Aide MultiCritère à la Décision (AMCD)

(*MultiCriteria Decision Making/Aiding (MCDM/MCDA)*)

Meltem ÖZTÜRK: ozturk@lamsade.dauphine.fr

www.lamsade.dauphine.fr/ ozturk, enseignement

References

- B. Roy. *Methodologie multicritere d'aide a la decision*. Economica, Paris, 1985
- D. Bouyssou, T. Marchant, M. Pirlot, P. Perny, A. Tsoukiàs, and Ph. Vincke. *Evaluation and decision models: a critical perspective*. Kluwer Academic, Dordrecht, 2000.
- P.C. Fishburn. *Interval Orders and Interval Graphs*. J. Wiley, New York, 1985.
- R.D. Luce. *Semiorders and a theory of utility discrimination*. Econometrica, 24:178-191, 1956.

References

- M. Öztürk, A. Tsoukiàs, and Ph. Vincke. Preference modelling. In M. Ehrgott, S. Greco, and J. Figueira, editors, *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*, pages 27-73. Springer, 2005
- P.C. Fishburn. *Utility Theory for Decision Making*. Wiley, New York, 1970.
- M. Pirlot and Ph. Vincke. Semi Orders. Kluwer Academic, Dordrecht, 1997.
- B. Roy and D. Bouyssou. Aide Multicritère à la Décision: Méthodes et Cas. Economica, Paris, 1993.

Index

- Introduction
- Critère unique de synthèse
- Méthodes de surclassement
  - Modélisation des préférences
  - Comparaison par paires
  - Concordance/discordance

Historique

Les méthodes de surclassement ont été développées :

- dans les années 60 par B. Roy *et al.*,
- à l'occasion d'applications réelles,
- pour résoudre des difficultés rencontrées lors de l'utilisation d'approches de type critère unique de synthèse (compensation, données qualitatives, ...).

De nombreuses méthodes ont depuis été proposées : ELECTRE, PROMETHEE, ORESTE, MELCHIOR, TACTIC, MAPPAC, ...

Méthodes de surclassement

Les étapes des méthodes de surclassement:

- Détermination des éléments du problème (alternatives, critères, d'autres paramètres comme poids des critères, des seuils etc.)
- Comparaison par pair des alternatives sur chaque critère
- Agrégation des comparaisons par pair pour obtenir une comparaison entre pair d'alternatives
- Recommandation finale

Relation binaire

Comparaison par pair des alternatives sur chaque critère : relation binaire

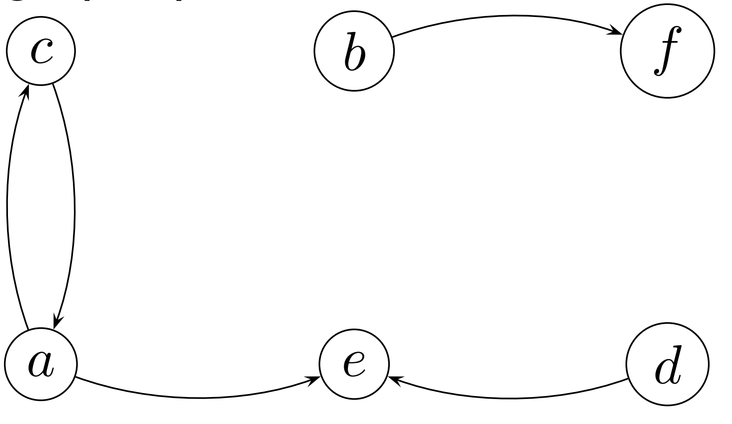
- Soit A un ensemble d'objets, de candidats, de décision, ...
- Une relation binaire R sur A est un sous-ensemble du produit cartésien de A (ı.e., $A \times A$),
- Exemple : $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ et $R = \{(a, b), (c, a), (d, e), (b, f), (a, e)\}$, on notera aRb ou $R(a, b)$ pour dire que a est en relation R avec b
- Une interprétation possible de R est : $aRb(R(a, b)) \Leftrightarrow a$ est préféré à b,

Relation binaire

- Représentation matricielle d'une relation:

$\Rsh$	a	b	c	d	e	f
a	0	0	1	0	1	0
b	0	0	0	0	0	1
c	1	0	0	0	0	0
d	0	0	0	0	1	0
e	0	0	0	0	0	0
f	0	0	0	0	0	0

- représentation graphique :



Propriétés des relations binaires

- R est **reflexive** ssi $(a,a) \in R (aRa), \forall a \in A$,
- R est **irreflexive** ssi $(a,a) \notin R\ (a\not{R}a), \forall a \in A$,
- R est **symétrique** ssi $(a,b) \in R \ \Rightarrow\ (b,a) \in R, \forall a,b \in A$,
- R est **asymétrique** ssi $(a,b) \in R \ \Rightarrow\ (b,a) \notin R, \forall a,b \in A$,
- R est **transitive** ssi
  $(a,b) \in R \wedge (b,c) \in R \Rightarrow (a,c) \in R, \forall a,b,c \in A$,
- R est **complète** ssi $(a,b) \in R$ et/ou $(b,a) \in R,\ \forall a,b \in A$.

