

CAHIER DU LAMSADE

Laboratoire d'Analyse et Modélisation de Systèmes pour l'Aide à la Décision
(Université Paris-Dauphine)

Unité de Recherche Associée au CNRS n° 825

MODÉLISATION ET SYSTÈME INTERACTIF DE PLANIFICATION DE STOCKS LIÉS

CAHIER N° 119
septembre 1993

A. SCHAAL
H. M'SILTI
P. TOLLA

reçu en décembre 1992.

TABLE DES MATIÈRES

	<u>Pages</u>
Abstract	i
Résumé	i
Introduction	1
1. Description de la situation de gestion	2
1.1 Présentation	2
1.2 La problématique de l'achat-vente des véhicules	2
1.3 La problématique de la gestion des relations fournisseurs	3
1.4 Choix des variables de décision	3
2. Modélisation de l'achat-vente	4
2.1 Ecriture des contraintes	4
2.2 Le critère	5
2.3 Le modèle PL1	5
3. Résolution du problème	6
3.1 Choix d'une approche	6
3.2 Le problème S/D	8
3.3 Le module seuil	10
3.4 Le module d'achat et de vente qualitatif	10
3.4.1 L'achat qualitatif	11
3.4.2 Algorithme employé	12
Conclusion	12
Bibliographie	13
Notations	13

PATTERN, INTERACTIVITY AND PLANNING OF TIED STOCKS

Abstract

This paper describes an inventory problem from a car rental company. The work presented here is the basis of the further development of a management system of the stocks of cars. Main difficulties are to be found in the interactions between the different stocks and in the survey of the relation between the suppliers and the company. We propose a hierarchy of models which allows us to solve, at different levels, the management problem.

Key words : Integer Linear Programming, Inventory Control, Decision Support System.

MODELISATION ET SYSTEME INTERACTIF DE PLANIFICATION DE STOCKS LIES

Résumé

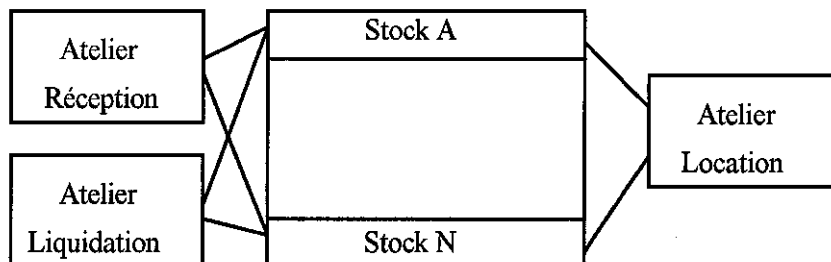
L'objet de cet article est de présenter un modèle de gestion de stocks d'une entreprise de location de véhicules. Le travail présenté ne fournit qu'une base de la future étude de ce cas concret qui permettra d'évoluer vers un système interactif d'aide à la gestion des stocks. Les principales difficultés rencontrées ici sont liées à la présence de liens entre les différents stocks et à la gestion des relations avec les fournisseurs. Nous proposons une hiérarchisation des modèles permettant de résoudre, à des niveaux différents, la problématique posée.

Mots Clés : Programmation linéaire en nombres entiers, Gestion de stocks, Système interactif d'aide à la décision.

Introduction

Cet article concerne un problème de gestion de flotte similaire à celui déjà étudié par S.C. PARIKH [1], à ceci près que nous ne disposons pas de lois de probabilités décrivant l'activité s'adressant à l'entreprise et que nous devons aborder la problématique du retraitement des unités stockées. Le problème, tel qu'il nous a été soumis, se rapproche des problèmes NP - difficiles de planification à long terme de processus continus [2]. Nous présentons ici une formulation linéaire du problème, puis nous proposons une première reformulation initiée par une phase d'évaluation menée auprès du décideur.

Le domaine étudié concerne la gestion des stocks de véhicules destinés à la location, la recherche des meilleures stratégies vis-à-vis des fournisseurs et la "liquidation" des stocks périmés de véhicules. Comparé à la gestion de stock classique, il s'agit de posséder un niveau imposé de stock pour répondre à la demande de "l'atelier de location" dans un entrepôt partagé par différents stocks dont les sorties et les entrées sont de capacités limitées. L'accent doit être mis sur la gestion des relations fournisseurs qui interviennent simultanément sur plusieurs stocks et sur l'âge des véhicules stockés. De plus, nous devons fournir un modèle de gestion dynamique de l'entrepôt sur une année.



Le but de cet article est de démontrer la fiabilité de l'analyse mathématique fondée sur la *hiérarchisation des modèles* et de décrire le fonctionnement d'un système complexe à l'aide d'une *stratégie réaliste et exploitable*. L'approche envisagée doit aboutir à la construction d'un *modèle global d'aide à la décision* répondant aux attentes du demandeur de l'étude dont les préoccupations sont de deux ordres :

Gestion des Opérations : fonder et éclairer, avec des arguments scientifiques, le coût des décisions prises ; relations avec les constructeurs, contraintes stratégiques, analyse de la demande, simulation, modélisation de la situation de gestion, ...

Développement d'un Système Interactif d'Aide à la Décision : construction d'un modèle mathématique et développement d'un système informatique pour sa mise en oeuvre.

L'étude impose :

Le choix d'un algorithme d'optimisation.

L'analyse post optimale des résultats pour l'étude de la stabilité des solutions obtenues.

Tout autant que l'optimisation, la connaissance de l'information et de sa circulation en amont et en aval (analyse des données et filtrage) est demandée en vue de fixer une stratégie prenant en compte l'historique de la société. Il y a lieu de signaler que cet objectif est à plus long terme.

Traitement de l'information —→ Aide à la Décision —→ Interactivité.

Le travail a été mené entre le décideur de l'entreprise : responsable de la gestion des stocks et des achats de véhicules et les auteurs.

Nous nous sommes bornés, dans un premier temps, à proposer une modélisation sous forme d'un problème linéaire "classique" qui nous a permis d'introduire les différentes contraintes (Section 2) et à procéder à une première séparation (Section 3) entre planification stratégique (négociation à long terme des contrats d'achats et de revente) et les décisions tactiques à court terme (sur quels marchés de vente opérer, comment adapter les niveaux de la flotte, ...).

1 Description de la Situation de Gestion

1.1 Présentation

La flotte gérée se décompose en catégories de véhicules différenciées par les tarifs de location. Les relations avec les constructeurs imposent une gestion de marque qui relie les différentes catégories entre elles. Le critère à surveiller est le coût de gestion de la flotte. Tout autant que l'accord cadre négocié annuellement, la publication des bilans mène à une gestion annuelle de la flotte.

