots, g_n ,
- Questionner le décideur pour obtenir une information partielle (correspondant à ses préférences intuitives) sur résultat $R_{DM}(A^*)$ (concernant un sous-ensemble d'actions $A^* \subseteq A$), qu'il souhaiterait faire reproduire par la procédure d'agrégation. Cette information prend la forme, selon la problématique, d'un préordre partiel sur A^* , la comparaison de paires d'actions de A^* , l'affectation d'actions de A^* à des catégories.
- déterminer à l'aide d'une procédure de désagrégation (ou procédure d'inférence) les valeurs $\omega^*(R_{DM}(A^*))$ des paramètres préférentiels qui restituent "au mieux" $R_{DM}(A^*)$. La PAMC munie de $\omega^*(R_{DM}(A^*))$ constitue alors un modèle de préférence.
- appliquer le modèle obtenu l'ensemble A , c'est-à-dire calculer $R_{\mathcal{P}}(A, \omega^*(R_{DM}(A^*)))$.

Dans le processus décrit ci-dessus une *procédure de désagrégation (ou d'inférence)* est un algorithme qui, à partir d'une information préférentielle \mathcal{I} fournie par le décideur (correspondant à ses préférences intuitives) identifie un jeu de valeurs pour les paramètres $\omega^*(\mathcal{I})$ qui "reproduit au mieux" \mathcal{I} par application de la procédure d'agrégation. L'information \mathcal{I} peut concerner le résultat (information préférentielle orientée output cf. §1.1.5) ou bien prendre la forme de contraintes sur la valeur des paramètres préférentiels (information préférentielle orientée input cf. §1.1.5). Formellement ces deux types d'information sont de même nature car imposer un résultat partiel à travers une PAMC conduit à imposer des contraintes sur la valeur que peuvent prendre les paramètres préférentiels. Le rôle et la nature de ces procédures d'inférence sont étudiés au §2.2.4.

L'approche par désagrégation vise donc à ne pas demander au décideur de s'exprimer en terme de valeur pour les paramètres préférentiels mais de lui proposer de fournir des éléments de résultats qu'il souhaiterait obtenir de sorte d'inférer le résultat de la PAMC compte tenu de l'information exprimée.

Adopter une approche par *agrégation/désagrégation* consiste à construire un processus d'élicitation des préférences en alternant des phases d'agrégation et de désagrégation ; l'output de chaque phase constituant une information exploitée à la phase suivante. Par exemple, un décideur cherchant à constituer un rangement d'un ensemble d'actions peut affirmer "je préfère

a_3 à a_6 ” et chercher (par désagrégation) un jeu de paramètres qui restitue au mieux cette information. Soit $\omega^*(\mathcal{I})$ ce jeu de paramètres. Supposons que l’application de la PAMC \mathcal{P} avec $\omega^*(\mathcal{I})$ conduise à un résultat dans lequel a_1 est mieux classée que a_2 ; le décideur peut réagir en affirmant “*je préfère a_2 à a_1* ”. Cette affirmation est alors ajoutée à la précédente pour débiter une autre phase de désagrégation...

L’approche par agrégation/désagrégation présente des similarités avec les méthodes dites interactives (par exemple (Benayoun, Tergny and Keuneman 1970), (Benayoun, de Montgolfier, Tergny and Larichev 1971), (Geoffrion, Dyer and Feinberg 1973), (Zionts and Wallenius 1983), (Vanderpooten 1989)). Ces méthodes (le plus souvent conçues pour la problématique du choix P_α) procèdent par un algorithme itératif alternant des phases de dialogue où une ou plusieurs actions candidates sont présentées au décideur en vue d’obtenir de sa part une réaction et des phases de calcul où la réaction est utilisée pour générer de nouvelles propositions. Les séquences -phase de calcul/phase de dialogue- peuvent être mise en parallèle avec l’approche par agrégation/désagrégation, il faut cependant noter que ces méthodes procèdent d’une logique très différente ; en effet, leur finalité n’est pas la modélisation des préférences mais l’exploration de l’espace des possibles⁴.

L’approche par désagrégation présente aussi des similarités avec à une approche par les préférences révélées (cf. (Kmenta 1997), (Ben-Akiva and Lerman 1985)) qui visent aussi à représenter des préférences au sein d’un modèle. Toutefois dans ce type d’approche, les préférences sont celles d’une population et aucun apprentissage constructif n’intervient.

2.2.2 Approche par agrégation/désagrégation et invariance/tierce alternative

La propriété d’invariance vis-à-vis d’une tierce alternative (ITA) désigne le fait que la comparaison de deux actions a et b n’est pas affectée par la présence ou l’absence d’une troisième action c dans l’ensemble A des actions potentielles. Certaines PAMC vérifient structurellement la propriété d’ITA (par exemple MAUT (Keeney and Raiffa 1976) ou l’agrégation lexicographique (Fishburn 1974)). D’autres PAMC prennent en compte, dans la comparaison de deux actions a et b , la manière avec laquelle a et b se comparent avec les autres actions de A et violent donc la propriété d’ITA (c’est le cas par exemple des méthodes Electre III (Roy 1978) et AHP (Dyer 1990), (Perez 1995)).

Le fait qu’une PAMC vérifie ou non la propriété d’ITA ne peut en soi être considéré comme une caractéristique positive ou négative ; ceci est la résultante de la manière avec laquelle une PAMC définit la comparaison de deux actions. Par contre, la non vérification de l’ITA par une PAMC a des conséquences importantes lorsque l’on souhaite mettre en œuvre une telle PAMC dans une approche par agrégation/désagrégation.

Les considérations qui suivent ne concernent que les PAMCs conçues pour les problématiques d’évaluation comparative de choix (P_α) et de rangement (P_γ). En effet, la nature de la problématique de tri (évaluation absolue) implique que l’affectation d’une action est indépendante des

⁴bien que certaines méthodes interactives comportent une composante apprentissage

autres actions ; toute PAMC conçue pour la problématique du tri vérifie naturellement l'ITA.

Considérons une PAMC \mathcal{P} que l'on souhaite utiliser dans une approche par agrégation/désagrégation. Soit $R_{DM}(A^*)$ un résultat fourni par le décideur sur un sous-ensemble d'alternatives $A^* \subseteq A$. Soit $\Omega(R_{DM}(A^*)) = \{\omega \in \Omega : R_{\mathcal{P}}(\omega, A^*) = R_{DM}(A^*)\}$ l'ensemble des combinaisons de valeurs pour les paramètres préférentiels pour lesquelles l'application de \mathcal{P} à A^* conduit à $R_{DM}(A^*)$. L'approche par agrégation/désagrégation consiste à identifier un jeu paramètres préférentiels particulier $\omega^*(R_{DM}(A^*))$ et à calculer $R_{\mathcal{P}}(\omega^*(R_{DM}(A^*)), A)$. Considérons maintenant $R_{\mathcal{P}}(\omega^*(R_{DM}(A^*)), A^*)$ la restriction à A^* du résultat $R_{\mathcal{P}}(\omega, A)$. Dans le cas de la problématique de rangement, $R_{\mathcal{P}}(\omega^*(R_{DM}(A^*)), A^*)$ peut se définir comme le sous-graphe du pré-ordre partiel $R_{\mathcal{P}}(\omega, A)$ limité aux actions de A^* .

Supposons que la PAMC \mathcal{P} vérifie la propriété d'ITA. Dans ce cas, on est assuré que $R_{DM}(A^*) = R_{\mathcal{P}}(\omega^*(R_{DM}(A^*)), A^*)$: le résultat fourni par le décideur sur le sous-ensemble d'alternatives A^* "est contenu" dans le résultat obtenu en appliquant la PAMC \mathcal{P} à toutes les actions en utilisant le jeu de paramètres préférentiels inféré par désagrégation. Dans le cas de la problématique du rangement, si le décideur fournit le rangement $a \succ b \succ c$, alors le rangement obtenu par application de \mathcal{P} à A avec le jeu de paramètre inféré positionnera toujours a mieux classé que b lui-même mieux classé que c .

Supposons maintenant que la PAMC \mathcal{P} ne vérifie pas l'ITA. Dans ce cas, rien n'assure que $R_{DM}(A^*) = R_{\mathcal{P}}(\omega^*(R_{DM}(A^*)), A^*)$: le résultat fourni par le décideur sur le sous-ensemble d'alternatives A^* peut être "contredit" par le résultat obtenu en appliquant la PAMC \mathcal{P} à toutes les actions en utilisant le jeu de paramètres préférentiels inféré par désagrégation. Dans le cas de la problématique du rangement, si le décideur fournit le rangement $a \succ b \succ c$, alors le rangement obtenu par application de \mathcal{P} à A avec le jeu de paramètre inféré pourra, dans certains cas, ne pas restituer le fait que $a \succ b \succ c$. Ainsi le non respect de la propriété d'ITA implique que le décideur peut, dans une approche d'agrégation/désagrégation, être confronté à un résultat inféré qui "remet en cause" une partie de l'information qu'il a fourni. Il apparaît donc que la propriété d'ITA doit être vérifiée pour pouvoir mettre en œuvre, de façon satisfaisante, une PAMC dans une approche d'agrégation/désagrégation.

Du raisonnement précédent, il est possible de conclure que toute procédure de d'affectation multicritère (problématique du tri, P_β) est propice à une utilisation dans le cadre d'une démarche par agrégation/désagrégation ; en effet, toute procédure de tri vérifie structurellement la propriété d'invariance vis-à-vis d'une tierce alternative. En revanche, toutes les procédures de choix et de rangement ne sont pas adaptées à une telle mise en œuvre. En particulier, les procédures procédant par comparaison par paire (construction d'une relation de type surclassement puis exploitation de cette relation) s'adaptent mal à une approche par agrégation/désagrégation telle que décrite ci-dessus ; en revanche, il est possible, pour ces procédures, de mettre en place une approche par agrégation/désagrégation en considérant non pas le résultat (choix ou classement) mais la relation de surclassement elle-même.

2.2.3 Modalités d'interaction avec le décideur

Une des questions importantes dans la conception d'un processus d'élicitation des préférences par apprentissage constructif tient au support de l'interaction avec le décideur. De façon schématique, il est possible de faire reposer l'interaction sur :

- le résultat (ou une partie du résultat) de la PAMC,
- la valeur (intervalle de variation) de certains paramètres préférentiels,

Par ailleurs, il est important de distinguer dans l'interaction :

- les modalités selon lesquelles le décideur exprimera une information préférentielle d'une part, et,
- le type d'information présentée au décideur pour susciter l'interaction d'autre part.

Ce que le décideur peut fournir comme information préférentielle

Au cours d'un processus d'élicitation des préférences, le décideur peut donner une information sous la forme d'un résultat partiel (information préférentielle orientée output \mathcal{I}^{out}) ou bien de contraintes sur la valeur des paramètres préférentiels (information préférentielle orientée input \mathcal{I}^{in}).

- Le premier type d'information, \mathcal{I}^{out} , correspond souvent à un mode d'expression proche de celui utilisé spontanément par les décideur (“l'action a_j doit être affectée à la catégorie C_k ”, ou bien “l'action a_j ne peut pas être classée avant l'action $a_{j'}$ ”). De telles affirmations peuvent correspondre à des décisions passées, à des choix sur des actions fictives, ...
- Le second type d'information fait référence au modèle d'agrégation et est donc relativement éloigné du langage du décideur. Pour autant, le décideur peut parfois formuler une information en lien avec la valeur de certains paramètres préférentiels (“une différence de 5 entre la performance de deux actions sur le critère g_2 n'est pas significative”, ou “le critère g_1 est plus important que le critère g_2 ”). L'expression d'une telle information exige de la part du décideur une compréhension minimale de la sémantique que la PAMC utilisée confère aux paramètres préférentiels.

L'information qui peut être présentée au décideur

Tout d'abord l'information à présenter au décideur peut faire référence au résultat. Si $\mathcal{I} = \mathcal{I}^{in} \cup \mathcal{I}^{out}$ est l'information préférentielle fournie par le décideur, on peut considérer $\Omega(\mathcal{I}) \subset \Omega$ l'ensemble des combinaisons valeurs pour les paramètres préférentiels compatibles avec \mathcal{I} . Dès lors que $\Omega(\mathcal{I}) \neq \emptyset$, un résultat de la PAMC valide pour chaque $\omega \in \Omega(\mathcal{I})$ constitue une information intéressante pour le décideur, information propice à une réaction de sa part. Plus encore, il peut être souhaitable de permettre au décideur “d'interroger” ce résultat robuste (par exemple, “pourquoi l'action a_j est elle classée après l'action $a_{j'}$?” ou bien “pourquoi l'action a_j ne peut-elle être affectée à la catégorie C_k ?”).

Ensuite, il est possible de présenter au décideur une information liée à la valeur des paramètres préférentiels de la PAMC, c'est-à-dire exprimé dans les termes du modèle. Par exemple, le jeu

de paramètre préférentiels $\omega^*(\mathcal{I})$ calculé par une procédure d'inférence (cf. §2.2.4) restituant au mieux l'information \mathcal{I} est de nature faire réagir le décideur. Si, par exemple, $\omega^*(\mathcal{I})$ fait apparaître un critère comme "le plus important"⁵, le décideur peut être en désaccord et réagir. De plus, présenter une telle information favorise au cours du processus une meilleure compréhension par le décideur de la sémantique des paramètres préférentiels.

Enfin, il est possible de présenter au décideur une information mixte input-output. Une telle information vise à rendre plus explicite le lien entre une information préférentielle fournie et son impact sur le modèle des préférences. Considérons, par exemple, une procédure de tri multicritère. Une information préférentielle $\iota \in \mathcal{I}$ peut consister en un exemple d'affectation du type "*l'action a_j doit être affecté à la catégorie C_k* ". Quelle est l'impact de ι au sein de \mathcal{I} ? Cet impact peut être analysé sur le résultat de la procédure de tri (l'information ι impacte-t-il fortement l'affectation des actions de A), mais aussi du point de vue de l'espace des valeurs acceptables pour les paramètres (la comparaison de $\Omega(\mathcal{I})$ l'espace des valeurs acceptables compte tenu de \mathcal{I} avec $\Omega(\mathcal{I} \setminus \{\iota\})$ est de ce point de vue informative ; elle peut se faire notamment en terme de volume relatif).

Pour finir, il convient de préciser que les informations à présenter au décideur se doivent d'être contextualisées en fonction de la nature des paramètres préférentiels de la PAMC utilisée, de la problématique de décision à laquelle cette PAMC s'applique.

2.2.4 Inférer un modèle de préférences

Une des composantes essentielles d'un processus d'élicitation des préférences par apprentissage constructif concerne la capacité à inférer un modèle des préférences à partir d'une information préférentielle \mathcal{I} fournie par le décideur. Ceci se concrétise par une procédure d'inférence, *i.e.*, un algorithme qui, à partir d'une information \mathcal{I} fournie par le décideur (correspondant à ses préférences intuitives) identifie un élément $\omega^*(\mathcal{I})$ qui "reproduit au mieux" \mathcal{I} par application de la procédure d'agrégation (cf. FIG. 2.2). L'information \mathcal{I} peut concerner le résultat (information préférentielle orientée output cf. §1.1.5) ou bien prendre la forme de contraintes sur la valeur des paramètres préférentiels (information préférentielle orientée input cf. §1.1.5).

Le plus souvent, une telle procédure d'inférence s'appuie sur la résolution d'un programme mathématique dans lequel :

- les variables de décision sont les paramètres préférentiels dont la valeur est à déterminer,
- la fonction objectif vise à minimiser une fonction erreur appréciant dans quelle mesure l'information préférentielle \mathcal{I} est restituée,
- les contraintes expriment la manière avec laquelle l'information \mathcal{I} se traduit dans la PAMC en termes de la valeur des paramètres préférentiels.

A l'optimum, la valeur des paramètres préférentiels correspond la meilleure (au sens de la fonction d'erreur) façon de restituer \mathcal{I} dans la PAMC. Toutefois, une analyse post-optimale est utile pour identifier d'autres combinaisons de valeurs pour les paramètres préférentiels conduisant à une valeur de la fonction objectif "proche" de l'optimum. En effet, tout jeu de paramètres restituant \mathcal{I} de façon équivalente n'est pas nécessairement équivalent du point de

⁵on supposera que la valeur des paramètres permet de donner sens à une telle affirmation

vue du décideur. En effet, le décideur peut avoir une appréciation intuitive sur la valeur de certains des paramètres préférentiels et différentier des jeux de paramètres donnant lieu à une restitution équivalente de l'information préférentielle.

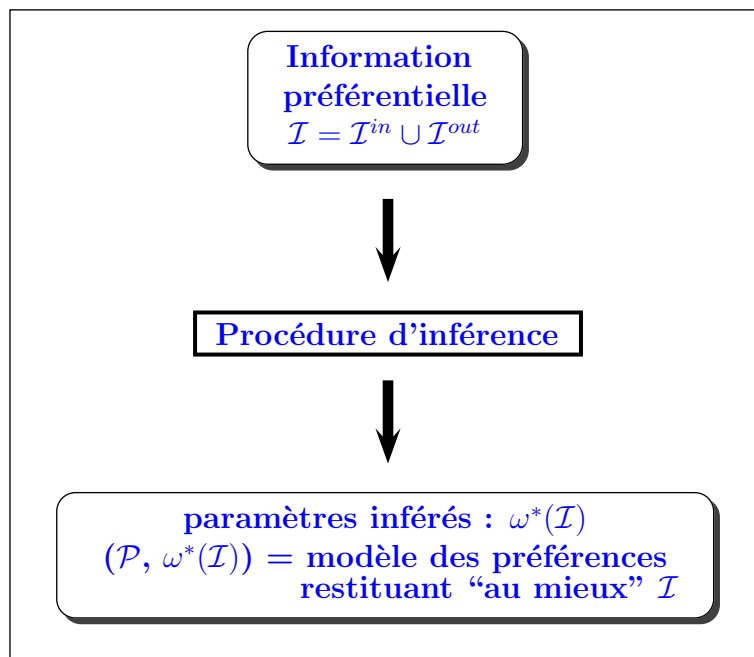


Figure 2.2: Procédure d'inférence

Selon la PAMC considérée, la difficulté de résolution du programme mathématique varie : dans certains cas (UTA par exemple (Jacquet-Lagrèze and Siskos 1982)) il s'agit d'un programme linéaire, mais parfois (inférence d'une relation de surclassement (Mousseau and Slowinski 1998) (Dias and Mousseau 2002a), par exemple) obtenir un optimum global est plus difficile. Deux voies sont alors envisageables : la première consiste à développer spécifiquement une méthode approchée sur la base d'une méta-heuristique (algorithme génétique, tabou, recuit simulé, ...); la seconde consiste à fixer la valeur de certains des paramètres et envisager une inférence "partielle".

Une inférence partielle se justifie dans des situations où la valeur de certains paramètres peut raisonnablement être fixée. Dans le cas contraire, il est possible de partitionner les paramètres à inférer et d'envisager une séquence d'inférence partielles où alternativement la valeur de certains paramètres est fixée.

L'idée d'inférer une certaine forme de connaissance (un modèle des préférences du décideur) à partir d'exemples de décision est typique de l'intelligence artificielle. L'induction de règles ou d'arbres de décision à partir d'exemples par apprentissage machine ((Michalski 1983), (Quinlan 1986)), l'acquisition de connaissance basée sur les ensembles approximatifs ((Grzymala-Busse 1992), (Pawlak and Slowinski 1994), (Slowinski 1992)), le raisonnement à partir de cas ((Gilboa and Schmeidler 1995), (Gilboa and Schmeidler 2000)) l'apprentissage supervisé de réseaux neuronaux ((Gallant 1993), (Weiss and Kulikowski 1991)) sont des exemples typiques de cette approche. L'attrait de ce type de méthodes provient du fait que les décideurs ont plus de facilité à prendre des décisions qu'à les expliquer. Pourtant, les procédures d'inférence

présentées ici se distinguent de ce type de méthodes qui considère deux modèles ayant la même capacité à restituer les données comme équivalents (ce qui n'est pas nécessairement le cas dans un processus d'élicitation des préférences).

2.2.5 Détecter et traiter les “incohérences”

Une des difficultés de l'approche d'élicitation des préférences par apprentissage constructif tient au fait que le décideur fournit parfois une information qui ne peut pas être représentable dans sa totalité dans la PAMC retenue pour modéliser les préférences du décideur. Nous qualifions ce type d'informations d'incohérence sans pour autant y attacher une co-notation négative : il ne s'agit pas nécessairement d'une erreur à corriger de la part du décideur mais d'un ensemble d'affirmations exprimées par le décideur pour lequel il n'existe aucune combinaison de valeurs pour les paramètres préférentiels qui restitue l'ensemble des affirmations du décideur.

Au cours d'un processus d'élicitation, de telles incohérences peuvent survenir du fait de :

- la non compatibilité de contraintes fixés par le décideur sur les paramètres avec des résultats partiels,
- l'évolution du point de vue du décideur au cours du processus,
- l'existence de décideurs multiples,
- la non compatibilité du mode de raisonnement du décideur avec la logique d'agrégation sous-jacente à la PAMC.

Lorsqu'une telle situation intervient, il est non seulement nécessaire d'en informer le décideur, mais il importe de fournir au décideur les éléments qui lui permettront de comprendre ce qui est à l'origine de l'incohérence et la (les) manière(s) de traiter cette incohérence, *i.e.*, comment modifier l'ensemble de ses affirmations initiales de sorte qu'elles soient représentables dans la PAMC choisie. Notons toutefois que faire disparaître l'incohérence n'est pas une nécessité absolue ; elle ajoute de la clarté au processus d'élicitation, mais on peut poursuivre le processus en conservant une information non totalement représentable dans la PAMC choisie.

Au cours d'un processus d'élicitation des préférences, l'apparition d'une incohérence et son analyse peut être source d'apprentissage pour le décideur. En effet, rechercher les informations préférentielles qui sont à la base de cette incohérence amène le décideur à constater que certaines de ses affirmations sont en conflit. Par exemple, si les affirmations “*je préfère a_1 à a_2* ” et “*le critère g_7 est plus important que le critère g_5* ” sont en conflit, ceci indique au décideur que la logique avec laquelle la PAMC exploite la seconde affirmation est incompatible avec la première affirmation.

Le plus souvent, lorsqu'une incohérence est présente dans une information préférentielle \mathcal{I} , il n'existe pas une solution unique pour modifier \mathcal{I} de sorte de retrouver une information préférentielle compatible avec la PAMC. Quelle que soit la PAMC, identifier toutes ces solutions est un problème combinatoire difficile. Il n'est pourtant pas envisageable de laisser le décideur seul face à ce problème (traitement de l'incohérence). Il est donc nécessaire de lui présenter quelques (pas toutes) façons de traiter l'incohérence. Choisir et d'ordonner ces solutions à présenter au décideur peut se faire en privilégiant les solutions imposant un minimum de modification sur \mathcal{I} , celles conduisant à la modification des éléments de \mathcal{I} les plus “anciens”, celles

modifiant les éléments de \mathcal{I} dont le décideur est le moins certain (si le décideur a exprimé des niveaux de confiance associés aux informations préférentielles) ... (Mousseau, Dias, Figueira, Gomes and Clímaco 2003b) ont proposé des algorithmes en ce sens mais ce problème reste encore largement à explorer.