Situations élémentaires de préférence

- **Préférence stricte** : P,
  il existe des raisons claires et positives qui justifient une préférence significative en faveur d'une des deux actions,
  P asymétrique,
- **Indifférence** : I,
  il existe des raisons claires et positives qui justifient une équivalence entre les deux actions,
  I symétrique et réflexive,
- **Incomparabilité** : J,
  Il n'existe pas de raisons claires et positives justifiant l'une des situations précédentes,
  J symétrique et irréflexive,

Structure de préférences

- $\{P, I, J\}$ est une structure de préférences si :
  - P asymétrique,
  - I symétrique et réflexive,
  - J symétrique et irréflexive,
  - $P \cup I \cup J$ complète,
  - P, I et J sont exclusives

Relation caractéristique

- Toute structure de préférences est caractérisée par la relation S définie par:

$$aSb \iff aPb \text{ ou } aIb \quad (S = P \cup I)$$

- En effet, on a:

$$aPb \iff aSb \text{ et } b\not{S}a$$
$$aIb \iff aSb \text{ et } bSa$$
$$aJb \iff a\not{S}b \text{ et } b\not{S}a$$

- aSb signifie: "*a est au moins aussi bon que b*"
- S est appelée relation de **surclassement**

Méthodes de surclassement

Relation de surclassement ($S(x, y)$) : “x est au moins aussi bon que y”

$$S(x, y) \quad \Longleftrightarrow \quad C(x, y) \wedge \neg D(x, y)$$

On dit qu’une action x surclasse une action y si :

- x est au moins aussi bonne que y relativement à une majorité de critères (condition de concordance : $C(x, y)$)
- sans être trop nettement plus mauvaise relativement aux autres critères (condition de non-discordance : $\neg D(x, y)$), c.à.d il n’y a pas de critère qui met son veto pour xSy.

Méthodes de surclassement

Exemple d'indice de concordance ($C(x, y)$):

$$C(x, y) \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{\sum_{j \in J_{xy}} w_j}{\sum_j w_j} \geq \gamma,$$

où

J_{xy} est l'ensemble de critère pour lesquels xSy
w_j est le poids d'importance du critère j
γ est le seuil de concordance (de majorité)

Méthodes de surclassement

Exemple d'indice de discordance ($D(x, y)$)

$$D(x, y) \iff \exists j : g_j(y) - g_j(x) > v_j$$

où

$g_j(x)$ l'évaluation de x pour le critère j
v_j est le seuil de veto pour le critère j

Exemple

Deux actions (a et b),cinq critères et $\gamma = 0.60$ (seuil de concordance)

	$Cr1$	$Cr2$	$Cr3$	$Cr4$	$Cr5$
a	10	50	1000	72	60
b	7	40	950	69	84
w_j	0.1	0.3	0.1	0.2	0.3
veto		15			20

- $C(a, b)$ car $\sum_{j \in J_{ab}} w_j = 0.1 + 0.3 + 0.1 + 0.2 = 0.7 \geq 0.6$
- $D(a, b)$ car $g_4(b) - g_4(a) = 24 > 20$

$\Longrightarrow \neg S(a, b)$

la relation de surclassement

Se servir de la relation de surclassement pour

- faire du choix : Electre I, Electre IV, Electre IS
- faire du rangement : Electre II et Electre III
- classer les alternatives : Electre TRI

problématique du choix

- la relation de surclassement peut ne pas être transitive : il peut y avoir des cycles
- la relation de surclassement n’est pas complète

$\Longrightarrow$ reduction des cycles et calcul du noyau

- reduction des cycles : tous les alternatives dans un cycle sont considérés équivalents
- noyau

problématique du choix

Noyau d'un graphe:

- toute action non surclassée est dans le noyau du graphe
- il n'y a pas de surclassement entre les actions présentes dans le noyau du graphe
- toute action qui n'est pas dans le noyau du graphe doit être surclassée par une action du noyau, sinon elle doit être mise dans le noyau

Un graphe peut avoir 1 ou plusieurs noyaux. Si un graphe est sans circuit, il n'a qu'un noyau.

problématique du choix

Alors comment faire si il y a plusieurs noyaux?

- Réaliser l'intersection de tous les noyaux des graphes : l'action choisie est dans cette intersection.
- S'il reste plusieurs actions, choisir une action qui n'est pas surclassée,
- sinon, proposer les actions restantes au décideur.

Electre IS: passer par des mesures flous pour le calcul des indices de concordance et de discordance

problématique du rangement

But: ranger les alternatives, dans la mesure du possible, de la meilleure à la pire :

- On détermine les alternatives non surclassées : les meilleures alternatives
- On les élimine et on détermine les alternatives non surclassées parmi celles restantes : les deuxièmes meilleures
- on élimine les dernières et on recommence, etc...