La flotte gérée est composée de :

- Véhicules courants ;
- Véhicules à équipement spécialisé : Automatique, Air conditionné, etc ;
- Véhicules utilitaires légers : Minibus ;
- Véhicules de haut de gamme : version sport, cabriolet.

Cet ensemble de véhicule se décompose en 14 catégories tarifaires, chacune d'entre elles pouvant regrouper jusqu'à 5 modèles différents.

Les principales règles de gestion sont :

- R1.Dépréciation l'ancienneté d'un véhicule fait partie de la définition du modèle pour gérer sa dépréciation mensuelle ;
- R2.Péremption les véhicules ne peuvent avoir une ancienneté supérieure à 6 mois ;
- R3.Logistique les capacités de traitement de la société en réception (de véhicules neufs achetés) et en expédition (de véhicules usagés vendus) sont limitées ;
- R4.Primes il existe une obligation d'achat de véhicules auprès de certains constructeurs pour obtenir des Primes (de volume et de campagne) ;
- R5.Demande la flotte doit répondre à une demande de location (bornes inférieure et supérieure de niveau de flotte) ;
- R6.Liquidation le marché de revente des véhicules est sensible, donc il ne faut pas le saturer ;
- R7.Diversité une catégorie doit inclure plusieurs modèles de véhicules.

Les véhicules ne sont livrés que trois mois après leur commande. Il faut tenir compte de l'estimation des marchés auxquels la société fait face pour agir. Pour la tactique de vente, une fois la décision de déstockage prise, il faut choisir de revendre¹ les véhicules sur trois marchés de vente différents qui sont :

- Buy-Back le retour au constructeur qui se charge de les écouler par ses propres moyens ;
- Particulier la vente directe du véhicule par les vendeurs de la société ;
- Occasion la vente de lots de véhicules auprès des professionnels de l'occasion.

Simultanément, plusieurs lots de véhicules sont présents à l'intérieur d'un même Car-Group (ligne de tarification). Un lot est caractérisé par :

- Modèle identique ;
- Même date d'achat ;
- Même type de vente choisi ;
- Ancienneté identique.

1.2 La Problématique de l'Achat-Vente des Véhicules

Il faut définir les dates d'entrée en flotte des véhicules en tenant compte de l'environnement auquel est soumis l'entreprise en respectant les règles R2 à R6. Le niveau de la flotte, connu à un mois T, une estimation des besoins de la clientèle étant disponible, il faut alors déterminer mensuellement, pour chaque catégorie, le nombre de véhicules à acheter et à vendre compte tenu

¹Les décisions de vente ne sont efficaces que pour 70% d'entre elles (problème de localisation des véhicules)

de l'ancienneté de la flotte. Nous sommes donc confrontés à une situation de gestion de stock comprenant des achats soumis aux contraintes que nous décrivons maintenant. Un programme de renouvellement des stocks doit préciser :

La quantité de véhicules à acheter (du modèle m).

La quantité de véhicules à vendre (du modèle m , de l'âge k).

La nature du marché de vente auquel on s'adresse.

Des règles de déstockage existent à deux niveaux et viennent réduire l'espace des possibles :

Pas de vente de véhicules dont l'ancienneté est inférieure à 3 mois.

Les véhicules dont l'ancienneté dépasse 6 mois sont obligatoirement vendus.

Ces règles permettent de réduire le nombre des variables de décision. Cette problématique est globale sur l'année car elle fournit le cadre d'action de l'activité flotte. Cependant, elle est remise en cause à chaque information nouvelle concernant l'environnement de l'entreprise.

1.3 La Problématique de la Gestion des Relations Fournisseurs

Deux aspects différents de politique tarifaire² des fournisseurs vis-à-vis de la société apparaissent ici (par tranche de commande) :

les "primes de campagne" qui sont contingentes au volume global d'achat sur une référence.

les "primes de volume" qui concernent les volumes d'achats des différentes références proposées par un même fournisseur.

Le premier point est relativement bien traité en gestion des stocks, le second est plus "difficile" [3]. Dans le "Holding Cost"³, l'aspect des primes de volume et des primes de campagne est non linéaire ; les autres aspects sont des coûts "constants" appliqués à chaque opération de liquidation, de vente ou de maintien en stock. Nous allons intégrer cette composante dans la problématique définie ci-dessus en choisissant des *seuils* à atteindre selon les conditions définies par les constructeurs.

1.4 Choix des Variables de Décision

Les livraisons s'échelonnent durant toute l'année et les véhicules sont disponibles pour le début du mois considéré. La décision d'achat doit donc être connue mois par mois pour chaque modèle. Lors de la décision d'achat, il faut choisir une durée de possession qui peut aller jusqu'à 6 mois; ainsi les véhicules entrés en flotte en Décembre seront gérés jusqu'en Mai (cas le plus défavorable)⁴.

Pour un véhicule de modèle m , les décisions liées sont les livraisons nécessaires du modèle m au mois j avec une ancienneté à la revente de k mois où $m = 1..70$, où $j = 1..12$ (Janvier..Décembre), où $k = 3..6$. et $v = \{\text{buy-back, particulier, occasion}\}$. Nous noterons $a(j,k,m,v)$ les variables de décision ; elles spécifieront le volume à livrer en période j pour le lot défini par k , m et v .

Il est évident que la règle **R2**, ainsi que les contraintes de non revente de véhicules "trop" jeunes sont prises en compte dans l'ensemble K dans lequel l'indice k prend ses valeurs. Rien n'interdit de paramétrer K en fonction du constructeur ou du modèle de véhicule considéré; pour plus de clarté dans la modélisation, nous utiliserons dans l'article un ensemble $K = \{3,4,5,6\}$ pour tous les modèles.

² Ces politiques donnent lieu à des négociations annuelles entre les fournisseurs et la société.

³ Coût de détention mensuel d'une unité stockée. Ce paramètre est à la base de notre système d'évaluation.

⁴ Pour un véhicule livré au 1er Décembre qui sera susceptible d'être revendu jusqu'au mois de Mai suivant.

2. Modélisation de l'Achat Vente

2.1 Ecriture des Contraintes

Cette section reprend⁵ chacune des règles R3 à R7 ; nous proposons une modélisation sous forme de modèle linéaire classique. L'ensemble des notations est défini en fin de l'article.