2.2.6 Elicitation des préférences et recherche de robustesse

Lorsque l'on "connaît" la valeur précise $\omega \in \Omega$ pour les paramètres préférentiels, appliquer une PAMC \mathcal{P} conduit à un résultat noté $R_{\mathcal{P}}(A, \omega)$. Même lorsque la connaissance de la valeur des paramètres préférentiels est incomplète, on peut chercher à déterminer un résultat. Appliquer une PAMC \mathcal{P} considérant la connaissance sur les paramètres préférentiels $\Omega' \subseteq \Omega$ conduit à un résultat noté $R_{\mathcal{P}}(A, \Omega')$. $R_{\mathcal{P}}(A, \Omega')$ représente un résultat "valide" considérant que la valeur des paramètres préférentiels varie dans Ω' .

Une méthode naïve pour identifier $R_{\mathcal{P}}(A, \Omega')$ consiste à appliquer la procédure \mathcal{P} pour chaque $\omega \in \Omega'$ et à effectuer la "synthèse" des résultats $R_{\mathcal{P}}(A, \omega)$, $\forall \omega \in \Omega'$. On obtient ainsi un résultat correspondant à une connaissance imparfaite de la valeur des paramètres préférentiels, noté $R_{\mathcal{P}}(A, \Omega')$. La nature de la "synthèse" à effectuer dépend de la problématique d'aide à la décision.

- Dans le cadre de la problématique du tri, cette synthèse peut se traduire par l'ensemble des catégories à laquelle chaque action $a \in A$ est affectée pour au moins une valeur $\omega \in \Omega'$.
- Dans la problématique de rangement, la synthèse peut être effectuée par l'intersection des pré-ordres partiels obtenus pour chaque $\omega \in \Omega'$.
- Dans le cas de la problématique du choix, on peut définir $R_{\mathcal{P}}(A, \Omega')$ par l'ensemble des actions présentes dans $R_{\mathcal{P}}(A, \omega)$, $\forall \omega \in \Omega'$.

Définir $R_{\mathcal{P}}(A, \Omega')$ comme une "synthèse" des résultats $R_{\mathcal{P}}(A, \omega)$, $\forall \omega \in \Omega'$, n'est pas sans lien avec ce que B. Roy appelle conclusion *robuste* (cf. (Roy 1998)). Le calcul de $R_{\mathcal{P}}(A, \Omega')$ s'effectue le plus souvent de façon analytique et non pas par énumération des résultats pour chaque $\omega \in \Omega'$. D'une manière générale, le calcul de $R_{\mathcal{P}}(A, \Omega')$ nécessite le développements d'algorithmes spécifiques à la PAMC utilisée \mathcal{P} . Par exemple, (Dias and Clímaco 2000) ont développé un algorithme déterminant les affectations des actions compatible avec une information partielle sur les préférences du décideur. (Greco, Mousseau and Slowinski 2003) ont proposé une variante de la méthode UTA identifiant le préordre partiel induit par un ensemble de comparaisons par paire d'actions.

Si Ω' ne contraint pas beaucoup la valeur des paramètres préférentiels, $R_{\mathcal{P}}(A, \Omega')$ sera pauvre et peu informatif pour le décideur. Présenter un tel résultat au décideur le conduira souvent à réagir pour "enrichir" ce résultat et ainsi fournir une nouvelle information préférentielle. Si Ω' contraint fortement la valeur des paramètres préférentiels, $R_{\mathcal{P}}(A, \Omega')$ sera riche et extrêmement informatif pour le décideur. Dans ce cas, le décideur pourra s'opposer à une partie de ce résultat ("*non, a_4 n'est pas meilleure que a_9* " ou bien " *a_4 ne peut pas être affectée à la catégorie C_2* "). Dans ce cas, l'introduction de la nouvelle information préférentielle conduira nécessairement à une incohérence dont la résolution expliquera ce qui est à la base de la partie de $R_{\mathcal{P}}(A, \Omega')$ contestée. Dans les deux cas, l'interaction décrite est de nature à aider le décideur à se forger une opinion.

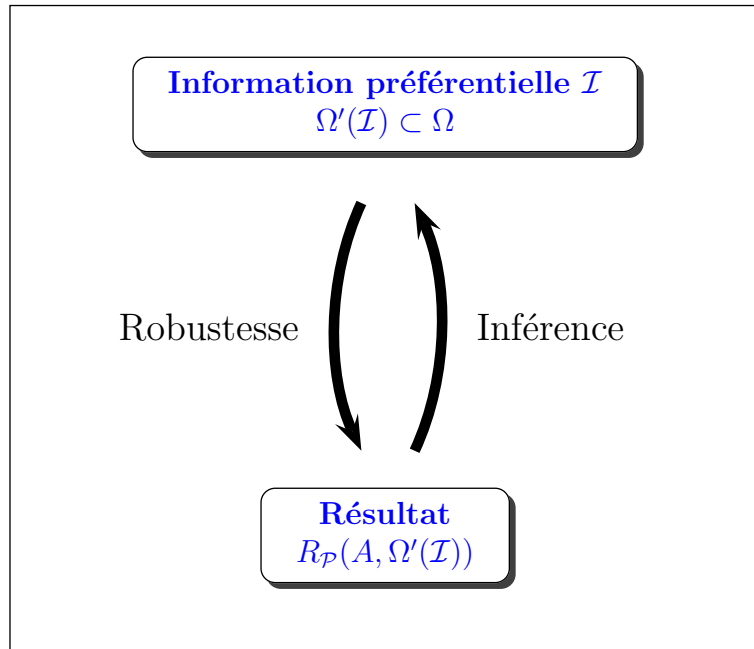


Figure 2.3: Intégration Robustesse/Elicitation

Ainsi il apparaît que l'élicitation des préférences et la recherche de robustesse ne doivent pas être perçues comme deux étapes disjointes d'un processus d'aide à la décision mais au contraire comme deux phases qui interagissent nécessairement pour permettre au décideur de construire ses préférences par une séquence du type suivant (cf. FIG 2.3):

- le décideur fournit une information préférentielle \mathcal{I} , soit $\Omega'(\mathcal{I}) \subset \Omega$ l'espace des valeurs des paramètres compatible avec \mathcal{I} ,
- cette information conduit à un résultat $R_{\mathcal{P}}(A, \Omega'(\mathcal{I}))$,
- le décideur réagit en modifiant $R_{\mathcal{P}}(A, \Omega'(\mathcal{I}))$ sur la base de ses préférences,
- l'utilisation d'une procédure d'inférence indique l'impact des affirmations du décideur sur les valeurs des paramètres, ce qui peut faire réagir à nouveau le décideur.

2.2.7 Lien avec l'aide à la décision en information incomplète

Une manière de concevoir un processus d'élicitation des préférences consiste à considérer que le décideur débute le processus sans avoir spécifié d'information sur ses préférences et que le processus consiste donc à spécifier progressivement ses préférences dans la PAMC choisie. Dans ce cadre, à une étape donnée du processus correspond une information incomplète sur les préférences du décideur.

Une large littérature traite de l'aide à la décision en présence d'information incomplète sur les préférences du décideur. Une grande majorité de ces travaux s'applique à définir un choix ou un rangement lorsque seule une information imprécise est disponible sur la valeur des paramètres préférentiels ((Hazen 1986), (Weber 1987), (Athanassopoulos and Podinovski 1997),

(Carrizosa, Conde, Fernandez and Puerto 1995), (Salo and Hamalainen 1992), (Malakooti 2000), (Barron 1992), (Salo and Hamalainen 2001), (Weber 1985), (Moskowitz, Preckel and Yang 1992), (Kirkwood and Corner 1993)). La très grande majorité de ces travaux considère la théorie de l'utilité multi-attribut comme PAMC.

2.3 Un cadre général pour décrire des procédures d'élicitation des préférence par apprentissage constructif

Pour conclure ce chapitre, nous présentons le schéma d'un algorithme général pouvant servir de cadre à la spécification d'une large classe de procédures dont le rôle est de servir de support à un processus d'élicitation des préférences par apprentissage constructif.

Algorithme 2.1. *Algorithme d'élicitation des préférences par apprentissage constructif*

```

Début
  choisir une PAMC  $\mathcal{P}$ 
   $k \leftarrow 0$ 
   $\mathcal{I}_{(0)} = \emptyset$ 
   $\Omega'(\mathcal{I}_{(0)}) \leftarrow \Omega$ 
  Répéter
    - déterminer  $\Omega'(\mathcal{I}_{(k)})$  l'espace des valeurs pour  $\omega$ 
      compatibles avec  $\mathcal{I}$ 
    - calculer  $R_{\mathcal{P}}(\Omega'(\mathcal{I}_{(k)}), A)$ 
    - inférer les paramètres  $\omega^*(\mathcal{I}_{(k)})$  restituant au mieux  $\mathcal{I}_{(k)}$ 
    - appliquer la PAMC  $\mathcal{P}$  avec  $\omega^*(\mathcal{I}_{(k)}) \rightarrow R_{\mathcal{P}}(\omega^*(\mathcal{I}_{(k)}), A)$ 
    - présenter au décideur  $R_{\mathcal{P}}(\Omega'(\mathcal{I}_{(k)}), A)$ ,  $\omega^*(\mathcal{I}_{(k)})$  et  $R_{\mathcal{P}}(\omega^*(\mathcal{I}_{(k)}), A)$ 
    - Si  $\Omega'(\mathcal{I}_{(k)}) = \emptyset$ 
      Alors
        - proposer au décideur des modifications de  $\mathcal{I}_{(k)}$ 
          rendant l'information compatible avec  $\mathcal{P}$ 
      Fin si
    - demander au décideur de réviser  $\mathcal{I}_{(k)} \rightarrow$  on obtient  $\mathcal{I}_{(k+1)}$ 
     $k \leftarrow k+1$ 
  Jusqu'à ce que le décideur soit satisfait du modèle obtenu
Fin
  
```

Pour être opérationnel, l'algorithme 2.1 se doit d'être spécifiée dans le cadre d'un PAMC spécifique. Notamment cela requiert de définir :

- une procédure de calcul de $R_{\mathcal{P}}(\Omega'(\mathcal{I}_{(k)}), A)$,
- une procédure d'inférence déterminant un jeu de paramètres $\omega^*(\mathcal{I}_{(k)})$,
- un algorithme identifiant, lorsque $\Omega'(\mathcal{I}_{(k)}) = \emptyset$, des modifications de $\mathcal{I}_{(k)}$ rendant l'information compatible avec la PAMC \mathcal{P}

Par ailleurs, cet algorithme général ne définit pas le mode de gestion de l'information préférentielle, c'est-à-dire la manière avec laquelle le décideur fait évoluer l'information préférentielle d'une itération à l'autre.

Une voie consiste à débiter un processus d'élicitation sans aucune information préférentielle et d'ajouter à chaque itération une quantité "élémentaire" d'information préférentielle. Cette stratégie présente, pour le décideur, l'avantage de pouvoir contrôler avec précision l'impact sur le modèle et sur le résultat de l'introduction de chaque élément d'information, ce faisant favorisant l'apprentissage.

Une autre stratégie, utile notamment lorsque la décision est répétitive et que des données historiques sont disponibles, procède par l'introduction d'une quantité significative d'information préférentielle dès le début du processus. Le plus souvent, cette information n'est pas représentable dans la PAMC et l'analyse des "incohérences" permet de construire un modèle des préférences fondé sur une partie des données. D'autres stratégies hybrides peuvent être envisagées.

De plus le test d'arrêt de cet algorithme n'est pas spécifié de manière formelle en ce sens qu'il est uniquement fondé sur le choix du décideur. Bien qu'il soit difficile de définir formellement un test d'arrêt plus précis, il est possible d'avancer quelques éléments permettant d'apprécier la fin souhaitable/souhaitée d'un processus d'élicitation des préférences.

- le résultat robuste $R_{\mathcal{P}}(\Omega'(\mathcal{I}_{(k)}), A)$ est acceptable dans son ensemble par le décideur et semble une bonne base pour élaborer des recommandations,
- le jeu de paramètres $\omega^*(\mathcal{I}_{(k)})$ constitue aux yeux du décideur une bonne synthèse de son système de valeur et le résultat associé $R_{\mathcal{P}}(\omega'(\mathcal{I}_{(k)}), A)$ apparaît comme satisfaisant,

Chapter 3

Analyse du comportement décisionnel

Depuis plusieurs décennies, des chercheurs en économie, psychologie, en aide à la décision, ... ont produit des travaux autour du thème de *l'analyse du comportement décisionnel*¹. Ces travaux visent à analyser le comportement effectif des décideurs. Dans ce contexte, deux approches théoriques peuvent être adoptées :

- construire une *théorie normative* en établissant un système d'axiomes représentant les canons de la rationalité,
- établir un *modèle descriptif* traduisant les mécanismes observés dans le comportement effectif des décideurs.

Une question fondamentale pour étudier le comportement décisionnel consiste à analyser les rapports complexes qui lient ces deux approches. Un constat fondamental établi par les chercheurs du domaine montre que les décideurs (en situation de décision réelle ou contrôlée en laboratoire) ne respectent pas les axiomes des théories normatives proposées dans la littérature. De plus, les théories normatives ne sont pas (toujours) l'asymptote vers laquelle les processus réels de prise de décision tendent dans des conditions "idéales" (longue réflexion, information exhaustive, ...).

Toutefois, si les préférences, choix et décisions effectifs ne sont pas "rationnels, ils ne sont pas capricieux non plus" ("*neither rational nor capricious*", (Kahneman and Tversky 2000)). En effet, les décisions sont, pour une large part, systématiques et prévisibles en ce sens qu'il est possible d'identifier des constantes observables et reproductibles dans le comportement décisionnel.

Pour concevoir des processus d'aide à la décision pertinents, il est important de bien comprendre le comportement décisionnel de sorte de concevoir des outils d'aide à la décision compatibles avec les modalités effectivement mises en œuvre par les décideurs pour analyser les problèmes de décision. En particulier, cela permet de mieux comprendre la variabilité des préférences en appréhendant leurs modalités de construction. Ce chapitre présente nos contributions sur ce thème et une analyse de la littérature pertinente sur ce thème.

¹Ces travaux sont parfois regroupés sous les étiquettes "*Behavioral decision research*", "*Judgment and decision making*", "*Heuristiques et biais*" ou encore "*Décision et rationalité*".

3.1 Rationalité limitée

“Human rational behavior is shaped by scissors whose two blades are the structure of the task environment and the computational capabilities of the actor” (Simon 1990)

L'idée selon laquelle les décideurs peuvent dévier, dans leur comportement effectif, des canons rationnels de l'*homo economicus*² provient des travaux de H. Simon (cf. (Simon 1955)). Il a le premier envisagé que les capacités limitées du décideur interagissent avec la structure de la tâche de décision et peuvent le conduire à mettre en œuvre une *“rationalité limitée”*.

Comme conséquence de la rationalité limitée, H. Simon suggère que les comportements décisionnels ne correspondent pas même à une approximation des comportements prédits par les modèles normatifs. Le choix parmi un ensemble fini d'alternatives peut résulter de l'identification d'une alternative *“suffisamment bonne”* : plutôt que de choisir l'alternative qui maximise une fonction d'utilité, les décideurs sélectionnent la première alternative disponible qui soit suffisamment satisfaisante (satisficing).

Les limitations en matière de traitement de l'information peuvent expliquer que des préférences sont souvent construites et pas simplement révélées lors d'un choix ou un jugement. Le concept de préférences construites renvoie au fait que les décideurs n'ont pas de valeurs pré-définies sur la plupart des alternatives (cf. §2.1.2). Au contraire, ils construisent leurs préférences sur le moment lorsque nécessaire (par exemple, lorsqu'ils doivent évaluer/comparer des alternatives). Cet argument remet en cause l'idée que les préférences observées résultent d'une *“master list”* pré-existante en mémoire. De plus, ceci implique que les jugements et choix exprimés ne sont pas nécessairement générés par l'application d'un algorithme invariant (tel qu'un calcul d'utilité espérée).

La nature constructive des préférences se traduit par le fait que les choix observés sont fortement contingent à la tâche de décision ou au contexte. La rationalité limitée fait que les décideurs sont parfois insensibles à des facteurs auxquels ils devraient normativement s'intéresser, et inversement sensibles à des aspects non pertinents normativement. Depuis les travaux initiaux de H. Simon, de très nombreux travaux ont contribué à valider la nature constructive des préférences observées et ont identifié quelques constantes présentes dans le comportement décisionnel.

3.2 Quelques constantes du comportement décisionnel

3.2.1 Phénomènes d'ancrage

Considérons les deux situations de décision suivantes (cf. (Chapman and Johnson 1999)):

- Un client se trouve dans une allée de supermarché. Au dessus du rayon de soupe à la

²L'*homo economicus* est supposé avoir *“knowledge of the relevant aspects of the environment which, if not absolutely complete, is at least impressively clear and voluminous. He is assumed also to have a well-organized and stable system of preferences and a skill in computation that enables him to calculate, for the alternative courses of action available to him, which of these will permit him to reach the highest attainable point on his preference scale”* (Simon 1955)

tomate, est inscrit “*maximum 10 items par client*”. La quantité effectivement achetée serait-elle plus élevée si le texte était “*pas de limitation en quantité*” ?

- On fait tourner une roue de la fortune qui s’arrête sur le chiffre 65. Un groupe d’individus doit alors répondre à la question : “le pourcentage de pays africains aux nations unies est-il au dessus ou en dessous de cette valeur ?”

Dans les deux cas, les deux “*ancres*” que constituent le nombre de soupes maximum par client ou la valeur issue de la roue de la fortune, semblent ne pas devoir influencer sur les résultats. Des constats empiriques montrent au contraire que :

- les comportements d’achats sont influencés par des informations normativement non pertinentes (cf. (Wansink, Kent and Hoch 1998)),
- lorsque la valeur issue de la roue de la fortune est élevée, les estimations données pour le pourcentage de pays africains aux nations unies est plus élevé que lorsque la roue donne une valeur plus faible (cf. (Tversky and Kahneman 1974)).

L’effet d’ancrage correspond au fait qu’une information numérique non-informative présentée à un sujet influe sur une estimation numérique que fait ce sujet. Cet effet perdure même lorsque les sujets sont conscients du phénomène. Un tel processus psychologique peut avoir un impact significatif dans le cadre d’un processus d’aide à la décision dans lequel des évaluations de performance d’actions et des estimations variées sont demandées au décideur. Bien qu’il soit difficile d’en prédire l’effet précis, la connaissance d’un tel phénomène est essentielle pour l’analyste dont le rôle est de “guider” le décideur dans un processus d’aide à la décision.

3.2.2 Aversion aux pertes

Un grand nombre de données expérimentales (cf. (Tversky and Kahneman 1991)) tendent à montrer que les préférences sont construites en relation à un point de référence (status quo, niveau d’aspiration, situation neutre, ...). Les conséquences des actions sont alors encodées par les décideurs comme des gains ou pertes vis-à-vis de cette référence de sorte qu’une perte est évaluée comme plus fortement qu’un gain équivalent (“*losses loom larger than corresponding gains*” (Tversky and Kahneman 1991)). De plus, il apparaît dans les comportements que la valeur marginale des gains et des pertes décroît, donnant lieu à une fonction en S asymétrique (cf. FIG 3.1)

Ces constats empiriques sont validés par des observations sur une gamme très large de situation de décision. Le fait que les préférences exprimées dépendent d’un point de référence induit de nombreux effets (biais de status quo (Samuelson and Zeckhauser 1999), non-invariance procédurale cf. §.3.3.2, ...) non prévus dans les modèles normatifs de la rationalité.

3.3 Quelques facteurs de variabilité des préférences

3.3.1 (In)variance descriptive

Une hypothèse très couramment faite suppose que des représentations équivalentes d’un même problème de décision doivent conduire à des préférences équivalentes. Pourtant, de nombreuses

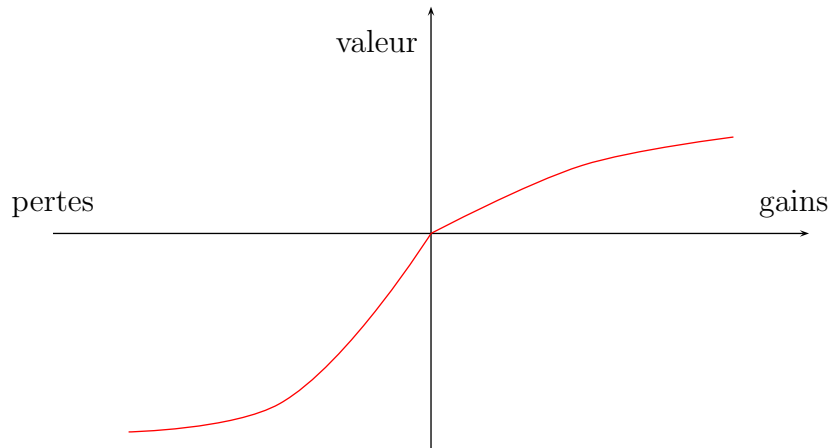


Figure 3.1: Illustration de la fonction de valeur en S

expériences ont mis en défaut ce principe en montrant que la manière avec laquelle un problème est posé affecte les préférences exprimées. Deux types d’effets concernant l’(in)variance descriptive ont été étudiés: les effets de cadrage (framing effects) et les effet de présentation de l’information.

Les effets de cadrage montrent que les préférences sont affectées par la manière avec laquelle le problème de décision est formulé (cadré). Par exemple, McNeil *et al.* (McNeil, Pauker, Sox and Tversky 1982) ont montré qu’un changement de termes (vies sauvées vs perdues) affectent fortement les préférences exprimées par des médecins à propos de protocoles de traitement de pathologies. Des différences apparaissent selon que la formulation conduise à coder un attribut comme un gain ou comme une perte. En effet, les sujets traitent gains et pertes de façon distincte (une différence conçue comme un gain est perçue comme moins forte que la même différence vue comme une perte).

La présentation de l’information peut aussi avoir un effet sur les préférences : Slovic (Slovic 1972) suggère que “*decision makers tend to use information in the form it is displayed, without transforming it, as a way to conserve cognitive effort*”. Une étude classique de Russo (Russo 1977) montre que le choix de produits dans un rayon prend plus fortement en compte le prix lorsque les prix sont triés en que lorsqu’ils sont simplement affichés. MacGregor et Slovic (MacGregor and Slovic 1986) montrent qu’un critère est plus fortement pris en compte dans un choix binaire lorsque sa présentation visuelle est plus “saillante”.

De tels résultats expérimentaux montrent que les choix opérés par l’analyste concernant la représentation du problème de décision peuvent avoir un impact non négligeable sur les préférences élicitées. Loin de pouvoir servir de guide pour l’analyste, ces constats doivent surtout inciter l’analyste à une très grande vigilance sur ces aspects.