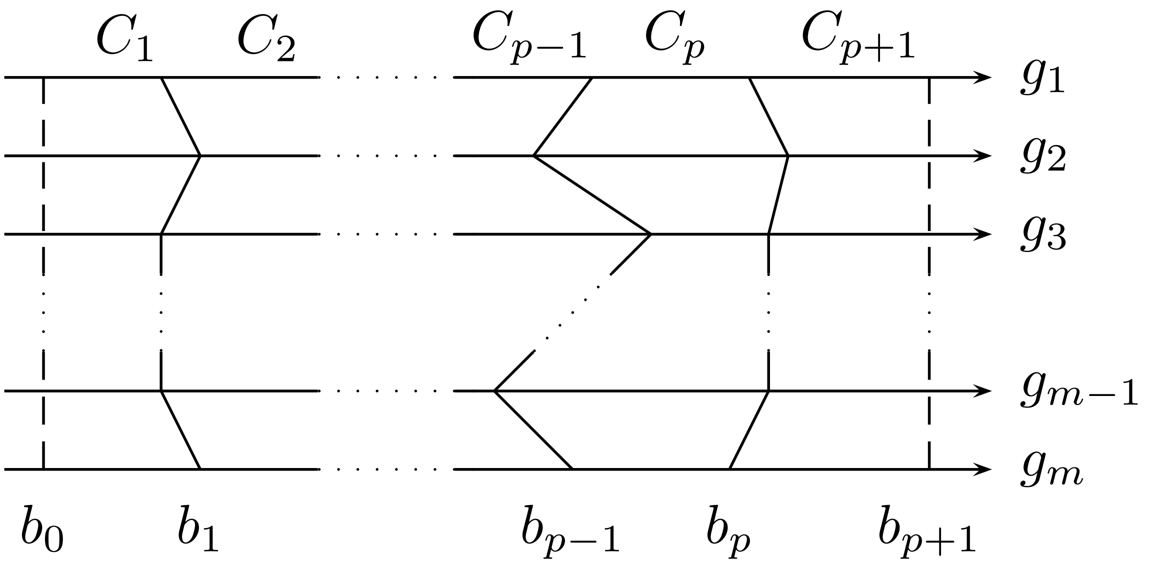
Electre II: deux rangements (elimination des non-dominées et elimination de non-dominants) et le résultat est l'intersection des deux rangements: rangement partiel

problématique de classement

- Affecter chaque action à une des catégories pré-définies (Partition de A)(par ex: attribution de crédits),
- il ne s'agit pas de comparer les actions mais d'apprécier leur valeur intrinsèque individuellement,
- l'affectation est ordonnée,
- trois étapes :
  - définir des actions de référence caractérisant les catégories (ici profils limites),
  - comparer chaque action $a \in A$ avec les actions de référence,
  - utiliser une procédure d'affectation

Electre Tri

1. définition des catégories : un ensemble d'actions de référence frontière $B = \{b_1, b_2, \ldots, b_p\}$,



2. chaque action est comparée avec les profils de référence frontière
3. deux procédures d'exploitation sont utilisées (optimiste et pessimiste).

Electre Tri

- **procédure pessimiste (conjonctive)** :

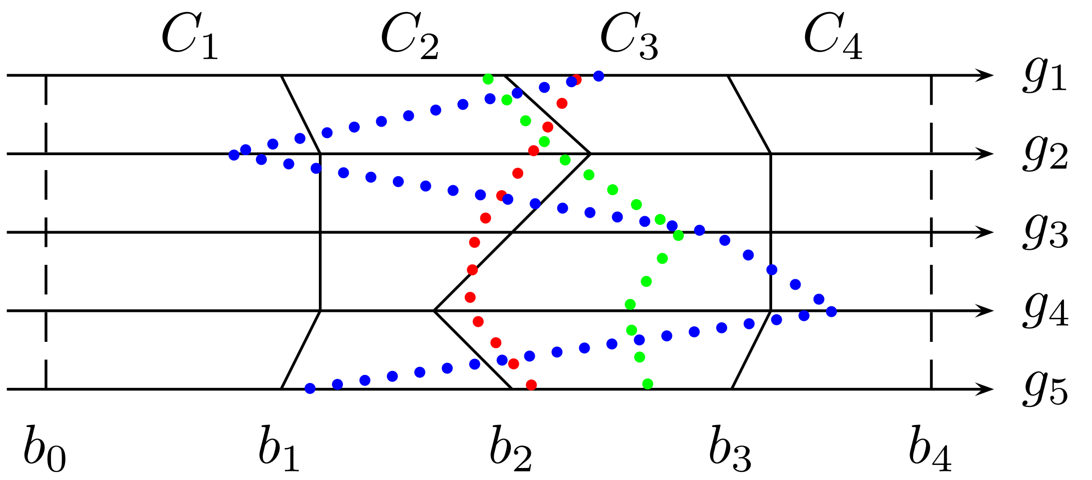
  a) comparer a successivement à b_i, pour i=p,p-1, ..., 0,
  b) soit b_h le premier profil tel que aSb_h,
  affecter a à la catégorie C_{h+1}.

- **procédure optimiste (disjonctive)** :

  a) comparer a successivement à b_i, i=1, 2, ..., $p+1$,
  b) soit $b_h$le premier profil tel que $b_h \succ a$,
  affecter a à la catégorie C_h.