2.1.1 Logistiques (R3)

Ces contraintes limitent les livraisons et liquidations mensuelles de l'entreprise.

$$\sum_{v \in V} \sum_{g \in F} \sum_{m \in M_g} \sum_{k \in K} a(j, k, m, v) \leq \text{LOGA}(j) ; \forall j \in J.$$

$$\sum_{v \in V} \sum_{g \in F} \sum_{m \in M_g} \sum_{k \in K} a(j - k, k, m, v) \leq \text{LOGV}(j) ; \forall j \in J.$$

2.1.2 Primes (R4)

On impose un certain volume d'achat annuel dans le but d'obtenir des primes choisies.

$$L(c) \leq \sum_{v \in V} \sum_{k \in K} \sum_{m \in C} \sum_{j \in J} a(j, k, m, v) \leq U(c) ; \forall c \in C.$$

2.1.3 Demande^{6,7} (R5)

Il s'agit de satisfaire à la demande de location connue mensuellement.

$$L(j, g) \leq S(j, g) \leq U(j, g) ; \forall j \in J, \forall g \in F$$

$$\text{où } S(j, g) = S(j - 1, g) + \sum_{v \in V} \sum_{m \in M_g} \sum_{k \in K} a(j, k, m, v) - \sum_{v \in V} \sum_{m \in M_g} \sum_{k \in K} a(j - k, k, m, v)$$

$$\text{et : } S(1, g) = S(0, g) + \sum_{v \in V} \sum_{m \in M_g} \sum_{k \in K} a(1, k, m, v) - \sum_{v \in V} \sum_{m \in M_g} \sum_{k \in K} a(1 - k, k, m, v)$$

où $S(0, g)$ est le stock initial de véhicules en début d'année, de même pour les $a(j, k, m, v)$, $k \leq 3$ où

$a(1 - k, k, m, v)$ est une variable auxiliaire, pour tout k décrivant K , issue du programme d'achat de l'année précédente. Pour le mois j , $a(j, k, m, v)$ fournit les livraisons demandées, lesquelles sont soumises à des contraintes pendant toute leur durée de vie.

2.1.4 Liquidation (R6)

Il s'agit de ne pas saturer les marchés de vente ($V(j, m, b) = +\infty$).

$$\sum_{k \in K} a(j - k, k, m, v) \leq V(j, m, v) ; \forall v \in V, \forall j \in J, \forall m \in F.$$

2.1.5 Diversité (R7)

Cette dernière contrainte nous permet de ne pas produire de plans de stockages mono-modèles.

$$0 \leq \sum_{v \in V} \sum_{k \in K} a(j, k, m, v) \leq \text{TNC}(j, g) * U(j, g) ; \forall j \in J, \forall m \in F, \forall g \in F.$$

En effet, un modèle quelconque de véhicule ne peut représenter plus de 70 % de l'effectif global de son car-group. La valeur de $\text{TNC}(j, g) = 70 \%$ est exogène et provient de décisions prises par les gestionnaires de flotte ; dans l'article, nous laissons ces bornes identiques pour tous, sachant qu'elles peuvent dépendre du car-group, du modèle ou de la période considérée.

⁵ La règle de gestion qui concerne la péremption de la flotte (R2) est prise en compte par la définition des variables de décisions en identifiant l'âge des véhicules et en restreignant cet espace de vieillissement.

⁶ Il s'agit de respecter une constitution idéale de flotte.

⁷ Cette contrainte est récursive et il faut faire la part entre les variables auxiliaires (j négatif) et les variables principales de décision.

2.2. Le Critère

Ce critère reprend les demandes de la société. Il regroupe donc deux dimensions qui sont l'aspect d'amortissement et de dépréciation d'un véhicule et la capacité de vente.

$$B(j,k,m) = a(j,k,m,o) * [Pnbb(m) + Pv(j,k,m,o) - Vah(j,k,m) - Pa(j,k,m) + Po(m)] \\ a(j,k,m,p) * [Pnbb(m) + Pv(j,k,m,p) - Vah(j,k,m) - Pa(j,k,m) + Po(m)] \\ a(j,k,m,b) * [Vac(j,k,m) - Vah(j,k,m) - Pa(j,k,m) + Po(m) - Fbb(k,m)].$$

$$\text{Il s'agit de Maximiser : } B(F) = \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{m \in F} B(j,k,m).$$

2.3 Le Modèle PL1

Ce modèle a été présenté sous la forme d'un problème linéaire en nombres entiers⁸ de la forme : Max $< c, x >$

$$\text{s.c : } Ax \leq b$$

$$x \geq 0$$

$$x \in \mathbb{N}$$

où A est la matrice définie par les contraintes, b est le vecteur des seconds membres, c est le vecteur des coûts définis par la formulation du critère d'optimisation et x est le vecteur formé par les a(j,k,m,v)

Type de Contraintes	2.1.1	2.1.2	2.1.3	2.1.4	2.1.5
Nombre de Contraintes	22	40	308	2310	770
Nombre d'éléments non nuls par contraintes	840	480	60	4	12

La matrice A comporte 3450 lignes pour 9240 colonnes et son creux est de l'ordre de 2%. La matrice des contraintes de PL1 est très creuse et possède la propriété de ne contenir que des coefficients de module égal à 0 ou à 1. Il existe plusieurs modélisations sous forme de graphe en gestion de stock⁹ et cette structure pourrait intervenir ici, à ceci près que la durée de vie des produits ainsi que les contraintes portant sur le niveau des stocks (demande interne) ne peuvent être gérées de cette manière.

Le tableau suivant fournit un résumé des dimensions de couplage induites par l'écriture des contraintes. Il est établi en se basant sur les arguments des sommations qu'elles font intervenir.

Couplant Contrainte	mois	modèle	Car-Group	Flotte	Année
2.1.1.	♦			♦	
2.1.2.				♦	
2.1.3.			♦		♦
2.1.4.	♦	♦			
2.1.5.	♦		♦		

Pour la contrainte de Respect de Constitution de Flotte (2.1.3.), les décisions de durée de vie, prises lors des périodes précédentes, interviennent dans la mesure où elles fixent le stock initial en début de période. Par contre, les décisions de durées de vie prises pendant le mois j - 3 (délai de livraison égal à trois mois) ont des conséquences pour les mois j à j + 5. Pendant ces six mois, ces

⁸ Différentes méthodes de résolution en nombres entiers s'offrent à nous, sans qu'aucune ne soit fortement polynomiale (ou même des méthodes qui ne soient pas polynomiales : recherches tabous) : la méthode que nous avons implémentée est l'out of kilter qui nous permet de résoudre un problème de flot à coût minimum tout en restant en entier.

⁹ Notamment sous forme de flots simples et de multiflots. On pourra notamment consulter les ouvrages de Elmagharby [8], Ford et Fulkerson [4], R  he [9].

véhicules sont soumis aux contraintes de respect de demande, de liquidation et de diversité. C'est donc cette famille de contraintes qui introduit la dimension annuelle. Il est évident qu'un travail sur ces contraintes permettrait de diminuer le temps de résolution du modèle qui, pour l'instant, ne permet pas d'envisager une implémentation in-situ (matériel P.C. uniquement disponible dans l'entreprise).