3.3.2 (In)variance procédurale

L’invariance procédurale est un principe fondamental de la prise de décision rationnelle : toute procédure d’élicitation normativement équivalente doit conduire à l’expression de préférences identiques. Différents modes de réponses peuvent être envisagés (on se limite pour la présentation au cas bicritère) :

- *Choix* : quelle action préférez vous entre (x_1, x_2) et (y_1, y_2) ?
- *Matching* : compléter la valeur pour que $(x_1, ?)I(y_1, y_2)$.
- *Willingness to pay* : quelle valeur max. êtes-vous prêt à payer pour obtenir (x_1, x_2) ?
- *Willingness to sell* : pour quelle valeur minimum acceptez-vous de renoncer à (x_1, x_2) ?
- *Rating* : Notez l'attractivité de (x_1, x_2) sur l'échelle $[0,100]$.

Tversky *et al.* (Tversky, Sattah and Slovic 1988) (voir aussi (Mousseau 1997)) ont montré des renversements de préférences systématiques entre choix et matching. Dans cette étude, les sujets devaient notamment considérer des programmes de sécurité routière évalués selon le nombre de décès et le coût. Dans la tâche de choix, les questions étaient formulées comme suit : Quel programme préférez-vous ? $a = (570, 12 \text{ Meuros})$ ou $b = (500, 55 \text{ Meuros})$. Une majorité des sujets ont répondu b (sauver 70 vies est plus important que faire l'économie de 43 Meuros). Dans la tâche de matching les sujets devaient fixer la valeur x pour rendre les programmes a' et b' indifférents ($a' = (570, 12 \text{ Meuros})$, $b' = (500, x \text{ Meuros})$). Une majorité des réponses est telle que $x < 55$ Meuros ce qui implique qu'une différence de coût inférieure à 43 Meuros est équivalent à sauver 70 vies. Ainsi, il apparaît que le taux de substitution "*vie sauvées/coût*" varie selon le mode de réponse : la pondération des critères est contingente au mode de réponse. Tversky *et al.* expliquent ces observations par un effet de proéminence : le critère le plus important est "sur-pondéré" lorsque les préférences sont élicitées par choix plutôt que par matching ; les réponses en terme de choix se rapprochent plus de la lexicographie que le matching.

Une analyse de ces observations empiriques laisse penser que les deux tâches encouragent implicitement des heuristiques/schémas de raisonnement différents. Le choix engendre des raisonnements qualitatifs de nature ordinale (lexicographie sans utilisation de taux de substitution). Le matching implique un raisonnement cardinal mettant l'accent sur l'explicitation de taux de substitution. Plus généralement, Tversky *et al.* (Tversky et al. 1988) parlent de "*strategy compatibility*" pour désigner le fait que les sujets adoptent une stratégie compatible avec le mode de réponse (par exemple, le choix implique une réponse ordinale et évoque des arguments basés sur l'ordre des critères).

Fischer et Hawkins (Fischer and Hawkins 1993) expliquent cet effet de proéminence par une notion de compatibilité d'échelle (*scale compatibility*). Cette idée traduit le fait qu'un stimulus est d'autant plus pris en compte dans une réponse que la réponse s'exprime sur une échelle proche de celle du stimulus (par exemple, une tâche de matching rend plus saillant l'information sur le coût par rapport à une tâche de choix).

Au delà de la divergence choix/matching, d'autres mises en défaut de l'invariance procédurale ont été montrées. Ces constats peuvent être vus comme autant de "pierres dans le jardin" de l'analyste. En effet, une telle variabilité pose à l'analyste une question difficile : quelle est la nature des réponses fournies par les décideurs à des questions portant sur leurs préférences ? Même s'il adopte une perspective constructiviste, ces constats empiriques placent l'analyste dans une position délicate lorsqu'il doit éliciter des préférences.

3.3.3 (In)variance vis-à-vis de A

Un autre facteur de variabilité dans les préférences exprimées provient de la dépendance existant entre les points de vue des décideurs d'une part, et le contexte de la décision notamment l'ensemble des actions potentielles, d'autre part.

Effet de l'étendue des échelles

Des études ont été menées sur le lien entre des "poids" que les décideurs attribuent aux critères et l'étendue des échelles. Très souvent ces études se placent dans le cadre de la théorie de l'utilité multi-attribut (cf. (Keeney and Raiffa 1976)) du fait qu'il existe dans cette procédure d'agrégation un lien théorique entre poids et étendue des échelles. Ces études montrent que les décideurs opèrent des modifications sur les poids lorsque l'étendue de l'échelle est modifiée (cf. (Beattie and Baron 1991), (Von Nitzsch and Weber 1993), (Fischer 1995)) dans le sens attendu d'un point de vue théorique, mais que l'ajustement n'est pas suffisant.

Le lien entre les étendues des échelles et les poids peut aussi être établi (cf. (Mousseau 1992)) en dehors de toute référence à une procédure d'agrégation. Les résultats montrent que les jugements sur l'importance des critères dépendent de l'ensemble des actions en considération. Il apparaît donc que la manière avec laquelle l'ensemble A est défini affecte les préférences exprimées un décideur.

Effet de dominance asymétrique

Un effet classique est celui de "dominance asymétrique" (cf. (Huber, Payne and Puto 1982), (Tversky and Simonson 1993), (Herne 1998), (Mousseau and Méric 1999)). Considérant 3 alternatives a, b et c telles que $\neg a\Delta b$, $\neg b\Delta a$, $a\Delta c$ et $\neg b\Delta c$ (cf. FIG 3.2 dans le cas bicritère), des renversements de préférences sont observés entre le choix dans $\{a, b, c\}$ et dans $\{a, b\}$.

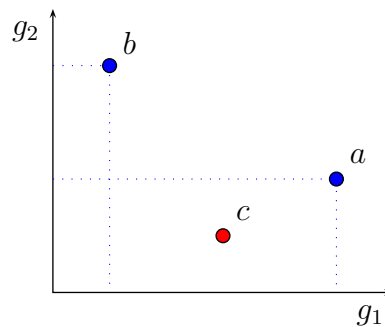


Figure 3.2: Situation de dominance asymétrique

La présence de c donne un avantage comparatif à a vis-à-vis de b et influe donc sur la valeur relative de a et b . Ce phénomène peut s'analyser par un changement de point de référence (cf. reference dependent model, (Tversky and Kahneman 1991), §3.2.2).

3.4 Rôle des travaux empiriques pour l'aide à la décision

Il convient d'analyser en quoi la connaissance du comportement effectif des décideurs peut avoir un impact sur l'activité d'élicitation des préférences et, au delà, sur les outils supportant cette activité.

Tout d'abord, il apparaît que le comportement des décideurs dévie substantiellement des canons rationnels (au sens normatif). Les décideurs expriment des préférences qui varient selon certains des aspects du contexte et de la tâche de décision. Ces préférences apparaissent donc comme construites plutôt que comme pré-établies. Ceci ne signifie pas que les décideurs n'ont pas de système de valeurs mais que ces valeurs interagissent avec la tâche lors de l'expression de préférences. Ainsi, les travaux expérimentaux auxquels il est fait référence dans ce chapitre contribuent à valider une conception constructiviste de l'élicitation des préférences.

Ensuite, la connaissance des constantes existantes dans le comportement décisionnel et des principaux facteurs de variabilité des préférences permet à l'analyste impliqué dans un processus d'aide à la décision de porter un regard lucide et critique sur la modélisation du problème de décision, la nature de l'information préférentielle exprimée et les recommandations qui peuvent être tirées de l'application du modèle.

Enfin, il convient d'apprécier les résultats empiriques en terme de préceptes guidant la conception de processus d'élicitation des préférences, voire de conception d'outils supportant ces processus. Il semble difficile d'établir des préceptes rigides et peu d'auteurs se sont aventurés dans ce sens. L'article de Payne *et al.* (Payne, Bettman and Schkade 1999) intitulé "*Measuring constructed preferences: towards a building code* " constitue une exception notoire. Pourtant, il y a place pour une "relecture" des travaux empiriques pour contribuer à une doctrine d'intervention constructiviste.

Chapter 4

Apprentissage constructif d'un modèle de tri multicritère

4.1 Spécificités de la problématique de Tri

Rappelons que la problématique du tri (P_β) consiste à formuler un problème de décision en termes de l'affectation de chaque action $a \in A$ à une des catégories pré-définies. L'affectation de a à la catégorie appropriée se fonde sur des normes d'affectation et la valeur intrinsèque de a .

Lorsque l'on cherche à définir des outils d'élicitation des préférences favorisant un apprentissage constructif (cf. §2.1.3), une spécificité importante de la problématique de tri tient au fait que le traitement de chaque actions $a \in A$ est indépendant des autres actions. Comme la présence ou l'absence d'une action ne modifie pas l'affectation d'une autre action à une catégorie, il est raisonnable de recourir à une approche par agrégation/désagrégation (cf. §2.2.2); en effet, si le décideur fournit une information préférentielle à travers des exemples d'affectation à une procédure d'inférence, alors l'application de la procédure de tri avec le jeu de paramètres inféré restituera (lorsque les exemples fournis sont compatibles avec la procédure de tri) les exemples d'affectation.

Dans la suite de ce chapitre, nous présentons les éléments d'une méthodologie d'élicitation des préférences par apprentissage constructif spécifiquement destinée à la méthode ELECTRE TRI¹ (cf. (Roy and Bouyssou 1993), (Yu 1992) et Annexe E). Ces travaux résultent en grande partie de collaborations enrichissantes avec notamment Roman Słowiński, Luis Dias et José Figueira. La section §4.3 présente des résultats obtenus par L. Dias et J. Clímaco ; les sections suivantes synthétisent le contenu de certaines de mes publications.

4.2 Electre Tri et l'information préférentielle

Au §1.1.5 nous avons distingué l'information préférentielle orientée input et orientée output. Dans le cadre de la problématique du tri l'information préférentielle orientée output se traduit par des *exemples d'affectation* qui correspondent à des actions pour lesquelles le décideur peut

¹Toutefois certains éléments pourraient assez simplement être étendus pour s'appliquer à d'autres procédures d'affectation multicritères.

intuitivement indiquer l'affectation sur la base de leur vecteur performance. Dans la suite nous noterons $A^* \subseteq A$ l'ensemble de ces actions ; de plus, pour chaque action $a \in A^*$, $\max(a)$ ($\min(a)$, respectivement) dénotera l'indice de la catégorie la plus élevée (la plus basse, respectivement) à laquelle le décideur affecte a (on notera aussi $a \rightarrow_{DM} [C_{\min(a)}, C_{\max(a)}]$). L'information préférentielle orientée input se traduit par des contraintes sur la valeur des paramètres préférentiels d'ELECTRE TRI.

Pour prendre en compte, dans la méthode ELECTRE TRI, un exemple d'affectation, il convient d'étudier les conditions nécessaires et suffisantes pour que cet exemple soit restitué. Pour ce faire, il est nécessaire de préciser la règle d'affectation (pessimiste et optimiste) utilisée ; dans la suite du chapitre nous travaillerons avec la règle pessimiste. Dans ELECTRE TRI pessimiste, une action a est affectée à la catégorie C_k ssi aSb_{k-1} et $\text{non}(aSb_k)$, c'est-à-dire $\sigma(a, b_{k-1}) \geq \lambda$ et $\sigma(a, b_k) < \lambda$. Il apparaît donc clairement qu'un exemple d'affectation se traduit formellement, dans ELECTRE TRI pessimiste, par des contraintes sur les paramètres préférentiels ; il existe donc une relation très claire entre l'information préférentielle \mathcal{I} fournie par le décideur et l'ensemble correspondant $\Omega_{\mathcal{I}}$ des valeurs acceptables pour les paramètres préférentiels.

Soit F l'ensemble des indices des n critères g_1, g_2, \dots, g_n ($F = \{1, 2, \dots, n\}$) et $B = \{1, 2, \dots, p\}$ l'ensemble des indices des frontières b_1, b_2, \dots, b_p délimitant les $p+1$ catégories C_1, C_2, \dots, C_{p+1} (b_h définissant la frontière haute de C_h et la frontière basse de C_{h+1}). Définir un modèle ELECTRE TRI consiste à fixer la valeur des paramètres préférentiels :

- les limites des catégories, c'est à dire les profils limites $g_j(b_h), \forall j \in F, \forall h \in B$, et les seuils de préférence et d'indifférence associés $q_j(b_h), p_j(b_h), \forall j \in F, \forall h \in B$,
- les coefficients d'importance $k_j, \forall j \in F$, et le seuil de coupe λ ,
- les seuils de veto $v_j(b_h), \forall j \in F, \forall h \in B$,
- la règle d'affectation choisie : pessimiste² (pseudo-conjonctif) ou optimiste (pseudo-disjonctif).

4.3 Procédure de calcul d'affectations robustes

Déterminer l'affectation robuste d'une action a compte tenu d'une information préférentielle \mathcal{I} (induisant un ensemble de valeurs possibles pour les paramètres $\Omega(\mathcal{I})$) consiste à identifier les catégories auxquelles l'action a est susceptible d'être affectée compte tenu de $\Omega(\mathcal{I})$. Dias et Clímaco (Dias and Clímaco 2000) ont proposé des algorithmes déterminant les affectations robustes dans le cadre de la méthode ELECTRE TRI.

Ces algorithmes sont fondés sur le calcul de l'intervalle dans lequel varient les indices de crédibilité $\sigma(a, b_h)$ $\sigma(a, b_h)$, $a \in A, h \in B$ compte tenu de l'information \mathcal{I} (cf. (Dias and Clímaco 1999) pour plus de détails). Le principe est d'identifier $\max(a, \Omega(\mathcal{I}))$ ($\min(a, \Omega(\mathcal{I}))$, respectivement) l'indice de de la meilleure (moins bonne, respectivement) catégorie à laquelle a peut être affectée compte tenu de $\Omega(\mathcal{I})$ en procédant comme suit :

²Une telle terminologie est à employer avec précaution, cf. (Roy 2002)

Algorithme 4.1. *Calcul de $\min(a, \Omega(\mathcal{I}))$*

```
Début
  h ← p (meilleure catégorie)
  Tant que  $\exists \omega \in \Omega(\mathcal{I}) : \neg(aS_\omega b_{h-1})$ 
  Faire
    h ← h-1
  Fin tant que
   $\min(a, \Omega(\mathcal{I})) \leftarrow h$ 
Fin
```

Algorithme 4.2. *Calcul de $\max(a, \Omega(\mathcal{I}))$*

```
Début
  h ← p (meilleure catégorie)
  Tant que  $\neg(aS_\omega b_{h-1}), \forall \omega \in \Omega(\mathcal{I})$ 
  Faire
    h ← h-1
  Fin tant que
   $\max(a, \Omega(\mathcal{I})) \leftarrow h$ 
Fin
```

Ces algorithmes permettent notamment d'identifier les actions les moins (les plus) affectées par la mauvaise connaissance des valeurs des paramètres préférentiels.

4.4 Procédures d'inférence

Les procédures d'inférences envisagées dans cette section sont des algorithmes qui, à partir d'une information \mathcal{I} constituée d'exemples d'affectation (et éventuellement de contraintes supplémentaires sur les paramètres), détermine un jeu de valeurs pour les paramètres préférentiels qui restitue "au mieux" l'information \mathcal{I} . Dans ce qui suit, nous nous restreindrons au cas de la règle pessimiste.

4.4.1 Inférence globale ou inférence partielle

Il est possible d'envisager d'inférer tous les paramètres simultanément (inférence globale) ou de fixer la valeur de certains des paramètres et d'effectuer une inférence "partielle". Une inférence partielle se justifie dans des situations où la valeur de certains des paramètres peut raisonnablement être fixée. Dans le cas contraire, il est possible de partitionner les paramètres à inférer et d'envisager une séquence d'inférences partielles où alternativement la valeur de certains paramètres est fixée.

Lorsque l'on opte pour une inférence partielle, trois groupes de paramètres se révèlent pertinents et donnent lieu à trois procédures d'inférence partielle (cf. FIG 4.1) :

- inférer les coalitions concordantes, *i.e.*, les coefficients d'importance $k_j, \forall j \in F$, et le seuil de coupe λ
- inférer les limites des catégories, *i.e.*, les profils limites et les seuils de préférence et d'indifférence associés $g_j(b_h), q_j(b_h), p_j(b_h), \forall j \in F, \forall h \in B$,
- inférer les seuils de veto $v_j(b_h), \forall j \in F, \forall h \in B$.

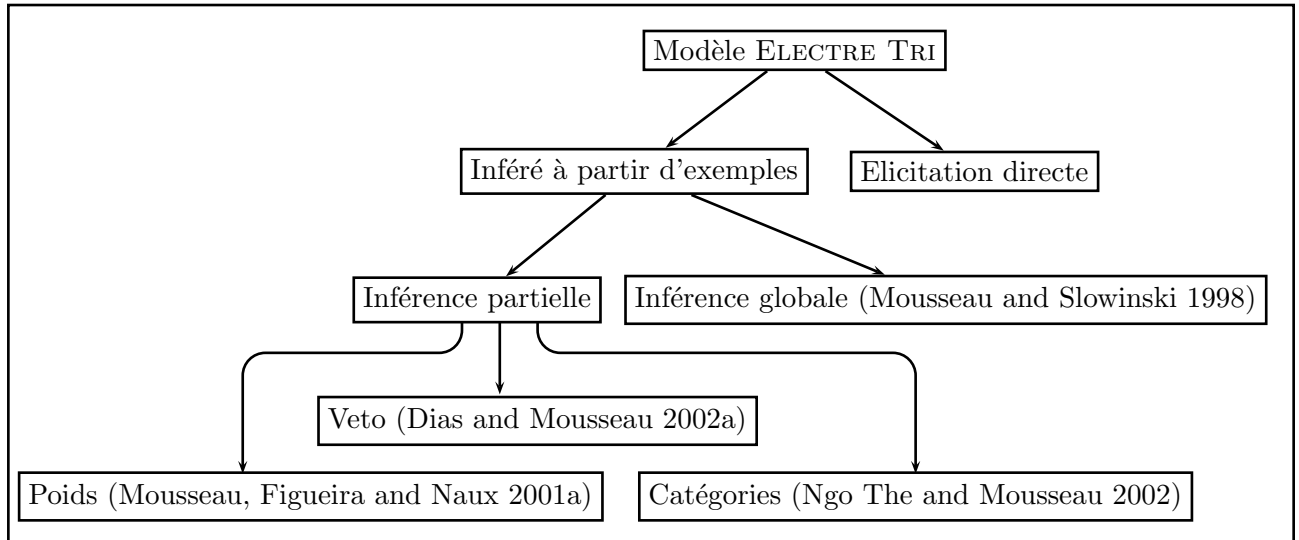


Figure 4.1: Différentes approches pour fixer la valeur des paramètres d'ELECTRE TRI

4.4.2 Une procédure d'inférence globale

Mousseau et Słowiński (Mousseau and Slowinski 1998) ont proposé une procédure d'inférence globale dans le cas où aucun phénomène de veto n'intervient (la modification de la relation de surclassement proposée par (Mousseau and Dias 2003), cf. annexe F, rend possible la prise en compte des seuils de veto). Soit l'exemple d'affectation $a \rightarrow C_{k_a}$; selon la règle d'affectation pessimiste d'ELECTRE TRI, une action a est affectée à C_{k_a} ssi $\sigma(a, b_{k_a-1}) \geq \lambda$ et $\sigma(a, b_{k_a}) < \lambda$. Définissons les variables d'écart x_a et y_a telles que $\sigma(a, b_{k_a-1}) - x_a = \lambda$ et $\sigma(a, b_{k_a}) + y_a = \lambda$. Si $x_a \geq 0$ et $y_a \geq 0$ alors la règle d'affectation pessimiste d'ELECTRE TRI affecte a à la "bonne" catégorie. Lorsqu'on considère plusieurs exemples d'affectations, ELECTRE TRI "réplique" les exemples d'affectation ssi la plus petite des variables d'écart est positive. Ceci conduit à optimiser le critère $Max \min_{a \in A^*} (x_a, y_a)$ (A^* étant l'ensemble des actions intervenant dans les exemples d'affectation).

Le programme mathématique à résoudre pour inférer les paramètres préférentiels est alors :

Max α

$$s.c. \quad \alpha \leq x_a, \quad \forall a \in A^* \quad (4.1)$$

$$\alpha \leq y_a, \quad \forall a \in A^* \quad (4.2)$$

$$\sigma(a, b_{k_a-1}) - x_a = \lambda, \quad \forall a \in A^* \quad (4.3)$$

$$\sigma(a, b_{k_a}) + y_a = \lambda, \quad \forall a \in A^* \quad (4.4)$$

$$\lambda \in [0.5, 1] \quad (4.5)$$

$$g_j(b_{h+1}) \geq g_j(b_h) + p_j(b_h) + p_j(b_{h+1}), \forall j \in F, \forall h \in B \quad (4.6)$$

$$p_j(b_h) \geq q_j(b_h) \geq 0, \quad \forall j \in F, \forall h \in B \quad (4.7)$$

$$\sum_{j \in F} k_j = 1, \quad k_j \geq 0, \quad \forall j \in F \quad (4.8)$$

Les contraintes (4.6) imposent la cohérence de la définition des catégories (condition suffisante pour qu'aucune action ne soit indifférente à deux profils consécutifs). Des contraintes additionnelles peuvent être ajoutées pour prendre en compte la perception intuitive que le décideur a de la valeur de certains paramètres. Du fait des contraintes (4.3) et (4.4), le programme ci-dessus est non-linéaire.

4.4.3 Procédures d'inférence partielle

Procéder à des inférences partielles consiste à fixer la valeur de certains paramètres et déterminer la valeur des autres à partir d'une information préférentielle. Pour inférer tous les paramètres, il faut alors envisager une séquence d'inférences partielles où alternativement la valeur de certains paramètres est fixée.

4.4.3.1 Inférer les coalitions concordantes

Si on considère connues les limites des catégories et les seuils de veto, les seuls paramètres à inférer sont les coefficients d'importance k_j , $j \in F$ et le seuil de coupe λ ; ceci consiste donc à inférer les coalitions de critères concordantes. Cette procédure d'inférence partielle procède d'une simplification de la procédure d'inférence globale présentée au §4.4.2. Dès lors que l'on adopte la modification de la relation de surclassement proposée par Mousseau et Dias (cf. (Mousseau and Dias 2003) et Annexe F), le programme mathématique à résoudre est linéaire même lorsque des phénomènes de veto interviennent.

Cette inférence partielle (cf. (Mousseau et al. 2001a), (Mousseau and Figueira 2000)) a été étudiée expérimentalement pour apprécier la pertinence des jeux de poids inférés. Ces travaux ont montré que :

- lorsque l'on considère des exemples d'affectation construits sur la base d'un jeu de poids connu, le jeu de poids inféré conduit à des affectations plus stables (moins affectée par une variation de la valeur des poids) que les affectations résultant le jeu de poids initial,
- le nombre minimum d'exemples d'affectation nécessaires pour inférer les poids de façon fiable est de l'ordre de $2n$ (n étant le nombre de critères).