- soit $Pes(a)$ ($Opt(a)$, resp.) l'affectation d'une action a par la procédure pessimiste (optimiste resp.), on a :
  - $Pes(a) \leq Opt(a)$
  - $Pes(a) < Opt(a)$ lorsque a est incomparable avec certains profils limites

Electre Tri, un exemple



	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4
a_1	a_1Pb_0	a_1Pb_1	a_1Pb_2	b_3Pa_1	b_4Pa_1
a_2	a_2Pb_0	a_2Pb_1	a_2Ib_2	b_3Pa_2	b_4Pa_2
a_3	a_3Pb_0	a_3Pb_1	a_3Jb_2	b_3Pa_3	b_4Pa_3

- $Pes(a_1) = C_3$, $Pes(a_2) = C_3$ et $Pes(a_3) = C_2$,
- $Opt(a_1) = C_3$, $Opt(a_2) = C_3$ et $Opt(a_3) = C_3$,

Des preferences plus sophistiquées

- Introduction des seuils: plusieurs relations binaires $\Longrightarrow$ modélisation des préférences

- Mesures flous

Modélisation des préférences

Evaluation:

	a	b	c
*E*valuation	25	11	9

Modélisation des préférences

Evaluation:

	a	b	c
Evaluation	25	11	9

Comparaison par pair avec des relations de préférence:

D1	a	b	c
a			
b			
c			

D2	a	b	c
a			
b			
c			

Modélisation des préférences

Evaluation:

	a	b	c
*E*valuation	25	11	9

Comparaison par pair avec des relations de préférence:

D1	a	b	c
a	I	P	P
b	P^{-1}	I	P
c	P^{-1}	P^{-1}	I

D2	a	b	c
a			
b			
c			

Modélisation des préférences

Evaluation:

	a	b	c
*E*valuation	25	11	9

Comparaison par pair avec des relations de préférence:

D1	a	b	c
a	I	P	P
b	P^{-1}	I	***P***
c	P^{-1}	***P***$^{-1}$	I

D2	a	b	c
a	I	P	P
b	P^{-1}	I	***I***
c	P^{-1}	***I***	I

Préordre complet

- Il est possible de représenter numériquement un préordre complet par :

$$\begin{cases} aPb \Leftrightarrow g(a) > g(b) \\ aIb \Leftrightarrow g(a) = g(b) \end{cases}$$

- La relation caractéristique S est représentée par :

$$aSb \Leftrightarrow g(a) \geq g(b)$$

- A chaque fois qu'un problème de décision est réduit à la comparaison de "gains", la structure de préférence sous-jacente est un pré-ordre.

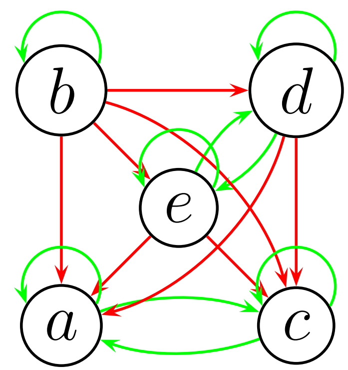
Préordre complet

- Un préordre complet correspond à la situation où on peut ranger tous les objets du "meilleur" au "moins bon" avec d'éventuels ex-aequos,
- la structure de préférences sous-jacente doit vérifier les propriétés suivantes:
  - $a \not{J} b, \forall a, b$ ($J = \emptyset$, pas d'incomparabilité),
  - aPb et $bPc \Rightarrow aPc$ (P est transitive),
  - aIb et $bIc \Rightarrow aIc$ (I est transitive).
- La relation caractéristique S est telle que :
  - aSb et bSc (ou non exclusif) : S est complète,
  - aSb et $bSc \Rightarrow aSc$ (S est transitive).

(Pré)ordre complet

- Dans un préordre complet :
  - la relation I est une relation d'équivalence (reflexive, symétrique et transitive)
  - la relation P est un "ordre faible" (asymétrique et négativement transitive : $a \not{P} b$ et $b \not{P} c \Rightarrow a \not{P} c$, $\forall a, b, c$).
  - la donnée de P suffit à connaître entièrement la structure,
- Un ordre complet est un pré-ordre complet dans lequel il n'y a pas d'ex-aequos
  - $I = \emptyset$,
  - la relation P est un ordre strict total.

Préordre complet : exemple



Surclassement

$A = \{a, b, c, d, e\}$
$P = \{(b, a), (b, c), (b, d), (b, e), (d, c), (e, c), (e, a), (d, a)\}$
$I = \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d), (e, e), (a, c), (c, a)\}$,
$J = \emptyset$, $S = P \cup I$

Une représentation numérique possible :

$$g(b) = 2, \; g(d) = g(e) = 1, \; g(a) = g(c) = 0$$

Intransitivité et seuils

$$\left\{\begin{array}{l}\text{intransitivité}\\ \text{préférence faible}\end{array}\right. \Longrightarrow \text{seuils} \Longrightarrow \text{intervalles}$$