3. Résolution du Problème

3.1. Choix d'une Approche :

Le problème linéaire PL1 présenté dans la section 2 de l'article résulte d'une approche théorique et globale du système de stockage de l'entreprise. Cette approche nous a permis de cerner les contraintes de fonctionnement du modèle telles qu'elles se présentaient in-situ. Par ailleurs, elle a servi à répertorier les différents aspects intervenant ici : l'aspect dynamique mais aussi l'aspect de couplage entre date d'achat et durée de possession compte tenu du fort turn-over des flottes de véhicules gérées.

Dans la modélisation proposée par PL1, le critère d'optimisation est uniquement une traduction, en termes économiques du coût de possession des véhicules en flotte. Ce critère se limite à la seule dimension comptable des performances, ce qui peut apparaître comme réducteur vis-à-vis de certains comportements des décideurs.

D'autre part, le problème stratégique des relations fournisseurs n'est envisagé que de manière statique. En effet, on construit un *système de seuil* (cf. R4, Section 2) dont on vise spécifiquement un intervalle, ce qui a pour effet de linéariser le critère. Ce *système de seuil* nous amène à choisir, pour chaque constructeur, un intervalle d'achat fixé.

Dans un premier temps, nous nous restreindrons à la seule dimension comptable comme critère de choix, ce qui est acceptable vis-à-vis des situations rencontrées car ce critère est un élément capital pour les demandeurs de l'étude. L'analyse qui nous a été demandée par le décideur dans l'entreprise doit porter sur la réduction des coûts de gestion de la flotte avant d'aborder l'étude qualitative.

Avant de proposer une stratégie réaliste¹⁰ et exploitable de la résolution de l'étude, il faut préciser qu'une décomposition de la problématique peut s'avérer utile, ne serait-ce que par l'effet de la taille de PL1 qui induit des temps de résolution importants sur du petit matériel (y compris pour sa relaxation en continu ; sur station de travail, avec les bibliothèques appropriées, le temps de résolution est de l'ordre de quelques secondes) . Or, il nous faut proposer un système d'aide à la décision traitant la planification des achats à long terme, la gestion des relations fournisseurs et la recherche de plans d'opérations (stockage et déstockage) mensuels. Ce système doit pouvoir être utilisé dans un cycle question-réponse lors du test des contrats d'achats. Cette optique de modélisation nous amène à décomposer l'étude du problème en plusieurs modules liés, chacun d'entre eux fournissant aux autres un cadre d'action prenant en charge une partie de la problématique.

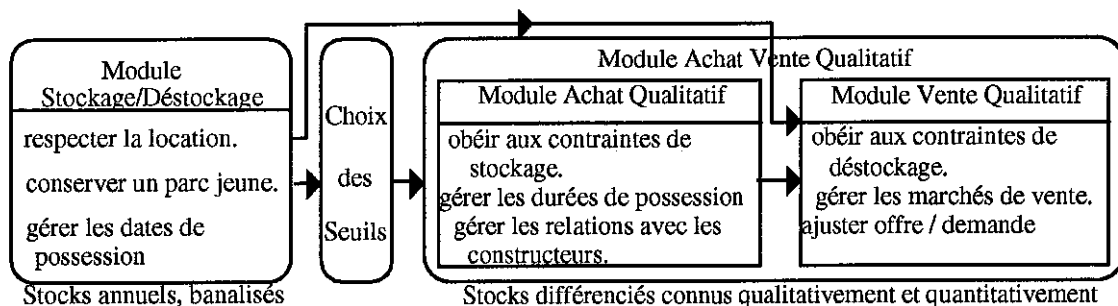
La gestion annuelle (à long terme) du stockage-déstockage est rendue difficile par les contraintes portant sur les relations fournisseurs. En effet, ces dernières lient les variables de décision horizontalement dans la dimension temps et verticalement entre les différents stocks de véhicules. La phase de dialogue homme d'étude - décideur a permis de scinder la démarche de production des paramètres de PL1, elle nous a incités à proposer une décomposition en modules. Dans un premier temps, un module va traiter le problème de la demande interne de location. Il va

¹⁰Compte tenu des délais impartis, l'accent a été mis en priorité sur la modélisation et la décomposition du problème PL1 en vue de procéder à une analyse des données (sensibilité) utilisées par le système. La deuxième partie, en cours de réalisation, concerne le traitement du problème global et son implémentation à l'aide d'un système automatique. De plus amples informations sur le problème numérique lié à la résolution du modèle seront présentées dans un article en cours de préparation.

arbitrer entre la demande exprimée en jours-location, les dates d'achats et les dépréciations mensuelles. Ce module va fournir les volumes mensuels d'achats demandés en tenant compte des quatre anciennetés différentes possibles à la liquidation. Ces volumes seront "banalisés" dans la mesure où l'on ne connaît pas le(s) modèle(s) acheté(s) mais uniquement les réceptions et les liquidations mensuelles.

Un second module va assumer la problématique des "primes" et traitera de l'aide à la négociation des contrats tout en s'assurant de leur mise en oeuvre. Un troisième va assumer la production des plans de livraison et de liquidation des véhicules des flottes mensuellement. Ainsi, nous avons décomposé la problématique en trois modules :

- 1/ Module Stockage / Déstockage : gestion quantitative des différents stocks en vue de répondre à la demande interne tout en respectant des contraintes opérationnelles.
- 2/ Module Seuil : gestion qualitative des relations fournisseurs en tenant compte de l'enveloppe d'opération décrite par S/D.
- 3/ Module Achat et Vente Qualitatif : gestion de la livraison et de la liquidation mensuelle des véhicules au vu des dernières estimations de marché.