4.4.3.2 Inférer les limites des catégories

Inférer les limites des catégories consiste à déterminer les profils séparant les catégories $g_j(b_h)$, $\forall j \in F, \forall h \in B$, et les seuils de préférence et d'indifférence associés $q_j(b_h), p_j(b_h), \forall j \in F, \forall h \in B$. Ngo et Mousseau (Ngo The and Mousseau 2002) ont proposé une procédure d'inférence pour la règle pessimiste dans le cas où les poids sont connus et lorsqu'aucun phénomène de veto n'intervient. Il est difficile d'inférer directement, dans ELECTRE TRI, les limites des catégories ; de ce fait la procédure d'inférence est décomposée en deux phases :

- *Phase 1* : détermination de la valeur des indices de concordance partielle $c_j(a, b_h), c_j(b_h, a), j \in F, h \in B$ par résolution du programme linéaire entier mixte (4.9)-(4.22),
- *Phase 2* : détermination de valeurs pour $g_j(b_h), p_j(b_h), q_j(b_h), \forall j \in F, \forall h \in B$, compatibles avec les indices calculés en phase 1.

$$\max \beta \quad . \quad (4.9)$$

$$\text{s.c.} \quad \beta \leq \sum_{j \in F} k_j c_j(a_k, b_{\min(a_k)-1}) - \lambda, \forall a_k \in A^* \quad (4.10)$$

$$\beta + \epsilon \leq \lambda - \sum_{j \in F} k_j c_j(a_k, b_{\max(a_k)}), \forall a_k \in A^* \quad (4.11)$$

$$\beta + \epsilon \leq \lambda - \sum_{j \in F} k_j c_j(b_{\min(a_k)-2}, a_k), \forall a_k \in A^* \quad (4.12)$$

$$1 \leq c_j(a_k, b_h) + c_j(b_h, a_k), \forall j \in F, \forall a_k \in A^*, h \in B \quad (4.13)$$

$$c_j(a_k, b_{h+1}) \leq c_j(a_k, b_h), \forall j \in F, \forall a_k \in A^*, h = 1, 2, \dots, p-1 \quad (4.14)$$

$$c_j(b_{h+1}, a_k) \geq c_j(b_h, a_k), \forall j \in F, \forall a_k \in A^*, h = 1, 2, \dots, p-1 \quad (4.15)$$

$$c_j(a_k, b_h) \leq c_j(a_l, b_h), \forall j \in F, \forall a_k, a_l \in A^*, \forall h \in B, \text{ if } g_j(a_k) < g_j(a_l) \quad (4.16)$$

$$c_j(a_k, b_h) = c_j(a_l, b_h), \forall j \in F, \forall a_k, a_l \in A^*, \forall h \in B, \text{ if } g_j(a_k) = g_j(a_l) \quad (4.17)$$

$$c_j(b_h, a_k) \geq c_j(b_h, a_l), \forall j \in F, \forall a_k, a_l \in A^*, \forall h \in B, \text{ if } g_j(a_k) < g_j(a_l) \quad (4.18)$$

$$c_j(b_h, a_k) = c_j(b_h, a_l), \forall j \in F, \forall a_k, a_l \in A^*, \forall h \in B, \text{ if } g_j(a_k) = g_j(a_l) \quad (4.19)$$

$$0.5 \leq \lambda \leq 1 \quad (4.20)$$

$$c_j(a_k, b_h) \in \{0, 1\}, \forall j \in F, \forall a_k \in A^*, \forall h \in B \quad (4.21)$$

$$c_j(b_h, a_k) \in \{0, 1\}, \forall j \in F, \forall a_k \in A^*, \forall h \in B \quad (4.22)$$

Dans le programme mathématique ci-dessus, les indices de concordance partielle sont des variables binaires (on suppose ainsi que les situations de préférence faible n'interviennent pas) et β une variable dont la valeur est à maximiser. Les contraintes (4.10) et (4.11) traduisent les exemples d'affectation ($a_k \rightarrow [C_{\min(a_k)}, C_{\max(a_k)}], \forall a \in A^*$). Les contraintes (4.12) imposent qu'aucune action de A^* ne soit indifférente à plus d'un profil (définition cohérente des catégories). Enfin, les contraintes (4.13) à (4.19) imposent une définition correcte des indices de concordance partielle $c_j(a_k, b_h)$ et $c_j(b_h, a_k)$.

Le programme mathématique obtenu est un programme entier mixte comprenant $2m'np + 2$ variables et $4n + 3m'p + 2$ contraintes (avec $n = |F|$, $m' = |A^*|$ et p le nombre de profils délimitant les catégories).

Une fois les indices de concordance $c_j(a_k, b_h)$ et $c_j(b_h, a_k)$ déterminés, toute combinaison de valeur pour les $g_j(b_h)$, $p_j(b_h)$ et $q_j(b_h)$ satisfaisant les conditions suivantes peuvent être acceptée (la figure ci dessous illustre le cas à trois catégories):

- $c_j(a_k, b_h) = 0 \Rightarrow g_j(b_h) - p_j(b_h) \geq g_j(a_k)$
- $c_j(a_k, b_h) = 1 \Rightarrow g_j(b_h) - q_j(b_h) \leq g_j(a_k)$
- $c_j(b_h, a_k) = 0 \Rightarrow g_j(b_h) + p_j(b_h) \leq g_j(a_k)$
- $c_j(b_h, a_k) = 1 \Rightarrow g_j(b_h) + q_j(b_h) \geq g_j(a_k)$
- $g_j(b_{h+1}) \geq g_j(b_h)$
- $p_j(b_h) \geq q_j(b_h) \geq 0$

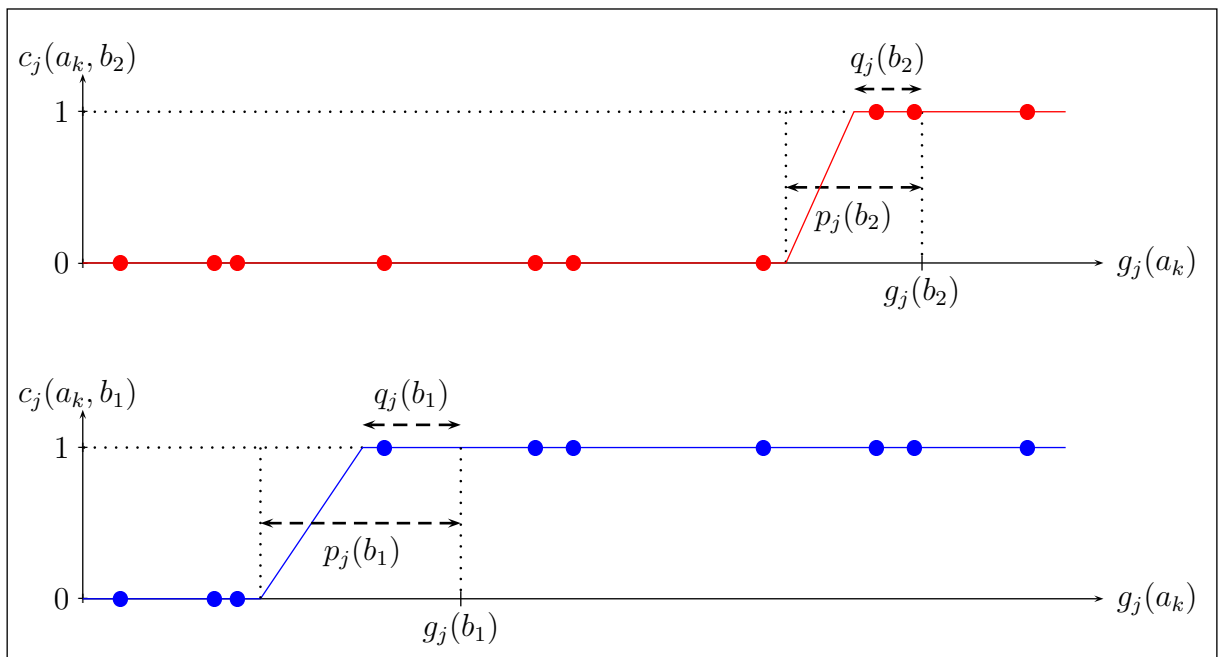


Figure 4.2: Définition des limites des catégories compatibles avec les $c_j(a_k, b_h)$

Bien qu'opérationnelle (implémentée dans le logiciel INFER-CATL, cf. (Messaoudene 2003)) cette procédure d'inférence souffre, outre la grande taille du programme à résoudre, de quelques limitations. Tout d'abord elle ne prend pas en compte les phénomènes de veto. De plus il est difficile (sauf à considérer le cas des quasi-critères) de prendre en compte des contraintes sur la valeur des profils dans l'inférence ; en effet, il est difficile d'exprimer ces contraintes en termes des indices de concordance partielle pour les intégrer dans le programme (4.9)-(4.22).

4.4.3.3 Inférer les paramètres liés au test de discordance

Dias et Mousseau (Dias and Mousseau 2002b) ont proposé des algorithmes visant à inférer la valeur des paramètres intervenant dans le test de discordance. L'idée consiste à inférer les seuils de veto $v_j(b_h)$ à partir d'exemples d'affectation, la valeur des autres paramètres étant fixée. Nous ne présentons dans cette section que l'inférence d'un seul seuil de veto constant et renvoyons le lecteur intéressé à (Dias and Mousseau 2002b) pour les autres cas.

Considérons la relation de surclassement originelle d'ELECTRE TRI et cherchons à inférer la valeur d'un seuil de veto. Tous les paramètres ont une valeur connue sauf v_i (que l'on considérera ici constant). Les exemples d'affectation $a \rightarrow [C_{min(a)}, C_{max(a)}]$, $\forall a \in A^*$ induisent le système de contraintes :

$$\begin{cases} \sigma(a, b_{min(a)-1}) \geq \lambda, & \forall a \in A^* \\ \sigma(a, b_{max(a)}) < \lambda, & \forall a \in A^* \\ v_i > p_i \end{cases} \quad (4.23)$$

or $\sigma(a, b_h) = C(a, b_h) \cdot \prod_{j \in \bar{F} \setminus \{i\}} ((1 - d_j(a, b_h))) \cdot (1 - d_i(a, b_h)) = K_i(a, b_h) \cdot (1 - d_i(a, b_h))$, $\forall h \in B$. Définissons maintenant la relation S_{-i} , $aS_{-i}b_h$ signifie a surclasse b_h en absence de veto sur g_i , *i.e.*, aSb_h est possible pour certaines valeurs de v_i . On a donc $aS_{-i}b_h \Leftrightarrow K_i(a, b_h) \geq \lambda \Leftrightarrow (d_j(a, b_h) = 0 \Rightarrow aSb_h)$.

Considérons une contrainte de la forme $\sigma(a, b_h) \geq \lambda$; si $\neg aS_{-i}b_h$ alors il est impossible de trouver une valeur pour v_i (information inconsistante). Si on considère maintenant contrainte de la forme $\sigma(a, b_h) < \lambda$, lorsque $\neg aS_{-i}b_h$, alors toute valeur de v_i respecte la contrainte (information redondante).

Supposons désormais que ce pré-traitement est effectué (le système n'est pas inconsistant et les éventuelles contraintes redondantes ont été supprimées). En notant que $aS_{-i}b$ implique $\lambda/K_i(a, b) \leq 1$, le système (4.23) est équivalent à :

$$\begin{cases} 1 - d_i(a, b_{min(a)-1}) \geq (1 - C(a, b_{min(a)-1})) \frac{\lambda}{K_i(a, b_{min(a)-1})}, & \forall a \in A^* : aS_{-i}b_{min(a)-1} \\ 1 - d_i(a, b_{max(a)}) < (1 - C(a, b_{max(a)})) \frac{\lambda}{K_i(a, b_{max(a)})}, & \forall a \in A^* : aS_{-i}b_{max(a)} \\ v_i > p_i \end{cases}$$

En posant $B_i(a, b_{min(a)-1}) = 1 - \frac{(1 - C(a, b_{min(a)-1})) \cdot \lambda}{K_i(a, b_{min(a)-1})}$ et $B_i(a, b_{max(a)}) = 1 - \frac{(1 - C(a, b_{max(a)})) \cdot \lambda}{K_i(a, b_{max(a)})}$, ce même système devient :

$$\begin{cases} d_i(a, b_{min(a)-1}) \leq B_i(a, b_{min(a)-1}), & \forall a \in A^* : aS_{-i}b_{min(a)-1} \\ d_i(a, b_{max(a)}) > B_i(a, b_{max(a)}), & \forall a \in A^* : aS_{-i}b_{max(a)} \\ v_i > p_i \end{cases} \quad (4.24)$$

Comme $\lambda/K_i(a, b) \in]0, 1]$ et $1 > C(a, b) \geq \lambda \geq 0.5$, on a $1 > B_i(a, b) > 0$, $\forall \in B$. Ainsi, chaque contrainte de la première ligne de (4.24) induit une borne inférieure pour v_i , tandis que chaque contrainte de la seconde ligne de (4.24) impose une borne supérieure pour v_i . Toute valeur pour v_i respectant ces conditions est alors acceptable.

4.5 Identification et traitement des “incohérences”

Au cours d’un processus d’élicitation d’un modèle ELECTRE TRI, un décideur fournit parfois des exemples d’affectation (et d’éventuelles contraintes sur la valeur des paramètres) qui ne peuvent pas être représentés intégralement dans ELECTRE TRI. Dans ce type de situation nous parlons d’information “incohérente” (cf. §2.2.5). Lorsqu’une telle situation intervient, il importe de fournir au décideur les éléments qui lui permettront de comprendre ce qui est à l’origine de l’incohérence et la (les) manière(s) de traiter cette incohérence, *i.e.*, comment modifier ses affirmations de sorte qu’elles soient représentables dans ELECTRE TRI.

Formellement, une situation d’incohérence se traduit par le fait que, compte tenu de l’information \mathcal{I} fournie par le décideur, l’espace des valeurs acceptables pour les paramètres préférentiels est vide ($\Omega'(\mathcal{I}) = \emptyset$). Or, $\Omega'(\mathcal{I})$ est défini par un ensemble de contraintes générées par les exemples d’affectations (et d’éventuelles contraintes sur la valeur des paramètres). Ainsi, une façon d’aider le décideur à résoudre une incohérence consiste à identifier les sous-ensembles minimaux de contraintes à supprimer de sorte que l’espace des valeurs acceptables pour les paramètres soit non vide et de lui présenter ces résultats en termes des exemples d’affectation.

Il existe le plus souvent plusieurs manières de résoudre une incohérence. Soit $\mathcal{K} = \{1, 2, \dots, \kappa\}$ l’ensemble des numéros des contraintes définissant $\Omega'(\mathcal{I})$. On dira que $\mathcal{K}' \subset \mathcal{K}$ résout l’incohérence si $\Omega'(\mathcal{I})$ privé des contraintes de \mathcal{K}' est non vide. Le problème consiste donc à identifier tous les sous-ensembles $\mathcal{K}'_i \subset \mathcal{K}$, $i = 1..p$, qui résolvent l’incohérence. Dans certains cas, le nombre de tels ensembles est élevé et il convient de les ordonner en plaçant en tête les sous-ensembles “les plus intéressants” pour le décideur. Une première idée consiste à les ordonner suivant leur cardinalité. Soit $|\mathcal{K}'|$ le cardinal de \mathcal{K}' . Les sous-ensembles recherchés se définissent par :

$$\begin{cases} - S_i \text{ résout l'incohérence, } \forall i \in \{1, 2, \dots, p\} \\ - S_i \not\subseteq S_j, \forall i, j \in \{1, \dots, p\}, i \neq j \\ - |S_i| \leq |S_j|, \forall i, j \in \{1, 2, \dots, p\}, i < j \end{cases} \quad (4.25)$$

Lorsque les contraintes définissant $\Omega'(\mathcal{I})$ sont quelconques, identifier ces sous-ensembles est un problème combinatoire complexe. Si on ne considère que des contraintes linéaires (c’est le cas dans ELECTRE TRI lorsque seuls les poids k_j , $j \in F$ et le seuil de coupe λ doivent être fixés), de nombreux auteurs se sont penché sur le problème de l’analyse de programmes linéaires n’admettant pas de solution réalisables (voir (Chinneck 1997) pour un état de l’art) dans différentes perspectives, notamment :

- 1- Certains auteurs ((Loon 1981), (Chinneck 1994), et (Tamiz, Mardle and Jones 1996)) cherchent à identifier des Irreducibly Inconsistent Systems (IIS). Un IIS est un sous-ensemble minimal de contraintes correspondant à une système inconsistant (tout sous-ensemble d’un IIS est consistant). Notons qu’il est possible de supprimer l’inconsistance d’un IIS par suppression d’une contrainte quelconque ; par contre, s’il existe plusieurs IISs, le système initial peut rester inconsistant.
- 2- Un autre problème consiste à déterminer le nombre minimum de contraintes à supprimer pour aboutir à un système consistant (see (Chinneck 1996), (Murty, Kabadi and Chandrasekaran 2000)). On peut envisager ce problème dans une version pondérée.

Identifier les ensembles S_i vérifiant (4.25) est proche du problème 2 ci-dessus, à la différence que nous ne sommes pas intéressés uniquement par la solution de cardinalité minimum, car le décideur peut souhaiter supprimer deux contraintes jugées mineures plutôt qu'une considérée très importante. Mousseau *et al.* (Mousseau et al. 2003b) ont proposé des algorithmes efficaces visant à identifier les ensembles S_i vérifiant (4.25).

Supposons maintenant que le décideur soit à même d'associer, à chaque exemple d'affectation, un niveau de confiance sur une échelle qualitative ordinaire (par exemple : certain \succ sûr \succ assez sûr \succ hésitant). De tels jugements peuvent être exploités au cours d'un processus d'élicitation lorsqu'une situation d'inconsistance apparaît. Les solutions alternatives pour résoudre l'incohérence doivent être ordonnées en fonction du nombre et du niveau de confiance des contraintes intervenant dans chaque solution. Le classement de ces solutions est en soi un problème multicritère dans lequel il est possible d'utiliser une règle lexicographique (minimiser le niveau de confiance puis le nombre de contraintes à supprimer) ou bien envisager une règle plus compensatoire (mais qui requiert plus d'information).

4.6 Mise en œuvre des outils au sein d'une méthodologie

Chacun des outils (calcul d'affectations robustes, procédures d'inférence et résolution d'incohérence) constitue une composante d'une méthodologie visant à supporter un processus d'élicitation d'un modèle de tri par apprentissage constructif. Il existe plusieurs manières d'assembler ces composantes pour éliciter un modèle de type ELECTRE TRI avec un décideur. Selon la spécificité du problème décisionnel, certains assemblages pourront apparaître plus adéquats.

L'algorithme 2.1 présenté au §2.3 constitue un cadre général pour décrire des procédures d'élicitation des préférences par apprentissage constructif mais laisse un très grand nombre de questions ouvertes :

- Quels sont les paramètres à éliciter ? tous ou seulement une partie d'entre eux ? est-il plus judicieux de pratiquer une inférence globale ou des séquences alternant des inférences partielles sur des sous-ensembles de paramètres ?
- Comment sont choisis les exemples d'affectations ? Est-ce le choix du décideur, de l'analyste ? sur quelle base ce choix est-il fait ?
- Les exemples d'affectations correspondent-ils à des actions potentielles ? à des vecteurs performance fictifs ?
- Quelle est la quantité d'information modifiée d'une itération à l'autre ?
- ...

Ces quelques questions montrent que la mise en pratique de ce type de méthodologie n'est que partiellement définie par les outils présentés dans ce chapitre et qu'il est nécessaire d'analyser dans le détail la manière de les mobiliser pour supporter un processus d'élicitation.

Nous donnons ci-après, à titre d'exemple, deux stratégies de mobilisation des outils présentés dans un processus d'élicitation d'un modèle ELECTRE TRI où seuls les coefficients d'importance des critères k_j et le seuil de coupe λ sont à éliciter (les limites des catégories et seuils de veto sont connus).

Considérons un décideur qui débute un processus, sans spécifier aucune information préférentielle, en observant les affectations robustes de l'ensemble des actions potentielles. Il choisit une de celle dont l'affectation est la plus incertaine et spécifie une catégorie d'affectation pour cette action. Sur la base de cette nouvelle information, il recalcule les affectations robuste, observe les résultats et spécifie à nouveau un exemple d'affectation pour une action dont l'affectation reste incertaine. Il procède ainsi un certain nombre de fois en ajoutant un exemple d'affectation et en observant l'effet sur les affectations des autres actions, réduisant progressivement l'incertitude sur l'affectation des actions et l'espace des valeurs admissibles pour les poids. A une certaine itération il infère le jeu de poids qui restitue au mieux l'information qu'il a fourni et constate que le critère g_2 qu'il juge le plus important ne l'est pas dans le jeu de poids inféré. Il ajoute alors les contraintes nécessaires et procède à nouveau aux calculs. Il constate alors qu'aucun jeu de poids ne peut restituer cette information : le fait que le critère g_2 soit le plus important est en conflit avec un exemple d'affectation. Il décide de renoncer à cet exemple d'affectation et peut poursuivre le processus jusqu'à arriver à un jeu de poids et des affectations robustes qui le satisfont. Un tel processus est conforme à celui envisagé par Dias *et al.* (Dias, Mousseau, Figueira and Clímaco 2002).

Considérons maintenant un décideur utilisant dans le cadre d'une décision répétitive un modèle ELECTRE TRI préalablement élicité. Il dispose d'un grand nombre de données historiques sur les actions passées et un retour d'expérience lui permettant de juger de la pertinence des affectations : l'action peut se révéler a posteriori conforme ou non à l'affectation du modèle ELECTRE TRI. Une telle information constitue naturellement des exemples d'affectation. Le décideur souhaite utiliser cette information pour réviser les poids de son modèle ELECTRE TRI. Pour cela, il intègre l'ensemble de ces exemples d'affectation ; une telle information se révèle incohérente, *i.e.*, non représentable dans son intégralité dans le modèle. Le décideur recherche alors (par l'analyse de l'incohérence, cf. §4.5) le sous-ensemble d'exemples d'affectation compatible avec ELECTRE TRI qui lui convient le mieux. il peut alors inférer un jeu de poids et éventuellement le retravailler (comme dans l'exemple précédent) s'il ne lui semble pas satisfaisant.

4.7 Extension au cas multi-décideurs

Je fais partie de ceux qui pensent que les méthodologies multicritères sont particulièrement pertinentes pour une utilisation multi-décideurs. Elles permettent, en effet, d'explicitier les points d'accord et de désaccord tout en permettant à chaque décideur de préciser son point de vue. Je n'ai consacré, jusqu'à présent, qu'une partie limitée de mes recherches à ce champ ; pour autant, l'élicitation des préférences en situation multi-décideur me semble être une extension intéressante.

La décision de groupe constitue un champ de recherche très vaste. Nous nous limiterons ici à aborder les méthodologies destinées à un groupe de décideurs partageant l'objectif de construire collectivement un modèle multicritère d'affectation représentant l'avis du groupe. Damart *et al.* (Damart, Mousseau and Sommerlatt 2002) étudie ce problème dans le cadre d'une application réelle (cf. §5.3).