Intransitivité et seuils

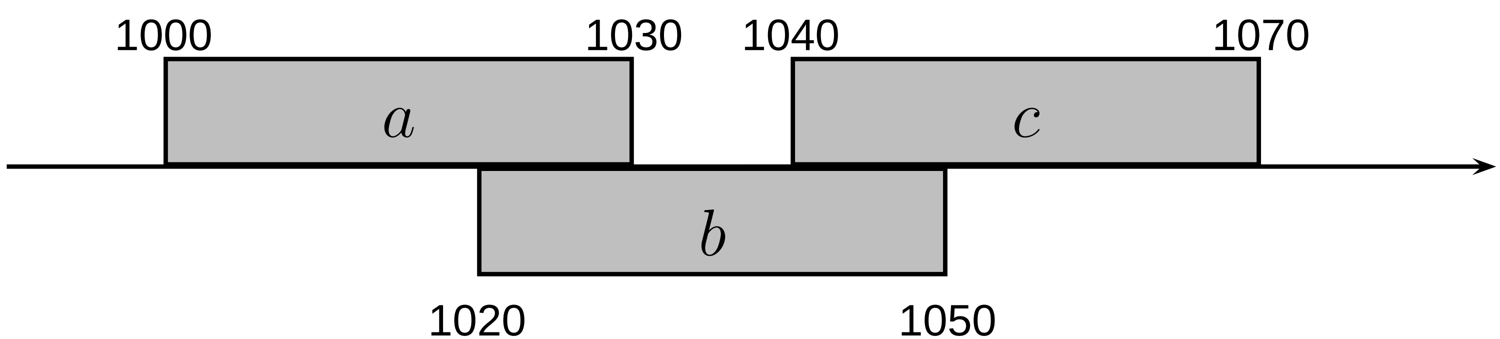
$$\left\{\begin{array}{l}\text{intransitivité}\\ \text{préférence faible}\end{array}\right. \Longrightarrow \text{seuils} \Longrightarrow \text{intervalles}$$

Soient a, b, c trois éléments de A avec
$g(a) = 1000, g(b) = 1020, g(c) = 1040$ et $q = 30$,

Intransitivité et seuils

$$\left\{\begin{array}{l}\text{intransitivité}\\ \text{préférence faible}\end{array}\right. \Longrightarrow \text{seuils} \Longrightarrow \text{intervalles}$$

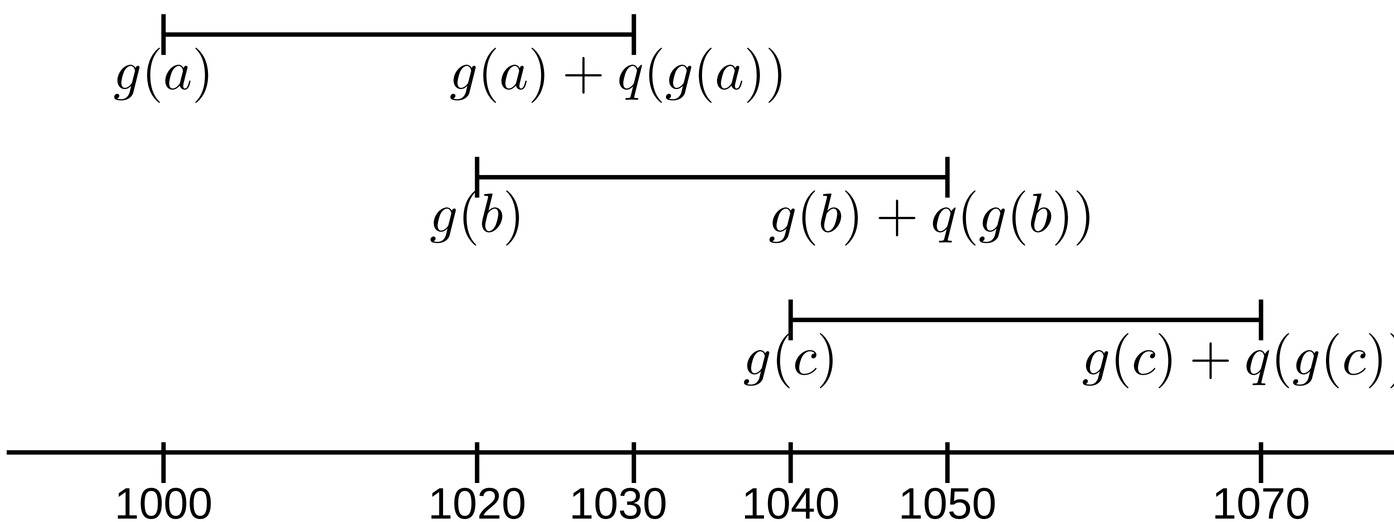
Soient a, b, c trois éléments de A avec
$g(a) = 1000, g(b) = 1020, g(c) = 1040$ et $q = 30$,



Représentation avec seuils: aIb et bIc mais cPa

Intransitivité, seuils et **intervalles**

Soient a, b, c trois éléments de A avec
$g(a) = 1000, g(b) = 1020, g(c) = 1040$ et $q = 30$,



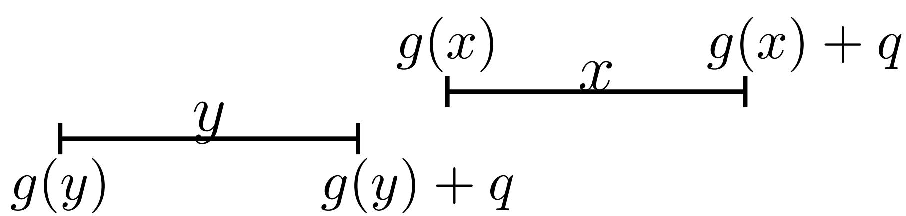
Représentation avec seuils: aIb et bIc mais cPa

Quasiordres

I intransitive: Luce ([Luce 1956]), quasiorders.