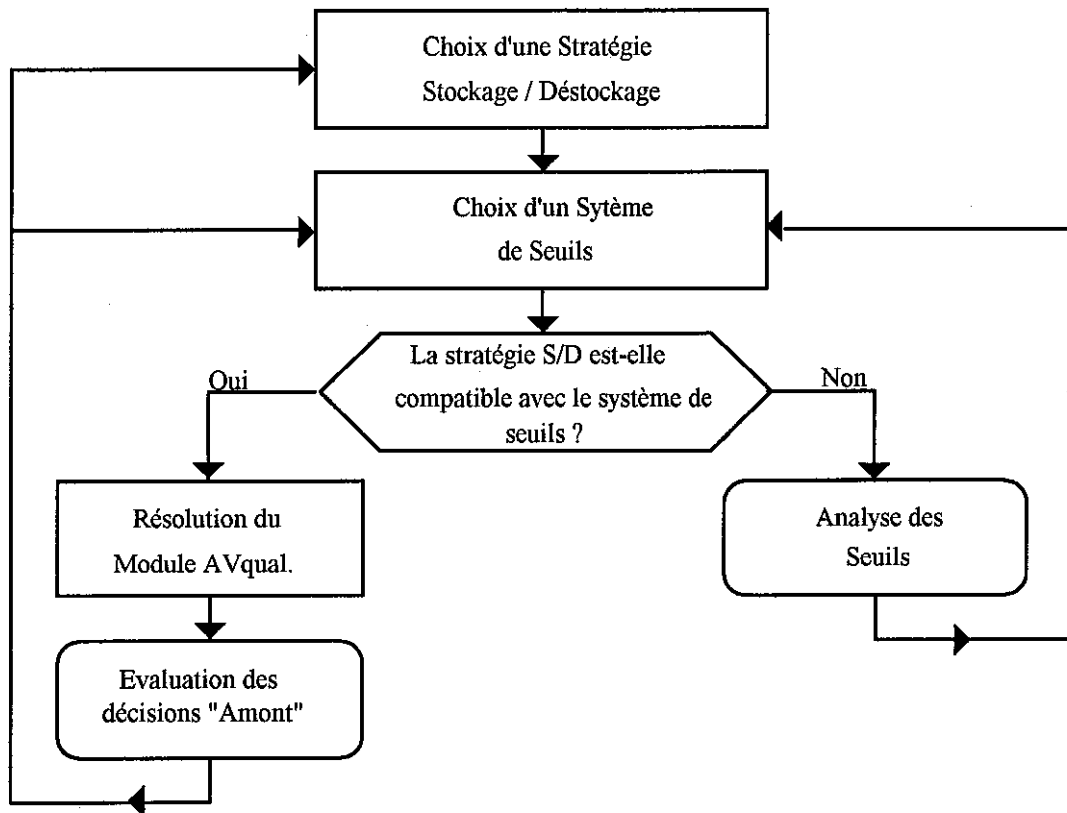


Ce découpage correspond à une analyse descendante des besoins de gestion des demandeurs de l'étude et sépare les aspects stratégiques de la gestion de plusieurs stocks des aspects de mise en oeuvre des décisions mensuelles. Le choix que nous présentons est de se ramener à des problèmes que l'on sait résoudre et sur lesquels on puisse effectuer une étude qualitative des solutions obtenues (notamment en ce qui concerne leur sensibilité vis-à-vis des paramètres les plus volatiles : demande de location, capacité d'absorption des marchés de liquidations). Cette décomposition correspond à une démarche d'agrégation des différents modèles (module S/D) puis à une ventilation (module AVQual).

Les différents modules sont liés par des relations différentes selon le type de questions que l'on désire aborder. Un premier mode opératoire est, à partir d'estimations de demandes de location, d'établir un plan de livraison et de liquidation des véhicules tout en s'assurant de rester cohérent avec des contrats constructeur, un âge de flotte et une stratégie S/D (cf. organigramme)

Un second mode opératoire est d'aider le négociateur lors de la conclusion d'un contrat constructeur en évaluant le système de seuils et de primes proposé eu égard aux autres contrats déjà signés ou susceptibles de l'être et à une estimation de demande-location.

Dans cette optique, des situations de blocage peuvent apparaître et remettre en cause certains éléments de l'analyse en cours comme, par exemple, le système de seuils et de primes testé. De façon générale, une analyse de résultat peut, à tout moment, provoquer une modification des paramètres d'un problème ou bien remettre en cause les résultats d'un module "amont". A elles seules, les étapes d'évaluation des solutions proposées par les différents modules introduisent une dimension interactive dans le processus d'aide à la décision.



3.2. Le Problème S/D

C'est le module de gestion de stock dynamique qui fournit des propositions de volume d'achat et de vente par période compatibles avec la politique générale de stockage de l'entreprise. Il tient compte de :

- * La charge de travail de l' atelier de Réception et de l' atelier de Liquidation qui agissent sur les volumes mensuels des achats et des ventes de chaque ligne de stockage.
- * La demande interne qui porte sur le niveau des stocks mensuels.
- * L'âge des véhicules en stocks¹¹.

A ce stade, chaque stock est banalisé car l'analyse pratiquée est strictement quantitative. Il s'agit de fournir des mouvements mensuels de stockage et de déstockage. Les relations entre les différents stocks sont réduites aux partages des ateliers de liquidation et de réception chaque mois. Nous allons proposer une formulation de *découplage de ce problème*.

Ce premier module va fournir des stratégies de stockage-déstockage utilisées lors du choix des seuils à atteindre auprès des différents constructeurs et pour les différents modèles de véhicules. Le module S/D prend en charge l'aspect dynamique du problème de gestion de stocks multi-période. Chaque stock va être défini en fonction des dates d'achats et de la durée de possession des différents lots achetés, sous les contraintes précédentes.

Ce choix d'une politique d'extension et de diminution du volume d'un Car-Group vient consommer des ressources communes aux flottes (les capacités des ateliers de réception et de liquidation). Il faut donc gérer un *partage de capacité* entre les différents stocks existants. Soit $CR(g,t)$ et $CL(g,t)$ les consommations des ressources rares à ne pas excéder pour le Car Group g à la période t . Soit $a(t,k)$ le volume du lot de véhicules livrés en période t , pour une durée prévue de k mois (ce lot sera liquidé en fin période $t + k - 1$).

¹¹ le vieillissement d'un véhicule a comme coût la dépréciation moyenne supplémentaire provoquée par le maintien du véhicule en stock.

Il s'agit de trouver une affectation "optimale" des ressources rares CL et CR, chaque mois, entre les différents stocks. Ces affectations de ressources, positives ou nulles, sont contraintes par (R3) :

$$\sum_{g \in F} CL(g, t) \leq 2500. \forall t \in \{1, \dots, 12\}.$$

$$\text{et : } \sum_{g \in F} CR(g, t) \leq 2500. \forall t \in \{1, \dots, 12\}.$$

Le critère est de trouver l'allocation (CL(g,t), CR(g,t)) compatible minimisant :

$$\sum_{t=1}^{12} \sum_{g \in F} f_g(CL(g, t), CR(g, t))$$

Le problème de chaque flotte est alors 'séparé' des autres problèmes ; il est contraint par¹² :

a) Demande d'activité pour le mois t

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{k=3}^6 a(t-i+1, k, g) + \sum_{i=4}^6 \sum_{k=i}^6 a(t-i+1, k, g) \geq d(t, g); \forall t \in \{1..12\}, \forall g \in F.$$

b) Capacité d'expansion limitée au mois t $\sum_{k=3}^6 a(t, k, g) \leq CR(g, t); \forall t \in \{1..12\}, \forall g \in F.$

c) Capacité de liquidation limitée au mois t $\sum_{k=3}^6 a(t-k, k, g) \leq CL(g, t); \forall t \in \{1..12\}, \forall g \in F.$

e) Critère¹³ $\text{Min} \left[\sum_{t=1}^{12} \sum_{k=3}^6 HC(t, k) * a(t, k, g) \right]; \forall g \in F.$

où HC(t,j) est la dépréciation mensuelle moyenne d'une référence de cette ligne de stock.