Étendre les méthodologies et outils d'élicitation des préférences par apprentissage constructif du cadre mono-décideur au cadre multi-décideur introduit une composante supplémentaire : chaque décideur doit pouvoir apprendre sur ses propres préférences, mais aussi mieux comprendre le point de vue de chacun et du groupe dans son ensemble. En ce sens, une telle extension doit permettre à chaque décideur de construire ses propres préférences tout en interagissant avec l'ensemble du groupe pour parvenir à un modèle acceptable par le groupe.

L'extension des outils et méthodologies présentés ci-dessus au cas multi-décideur constitue en soi un programme de recherche substantiel. Nous nous bornerons ici à présenter un cadre pour ces recherches et à esquisser quelques pistes. Nous nous limiterons au cas où le groupe de k décideurs $\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2, \dots, \mathcal{D}_k$ ont défini collectivement l'ensemble A des actions potentielles et la famille F de critères ainsi que la sémantique des catégories.

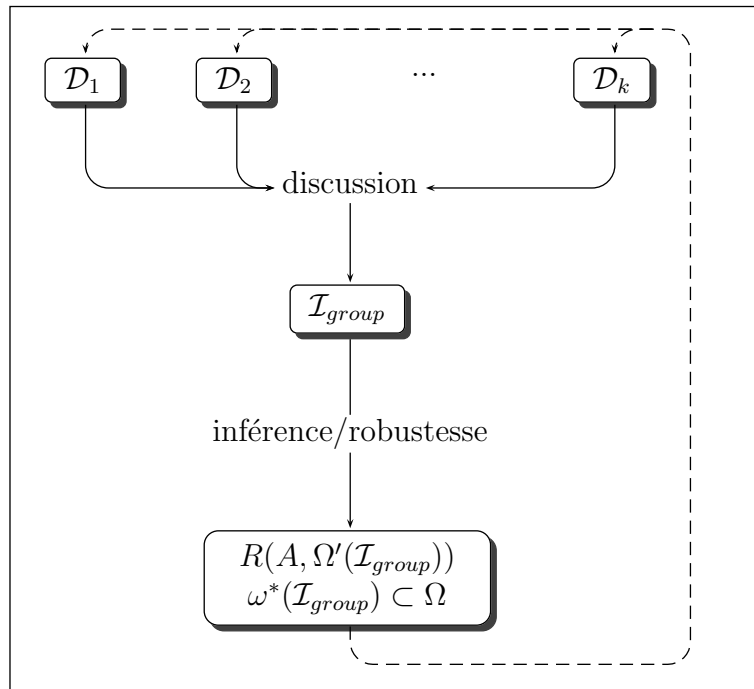


Figure 4.3: Le groupe gère lui-même l'aspect multi-décideur

Comme dans le cas mono-décideur, nous considérons un processus itératif dans lequel le groupe de décideurs introduit des exemples d'affectation progressivement. Il est possible d'envisager différentes modalités pour faire travailler un groupe de décideurs dans le but de construire modèle multicritère d'affectation. La plus simple consiste à demander aux décideurs de se mettre d'accord sur les exemples d'affectation \mathcal{I}_{group} et de considérer le groupe comme un décideur unique. Dans ce cas, les outils présentés dans ce chapitre sont directement exploitables (cf. FIG 4.3).

Si l'on souhaite intégrer explicitement, dans le processus d'élicitation, les décideurs exprimant des préférences individuelles (chaque décideur \mathcal{D}_j exprime une information \mathcal{I}_j), il faut s'interroger sur les modalités selon lesquelles ces préférences individuelles sont agrégées de sorte de parvenir à un modèle restituant au mieux "l'avis du groupe". Une telle agrégation peut se faire au niveau des inputs (cf. FIG 4.4). Dans ce cas, il est nécessaire de disposer d'un opérateur f qui agrège les informations \mathcal{I}_j , $j = 1, \dots, k$ pour constituer une information fournie par le groupe \mathcal{I}_{group} . A partir de cette information, il est possible de mobiliser les outils d'inférence et de robustesse de sorte d'obtenir les affectations robustes compte tenu de l'information fournie par le groupe ($R(A, \Omega'(\mathcal{I}_{group}))$) et $\omega^*(\mathcal{I}_{group}) \in \Omega$ un jeu de paramètres préférentiels restituant au mieux l'avis du groupe.

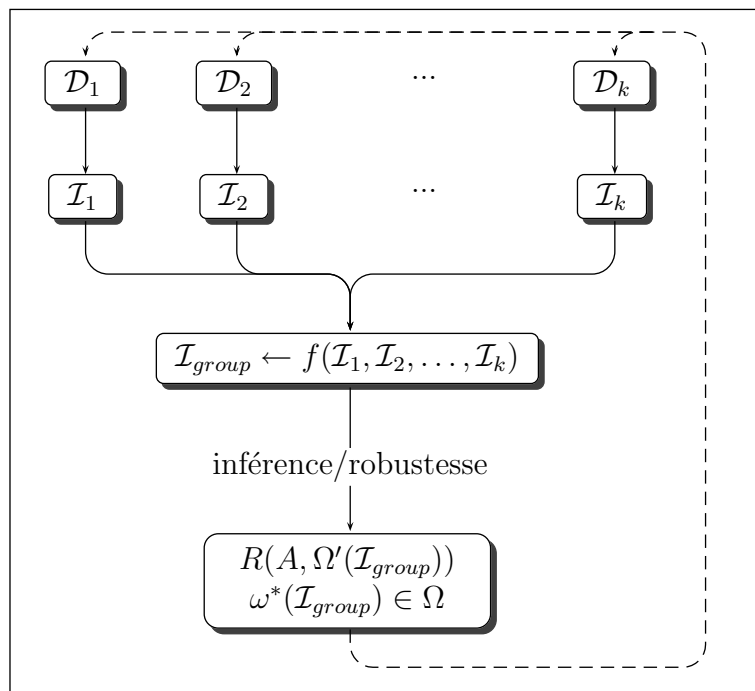


Figure 4.4: l'agrégation des vues individuelle se fait au niveau des inputs

Une autre façon de procéder pour intégrer les avis individuels consiste élaborer des affectations robustes pour chaque décideur puis à agréger ces résultats par l'intermédiaire d'un opérateur d'agrégation f' (cf. FIG 4.5).

Par ailleurs, la manière de gérer l'information préférentielle au sein d'un groupe de décideurs peut être envisagée de diverses façons : en plus de questions déjà évoquées au §4.6 (choix des exemples d'affectations, quantité d'information modifiée d'une itération à l'autre, ...), il convient de s'interroger sur la manière avec laquelle chaque décideur peut réagir au sein du groupe : quelle est l'information que les décideurs peuvent modifier d'une itération à l'autre ? Il est possible d'envisager un processus dans lequel, à chaque itération, chaque décideur peut fournir plusieurs

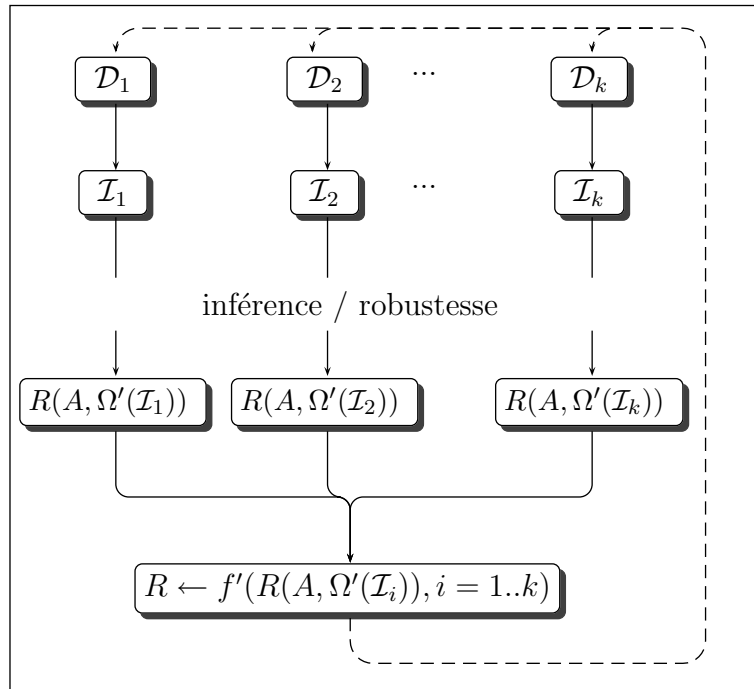


Figure 4.5: l'agrégation des vues individuelle se fait au niveau des output

exemples d'affectation. Au contraire, il peut être imposé aux membres du groupe de se restreindre à spécifier un seul exemple d'affectation par itération. Plus encore, on peut imaginer un processus dans lequel le passage d'une itération à l'autre ne permet d'introduire qu'un exemple d'affectation proposé par un décideur, les décideurs s'exprimant successivement les uns après les autres.

Un autre champ de questions concernant l'extension au cas multi-décideurs concerne la nature des résultats à présenter aux décideurs. En plus des résultats envisagés dans le cas mono-décideur qui peuvent être repris pour l'ensemble du groupe de décideurs, d'autres résultats peuvent se révéler intéressants pour les décideurs au cours du processus. Notons par exemple :

- des affectations d'actions consensuelles ou seulement supportées par une majorité de décideurs,
- une analyse des coalitions de décideur peut faire ressortir des convergences/divergence de vues entre décideurs,
- une identification des sources de conflits entre décideurs par utilisation des algorithmes de résolution d'inconsistance,
- ...

4.8 Implémentations : les logiciels Electre Tri, IRIS et K-Iris

La mise en œuvre des outils présentés dans ce chapitre dans les conditions réelles d'un problème de décision impliquant effectivement un décideur requiert de disposer d'un outil informatique convivial servant de support au processus d'élicitation des préférences. C'est pourquoi je me suis attaché, depuis quelques années, à implémenter les méthodologies et outils développés.

Electre Tri (cf. (Mousseau et al. 1999),(Mousseau et al. 2000b)), INFER-CATL ((Messaoudene 2003)) IRIS (cf. (Dias and Mousseau 2003)) et K-IRIS sont des logiciels ayant des liens très étroits nés des collaborations avec Roman Slowinski et Piotr Zielniewicz (Université de Technologie de Poznan), Luís Dias (Université de Coimbra) et Michel Zamfiroiu (Lamsade, KarmicSoft).

4.9 Perspectives

Au terme de ce chapitre, nous avons décrit un ensemble de travaux concourant tous au même objectif : contribuer à permettre une élicitation constructive d'un modèle d'affectation multi-critère basé sur la méthode ELECTRE TRI.

Les éléments de méthodologie obtenus sont, à notre sens, encore largement incomplets et le travail doit être poursuivi. Il faut notamment mentionner que les procédures d'inférence partielle doivent être améliorées notamment du point de vue de la prise de compte de contraintes sur la valeur des paramètres (cf. §4.4.3.2). De plus, certaines de ces procédures d'inférence engendrent des temps de calculs importants ; l'utilisation de métaheuristiques est une voie pour résoudre les programmes mathématiques en question en un temps compatible avec une utilisation interactive. par ailleurs, ces procédures (limitées à la règle pessimiste) doivent être étendues à la règle optimiste d'ELECTRE TRI. Par ailleurs, si le décideur est à même de fournir un niveau de confiance associé aux exemples d'affectation, la prise en compte de ce type d'information requiert des développements ultérieurs.

Pour finir, nous avons cherché à illustrer, en section §4.7, l'intérêt qu'il y a à développer des outils d'élicitation constructive dans un contexte multi-acteur. Une telle ligne de recherche mérite d'être développée.

Chapter 5

Applications

5.1 Rôle des applications pour la recherche

Envisager une recherche dans le domaine de l'élicitation des préférences sans chercher à confronter les méthodologies développées à des situations réelles de décision me semble procéder d'une démarche incomplète. En effet, une part de la validation effective des outils produits dans ce champ de recherche ne peut se trouver qu'en mettant en pratique ces outils et méthodologies avec des vrais décideurs confrontés à de vrais problèmes de décision.

A mon sens, l'implication du chercheur dans un problème de décision réel pour accompagner un décideur a des intérêts sur divers plans.

Tout d'abord, l'adoption des méthodologies par les décideurs comme des supports effectifs de leur réflexion lorsqu'ils sont confrontés à une situation de décision constitue une certaine forme de validation des outils. L'observation de l'utilisation des outils en contexte de décision réel est riche d'enseignements et permet de mieux comprendre en quoi ces outils sont adéquats ou au contraire inadaptés.

Ensuite, des quelques expériences que j'ai pu avoir en matière d'aide à la décision dans des contextes réels, j'ai toujours retiré des questions ouvertes, de nouveaux problèmes à résoudre ou encore d'autres façons de poser un problème. Ainsi les applications sont un moyen effectif pour "nourrir" la recherche.

Cette vision du rôle des applications dans la pratique de la recherche n'est pas sans lien avec une démarche de recherche-action pratiquée en sciences de gestion qui consiste en une intervention/observation directe des situations de décision réelles. Pour Girin (Girin 1990), dans une telle situation, "la présence des chercheurs doit faire l'objet d'une demande de la part des acteurs en situation, et où leur activité d'observation et d'analyse peut être perçue par ces acteurs comme utile à la résolution de leurs problèmes."

Dans ce chapitre, je présente certaines des applications réelles dans lesquelles j'ai eu l'opportunité d'intervenir en insistant sur l'intérêt de recherche qu'elles ont représentées.

5.2 Aide à l'évaluation des risques technico-économique de PME innovantes

La thèse de N. Moussa (Moussa 2001) que j'ai encadrée concerne l'évaluation qualitative des risques technico-économiques de projets innovants. Cette application a été conduite dans le cadre d'un projet soutenu par l'Union Européenne associant des agences de l'innovation et des institutions financières dans six pays européens. L'objectif était d'établir un système européen de cotation de PME (Petites et Moyennes Entreprises) technologiques innovantes.

La démarche de modélisation a consisté en une structuration hiérarchique multicritère des caractéristiques des actions. Une méthodologie MORHAP¹ a été proposée pour traiter le problème soulevé par le projet. La structuration hiérarchique du nuage de conséquences, la construction d'échelles d'évaluation sur la hiérarchie de valeurs et la conception de modèles d'aide à l'évaluation hiérarchique ordinale en utilisant une approche d'agrégation - désagrégation se sont avérés pertinents pour favoriser la communication et la modélisation l'expertise interdisciplinaire des acteurs du projet.

Les leçons tirées de cette application concernent aussi bien les chercheurs de l'aide à la décision que les acteurs impliqués dans l'évaluation des risques de l'innovation.

5.3 Aide à la décision en vue de l'évolution de la tarification des transports publics

Le système tarifaire actuellement en vigueur pour les transports en commun d'Ile de France répond mal à l'attente des franciliens. En effet, la tarification est constituée d'un ensemble de titres hétérogènes, dont le prix est structuré uniquement par la notion de distance. De plus, des enquêtes ont révélé que le découpage de la carte orange ne correspond plus aux déplacements. Du point de vue du financement des transports publics, la part supportée par les clients est loin de couvrir les coûts de fonctionnement des transports en commun. Ces constats ont amené le Syndicat des Transports d'Ile de France (STIF) à engager une réflexion sur la tarification des transports publics. Cette réforme tarifaire fait intervenir de nombreux acteurs/décideurs (entreprises de transport, autorité de tutelle, autorité organisatrice, clients, ...). Cette multiplicité d'acteurs impose de penser cette réforme tarifaire d'une manière concertée.

Depuis 1996, j'interviens au STIF pour les aider à coordonner le travail des acteurs de cette réforme tarifaire à travers un cadre méthodologique (cf. (Mousseau, Roy and Sommerlatt 2000a)). La réflexion entreprise sur cette réforme tarifaire s'est organisée autour des trois phases suivantes (cf. FIG 5.1) :

1. La définition et l'évaluation de zonages partitionnant l'Ile de France en zones. Dans cette première phase, des zonages sont conçus indépendamment des bases tarifaires dont ils seront le support. L'objectif est de parvenir à un (éventuellement plusieurs) zonage(s) reflétant les déplacements et approprié(s) pour servir de support à la tarification,

¹Multicriteria ORDinal Hierarchical Assessment Process.

2. La seconde phase consiste à analyser le niveau qualitatif de l'offre et de la demande potentielle dans chaque zone des zonages préalablement définis,
3. A partir des résultats des deux premières phases, l'objectif est d'évaluer et de comparer différentes stratégies de tarification.

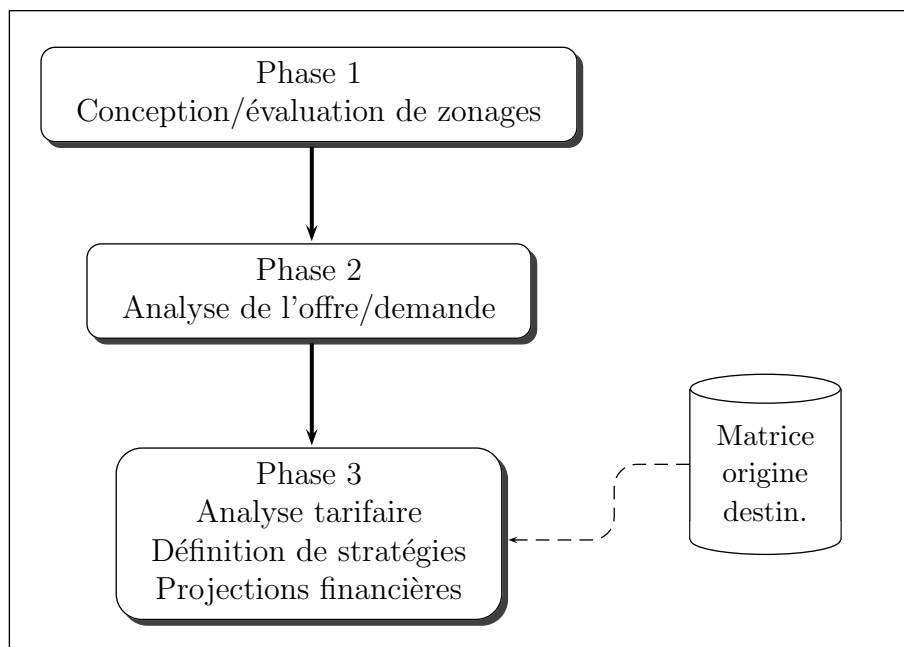


Figure 5.1: Structure de la méthodologie proposée au STIF

La première phase permet d'aider un acteur à élaborer un zonage. Un logiciel spécifique permet d'évaluer les qualités ou des défauts de chaque zone, sur la base d'indicateurs définis avec les acteurs, guidant ainsi l'utilisateur dans des améliorations progressives du zonage. Une fois le zonage conçu, celui-ci est évalué globalement sur la base d'une famille de critères définie par les acteurs.

La seconde phase vise à analyser qualitativement l'offre de transport et la demande potentielle de transport de chaque zone. Ces analyses sont fondées sur l'élaboration d'une méthode d'affectation d'une zone à un niveau qualitatif d'offre (ou de demande potentielle). Cette méthode (fondée sur ELECTRE TRI) utilise une famille de critères formalisant les caractéristiques de la zone considérée et a été calibrée indirectement à partir d'exemples typiques de zones. Le niveau qualitatif de l'offre/demande potentielle contribue ainsi à affecter les diverses zones d'un zonage à des classes de tarif.

La troisième phase fournit le moyen d'évaluer et de comparer diverses stratégies de tarification relative à un zonage quelconque. Des matrices de déplacements permettent de simuler l'impact de ces stratégies de tarification en effectuant des projections financières par exploitation d'une matrice origine destination.

Outre l'intérêt spécifique de l'application, mon intervention au STIF m'a apporté sur divers plans :

- Tout d’abord, la phase 2 de la méthodologie a constitué pour moi une forme de validation des outils d’inférence de modèle d’affectation. Plus encore, il m’a été possible de tester quelques modalités d’extension des outils dans un contexte multi-acteur (cf. (Damart et al. 2002)).
- La phase 1 de la méthodologie a permis d’identifier un nouveau problème combinatoire multicritère intéressant : la partition territoriale multicritère (cf. mémoire de DEA Talbi Annexe B2, thèse en cours F. Pereira Annexe B1) ayant une portée plus large que l’application elle-même.
- De façon plus générale, cette application a contribué à l’émergence d’une problématique de recherche plus vaste concernant la conception d’outils multicritères spécifiquement destinés à l’analyse spatiale (cf. notamment thèse en cours S. Chakhar Annexe B1).

5.4 Evaluation de la responsabilité sociale et environnementale des entreprises

VIGEO est une société dont l’une des activités est d’évaluer des entreprises du point de vue de leur “*responsabilité sociale et environnementale*”. Leur système d’information et d’évaluation est fondé sur une analyse détaillée effectuée par des auditeurs et structurée par un modèle d’évaluation hiérarchique. Compte tenu de la nature qualitative des information manipulées, l’échelle d’évaluation, à chaque noeud de la hiérarchie est ordinaire (Non Responsable \prec Prudente \prec Active \prec Engagée). Durant le processus d’évaluation d’une entreprise, l’information recueillie par les auditeurs permet de définir les évaluations au niveau le plus bas de la hiérarchie. Se pose alors le problème de définir une méthode de “consolidation” permettant de synthétiser les évaluations au niveau n de la hiérarchie en une évaluation au niveau $n - 1$. Pour être pertinente, une telle méthode de consolidation se doit d’intégrer l’expertise des auditeurs.

C’est sur cette question concernant la définition d’un modèle de consolidation que deux chercheurs du Lamsade² sont intervenus. Après avoir montré qu’une procédure de consolidation fondée sur une agrégation additive était peu adaptée, nous avons proposé une procédure correspondant à une version simplifiée d’ELECTRE TRI. Notons 1, 2, 3, et 4, les quatre évaluations possibles (Non Responsable \prec Prudente \prec Active \prec Engagée). Les principes généraux de la méthode de consolidation (formulés pour être compris des auditeurs) peut s’exprimer comme suit :*

- Pour être évaluée 4 au niveau n , une entreprise doit avoir une “majorité” d’évaluation 4 au niveau $n + 1$ et n’avoir sur aucune évaluation “pénalisante” interdisant la note 4.
- Sinon, pour être évaluée 3 au niveau n , une entreprise doit avoir une “majorité” d’évaluation 3 au niveau $n + 1$ et n’avoir sur aucune évaluation “pénalisante” interdisant la note 3.
- Sinon, pour être évaluée 2 au niveau n , une entreprise doit avoir une “majorité” d’évaluation 2 au niveau $n + 1$ et n’avoir sur aucune évaluation “pénalisante” interdisant la note 2.
- sinon l’entreprise est évaluée 1 au niveau n

Dans la formulation ci-dessus, la notion de “majorité” fait référence à la notion de coalition concordante ; la notion d’évaluation “pénalisante” correspond à une évaluation au niveau $n + 1$

²Denis Bouyssou et moi-même

qui rend impossible l'attribution d'une évaluation au niveau n (notion de discordance dans ELECTRE TRI).