DÉFINITION 1 (QUASIORDRE) *Une relation réflexive $R = \langle P, I \rangle$ definie sur A, est un quasiordre si il existe une fonction g à valeurs réelles, définie sur A et une constante non-négative q tel que $\forall x, y \in A$,*

$$\begin{cases} xPy & \iff \quad g(x) > g(y) + q, \\ xIy & \iff \quad |g(x) - g(y)| \leq q. \end{cases}$$



xPy

Prise en compte d'un seuil

- Un seuil de discrimination vise à ne pas considérer comme significatives des petites différences ("tasse de café"),
- La transitivité de la relation d'indifférence n'est pas compatible avec l'existence d'un seuil de discrimination,
- Toute structure de préférences sous-jacente à un modèle à seuil vérifie :

$$\begin{cases} a \not R b, \; i.e., \; R = \emptyset \\ aPb, \; bIc, \; cPd \;\; \Rightarrow \;\; aPd \\ aPb, \; bPc, \; aId \;\; \Rightarrow \;\; dPc \end{cases}$$

- Toute structure de préférences vérifiant les propriétés ci-dessus peut être représenté par un modéle à seuil (si A fini ou denombrable),

Prise en compte d'un seuil

- La relation caractéristique S associée à un modèle à seuil est telle que ($\forall a, b, c, d \in A$):

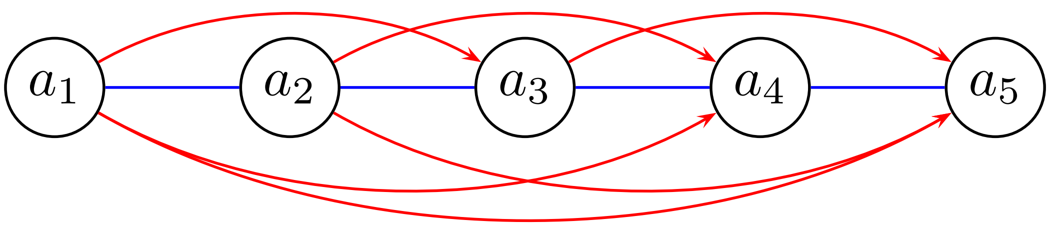
$$\begin{cases} aSb \text{ ou } bSa \quad (\text{ S est complète}) \\ aSb \text{ et } cSd \quad \Rightarrow \quad aSd \text{ ou } cSb \quad (\text{ S est de Ferrers}) \\ aSb \text{ et } bSc \Rightarrow aSd \text{ ou } dSc \;\; (\text{ S est semi-transitive}) \end{cases}$$

- Par définition, une structure de préférences est un quasi-ordre ssi elle est représentable par un modèle à un seuil,
- Dans un quasi-ordre, P est transitive ($PIP \subset P \Rightarrow P^2 \subset P$).

Quasi-ordre : un exemple

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
$g_j(a_i)$	1	2	3	4	5

- $q = 1.5$,
- $P = \{(a_1, a_3), (a_2, a_4), (a_3, a_5), (a_1, a_4), (a_2, a_5), (a_1, a_5)\}$,
- $I = \{(a_1, a_2), (a_2, a_3), (a_3, a_4), (a_4, a_5), (a_2, a_1), (a_3, a_2),$
  $(a_4, a_3), (a_5, a_4)\}$,
- $S = P \cup I$, $J = \emptyset$



Cas où le seuil est variable

- On peut souhaiter faire varier le seuil selon le niveau de l'échelle,
- On introduit souvent un seuil variable tel que :

$$\begin{cases} aPb & \Leftrightarrow & g(a) > g(b) + q(g(b)) \\ aIb & \Leftrightarrow & a\not{P}b \text{ et } b\not{P}a \end{cases}$$

- exemple :

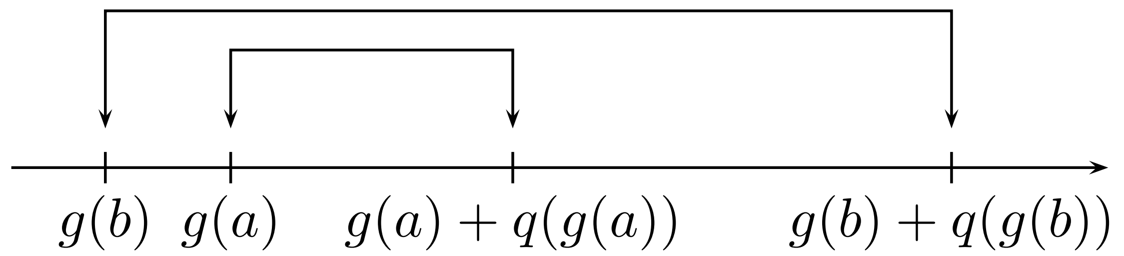
action	g	q	Intervalle
a_1	100	40	$[100, 140]$
a_2	130	30	$[130, 160]$
a_3	200	40	$[200, 240]$
a_4	230	20	$[230, 250]$
a_5	210	10	$[210, 220]$
a_6	190	15	$[190, 205]$

Cas où le seuil est variable

- Condition de cohérence:

$$g(a) > g(b) \quad \Rightarrow \quad g(a) + q(g(a)) > g(b) + q(g(b))$$

- Situation interdite :



- Si la condition de cohérence est vérifiée, alors la structure de préférences sous-jacente est un quasi-ordre et on peut se ramener (en transformant les fonction g et q) à un modèle où le seuil est constant (c'est le cas si $q(g(a)) = \alpha g(a) + \beta$).