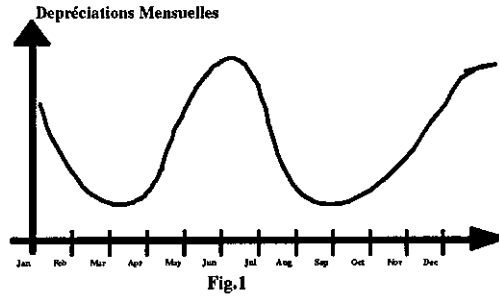


Fig.1

La courbe représentée par la figure 1 donne l'aspect des dépréciations selon les dates auxquelles elles s'appliquent. Elle se présente avec deux "bosses" dues, pour celle du milieu, au changement de millésime en Juillet de l'année, ce qui revient à déprécier de 24% la valeur marchande d'un véhicule en un mois et, pour la seconde, aux problèmes de taxation directe, indirecte et d'assurance.

Cette allocation par les ressources nous permet de considérer des petits problèmes dynamiques en lieu et place d'un modèle qui aurait comporté près de 880 variables et autant de contraintes. Cependant, elle nous amènera à optimiser plusieurs fois des "sous-problèmes" dont la taille est de 44 variables pour 44 contraintes.

¹² Nous pourrions envisager d'ajouter la contrainte suivante portant sur l'âge moyen des stocks :

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{k=3}^6 j * a(t-i+1, k, g) + \sum_{i=4}^6 \sum_{k=i}^6 k * a(t-i+1, k, g) \leq a_{cg}(t) * \left(\sum_{i=1}^3 \sum_{k=3}^6 a(t-i+1, k, g) + \sum_{i=4}^6 \sum_{k=i}^6 a(t-i+1, k, g) \right); \forall t \in \{1..12\}, \forall g \in F.$$

¹³ Nous pourrions aussi prendre en compte dans le critère le coût de sur-stockage d'un véhicule dans un car-group g : $CS(t, g) \times I_{[d(t, g), \infty]}(a(t, k, g)) * (a(t, k, g) - d(t, g))$ où CS(t,g) désignerait un coût de sur-stockage pour la période t.

Le principe d'optimisation des sous-problèmes, vu leur taille réduite, restera un problème linéaire traité par une méthode simpliciale. Cependant, l'aspect particulier de la matrice des contraintes peut poser des problèmes de dégénérescence car il existe des lignes qui sont des combinaisons linéaires d'autres lignes, au second membre près. La première phase d'un simplexe nous permettra d'éliminer les lignes redondantes et établira la cohérence des seconds membres. Le principe d'optimisation du "master-program" n'a pas encore fait l'objet d'une étude approfondie et fait partie du futur proche de cette étude.

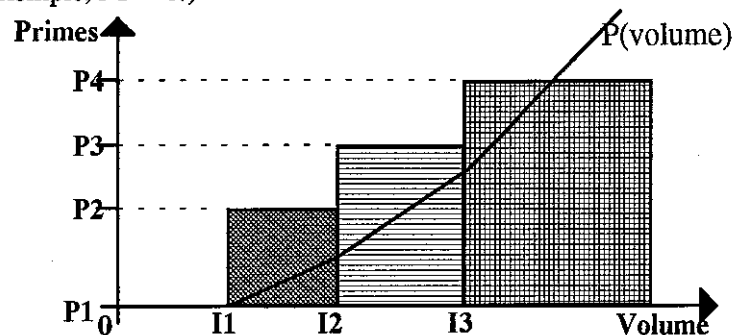
3.3 Le Module Seuil

Si A représente le volume global de véhicules à acheter pour l'année en cours¹⁴, nous devons le "partager" entre les différents constructeurs en veillant à ne pas produire des car-group "mono-modèle"¹⁵ (règle R7). Soit s_m le nombre de véhicules de modèle m achetés sur la période de référence. La somme des s_m pour tous les modèles d'un même constructeur va définir la prime de volume atteinte auprès de celui-ci, tandis que chacun des s_m va définir la prime de campagne atteinte.

Soit $P(s_m)$ la prime de campagne du modèle m :

$$P(s_m) = P1 * \text{Min}\{\text{Max}\{s_m, 0\}, I1\} + P2 * \text{Min}\{\text{Max}\{s_m - I1, 0\}, I2 - I1\} \\ + P3 * \text{Min}\{\text{Max}\{s_m - I2, 0\}, I3 - I2\} + P4 * \text{Max}\{s_m - I3, 0\}.$$

où : $I1$, $I2$ et $I3$ sont trois seuils tarifaires ; $P1$, $P2$, $P3$ et $P4$ sont les quatre primes qui y sont liées (dans notre exemple, $P1 = 0$.)



Cette fonction de s_m est linéaire par morceaux. Quant aux primes de Volumes, elles s'expriment de la même façon que les primes de campagne, à ceci près qu'elles sont des fonctions polynomiales de $\sum s_m$ pour tout modèle m du constructeur c . Pour chaque modèle (ou constructeur), nous pouvons imposer certains seuils et réduire ainsi l'espace des possibles notamment de ceux fournissant les "meilleures" primes de volume et de campagne pour $\sum P(s_m)$, pour tout modèle m du constructeur c à volume d'achat global annuel fixé. Dans un premier temps, nous avons supposé que ce module n'était pas actif et nous imposons certains seuils à atteindre.

3.4. Le Module d'Achat et de Vente Qualitatif

Ce module concerne l'étude des capacités d'expansion des flottes. Une fois spécifiés les volumes d'achats par période et par ligne de stock, nous cherchons les meilleures politiques d'achat compte tenu des seuils minimaux imposés par la politique fournisseur. Le système de bornes et de capacités est issu des deux modules amonts et il s'agit maintenant de trouver des volumes compatibles avec ce système et minimisant un coût d'opération que nous supposerons linéaire. Les problèmes de gestion de stock dynamique ont été résolus en amont et nous allons séparer l'étude de l'expansion de la flotte de l'étude de la liquidation des véhicules usagés.

¹⁴ Nous présentons une méthode envisagée pour obtenir A en section 3 ; A est issu de la résolution du module S/D et se présente sous la forme d'un vecteur de N^{880} .