Compte tenu de commensurabilité des échelles d'évaluation sur la hiérarchie, la définition des profils délimitant les catégories a été fixée comme suit : limite $3/4 = b_3 = (3, 3, \dots, 3)$, limite $2/3 = b_2 = (2, 2, \dots, 2)$, limite $1/2 = b_1 = (1, 1, \dots, 1)$. En ce qui concerne la détermination des paramètres liés à la discordance, l'interaction avec les auditeurs basée sur l'évaluation de profils d'évaluations du type $(1, 4, \dots, 4, 4)$, $(2, 4, \dots, 4, 4)$... a permis de définir des valeurs adéquates pour les seuils de veto.

En ce qui concerne la notion de majorité (coalitions concordantes), nous avons procédé comme suit : Dans un premier temps, les critères sont partitionnés en 3 groupes selon leur importance (très important, importants et secondaires). Supposons que g_1 et g_2 sont très importants, g_3 important et g_4 secondaire. Dans un second temps, les critères sont triés par ordre d'importance (supposons $[g_1 \approx g_2] \gg g_3 \gg g_4$). Ceci se traduit sur les poids des critères par le fait que $k_1 = k_2 > k_3 > k_4$. Dans une troisième étape 3, certains profils ne comportant que des 2 ou des 3 ont été évalués par les auditeurs. Durant cette dernière étape, l'information recueillie a pu être exploitée dans le logiciel IRIS. Il a donc été possible de fournir en direct aux auditeurs un jeu de poids inféré ainsi que les affectations robustes de tous les profils de notes.

Ainsi, cette application a constitué une utilisation dans une situation de décision réelle des outils implantés dans le logiciel IRIS. Le fait que l'expérience ait été concluante de l'avis des auditeurs atteste de l'utilisabilité et de l'intérêt de ce type d'outil dans un contexte multi-acteur (au moins pour cette application).

5.5 Requêtes sur des images similaires dans une base de données

Cette section ne décrit pas explicitement une application mais un programme de travail dans un champ d'applications. Des discussions avec Maude Manouvrier, Vincent Oria et Martha Rukoz sont à l'origine des quelques idées qui suivent.

De nos jours, les systèmes de base de données permettent de stocker de gros volumes de données multimedia, notamment des images. Un des problèmes rencontrés par ces systèmes concerne l'accès aux données image par un utilisateur recherchant des images similaires à une image cible. Pour être pertinente pour l'utilisateur, une telle recherche doit pouvoir s'appuyer sur des caractéristiques de contenu de l'image (histogramme des couleurs, forme, information linguistique, ...).

Pour formuler le problème de la recherche d'images similaires, une approche classique consiste à assimiler une image à des données de contenu représentées par un vecteur caractéristique $x \in \mathbb{R}^p$. Le problème se ramène alors à la recherche d'images dont le vecteur caractéristique est "similaire" au vecteur caractéristique de l'image cible. L'approche la plus utilisée dans la littérature pour résoudre ce problème consiste à rechercher les images dont le vecteur caractéristique est "à distance minimum" du vecteur caractéristique de l'image cible (selon une métrique donnée).

Par ailleurs, la recherche d'images similaires diffère d'une requête classique dans une base données. Tout d'abord la recherche s'appuie sur un vecteur et non sur l'image elle-même. D'autre part, il s'agit en général d'une recherche itérative qui requiert la participation de l'utilisateur sous la forme de feedback dans une boucle itérative, l'utilisateur identifiant à chaque itération, les images effectivement (non-)similaires à l'image cible.

Il est possible qu'une image ayant un vecteur caractéristique a priori similaire ne soit pas jugé comme semblable à l'image cible par l'utilisateur. Pour une telle recherche, il est donc nécessaire de construire un modèle de similarité qui traduise dans quelle mesure une image est similaire à l'image cible du point de vue de l'utilisateur (ce modèle pouvant être fondé sur une notion de distance ou non). La construction d'un tel modèle s'appuie sur les informations fournies par l'utilisateur à chaque étape de la recherche en vue de "raffiner" le modèle de similarité.

Il est possible de considérer le modèle de similarité à une image cible i comme une mesure floue $\mu_i(x)$. Dans ce cas, $\mu_i(x) \in [0, 1]$ représente le degré de similarité de l'image représentée par le vecteur x . $\mu_i(x)$ peut prendre la forme $\mu_i(x) = f(\mu_i^k(x), k = 1, \dots, p)$ où $\mu_i^k(x)$ représente la similarité de l'image représentée par le vecteur x à l'image cible selon la $k^{\text{ème}}$ caractéristique.

Dans un tel contexte, définir la similarité à l'image cible i revient à définir f et $\mu_i^k(x)$, $k = 1, \dots, p$. Les mesures de similarités partielles $\mu_i^k(x)$ doivent être définies en fonction de la nature de la $k^{\text{ème}}$ caractéristique, tandis la fonction f doit prendre en compte la manière avec laquelle chaque $\mu_i^k(x)$ intervient dans la définition de $\mu_i(x)$. f peut donc être vue comme une procédure d'agrégation multicritère.

D'un point de vue multicritère, la définition de la fonction f à partir de jugements de similarité fournis par un utilisateur, procède d'une démarche d'agrégation/désagrégation : les jugements de similarité permettent d'induire la similarité d'une image quelconque avec l'image cible ce qui permet d'engendrer un processus itératif.

Il est à noter que, dans ce contexte, un modèle de similarité est contingent à une image cible. Par conséquent, il est nécessaire de définir un modèle de similarité pour chaque image cible. Il va de soit que cette approche s'applique donc dans un contexte où l'utilisateur recherchera fréquemment des images similaires à un nombre limité d'images cibles. C'est le cas en ce qui concerne le diagnostic d'images médicales, la détection d'intrusion à partir d'images prises par des caméras... Dans de telles situations, l'utilisateur définit préalablement pour chaque image cible (par une interaction avec le système) le modèle de similarité ; ceci permet d'indexer toutes les images de la base et de retrouver de façon efficace les image similaires à une image cible lors d'une requête ultérieure.

Conclusion et recherches futures

A l'issue de ce mémoire, j'espère que le lecteur aura perçu les contours du champ d'investigation dans lequel je fais porter l'essentiel de mes efforts de recherche : *l'élicitation des préférences pour l'aide multicritère à la décision*. J'ai présenté, dans ce document, mes principales contributions dans ce champ, tout en identifiant certaines questions ouvertes et pistes de recherches qui me semblent intéressantes de poursuivre.

Je voudrais donc mentionner quelques unes des directions dans lesquelles je souhaite continuer mon travail :

- Le chapitre 4 présente les éléments d'une méthodologie d'élicitation constructive d'un modèle d'affectation multicritère fondé sur la procédure d'agrégation ELECTRE TRI. Le travail sur ces éléments doit être poursuivi. Les procédures d'inférence partielle demandent à être améliorées notamment du point de vue de la prise de compte de contraintes sur la valeur des paramètres (inférence des limites des catégories). De plus, certaines de ces procédures d'inférence engendrent des temps de calculs importants ; l'utilisation de métaheuristiques est une voie pour résoudre les programmes mathématiques en question en un temps compatible avec une utilisation interactive. De plus, ces procédures (limitées à la règle pessimiste) doivent être étendues à la règle optimiste d'ELECTRE TRI.
- Une autre voie de poursuite des travaux consiste à étendre à d'autres méthodes d'affectation multicritère le paradigme d'élicitation par apprentissage constructif que nous avons défini au chapitre 2. Une telle extension est assez immédiate par exemple pour la méthode UTADIS (Zopounidis and Doumpos 2000). Dans le cas d'autres procédures d'affectation multicritère, le travail se révélera sans doute être plus qu'une simple adaptation.
- Il sera intéressant de définir des outils d'élicitation constructive des préférences dans le cadre des problématiques d'aide à la décision comparatives (choix, rangement). Par exemple, dans cette perspective, Salvatore Greco, Roman Słowiński et moi-même avons proposé UTA-GMS (Greco et al. 2003) une nouvelle version de la méthode UTA. Toutefois, une telle piste de recherche se heurtera nécessairement à une difficulté : les procédures ne vérifiant pas l'invariance vis-à-vis d'une tierce alternative sont peu adaptées au paradigme d'agrégation/désagrégation.
- Une autre piste qu'il me semble intéressante d'explorer consiste à chercher à introduire le paradigme de l'élicitation des préférences par apprentissage constructif dans le cadre d'autres méthodologies. Les méthodes d'induction de règles à partir d'une table de décision (cf. (Greco, Matarazzo and Slowinski 2001), (Greco, Matarazzo and Slowinski 1999)) gagneraient à être intégrées au sein d'une méthodologie interactive incluant le décideur.

- Dans le chapitre 3, je me suis efforcé de montrer que le champ de l'analyse expérimentale du comportement décisionnel constitue un champ dont les résultats peuvent éclairer l'analyste impliqué dans un processus d'aide à la décision. Je compte poursuivre un travail expérimental en ce sens et continuer la ré-interprétation et l'exploitation des résultats expérimentaux dans un sens prescriptif de sorte de contribuer à la définition d'une doctrine d'intervention pour l'aide à la décision constructiviste. L'ampleur de ce travail laisse place à un sujet de thèse.
- Depuis quelques années, j'ai commencé à m'intéresser à l'aide à la décision dans un contexte spatial. Il s'agit de développer des méthodes et outils spécifiques aux problèmes de décision comportant des données géo-référencées. Parmi ces problèmes, on peut mentionner la construction de partitions territoriales multicritères (j'encadre sur ce sujet la thèse de F. Pereira, cf. Annexe B1), l'identification, l'évaluation et la comparaison de tracés pour des infrastructures linéaires... Ces problèmes se caractérisent par un ensemble d'actions potentielles ayant une structure très spécifique et de nature combinatoire ; l'identification des solutions efficaces requiert donc de concevoir des algorithmes efficaces. Par ailleurs, dans de tels problèmes de décision, la prise en compte de l'aspect temporel demande une modélisation spécifique (cf. annexe B1 thèse de S. Chakhar). L'objectif de ces recherches vise, pour chaque problème à élaborer une méthodologie de "recueil" de préférences spatiales, des modalités d'agrégation de données/préférences spatiales, et à permettre la représentation et visualisation de ces données/préférences spatiales.
- Nous avons cherché à illustrer, en section §4.7, l'intérêt qu'il y a à développer des outils d'élicitation constructive dans un contexte multi-acteur. Une telle ligne de recherche mérite d'être développée. Cette thématique constitue à mon sens un sujet de doctorat potentiellement très fécond.
- Enfin, durant ces dix dernières années, les applications dans lesquelles j'ai pu intervenir en tant qu'analyste ont contribué à attirer mon attention sur de nouveaux problèmes, attiser ma curiosité sur des questions ouvertes (cf. Chapitre 5). Dans le futur, je compte poursuivre une implication dans des applications réelles et je ne doute pas que certaines d'entre elles fassent naître de nouveaux sujets de recherches

Annexes

Annexe A : Publications personnelles

Annexe A1 : Revues internationales avec comité de lecture

- **V. Mousseau** and L. Dias “Valued outranking relations in ELECTRE providing manageable disaggregation procedures”, to appear in *European Journal of Operational Research*.
- **V. Mousseau**, L. Dias, J. Figueira, C. Gomes da Silva and J. Clímaco, “Resolving inconsistencies among constraints on the parameters of an MCDA model”, *European Journal of Operational research*, 147(1):72-93, 2003.
- S. Damart , **V. Mousseau** and I. Sommerlatt. “Du mode d’implication d’acteurs multiples dans le cadre de l’utilisation d’un modèle d’affectation multicritère : Analyse au regard d’une application à la tarification des transports publics”, *INFOR* 40(3):199-222, 2002.
- A. Ngo The and **V. Mousseau**, “Using assignment examples to infer category limits in the Electre Tri method”, *Journal of Multicriteria Decision Analysis*,11(1), 29–43, 2002.
- L. Dias, **V. Mousseau**, J. Figueira, and J. Clímaco. “An aggregation/disaggregation approach to obtain robust conclusions with ELECTRE TRI”, *European Journal of Operational Research*,138(2):332-348, April 2002.
- **V. Mousseau**, J. Figueira, and J.-Ph. Naux, “Using assignment examples to infer weights for ELECTRE TRI method: Some experimental results”, *European Journal of Operational Research*, 130(2):263–275, April 2001.
- **V. Mousseau**, R. Slowinski, and P. Zielniewicz, “A user-oriented implementation of the Electre Tri method integrating preference elicitation support”, *Computers & Operations Research*, 27(7-8):757–777, June 2000.
- **V. Mousseau**, B. Roy, and I. Sommerlatt, “Elaboration d’un outil d’aide à la décision en vue de l’évolution de la tarification des transports publics en Ile de France”, *Journal of Decision Systems*, 9(2):289-315, 2000.
- **V. Mousseau** and J. Méric, “Empirical violation of the third alternative independence principle”, *Foundations of Computing and Decision Science*, 24(3):101–119, 1999.
- **V. Mousseau** and R. Slowinski, “Inferring an Electre Tri model from assignment examples”, *Journal of Global Optimization*, 12(2):157–174, 1998.
- **V. Mousseau**, “Compensatoriness of preferences in matching and choice”, *Foundations of Computing and Decision Sciences*, 22(1):3–20, 1997.

- B. Roy and **V. Mousseau**, “A theoretical framework for analysing the notion of relative importance of criteria”, *Journal of Multicriteria Decision Analysis*, 5(2):145–159, 1996.
- **V. Mousseau**, “Analyse et classification de la littérature traitant de l’importance relative des critères en aide multicritère à la décision”, *RAIRO / Operations Research*, 26(4):367–389, 1992.

Annexe A2 : Chapitres de livres

- J. Figueira, **V. Mousseau** and B Roy. “Outranking methods”, In M. Ehrgott, S. Greco, J. Figueira, editors, *State of the Art in Multiple Criteria Decision Analysis*, to appear, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2004.
- **V. Mousseau**, B. Roy and I. Sommerlatt, “Development of a decision aiding tool for the evolution of public transport ticket pricing in the Paris region”, In A. Colorni, M. Paruccini and B. Roy, editors, *A-MCD-A Aide Multicritère à la Décision - Multiple Criteria Decision Aiding*, pages 213-230, Joint Research Center, European Commission, Luxembourg, 2001.
- **V. Mousseau**, “Eliciting information concerning the relative importance of criteria”, In P. Pardalos, Y. Siskos, and C. Zopounidis, editors, *Advances in Multicriteria Analysis, Nonconvex Optimization and its Applications*, pages 17–43, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1995.
- **V. Mousseau**, C. Rosenthal-Sabroux, B. Roy, P. Tolla, and D. Vanderpooten, “L’aide à la décision et la recherche opérationnelle aujourd’hui”, In C. Le Pen et al., editor, *25 ans de sciences d’organisations*, pages 355–367. Masson, 1995.

Annexe A3 : Actes de congrès

- **V. Mousseau** and J. Figueira, “Validation empirique d’une procédure de désagrégation pour la méthode Electre Tri”, In *Optimisation et décision, Actes des deuxièmes journées francophones de recherche opérationnelle, FRANCORO II*, F. Ben Abdelaziz, M. Haouari and K. Mellouli (eds.), pages 237-246, 2000.
- **V. Mousseau** and A. Tsoukias, “Ordinal measurement for decision aiding, a conceptual framework (research agenda)”, In *Proceedings of the 5th DSI-99 Conference, Athens July 4-7 1999*, pages 1403–1409, 1999.
- N. Moussa and **V. Mousseau**, “Constructing a multicriteria hierarchical evaluation model using an aggregation-disaggregation approach”, In *Proceedings of the 5th DSI-99 Conference, Athens July 4-7 1999*, pages 1400–1403, 1999.

Annexe A4 : Autres publications

- L.C. Dias and **V. Mousseau**. “IRIS - Interactive Robustness analysis and parameters’ Inference for multicriteria Sorting problems (2.0). User Manual”, *Document du LAMSADE n°128*, Université de Paris-Dauphine, 04-2003.

- **V. Mousseau** L. Dias and J. Figueira “On the Notion of Category Size in Multiple Criteria Sorting Models”, *Cahier du LAMSADE* n°205, Université de Paris-Dauphine, 03-2003.
- **V. Mousseau** and L. Dias “Valued outranking relations in ELECTRE providing manageable disaggregation procedures”, *Cahier du LAMSADE* n°189, Université de Paris-Dauphine, 12-2001.
- L.C. Dias and **V. Mousseau**. “Inferring Electre’s veto-related parameters from outranking examples”, *Cahier du LAMSADE* n°198, Université de Paris-Dauphine, 09-2002.
- S. Damart , **V. Mousseau** and I. Sommerlatt. “Du mode d’implication d’acteurs multiples dans le cadre de l’utilisation d’un modèle d’affectation multicritère : Analyse au regard d’une application à la tarification des transports publics”, *Cahier du LAMSADE* n°190, Université de Paris-Dauphine, 01-2002.
- **V. Mousseau** and L. Dias “Valued outranking relations in ELECTRE providing manageable disaggregation procedures”, *Cahier du LAMSADE* n°189, Université de Paris-Dauphine, 12-2001.
- J. Clímaco, L. Dias, J. Figueira, C. Gomes da Silva and **V. Mousseau**, “Resolving inconsistencies among constraints on the parameters of an MCDA model”, *Cahier du LAMSADE* n°178 , Université de Paris-Dauphine, 2001.
- L. Dias, **V. Mousseau**, J. Figueira, and J. Clímaco, “An aggregation/disaggregation approach to obtain robust conclusions with ELECTRE TRI”, *Cahier du LAMSADE* n°174, Université de Paris-Dauphine, 2000.
- A. Ngo The and **V. Mousseau**, “Using Assignment Examples to Infer Category Limits for the Electre Tri Method”, *Cahier du LAMSADE* n°168, Université de Paris-Dauphine, 2000.
- **V. Mousseau**, R. Slowinski, and P. Zielniewicz, “ELECTRE TRI 2.0a : Methodological guide and user’s documentation”, *Document du LAMSADE* n°111, Université de Paris-Dauphine, 1999.
- **V. Mousseau**, J. Figueira, and J.Ph. Naux, “Using assignment examples to infer weights for Electre Tri method: Some experimental results”, *Cahier du LAMSADE* n° 150, Université de Paris-Dauphine, 1997.
- **V. Mousseau** and R. Slowinski, “Inferring an Electre Tri model from assignment examples”, *Cahier du LAMSADE* n°140, Université de Paris-Dauphine, 1996.
- **V. Mousseau**, “Are judgments about relative importance of criteria dependent or independent of the set of alternatives ? an experimental approach”, *Cahier du LAMSADE* n°111, Université de Paris-Dauphine, 1992.

Annexe A5 : Articles soumis

- **V. Mousseau**, L. Dias, J. Figueira. “On the Notion of Category Size in Multiple Criteria Sorting Models” submitted to *Journal of the Operations Research Society*.
- **V. Mousseau** and L. Dias “Inferring Electre’s veto-related parameters from outranking examples” submitted to *European Journal of Operational Research*.

- L. Dias and **V. Mousseau**. “IRIS: a DSS for multiple criteria sorting problems” submitted to *Journal of the Operations Research Society*.

Annexe B : Animation de la recherche

Annexe B1 : Encadrement de thèse

- Directeur des recherches de **Naoufel Moussa** “Aide multicritère à l’évaluation qualitative par inférence de modèles de tri ordinal sur une hiérarchie de critères”, thèse Université Paris Dauphine (Moussa 2001) soutenue en Janvier 2001, directeur de thèse Bernard Roy.
- Directeur des recherches de **Salem Chakhar** “Aide Multicritère à la Décision Spatio-temporelle : Application aux Problèmes d’Aménagement Linéaire”, thèse en cours à l’Université Paris Dauphine, directeur de thèse Bernard Roy.
- Directeur des recherches de **Fernando Pereira** “Partition multicritère d’un territoire en zones homogènes: Modèles, algorithmes et applications”, thèse en cours à l’Université Paris Dauphine, directeur de thèse Bernard Roy.

Annexe B2 : Encadrement de DEA

- K. Messaoudene, “Inférence des limites des catégories dans la méthode Electre Tri à partir d’exemples d’affectation”, DEA Technologie de l’information et des systèmes, Université de Technologie de Compiègne, 2003
- E. Talbi, “Aide à la conception de zonages pour la tarification des transports publics en Ile de France”, DEA Méthodes scientifiques de Gestion, Université Paris Dauphine, 2000,
- M. Krim, “Evaluation d’un concept qualitatif en cartographie multicritère à l’aide de la méthode Electre Tri”, DEA Méthodes scientifiques de Gestion, Université Paris Dauphine, 1998,
- A. Ngo The, “Inférence des profils limites dans le calage d’un modèle de type Electre Tri”, DEA Méthodes scientifiques de Gestion, Université Paris Dauphine, 1997, .
- A. Richoux, “Techniques de mise en oeuvre des opérateurs OWA”, DEA Méthodes scientifiques de Gestion, Université Paris Dauphine, 1996 .
- J.-Ph. Naux, “Inférence d’un modèle ELECTRE-TRI à partir d’exemples d’affectations”, DEA Méthodes scientifiques de Gestion, Université Paris Dauphine, 1995 .
- J. Méric, “Analyse expérimentale de l’impact sur les jugements d’importance émis par les décideurs de la présence d’actions dominées”, DEA Méthodes scientifiques de Gestion, Université Paris Dauphine, 1994 .
- A. Kachenoura, “Analyse expérimentale de l’importance relative des critères”, DEA Méthodes scientifiques de Gestion, Université Paris Dauphine, 1992

Annexe B3 : Encadrement de Doctorant dans le cadre de contrats de recherches

J'ai été amené à encadrer Isabelle Sommerlatt et Sébastien Damart dans le contexte de deux applications au sein du Syndicat des Transports d'Ile de France (STIF). Une de ces applications est brièvement décrite au §5.3. Les interventions au STIF ont constitué pour ces deux doctorants, un terrain riche pour leur travaux de thèse.

Annexe C : Développement de logiciels

La mise en œuvre des outils présentés dans ce document dans les conditions réelles d'un problème de décision impliquant effectivement un décideur requiert de disposer d'un outil informatique convivial servant de support au processus d'élicitation des préférences. Je me suis attaché, depuis quelques années, à implémenter les méthodologies et outils développés.