Cas ou le seuil est variable

- Une structure de préférences est une structure d'ordre d'intervalle si:

$$\begin{cases} xPy & \iff \quad g(x) > g(y) + q(g(y)), \\ xIy & \iff \quad \begin{cases} g(x) \leq g(y) + q(g(y)), \\ g(y) \leq g(x) + q(g(x)), \end{cases} \end{cases}$$

- si la fonction q ne vérifie pas la condition de cohérence, alors la structure de préférences sous-jacente doit vérifier, $\forall a, b, c, d$:

$$\begin{cases} a\not{J}b,\ i.e.,\ J = \emptyset \\ aPb,\ bIc,\ cPd \ \Rightarrow \ aPd \end{cases}$$

$$\begin{cases} aSb \text{ ou } bSa \quad (\text{ S est complète}) \\ aSb \text{ et } cSd \ \Rightarrow \ aSd \text{ ou } cSb \quad (\text{ S est de Ferrers}) \end{cases}$$

Prise en compte de deux seuils

- Il peut sembler arbitraire de déterminer une valeur en dessous de laquelle il y a indifférence et au dessus de laquelle une préférence stricte existe,
- Il existe souvent une zone d'hésitation,
- On introduit un seuil de préférence (en plus du seuil d'indifférence) au delà duquel il existe une préférence stricte,
- Entre le seuil d'indifférence et le seuil de préférence existe une zone d'ambiguité dans laquelle le décideur hésite entre l'indifférence et la préférence,

Prise en compte de deux seuils

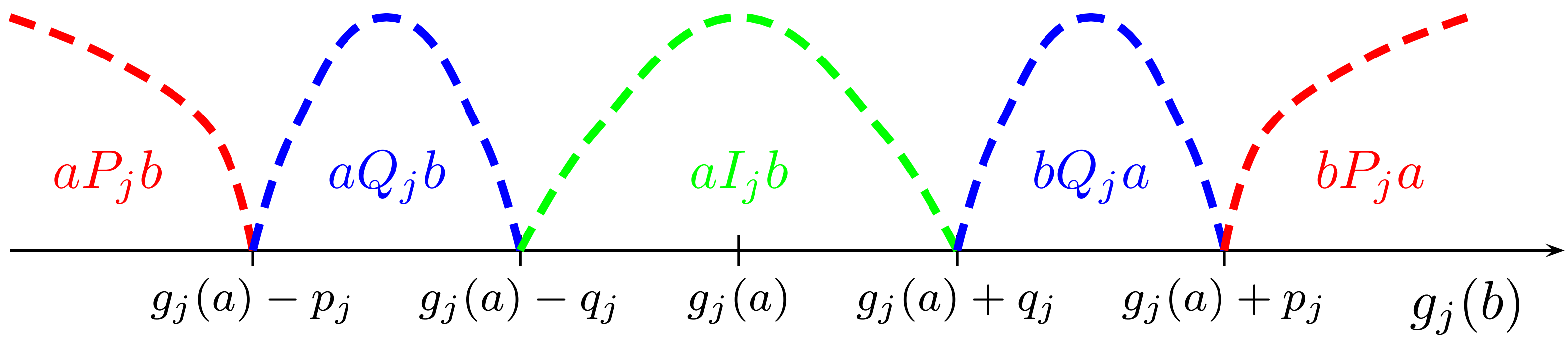
- Le modèle est le suivant :

$$\begin{cases} aPb & \Leftrightarrow & g(a) > g(b) + p(g(b)) \\ aQb & \Leftrightarrow & g(b) + p(g(b)) \geq g(a) > g(b) + q(g(b)) \\ aIb & \Leftrightarrow & \begin{cases} g(b) + q(g(b)) \geq g(a) \\ g(a) + q(g(a)) \geq g(b) \end{cases} \end{cases}$$

- Q représente une relation de préférence "faible" qui traduit une situation d'hésitation entre une indifférence et une préférence,

$\Longrightarrow$ Pseudo-critère

Notion de pseudo-critère



Cas particuliers :

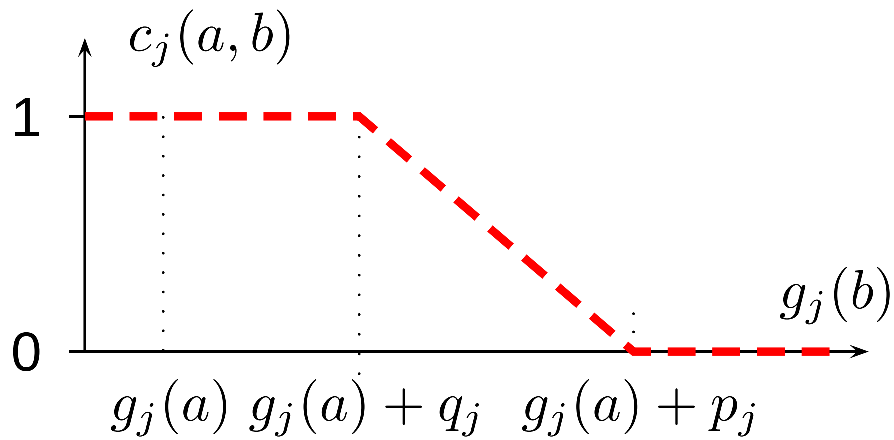
- $p_j = q_j$: quasi-critère,
- $q_j = 0$: pré-critère,
- $p_j = q_j = 0$: vrai-critère.