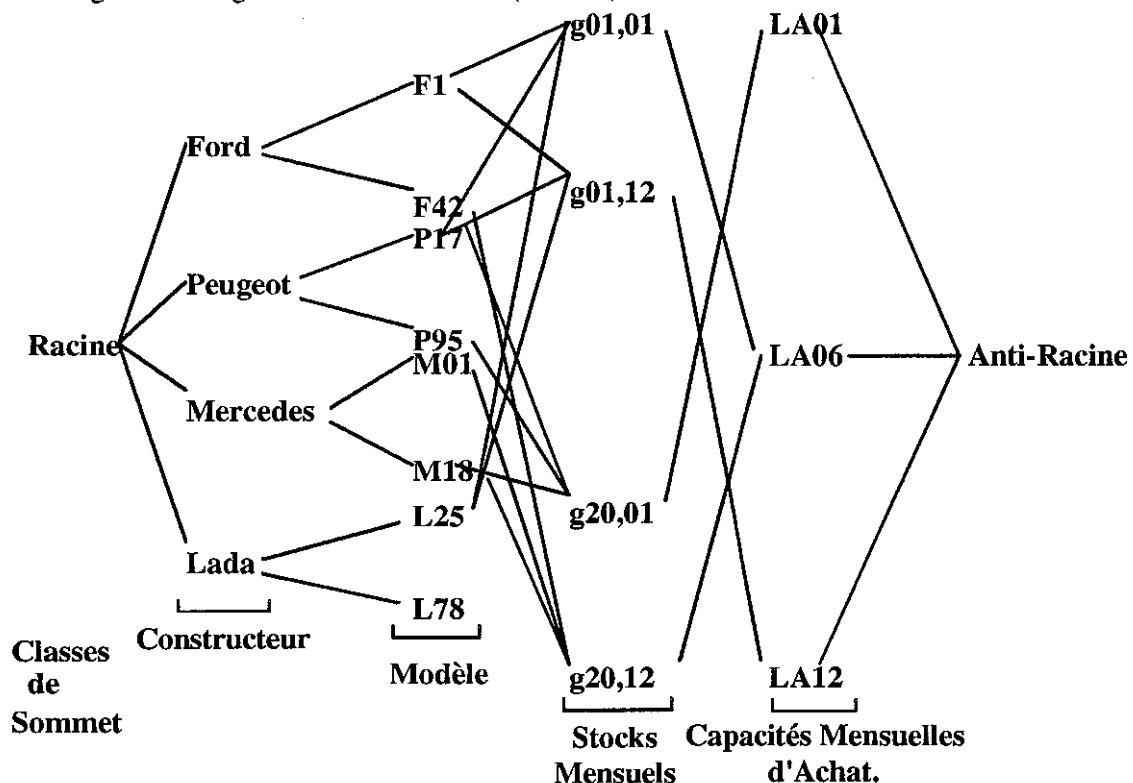
¹⁵ Contrainte du type: $s(m) \leq Ag * TNC(j,g) ; \forall m \in g, \forall g \in F, \forall j \in J$.

3.4.1. L'Achat Qualitatif

Nous le présentons sous la forme d'un graphe $G = (X, U)$ dans lequel, les sommets représentent les constructeurs, les modèles, les stocks mensuels et les contraintes logistiques d'achats mensuelles. Ce graphe possède 209 sommets et 675 Arcs dans le problème traité. Les bornes et capacités des arcs de ce graphe auront une signification issue des règles de gestion de la section 1 et leur valeur proviendra des modules précisés :

- Les arcs (Constructeurs , Modèles) sont soumis aux contraintes de seuils d'achats (module seuils).
- Les arcs (Modèles , Stocks mensuels) sont évalués au "holding-cost" correspondant sous l'hypothèse d'une liquidation "buy-back" à 6 mois d'ancienneté.
- Les arcs (Stocks Mensuels , Logistique Achat Mensuelle) sont soumis aux contraintes de volume d'achat (module S/D).
- Les arcs (Logistique Achat Mensuelle , Anti-Racine) sont soumis aux contraintes de capacité d'opération de l'atelier Réception.

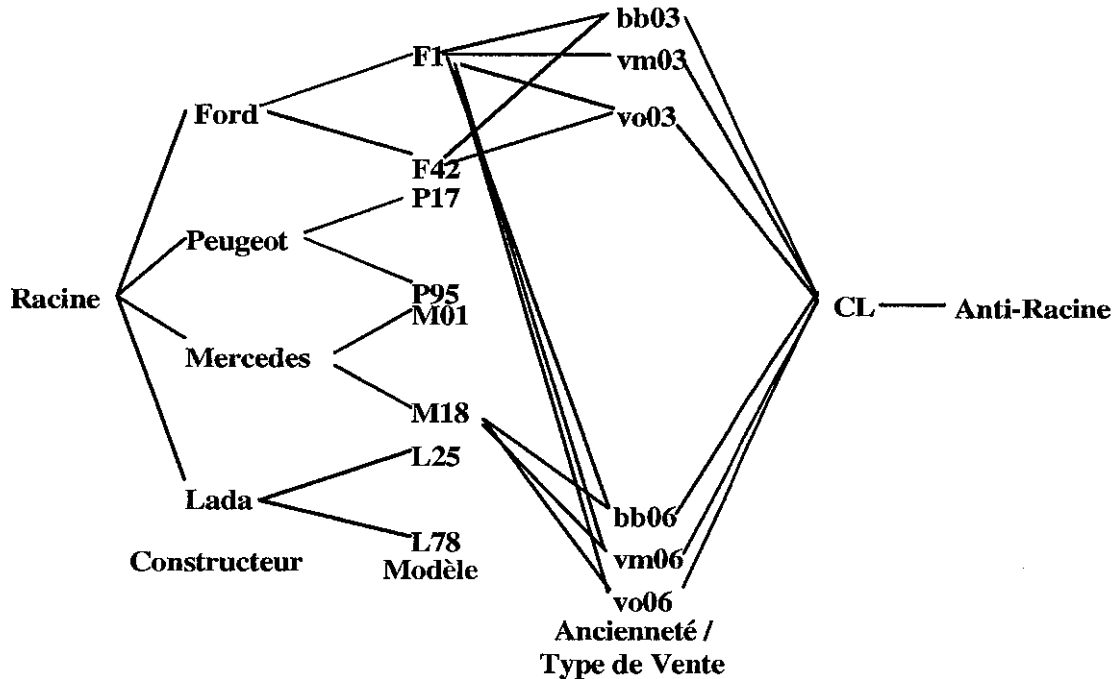
Ce graphe a la structure d'un réseau : il est connexe, possède une racine et une anti-racine et est orienté. Les coefficients bornes, capacités et coûts sont des entiers, ce qui assure la convergence de l'algorithme mis en oeuvre (cf. 3.3.4).



Ce module fournit la meilleure stratégie dans le "pire des cas" car nous évaluons le coût de détention par une durée de possession de 6 mois et une liquidation par retour au fournisseur. Les paramètres de ce problème, rappelons-le, sont issus des deux modules précédents ; on conserve donc une stratégie d'achat compatible avec les stratégies de stockages définies en amont.

3.4.2. La Vente Qualitative

Une fois les modules précédents résolus, le décideur connaît la composition de sa flotte et les lots qu'il est susceptible de vendre. Il peut alors chercher la meilleure façon de liquider ses véhicules en choisissant quels modèles devront être vendus sur quels marchés.