- Divapime (Détermination d'intervalles de variation des paramètres d'importance des méthodes Electre) est un prototype implémentant la méthode de description segmentée (cf. (Mousseau 1993)),
- Le logiciel Electre Tri (cf. (Mousseau et al. 1999),(Mousseau et al. 2000b)),implémente la méthode d'affectation Electre Tri. Elle a été développée en collaboration avec R. Slowinski et P. Zielniewicz, Université de Poznań, Pologne,
- Le logiciel IRIS (cf. (Dias and Mousseau 2003)), implémente la méthodologie présentée au chapitre §4. Le développement a été fait en collaboration avec la L. Dias, Université de Coimbra, Portugal.
- INFER-CATL ((Messiaudene 2003)) implémente la méthode d'inférence des limites des catégories dans la méthode Electre Tri (cf. (Ngo The and Mousseau 2002)),
- Le logiciel K-IRIS, en cours de développement, est une version du logiciel IRIS auquel est ajouté des fonctionnalités de traçabilité. Le développement se fait en collaboration avec la société KarmicSoft,
- Le logiciel Tarif implémente la méthodologie développée pour le problème de tarification des transport publics (cf. §5.3, (Mousseau, Roy and Sommerlatt 2001b)). Il a été développé par une société de service sur la base d'un cahier des charges élaboré par l'équipe du Lamsade intervenant au STIF. Cette application a obtenu le prix de la meilleure application, ESRI France, Septembre 2000.

Annexe D : Notations

- $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ l'ensemble des actions potentielles,
- $F = \{1, 2, \dots, n\}$ l'ensemble des indices des n critères g_1, g_2, \dots, g_n ($n \geq 2$),
- Formellement, le critère g_i est une fonction qui à toute action $a_j \in A$ associe une valeur $g_i(a_j)$ sur l'échelle du critère $X_i \subset \mathbb{R}$; $g_i(a_j)$ est appelée *performance* ou *évaluation* de l'action a_j sur le critère g_i ,
- I , P , Q et R trois relations définies sur A : I la relation d'indifférence (reflexive et symétrique), P la relation de préférence stricte (irreflexive et asymétrique), Q la relation de préférence faible (irreflexive et asymétrique) et R la relation d'incomparabilité (symétrique et irreflexive),
- une structure de préférences (cf. définition 1.2, page 7) $\Psi = (I, P, Q, R)$ est définie par la donnée des relations I , P , Q et R telles que toute paire d'actions est reliée par une et une seule relation.
- Δ la relation de *dominance* sur A définie par (cf. définition 1.3, page 7) : $a \Delta b \Leftrightarrow \forall j \in F, g_j(a) \geq g_j(b)$ et $\exists j \in F, g_j(a) > g_j(b)$,
- \mathcal{P} une procédure d'agrégation multicritère (cf. définition 1.5, page 8) à laquelle est attachée un vecteur de k paramètres préférentiels $\bar{v} = (v_1, v_2, \dots, v_k)$. Soit Ω l'espace des valeurs pour \bar{v} , *i.e.*, l'espace des valeurs possibles pour les paramètres préférentiels (en l'absence d'information fournie par le décideur sur ses préférences),
- Soit \mathcal{I} une information préférentielle (cf. définition 1.4, page 7). On distingue l'information préférentielle *input* et *output* $\mathcal{I} = \mathcal{I}_{in} \cup \mathcal{I}_{out}$ (cf. page 8)
- La connaissance sur les paramètres préférentiels d'une PAMC \mathcal{P} se définit (cf. page 9) par un sous-ensemble $\Omega' \subseteq \Omega$ des des valeurs acceptables pour ces paramètres. Cette connaissance peut provenir d'une information préférentielle \mathcal{I} , dans ce cas on notera $\Omega'(\mathcal{I}) \subseteq \Omega$; de même, lorsque l'information préférentielle provient d'un résultat $R_{DM}(A^*)$ que le décideur souhaite imposer sur un sous-ensemble d'actions A^* , on notera $\Omega'(R_{DM}(A^*)) \subseteq \Omega$.
- $R_{\mathcal{P}}(A', \omega)$ le résultat de l'application de la PAMC \mathcal{P} à un sous-ensemble d'actions $A' \subseteq A$ avec un jeu de paramètres $\omega \in \Omega$,
- Appliquer une PAMC \mathcal{P} à un sous-ensemble d'actions $A' \subseteq A$ considérant la connaissance sur les paramètres préférentiels $\Omega' \subseteq \Omega$ conduit à un résultat noté $R_{\mathcal{P}}(A', \Omega')$ (cf. §2.2.6, page 25).

Annexe E : Rappels sur la méthode ELECTRE TRI

ELECTRE TRI est une méthode multicritère de tri qui affecte chaque action $a \in A$ à une des catégories en comparant a à des profils définissant les limites des catégories. Soit F l'ensemble des indices des n critères g_1, g_2, \dots, g_n ($F = \{1, 2, \dots, n\}$) et $B = \{1, 2, \dots, p\}$ l'ensemble des indices des frontières b_1, b_2, \dots, b_p délimitant les $p + 1$ catégories C_1, C_2, \dots, C_{p+1} (b_h définissant la frontière haute de C_h et la frontière basse de C_{h+1} , $h = 1, 2, \dots, p$, cf. FIG 2). Dans la suite de la présentation, nous supposerons, sans perte de généralité, que le sens de préférence sur chaque critère est croissant.

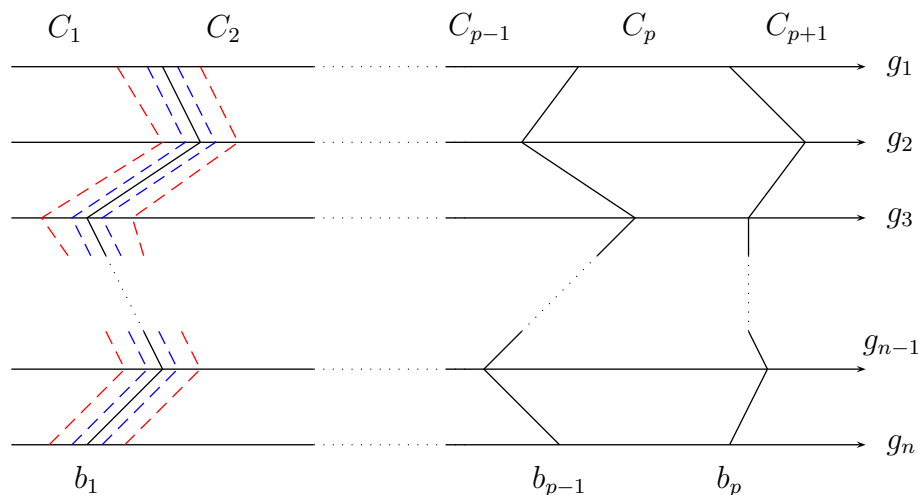


Figure 2: Définition des catégories par des profils limites

ELECTRE TRI construit une relation de surclassement $S \subseteq A \times B \cup B \times A$, *i.e.*, valide ou invalide la proposition aSb_h (et b_hSa), dont la signification est “ a est au moins aussi bon que b_h ”. Les préférences sur chaque critère sont définies par le biais des pseudo-critères (structure à deux seuils cf. (Roy and Vincke 1984)). Les seuils d’indifférence et de préférence ($q_j(b_h)$ et $p_j(b_h)$) visent à prendre en compte l’imprécision liées aux performances. $q_j(b_h)$ représente la plus grande différence $g_j(a) - g_j(b_h)$ préservant une indifférence entre a et b_h sur le critère g_j ; $p_j(b_h)$ représente la plus petite différence $g_j(a) - g_j(b_h)$ compatible avec une préférence en faveur de a sur le critère g_j . Ainsi, les limites des catégories sont définies par les profils b_h , $h \in B$ autour desquelles sont attachées deux zones d’imprécision (cf. FIG 2).

Pour valider l’affirmation aSb_h (ou b_hSa), deux conditions doivent être vérifiées :

- *Concordance* : pour qu’un surclassement aSb_h (ou b_hSa) soit accepté, une majorité “suffisante” de critères doit être en accord avec cette proposition,
- *non-discordance* : quand la condition de concordance est vérifiée, aucun des critères minoritaires ne doit s’opposer “trop fortement” à aSb_h (ou b_hSa).

Deux types de paramètres préférentiels inter-critères interviennent dans la construction de S :

- des coefficients d’importance (k_1, k_2, \dots, k_n) utilisés dans le test de concordance pour apprécier l’importance relative des coalitions de critères ; on supposera sans perte de généralité que $\sum_{j \in F} k_j = 1$

- des seuils de veto ($v_1(b_h), v_2(b_h), \dots, v_n(b_h)$, $h \in B$) utilisés dans le test de discordance. $v_j(b_h)$ représente la plus petite différence $g_j(b_h) - g_j(a)$ incompatible avec aSb_h .

ELECTRE TRI construit un indice $\sigma(a, b_h) \in [0, 1]$ ($\sigma(b_h, a)$, respectivement) qui représente la crédibilité de la proposition aSb_h (b_hSa , respectivement), $\forall a \in A, \forall h \in B$. La proposition aSb_h (b_hSa , respectivement) est jugée établie si $\sigma(a, b_h) \geq \lambda$ ($\sigma(b_h, a) \geq \lambda$, respectivement), λ représentant un "seuil de coupe" tel que $\lambda \in [0.5, 1]$. $\sigma(a, b_h)$ se définit comme suit (la valeur de $\sigma(b_h, a)$ est calculée de façon analogue) :

1 - calculer les indices de concordance partielle $c_j(a, b_h), \forall j \in F$:

$$c_j(a, b_h) = \begin{cases} 0 & \text{if } g_j(b_h) - g_j(a) \geq p_j(b_h) \\ 1 & \text{if } g_j(b_h) - g_j(a) \leq q_j(b_h) \\ \in [0, 1] & \text{sinon} \end{cases} \quad (1)$$

2 - calculer l'indice de concordance globale $c(a, b_h)$:

$$c(a, b_h) = \sum_{j \in F} k_j c_j(a, b_h) \quad (2)$$

3 - calculer les indices de discordance partielle $d_j(a, b_h), \forall j \in F$:

$$d_j(a, b_h) = \begin{cases} 0 & \text{if } g_j(a) \leq g_j(b_h) + p_j(b_h) \\ 1 & \text{if } g_j(a) > g_j(b_h) + v_j(b_h) \\ \in [0, 1] & \text{sinon} \end{cases} \quad (3)$$

4 - calculer l'indice de crédibilité $\sigma(a, b_h)$:

$$\sigma(a, b_h) = c(a, b_h) \prod_{j \in \bar{F}} \frac{1 - d_j(a, b_h)}{1 - c(a, b_h)}, \quad \text{avec } \bar{F} = \{j \in F : d_j(a, b_h) > c(a, b_h)\} \quad (4)$$

Les valeurs de $\sigma(a, b_h)$, $\sigma(b_h, a)$ et λ déterminent la situation de préférence entre a and b_h :

- $\sigma(a, b_h) \geq \lambda$ et $\sigma(b_h, a) \geq \lambda \Rightarrow aSb_h$ et $b_hSa \Rightarrow aIb_h$
- $\sigma(a, b_h) \geq \lambda$ et $\sigma(b_h, a) < \lambda \Rightarrow aSb_h$ et non $b_hSa \Rightarrow aPb_h$
- $\sigma(a, b_h) < \lambda$ et $\sigma(b_h, a) \geq \lambda \Rightarrow$ non aSb_h et $b_hSa \Rightarrow b_hPa$
- $\sigma(a, b_h) < \lambda$ et $\sigma(b_h, a) < \lambda \Rightarrow$ non aSb_h et non $b_hSa \Rightarrow aRb_h$

Deux procédures d'affectation sont définies:

Procédure pessimiste :

- a) comparer a successivement à $b_i, i=p, p-1, \dots, 0$,
- b) soit b_h le premier profil limite tel que aSb_h , affecter a à la catégorie C_{h+1} ($a \rightarrow C_{h+1}$).

Procédure optimiste :

- a) comparer a successivement à $b_i, i=1, 2, \dots, p$,
- b) soit b_h le premier profil limite tel que b_hPa , affecter a à la catégorie C_h ($a \rightarrow C_h$).

Annexe F : Modification de la relation de surclassement d'ELECTRE TRI (Mousseau and Dias 2003)

F.1. La relation de surclassement évaluée d'ELECTRE TRI

F.1.1. Relations de concordance partielle et globale

ELECTRE TRI définit la relation de concordance partielle $S_j(a, b)$ par (5) ; $S_j(a, b)$ représente le degré de crédibilité de la proposition “ a est au moins aussi bon que b sur le critère g_j ”.

$$S_j(a, b) = \frac{p_j(g_j(a)) - \min\{g_j(b) - g_j(a), p_j(g_j(a))\}}{p_j(g_j(a)) - \min\{g_j(b) - g_j(a), q_j(g_j(a))\}} \quad (5)$$

La relation de concordance globale $C(a, b)$ prend en compte l'ensemble des critères et est définie par (rappelons que $\sum_{j=1}^n k_j = 1$) :

$$C(a, b) = \sum_{j=1}^n k_j S_j(a, b) \quad (6)$$

F.1.2. Relation de discordance partielle

ELECTRE TRI définit la relation de discordance partielle $d_j(a, b)$ par (7) sur la base de $g_j(a)$, $g_j(b)$, le seuil de veto $v_j(g_j)$ et le seuil de préférence $p_j(g_j)$ (cf. FIG 3).

$$d_j(a, b) = 1 - \frac{v_j(g_j(a)) - \min\{g_j(b) - g_j(a), v_j(g_j(a))\}}{v_j(g_j(a)) - \min\{g_j(b) - g_j(a), p_j(g_j(a))\}} \quad (7)$$

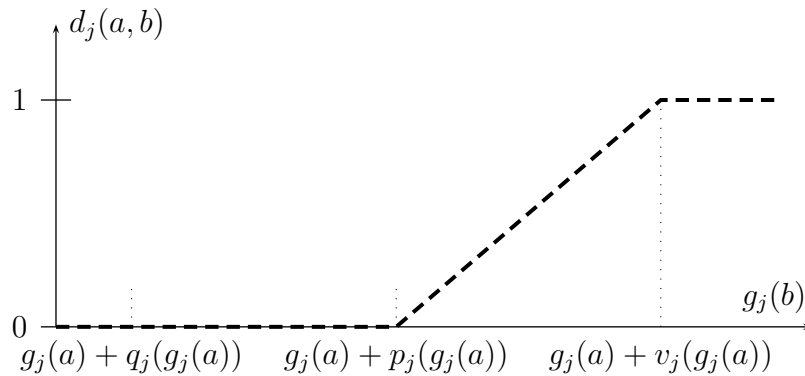


Figure 3: Relation de discordance partielle

F.1.2. Relation de discordance globale

La relation de discordance globale $ND(a, b)$ est basée sur $C(a, b)$ et sur les relations d_j , $j = 1, 2, \dots, n$; elle représente le degré avec lequel la minorité de critères (*i.e.*, les critères exprimant une préférence de b sur a) opposent collectivement un veto à la proposition “ a est au moins aussi bon que b ”. $ND(a, b)$ (see (Roy 1991)) est défini par (8). $ND(a, b) = 0$ correspond à la situation où la minorité de critères est totalement opposée à aSb tandis que $ND(a, b) = 1$ signifie qu'aucun critère de la minorité n'y est opposé.

$$ND(a, b) = \prod_{j \in \overline{F}} \frac{1 - d_j(a, b)}{1 - C(a, b)} \quad \text{where } \overline{F} = \{j \in F \mid d_j(a, b) > C(a, b)\} \quad (8)$$

Une définition de $ND(a, b)$ équivalente est donnée par (9)-(11) ; cette définition est utile pour comparer $S(a, b)$ avec la nouvelle relation $S'(a, b)$. Soit $ND_j(a, b), j \in F, a, b \in A$ définit par :

$$ND_j(a, b) = \begin{cases} 1 & \text{if } d_j(a, b) \leq C(a, b) \\ \frac{1-d_j(a,b)}{1-C(a,b)} & \text{if } d_j(a, b) > C(a, b) \end{cases} \quad (9)$$

Lemme : la définition (9) est équivalente à :

$$ND_j(a, b) = \text{Min} \left\{ 1, \frac{1 - d_j(a, b)}{1 - C(a, b)} \right\} \quad (10)$$

Preuve : lorsque $d_j(a, b) > C(a, b)$, on a $\frac{1-d_j(a,b)}{1-C(a,b)} < 1$, ainsi $ND_j(a, b) = \frac{1-d_j(a,b)}{1-C(a,b)}$; quand $d_j(a, b) \leq C(a, b)$, on a $\frac{1-d_j(a,b)}{1-C(a,b)} \geq 1$, et donc $ND_j(a, b) = 1$. Remarquons que l'on peut poser $C(a, b) < 1$, car le cas $C(a, b) = 1$ correspond à une situation dans laquelle aucun critère discordant n'existe. \square

Il est possible de formuler $ND(a, b)$ par (11) (équivalent à (8)). Notons que le produit considère tous les critères de F .

$$ND(a, b) = \prod_{j \in F} ND_j(a, b) \quad (11)$$

F.1.3 Relation de surclassement

ELECTRE TRI combine les relations de concordance et de non-discordance pour aboutir à une relation de surclassement S de la façon suivante :

$$S(a, b) = C(a, b) ND(a, b) \quad (12)$$

F.2 Nouvelles relations de surclassement évaluée “à la ELECTRE”

Les relations $S'(a, b)$ et $S''(a, b)$ sont conçues de sorte d'être intégrée plus facilement dans des procédures d'inférences ; les modifications proposées ont pour but de :

1. définir $S'(a, b)$ (et $S''(a, b)$) comme une fonction linéaire des poids k_j lorsque les performances ($g_j(a)$ et $g_j(b)$) et les seuils (q_j, p_j et v_j) sont fixés,
2. rendre S' (et S'') aussi “proche” que possible de S tant en termes de résultats qu'en termes de la philosophie sous-jacente.

$S'(a, b)$ et $S''(a, b)$ ne diffèrent de $S(a, b)$ que par l'implémentation du concept de discordance ; de nouvelles relations de non-discordance $ND'(a, b)$ and $ND''(a, b)$ sont définies de sorte que $S'(a, b) = C(a, b).ND'(a, b)$ et $S''(a, b) = C(a, b).ND''(a, b)$.

F.2.1. Relation de discordance partielle $d'_j(a, b)$

La relation $d'_j(a, b)$ est définie par (13) sur la base de $g_j(a)$, $g_j(b)$, d'une fonction seuil de veto $v_j(g_j)$ et d'une fonction seuil supplémentaire $u_j(g_j)$ que l'on appelle *seuil de discordance* (tel que $p_j(g_j) \leq u_j(g_j) < v_j(g_j)$). $u_j(g_j(a))$ représente la différence de performance $g_j(b) - g_j(a)$ à partir de laquelle la condition de discordance commence à affaiblir la concordance $C(a, b)$ dans la définition de $S(a, b)$. Ainsi, $d'_j(a, b)$ représente le degré avec lequel le critère g_j oppose son veto à la proposition aSb (cf. FIG 4). Ce seuil de discordance $u_j(g_j)$ peut être considéré :

- soit comme un paramètre préférentiel supplémentaire à éliciter,
- soit comme un paramètre technique définissant dans quelle mesure des différences $g_j(b) - g_j(a) < v_j(g_j(a))$ peuvent affaiblir $C(a, b)$ dans la définition de $S(a, b)$

$$d'_j(a, b) = 1 - \frac{v_j(g_j(a)) - \min\{g_j(b) - g_j(a), v_j(g_j(a))\}}{v_j(g_j(a)) - \min\{g_j(b) - g_j(a), u_j(g_j(a))\}} \quad (13)$$

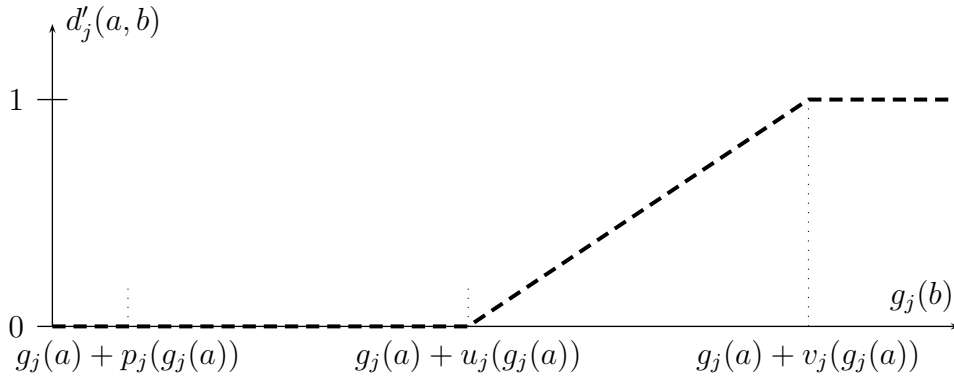


Figure 4: Relation de discordance partielle $d'_j(a, b)$

F.2.2. Relation de non-discordance globale $ND'(a, b)$

La relation de non-discordance globale $ND'(a, b)$ est définie sur la base des relations $d'_j(a, b)$, $j \in F$. Elle est définie ci-après dans (14). Notons que les critères intervenant dans le produit ne se limitent pas à ceux tels que $d'_j(a, b) > C(a, b)$, *i.e.*, de petites valeurs de $d'_j(a, b)$ impactent $ND'(a, b)$. De plus, $C(a, b)$ n'intervient pas dans l'implémentation de la relation de non-discordance globale.

$$ND'(a, b) = \prod_{j \in F} (1 - d'_j(a, b)) \quad (14)$$

Le lemme suivant vise à comparer $ND'(a, b)$ et $ND(a, b)$.

Lemme: on a :

$$1 - d'_j(a, b) = \min \left\{ 1, \frac{1 - d_j(a, b)}{1 - \alpha_j} \right\} \quad (15)$$

où α_j est tel que $u_j = p_j + \alpha_j \cdot (v_j - p_j)$

Preuve : Définissons tout d'abord la fonction $U(x) = \max\{0, \min\{1, x\}\}$. Il est facile de vérifier que : (i) $1 - U(x) = U(1 - x)$, et (ii) $\forall \varphi \geq 0, U(\varphi x) = \min\{1, \varphi U(x)\}$.

pour prouver le lemme, remarquons tout d'abord que $d_j(a, b) = U\left(\frac{g_j(b) - g_j(a) - p_j(g_j(a))}{v_j(g_j(a)) - p_j(g_j(a))}\right)$ (cf. (7)

et FIG 3), alors que $d'_j(a, b) = U\left(\frac{g_j(b) - g_j(a) - u_j(g_j(a))}{v_j(g_j(a)) - u_j(g_j(a))}\right)$ (cf. (13) et FIG 4).

De (i), $1 - d_j(a, b) = U\left(1 - \frac{g_j(b) - g_j(a) - p_j(g_j(a))}{v_j(g_j(a)) - p_j(g_j(a))}\right) = U\left(\frac{v_j(g_j(a)) - g_j(b) + g_j(a)}{v_j(g_j(a)) - p_j(g_j(a))}\right)$.