Condition de concordance

- concordance partielle : on examine la contribution de chaque critère à la proposition aSb,
- indice de concordance partiel $c_j(a,b) \in [0,1]$, $(j = 1,\ldots,p)$,
  - $c_j(a,b) = 0$ ssi g_j n'est pas du tout en faveur de aSb,
  - $c_j(a,b) = 1$ ssi g_j est totalement en faveur de aSb,
  - $c_j(a,b) \in]0,1[$ ssi g_j est partiellement en faveur de aSb,
- ce qui peut se formuler par :

$$c_j(a,b) = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad g_j(a) \geq g_j(b) - q_j \\ 0 & \text{si} \quad g_j(a) \leq g_j(b) - p_j \\ \frac{p_j - (g_j(a) - g_j(b))}{p_j - q_j} & \text{si} \quad \text{sinon} \end{cases}$$

Concordance partielle



exemple:

$$\begin{cases} g_j(a) = 10 \\ g_j(b) = 12 \\ g_j(c) = 13 \\ g_j(d) = 14 \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} p_j = 3 \\ q_j = 1 \end{cases}$$

Concordance globale

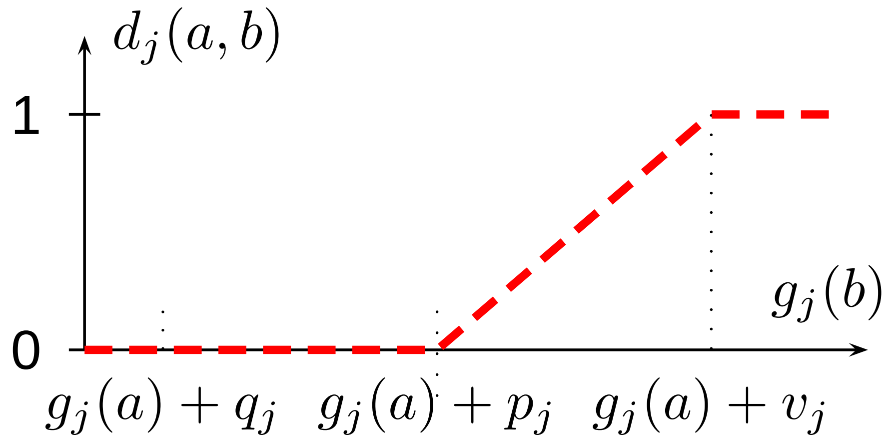
- La concordance globale apprécie la contribution de l'ensemble des critères à l'affirmation aSb
- L'indice de concordance globale $C(a,b) \in [0,1]$:
  - $C(a,b) = 0$ lorsqu'aucun critère n'est en faveur de l'affirmation aSb,
  - $C(a,b) = 1$ lorsque tous les critères sont en faveur de l'affirmation aSb,
  - $C(a,b) \in]0,1[$ lorsque "certains" critères sont en faveur de l'affirmation aSb,
- ce qui peut se formuler par :

$$C(a,b) = \sum_{j=1}^{p} w_j c_j(a,b)$$

avec w_j le poids associé au critère g_j, $\sum_{j=1}^{p} w_j = 1$

Condition de non-discordance

- A chaque critère g_j, on associe un seuil de veto v_j tel que si $g_j(a) < g_j(b) - v_j$ pour un j donné, alors on rejette aSb
- On définit, sur chaque critère, un indice de discordance partielle $d_j(a,b) \in [0,1]$ tel que.
  - $d_j(a,b) = 0$ si g_j ne s'oppose pas à aSb,
  - $d_j(a,b) = 1$ si g_j s'oppose totallement à aSb,
  - $d_j(a,b) \in]0,1[$ si g_j s'oppose en partie à aSb,



Relation de Surclassement dans Electre III-Electre tri

- Dans Electre III-tri, une relation de surclassement floue est définie par l'indice de crédibilité $\sigma(a, b) \in [0, 1]$,
- si aucun critère n'est discordant $\sigma(a, b) = C(a, b)$,
- si un/plusieurs critère(s) est/sont discordant(s) $\sigma(a, b) < C(a, b)$,
- si $d_j(a, b) = 1$ pour un critère alors $\sigma(a, b) = 0$,
- formulation :

$$\sigma(a, b) = C(a, b).\prod_{j \in \overline{F}} \frac{1 - d_j(a,b)}{1 - C(a,b)} \in [0, 1]$$

avec $\overline{F} = \{j \in F$ tel que $d_j(a, b) > C(a, b)\}$

Résumons

- les méthodes de surclassement se basent sur des comparaisons par pairs des alternatives
- la relation de surclassement est formée de deux indices: concordance et discordance
- ces deux indices permettent l'introduction de veto et d'incomparabilité
- on peut introduire des seuils et des mesures floues
- on fait la recommandation finale pour notre problématique

D’autres aspects d’aide à la décision

- Construction de la famille cohérente de critère
- Elicitation des préférences
- Management de l’incertitude, Etude de robustesse
- Modélisation des préférences
- Aspects combinatoires
- Dépendances entre les critères
- Aspects psychologie cognitive
- Decision automatique
- Construction d’indicateurs
- ...