Ce modèle peut être transformé pour remettre en cause les résultats du module de S/D en un problème de vente Multi-Période.

3.4.3. Algorithme Employé

Nous utilisons l'algorithme des "Arcs Non Conformés" [4] - [7] pour les problèmes modélisés sous forme de graphes. Cet algorithme est basé sur une approche Primale Duale du problème de la recherche d'un flot compatible à coût minimum et fournit une solution en nombres entiers.

Le problème primal s'écrit :

$$\begin{aligned} \text{Min } & \sum_{u \in U} \gamma_u \cdot \varphi_u \\ \text{s.c. } & \\ & A \cdot \varphi = 0. \\ & b \leq \varphi \leq c. \end{aligned}$$

et le problème dual s'écrit :

$$\begin{aligned} \text{Max } & \sum_{u \in U_1} b_u \cdot (\gamma_u - \theta_u) + \sum_{u \in U_2} c_u \cdot (\theta_u - \gamma_u) \\ \text{s.c. } & -\gamma + \theta = \theta_p - \theta_m \\ & \theta_p \geq 0, \theta_p = \theta - \gamma \text{ sur } U_1 \text{ et } 0 \text{ sur } U_2. \\ & \theta_m \geq 0, \theta_m = \gamma - \theta \text{ sur } U_2 \text{ et } 0 \text{ sur } U_1. \end{aligned}$$

où : $U_1 = \{ u \in U / \gamma_u > \theta_u \}$ et $U_2 = \{ u \in U / \gamma_u < \theta_u \}$.

Rappelons que le typage des arcs reprend la conformité "physique" mais aussi "économique" des arcs et des chemins auxquels ils appartiennent et qu'il fait appel à des conditions sur les variables du Primal comme du Dual. Cet algorithme a pour complexité $O(m \cdot n^2)$ [4] où m est le nombre d'arcs du graphe et n le nombre de sommets du graphe. Le coût des arcs valués a été linéarisé dans le module de choix des seuils d'achats.

La non-existence d'une solution réalisable est caractérisée par un arrêt de cet algorithme avec un ensemble d'arcs non conforme "physiquement" non vide. Selon la nature de ces arcs, ce sera le module "seuils" ou bien le module "gestion de stock dynamique" qui aura fourni des paramètres inadaptés. Si les capacités rendent non réalisable le flot, alors nous remettons en cause le module S/D; par contre, si ce sont les bornes, alors ce sera le module de choix des seuils que nous ré-étudierons.

Conclusion

Cet article définit et justifie l'approche utilisée dans ce problème. L'optimisation proprement dite a débuté sur le module d'achat et de vente qualitatif. Cette première évaluation a remis en cause la pauvreté du critère proposé. Elle a initié une étude sur les préférences du décideur par le

biais de modules "gestion de stock dynamique" et "choix des seuils". Le développement de ces modules amène à la mise en place d'un système interactif d'aide à la décision.

Dans un futur proche, notre effort va porter sur l'aspect de décomposition du problème de gestion dynamique des stocks et sur l'analyse des critères, avec un recours éventuel à l'analyse multicritère pour arbitrer entre le critère "comptable" dominant et les préférences du décideur.

Bibliographie

- [1] S.C. PARICKH, *On a fleet sizing and allocation problem*, **Management Science**, Vol. 23, N°. 9, p972-977, 1977.
- [2] N.V. SAHINIDIS ET I.E. GROSSMANN, *Multiperiod capacity expansion for optimal design of industrial complexes*, **Operational Research '90**, Pergamon Press, 1990, p. 549-564.
- [3]. J. BENASSY, *La gestion des stocks*, Hermès, Paris, 1991.
- [4]. L.R. FORD ET D.R. FULKERSON, *Flows in Networks*, Princeton University Press, Princeton, 1962.
- [5] C. BERGE ET A. GHOULA-HOURI, *Programmes, Jeux et Réseaux de Transport*, Dunod, Paris, 1962.
- [6] M. GONDRAN ET M. MINOUX, *Graphes et Algorithmes*, Eyrolles, Paris, 1979.
- [7] M. MINOUX ET G. BARTNIK, *Graphes, Algorithmes, Logiciels*, Dunod, Paris, 1986.
- [8] S.E. ELMAGHRABY, *Some Networks Models in Management Science*, Springer Verlag, New York, 1970.
- [9] G RÜHE, *Algorithmic Aspects of Flows in Networks*, Kluwer Academic Publishers, 1991.

Notations

Indices

j	mois ; ($j \in J = \{1..12\}$).
k	ancienneté ; ($k \in K = \{3,4,5,6\}$).
m	modèle ; ($m \in M = \{\text{ensembles des modèles envisagés pour toutes les flottes}\}$, $ M $ désigne le cardinal de l'ensemble M, $ M = 70$).
v	marché de vente ; ($v \in V$, $ V = 3$).
c	fournisseur ; ($c \in C$, $ C = 10$).
g	car group ou ligne de stockage ; ($g \in F$, $ F = 20$).
Mg	ensemble des modèles formant un car-group.
F	ensemble des car-groups gérés dans la flotte.

Données

LOGA (j)	capacité de traitement maximum en réception de véhicules.
LOGV (j)	capacité de traitement maximum en expédition de véhicules.
L(c), U(c)	bornes inférieures et supérieures des quantités à acheter auprès du constructeur c pendant l'année en cours.
L (j,g)	nombre minimal de véhicules à détenir dans le Car-Group g durant la période j.
U(j,g)	nombre maximal de véhicules à détenir dans le Car-Group g durant la période j.
S(j-1,g)	stock de véhicules détenu dans g en début de période j - 1.
V(j,m,v)	nombre maximum de véhicules du modèle m pouvant être absorbé par le marché de vente v pendant le mois j.
U(j,g)	nombre de véhicules dans le car-group g pendant la période j.
TNC(j,g)	taux de non concentration dans le car-group g pendant la période j.
Pv(j,k,m,v)	prix de vente d'un véhicule de modèle m livré en période j, d'âge k mois et sur le marché de revente v.
Fbb(k,m)	frais de Buy-Back d'un véhicule de modèle m et d'âge k.
Vah(j,k,m)	valeur d'un véhicule de modèle m, acheté à la date j et d'ancienneté k amorti selon les règles de la société.
Pa(j,k,m)	coût d'acquisition d'un véhicule pour la société, y compris options, carte grise et vignette.
Po(m)	prime de volume donnée par le constructeur pour l'achat d'un véhicule de modèle m.
Pnbb(m)	prime de non retour au constructeur pour un véhicule de modèle m.
Vac(j,k,m)	valeur, après amortissement, d'un véhicule de modèle m, d'ancienneté k et acheté à la date j.
B(j,k,m)	coût de détention d'un véhicule de modèle m livré à la date j et d'ancienneté k.