D'autre part, $1 - d'_j(a, b) = U\left(1 - \frac{g_j(b) - g_j(a) - u_j(g_j(a))}{v_j(g_j(a)) - u_j(g_j(a))}\right) = U\left(\frac{v_j(g_j(a)) - g_j(b) + g_j(a)}{v_j(g_j(a)) - u_j(g_j(a))}\right)$

$= U\left(\frac{v_j(g_j(a)) - p_j(g_j(a))}{v_j(g_j(a)) - u_j(g_j(a))} \frac{v_j(g_j(a)) - g_j(b) + g_j(a)}{v_j(g_j(a)) - p_j(g_j(a))}\right)$, où $\frac{v_j(g_j(a)) - p_j(g_j(a))}{v_j(g_j(a)) - u_j(g_j(a))} = \frac{1}{1 - \alpha_j} > 0$.

en utilisant (ii), on a :

$$1 - d'_j(a, b) = \min\left\{1, \frac{1}{1 - \alpha_j} U\left(\frac{v_j(g_j(a)) - g_j(b) + g_j(a)}{v_j(g_j(a)) - p_j(g_j(a))}\right)\right\} = \min\left\{1, \frac{1}{1 - \alpha_j} (1 - d_j(a, b))\right\} \quad \square$$

Selon le lemme précédent, la relation de non-discordance globale $ND'(a, b)$ peut être définie de façon équivalente par (16)-(17), où $\alpha_j \in [0, 1[, j \in F$ est un paramètre qui doit être défini de sorte que $u_j = p_j + \alpha_j \cdot (v_j - p_j)$.

$$ND'(a, b) = \prod_{j \in F} ND'_j(a, b) \quad (16)$$

$$ND'_j(a, b) = \min\left\{1, \frac{1 - d_j(a, b)}{1 - \alpha_j}\right\} \quad (17)$$

Cette définition alternative de $ND'_j(a, b)$ en comparaison de (10), montre que le paramètre α_j joue le même rôle dans (17) que le terme $C(a, b)$ dans le dénominateur de (10). En d'autres termes, la modification introduite en passant de $S'(a, b)$ à $S(a, b)$ consiste à remplacer $C(a, b)$ dans (10) par la valeur α_j qui définit la "position" du seuil $u_j(g_j)$ dans l'intervalle $[p_j(g_j), v_j(g_j)[$ ($u_j = p_j + \alpha_j \cdot (v_j - p_j)$).

F.2.3. Relation de non-discordance globale $ND''(a, b)$

La relation de non-discordance globale $ND''(a, b)$ est fondée sur les relations $d'_j(a, b)$, $j = 1, 2, \dots, n$ (cf. (13)) comme suit :

$$ND''(a, b) = \text{Min}_{j \in F} (1 - d'_j(a, b)) \quad (18)$$

Bibliography

- Athanassopoulos, A. and Podinovski, V.: 1997, Dominance and potential optimality in multiple criteria decision analysis, *Journal of the Operational Research Society* **48**(2), 142–150.
- Bana e Costa, C.: 1996, Les problematiques de l'aide à la décision: vers l'enrichissement de la trilogie choix-tri-rangement, *RAIRO/ Recherche Operationnelle* **30**(2), 191–216.
- Bana e Costa, C. and Vansnick, J.: 1994, Macbeth - an interactive path towards the construction of cardinal value fonctions, *International transactions in operational Research* **1**, 489–500.
- Banville, C., Landry, M., Martel, J. and Boulaire, C.: 1998, A stakeholder approach to MCDA, *Systems Research and Behavioral Science* **15**, 15–32.
- Barron, F.: 1992, Selecting a best multiattribute alternative with partial information about attribute weights, *Acta Psychologica* **80**, 91–103.
- Beattie, J. and Baron, J.: 1991, Investigating the effect of stimulus range on attribute weight, *Journal of Experimental Psychology: human perception and Performance* **17**(2), 571–585.
- Beattie, J. and Barron, J.: 1991, Investigating the effect of stimulus range on attribute weight, *Journal of Experimental Psychology: Human perception and Performance* **17**(2), 571–585.
- Ben-Akiva, M. and Lerman, S.: 1985, *Discrete choice analysis*, MIT Press, New York.
- Benayoun, R., de Montgolfier, J., Tergny, J. and Larichev, O.: 1971, Linear programming with multiple objective functions: Step method (STEM), *Mathematical Programming* **1**(3), 366–375.
- Benayoun, R., Tergny, J. and Keuneman, D.: 1970, Mathematical programming with multi-objective functions: a solution by POP (Progressive Orientation Procedure), *Revue METRA* **9**(2), 279–299.
- Bouyssou, D.: 1990, Building criteria: A prerequisite for MCDA, in C. Bana e Costa (ed.), *Readings in Multiple Criteria Decision Aid*, Springer-Verlag, Berlin, pp. 58–80.
- Carrizosa, E., Conde, E., Fernandez, F. and Puerto, J.: 1995, Multi-criteria analysis with partial information about the weighting coefficients, *European Journal of Operational Research* **81**(2), 291–301.
- Chapman, G. and Johnson, E.: 1999, Anchoring, activation, and the construction of values, *Organizational Behavior and Human Decision Processes* **79**(2), 115–153.

- Chinneck, J.: 1994, MINOS(IIS): Infeasibility using MINOS, *Computers and Operations Research* **21**(1), 1–9.
- Chinneck, J.: 1996, An effective polynomial-time heuristic for the minimum-cardinality IIS set-covering problem, *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence* **17**, 127–144.
- Chinneck, J.: 1997, Feasibility and viability, in T. Gal and H. Greenberg (eds), *Advances in Sensitivity Analysis and Parametric Programming*, Kluwer Academic, Dordrecht, pp. 14.2–14.41.
- Damart, S., Mousseau, V. and Sommerlatt, I.: 2002, Du mode d’implication d’acteurs multiples dans le cadre de l’utilisation d’un modèle d’affectation multicritère : Analyse au regard d’une application à la tarification des transports publics, *INFOR* **40**(3), 199–222.
- Dias, L. and Climaco, J.: 1999, On computing ELECTRE’s credibility indices under partial information, *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis* **8**(2), 74–92.
- Dias, L. and Clímaco, J.: 2000, ELECTRE TRI for groups with imprecise information on parameter values, *Group Decision and Negotiation* **9**(5), 355–377.
- Dias, L. and Mousseau, V.: 2002a, Inferring Electre’s veto-related parameters from outranking examples, *Research report no.5/2002*, INESC Coimbra. submitted to EJOR.
- Dias, L. and Mousseau, V.: 2002b, Inferring Electre’s veto-related parameters from outranking examples, *Cahier du LAMSADE no 198*, Université de Paris-Dauphine. Soumis à EJOR.
- Dias, L. and Mousseau, V.: 2003, Iris-interactive robustness analysis and parameters’ inference for multicriteria sorting problems (2.0). user manual., *Document du LAMSADE no.128*, Université de Paris-Dauphine. Also published in Documents of INESC Coimbra, No. 1/2003.
- Dias, L. and Tsoukiàs, A.: 2003, On the constructive and other approaches in decision aiding, in C. Hengeller Antunes and J. Figueira (eds), *Proceedings of the 57th meeting of the EURO MCDA working group*. to appear.
- Dias, L., Mousseau, V., Figueira, J. and Clímaco, J.: 2002, An aggregation/disaggregation approach to obtain robust conclusions with ELECTRE TRI, *European Journal of Operational Research* **138**(2), 332–348.
- Dyer, J.: 1990, Remarks on the analytic hierarchy process, *Management Science* **36**, 249–258.
- Fischer, G.: 1995, Range sensitivity of attribute weights in multiattribute value models, *Organizational Behavior and Human Decision Processes* **62**(3), 252–266.
- Fischer, G. and Hawkins, S.: 1993, Strategy compatibility, scale compatibility and the prominence effect, *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance* **19**(3), 580–597.
- Fischhoff, B., Slovic, P. and Lichtenstein, S.: 1988, Knowing what you want: Measuring labile values, in T. A. Bell, Raiffa H. (ed.), *Decision Making: Descriptive, Normative and Prescriptive Interactions*, Cambridge University Press, Cambridge, pp. 398–421.

- Fishburn, P.: 1970, *Utility Theory for Decision Making*, Wiley, New York.
- Fishburn, P.: 1974, Lexicographic orders, utilities and decision rules: a survey, *Management Science* **20**, 1442–1471.
- Freeman, R.: 1984, *Strategic Management : a Stakeholder Approach*, Pitman.
- Gallant, S.: 1993, *Neural Network Learning*, MIT Press.
- Geoffrion, A., Dyer, J. and Feinberg, A.: 1973, An interactive approach for multicriteria optimization with an application to the operation of an accademic department, *Management Science* **19**, 357–369.
- Gilboa, I. and Schmeidler, D.: 1995, Case-based decision theory, *Quarterly Journal of Economics* **110**(3), 605–639.
- Gilboa, I. and Schmeidler, D.: 2000, Case-based knowledge and induction, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Part A* **30**(2), 85–95.
- Girin, J.: 1990, L’analyse empirique des situations de gestion : éléments de théorie et de méthode, in A. Martinet (ed.), *Épistémologies et sciences de gestion*, Economica, pp. 141–182.
- Greco, S., Matarazzo, B. and Slowinski, R.: 1999, The use of rough sets and fuzzy sets in MCDM, in T. Gal, T. Stewart and T. Hanne (eds), *Advances in MCDM models, Algorithms, Theory, and Applications*, Kluwer Academic, Dordrecht, pp. 14.1–14.59.
- Greco, S., Matarazzo, B. and Slowinski, R.: 2001, Rough sets theory for multicriteria decision analysis, *European Journal of Operational Research* **129**, 1–47.
- Greco, S., Mousseau, V. and Slowinski, R.: 2003, L’approche agrégation/désagrégation pour les méthodes de surclassement, Présentation au 58e journées du groupe de travail européen sur l’aide multicritère à la décision, Moscou.
- Grzymala-Busse, J.: 1992, LERS-a system for learning from examples based on rough sets, in R. Slowinski (ed.), *Intelligent Decision Support- Handbook of Applications and Advances of the Rough Set Theory*, Kluwer Academic, Dordrecht, pp. 3–18.
- Hazen, G.: 1986, Partial information, dominance, and potential optimality in multiattribute utility theory, *Operations Research* **34**(2), 296–310.
- Herne, K.: 1998, Testing the reference-dependent model: An experiment on asymmetrically dominated reference points, *Journal of Behavioral Decision Making* **11**, 181–192.
- Huber, J., Payne, J. and Puto, C.: 1982, Adding asymmetrically dominated alternatives: Violation of regularity and the similarity hypothesis, *Journal of Consumer Research* **9**, 90–98.
- Jacquet-Lagrèze, E.: 1982, Binary preference indices: A new look on multicriteria aggregation procedures, *European Journal of Operational Research* **10**, 26–32.

- Jacquet-Lagrèze, E. and Siskos, Y.: 1982, Assessing a set of additive utility functions for multicriteria decision making: the UTA method, *European Journal of Operational Research* **10**, 151–164.
- Kahneman, D. and Tversky, A. (eds): 2000, *Choice, values and frames*, Cambridge University Press.
- Keeney, R. and Raiffa, H.: 1976, *Decisions with multiple objectives: Preferences and value tradeoffs*, J. Wiley, New York.
- Kirkwood, C. and Corner, J.: 1993, The effectiveness of partial information about weights for ranking alternatives in multiattribute decision making, *Organizational Behavior and Human Decision Processes* **54**(3), 456–476.
- Kiss, L., Martel, J. and Nadeau, R.: 1994, ELECCALC - an interactive software for modelling the decision maker's preferences, *Decision Support Systems* **12**(4-5), 757–777.
- Kmenta, J.: 1997, *Elements of Econometrics*, Macmillan Publishing Company. Second edition.
- Loon, J.: 1981, Irreducibly inconsistent systems of linear inequalities, *European Journal of Operational Research* **8**, 283–288.
- MacGregor, D. and Slovic, P.: 1986, Graphic representation of judgmental information, *Human Computer Interaction* **2**, 170–200.
- Malakooti, B.: 2000, Ranking and screening multiple criteria alternatives with partial information and use of ordinal and cardinal strength of preferences, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Part A* **30**(3), 787–801.
- McNeil, B., Pauker, S., Sox, H. and Tversky, A.: 1982, On the elicitation of preference for alternative therapies, *New England Journal of Medicine* **306**, 1259–1262.
- Messaoudene, K.: 2003, *Inférence des limites des catégories dans la méthode Electre Tri à partir d'exemples d'affectation*, Mémoire de DEA Technologie de l'information et des systèmes, Université de Technologie de Compiègne.
- Michalski, R.: 1983, A theory and methodology of inductive learning, *Artificial Intelligence* **20**, 11–116.
- Moskowitz, H., Preckel, P. and Yang, A.: 1992, Multiple-criteria robust interactive decision analysis (MCRID) for optimizing public policies, *European Journal of Operational Research* **56**(2), 219–236.
- Moussa, N.: 2001, *Aide multicritère à l'évaluation qualitative par inférence de modèles de tri ordinal sur une hiérarchie de critères*, PhD thesis, Université Paris-Dauphine.
- Mousseau, V.: 1992, Are judgments about relative importance of criteria dependent or independent of the set of alternatives? an experimental approach, *Cahiers du LAMSADE no.111*, Université de Paris-Dauphine.

- Mousseau, V.: 1993, *Problèmes liés à l'évaluation de l'importance relative des critères en aide multicritère à la décision : Réflexions théoriques, expérimentations et implémentations informatiques*, PhD thesis, Université Paris-Dauphine.
- Mousseau, V.: 1997, Compensatoriness of preferences in matching and choice, *Foundations of Computing and Decision Sciences* **22**(1), 3–20.
- Mousseau, V. and Dias, L.: 2003, Valued outranking relations in ELECTRE providing manageable disaggregation procedures, *European Journal of Operational Research*.
- Mousseau, V. and Figueira, J.: 2000, Validation empirique d'une procédure de désagrégation pour la méthode ELECTRE TRI, *Optimisation et décision, actes des deuxièmes journées francophones de recherche opérationnelle, Francoro'98, Sousse, Tunisie, 4-7 Avril 1998*, CPU Press, pp. 237–246.
- Mousseau, V. and Méric, J.: 1999, Empirical violation of the third alternative independence principle, *Foundations of Computing and Decision Science* **24**(3), 101–119.
- Mousseau, V. and Slowinski, R.: 1998, Inferring an ELECTRE TRI model from assignment examples, *Journal of Global Optimization* **12**(2), 157–174.
- Mousseau, V., Dias, L. and Figueira, J.: 2003a, On the notion of category size in multiple criteria sorting models, *Cahier du LAMSADE no.205*, Université de Paris-Dauphine.
- Mousseau, V., Dias, L., Figueira, J., Gomes, C. and Clímaco, J.: 2003b, Resolving inconsistencies among constraints on the parameters of an MCDA model, *European Journal of Operational Research* **147**(1), 72–93.
- Mousseau, V., Figueira, J. and Naux, J.: 2001a, Using assignment examples to infer weights for ELECTRE TRI method: Some experimental results, *European Journal of Operational Research* **130**(2), 263–275.
- Mousseau, V., Roy, B. and Sommerlatt, I.: 2000a, Elaboration d'un outil d'aide à la décision en vue de l'évolution de la tarification des transports publics en Ile de France, *Journal of Decision Systems* **9**(2), 289–315.
- Mousseau, V., Roy, B. and Sommerlatt, I.: 2001b, Development of a decision aiding tool for the evolution of public transport ticket pricing in the Paris region, in M. P. A. Colorni and B. Roy (eds), *A-MCD-A Aide Multicritère à la Décision - Multiple Criteria Decision Aiding*, Joint Research Center, European Commission, Luxembourg, pp. 213–230.
- Mousseau, V., Slowinski, R. and Zielniewicz, P.: 1999, ELECTRE TRI 2.0a : Methodological guide and user's documentation, *Document du LAMSADE no.111*, Université de Paris-Dauphine.
- Mousseau, V., Slowinski, R. and Zielniewicz, P.: 2000b, A user-oriented implementation of the ELECTRE TRI method integrating preference elicitation support, *Computers & Operations Research* **27**(7-8), 757–777.

- Murty, K., Kabadi, S. and Chandrasekaran, R.: 2000, Infeasibility analysis for linear systems, a survey, Working paper, Department of Industrial and Operations Engineering, University of Michigan, Ann Arbor, USA, 21 p.
- Ngo The, A. and Mousseau, V.: 2002, Using assignment examples to infer category limits for the ELECTRE TRI method, *JMCDA* **11**(1), 29–43.
- Pawlak, Z. and Slowinski, R.: 1994, Rough set approach to multi-attribute decision analysis, *European Journal of Operational Research* **72**(3), 443–459.
- Payne, J., Bettman, J. and Johnson, J.: 1992, Behavioral decision research: a constructive processing perspective, *Annual Review of Psychology* **43**, 87–131.
- Payne, J., Bettman, J. and Schkade, D.: 1999, Measuring constructed preferences: Toward a building code, *Journal of Risk and Uncertainty* **19**(1-3), 243–270.
- Perez, J.: 1995, Some comments on Saaty’s AHP, *Management Science* **41**(6), 1091–1095.
- Podinovski, V.: 1994, Criteria importance theory, *Mathematical Social Sciences* **27**(3), 237–252.
- Pomerol, J. and Barba-Romero, S.: 2000, *Multicriterion Decision Making in Management*, Series in Operation Research, Kluwer Academic, Dordrecht.
- Quinlan, J.: 1986, Induction of decision trees, *Machine Learning* **1**, 81–106.
- Rosinger, E.: 1991, Beyond preference information based multiple criteria decision making, *European Journal of Operational Research* **53**, 217–227.
- Roy, B.: 1978, ELECTRE III : Un algorithme de classements fondé sur une représentation floue des préférences en présence de critères multiples, *Cahiers du CERO* **20**(1), 3–24.
- Roy, B.: 1985, *Méthodologie multicritère d’aide à la décision*, Economica, Paris.
- Roy, B.: 1991, The outranking approach and the foundations of ELECTRE methods, *Theory and Decision* **31**(1), 49–73.
- Roy, B.: 1993, Decision science or decision-aid science?, *European Journal of Operational Research* **66**, 184–203.
- Roy, B.: 1998, A missing link in OR-DA, Robustness analysis, *Foundation of Control Engineering* **23**(3), 141–160.
- Roy, B.: 2002, Présentation et interprétation de la méthode ELECTRE TRI pour affecter des zones dans des catégories de risque, *Document du LAMSADE no 124*, Université de Paris Dauphine. 25 pages.
- Roy, B. and Bouyssou, D.: 1993, *Aide Multicritère à la Décision: Méthodes et Cas*, Economica, Paris.
- Roy, B. and Figueira, J.: 2002, Determining the weights of criteria in the ELECTRE type methods with a revised Simos’ procedure, *European Journal of Operational Research* **139**, 317–326.

- Roy, B. and Vanderpooten, D.: 1997, An overview on ‘the European School of MCDA: Emergence, basic features and current works’, *European Journal of Operational Research* **99**(1), 26–27.
- Roy, B. and Vincke, P.: 1984, Relational systems of preference with one or more pseudo-criteria: Some new concepts and results, *Management Science* **30**, 1323–1335.
- Russo, J.: 1977, The value of unit price information, *Journal of Marketing Research* **14**, 193–201.
- Saaty, T.: 1977, A scaling method for priorities in hierarchical structures, *Journal of Mathematical Psychology* **15**, 234–281.
- Salo, A. and Hamalainen, R.: 1992, Preference assessment by imprecise ratio statements, *Operations Research* **40**(6), 1053–1061.
- Salo, A. and Hamalainen, R.: 2001, Preference ratio in multiattribute evaluation (PRIME) - elicitation and decision procedures under incomplete information, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics: Part A* **31**(6), 533–545.
- Samuelson, W. and Zeckhauser, R.: 1999, Status-Quo bias in decision making, *Journal of Risk and Uncertainty* **1**, 7–59.
- Sfez, L.: 1973, *Critique de la décision*, Presses de la Fondation nationale des sciences politiques, Paris.
- Simon, H.: 1955, A behavioral model of rational choice, *Quarterly Journal of Economics* **69**, 99–118.
- Simon, H.: 1990, Invariants of human behavior, *Annual Review of Psychology* **41**, 1–19.
- Slovic, P.: 1972, From shakespeare to simon: Speculations—and some evidence—about man’s ability to process information, *Technical report*, Oregon Research Institute Research Bulletin.
- Slowinski, R. (ed.): 1992, *Intelligent decision support - Handbook of applications and advances of the Rough Sets theory*, Kluwer Academic, Dordrecht.
- Stewart, T. and Losa, F.: 2003, Towards reconciling outranking and value measurement practice, *European Journal of Operational Research* **145**, 645–659.
- Tamiz, M., Mardle, S. and Jones, D.: 1996, Detecting IIS in infeasible linear programmes using techniques from goal programming, *Computers and Operations Research* **23**(2), 113–119.
- Tversky, A. and Kahneman, D.: 1974, Judgment under uncertainty: heuristics and biases, *Science* **185**, 1124–1131.
- Tversky, A. and Kahneman, D.: 1991, Loss aversion in riskless choice: a reference-dependent model, *Quarterly Journal of Economics* **106**, 1039–1061.
- Tversky, A. and Simonson, I.: 1993, Context-dependent preferences, *Management Science* **39**, 1179–1189.

- Tversky, A., Sattah, S. and Slovic, P.: 1988, Contingent weighting in judgement and choice, *Psychological Review* **95**, 371–395.
- Vanderpooten, D.: 1989, *L'approche interactive dans l'aide multicritère à la décision : Aspects conceptuels, méthodologiques et informatiques*, Thèse de doctorat, Université Paris-Dauphine.
- Vincke, P.: 1989, *L'Aide Multicritère à la Décision*, Editions de l'Université de Bruxelles - Editions Ellipses, Bruxelles. English translation: *Multicriteria decision-aid*, Wiley, 1992.
- Von Nitzsch, R. and Weber, M.: 1993, The effect of attribute ranges on weights in multiattribute utility measurements, *Management Science* **39**(8), 937–943.
- Wansink, B., Kent, R. and Hoch, S.: 1998, An anchoring ad adjustment model of purchase quantity decisions, *Journal of Marketing Research* **35**, 71–81.
- Weber, M.: 1985, A method of multiattribute decision making with incomplete information, *Management Science* **31**(11), 1365–1371.
- Weber, M.: 1987, Decision making with incomplete information, *European Journal of Operational Research* **28**, 44–57.
- Weber, M. and Borcherding, K.: 1993, Behavioral influences on weight judgments in multiattribute decision making, *European Journal of Operational Research* **67**, 1–12.
- Weiss, S. and Kulikowski, C.: 1991, *Computer Systems That Learn. Classification and Prediction Methods from Statistics, Neural Nets, Machine Learning, and Expert Systems*, Morgan Kaufmann, San Francisco.
- Yu, W.: 1992, *Aide multicritère à la décision dans le cadre de la problématique du tri: méthodes et applications*, PhD thesis, LAMSADE, Université Paris Dauphine, Paris.
- Zionts, S. and Wallenius, J.: 1983, An interactive multiple objective linear programming method for a class of underlying nonlinear utility functions, *Management Science* **29**, 519–529.
- Zopounidis, C. and Doumpos, M.: 2000, PREFDIS: a multicriteria decision support system for sorting decision problems, *Computers & Operations Research* **27**(7-8), 779–797.