

CAHIER DU LAMSADE

Laboratoire d'Analyse et Modélisation de Systèmes pour l'Aide à la Décision
(Université Paris-Dauphine)
Unité de Recherche Associée au CNRS ESA 7024

UN CHAÎNON MANQUANT EN RO-AD ¹ LES CONCLUSIONS ROBUSTES ²

CAHIER N° 144
mai 1997

Bernard ROY ³

¹ Recherche Opérationnelle-Aide à la Décision.

² Ce texte reprend les termes de la conférence prononcée par Bernard Roy et Vincent Mousseau le 9 mai 1995 au séminaire Aide à la Décision et Modélisation des Préférences du LAMSADE ; les propos de Vincent Mousseau, qui ont constitué la seconde partie de ce séminaire, ne sont pas repris dans le présent article.
Version anglaise : A missing link in OR-DA: Robustness analysis, *Foundations of Computing and Decision Sciences*, Vol. 23, No. 3, 1998, 141-160.

³ LAMSADE, Université Paris-Dauphine, Place du Maréchal De Lattre de Tassigny, 75775 Paris Cedex 16, France (roy@lamsade.dauphine.fr).

Remarquons que la notion de "valeur vraie" des paramètres caractérisant un phénomène naturel (par exemple, des conditions initiales du mouvement des trois corps) ne se rapporte qu'à la représentation de celui-ci, non à sa réalité. Dire que la valeur d'un paramètre se trouve dans un certain intervalle de précision ne veut jamais dire qu'il existerait dans cet intervalle une valeur qui serait la "valeur vraie" de ce paramètre – et cela, parce que la réduction de l'intervalle de précision par un progrès des connaissances peut exiger une transformation de la définition même de la grandeur du paramètre concerné, et l'éclatement de sa signification en significations distinctes ne se recouvrant qu'approximativement (Bonitzer, 1988).

TABLE DES MATIÈRES

	Pages
Abstract	i
Résumé	i
Avant-propos	1
1. Un chaînon manquant en RO-AD	2
1.1 Un cadre formel pour la RO-AD	2
1.2 Notations et première illustration	4
1.3 Aide à la décision et recherche opérationnelle : quel chaînon manquant ? ..	6
2. Conclusion robuste et analyse de robustesse	8
2.1 Définitions	8
2.2 Retour au modèle de Wilson	9
2.3 Illustration dans un cadre multicritère avec la problématique du choix ...	11
2.4 Illustration dans un cadre multicritère avec la problématique du rangement	12
3. Remarques et voies de recherche	13
3.1 Plus ou moins de rigueur	13
3.2 Contenu et champ de validité	14
3.3 Analyse de robustesse et analyse de sensibilité	15
4. Conclusion	15
Références	16

A MISSING LINK IN OR-DA: ROBUSTNESS ANALYSIS

Abstract

For many years, the goal of decision-aid (DA), as seen within the context of Operational Research (OR), was to find the right solution to problems confronting decision-makers. Today our expectations concerning OR-DA are generally more modest: we anticipate that this discipline will provide partial answers to questions asked by one or more actors in the decision-making process. Working within either of these perspectives forces analysts basing their work on algorithms or heuristics to assign numerical values to various parameters in order to obtain results. The true value of certain parameters, however, may be either unknown (imprecise measuring instruments, uncertainty concerning the future) or, in some cases, even non-existent. For such parameters, a set of values appropriate to the model used should be taken into consideration.

The robust conclusion concept, detailed and illustrated in this article, aims to elaborate partial solutions in such a way as to take account of this aspect of reality. Underestimating, or indeed ignoring, its importance could explain why many results obtained in OR-DA have little or no relevance when applied to practical situations. Developing robust conclusions could supply missing link for this discipline, thus generating renewed interest in OR-DA amongst its potential users as well as suggesting new research orientations for theoreticians working in this field.

* * *

UN CHAÎNON MANQUANT EN RO-AD : LES CONCLUSIONS ROBUSTES

Résumé

L'aide à la décision (AD), envisagée au travers de la recherche opérationnelle (RO), a eu pendant longtemps pour objectif de trouver la solution à un problème auquel un décideur était confronté. Aujourd'hui, on attend le plus souvent de la RO-AD qu'elle apporte plus modestement des éléments de réponse à des questions que se posent un ou plusieurs intervenants engagés dans un processus de décision. Dans cette perspective, tout comme dans la précédente, l'analyste, qui prend appui sur des algorithmes ou des heuristiques, se voit généralement contraint, pour parvenir à des résultats, d'attribuer des valeurs numériques à divers paramètres. La vraie valeur de certains d'entre eux peut être inconnue (imprécision des instruments de mesure, incertitude sur l'avenir, ...), voire, dans bien des cas, ne pas exister. Pour de tels paramètres, c'est un ensemble de valeurs convenables, eu égard au modèle, qu'il est nécessaire de prendre en compte.

Le concept de conclusion robuste, précisé et illustré dans cet article, vise à élaborer des éléments de réponse qui tiennent compte de cet aspect de la réalité. Le fait d'en sous-estimer l'importance, voire de l'ignorer, explique la faible portée pratique de nombreuses solutions ou résultats de la RO-AD. Parce qu'elle peut combler ce chaînon manquant, l'élaboration de conclusions robustes peut être de nature à renouveler aussi bien l'intérêt des utilisateurs pour la RO-AD que l'orientation des recherches pour les théoriciens de ce domaine.

AVANT-PROPOS

A la fin des années 1960, un ingénieur en chef des Ponts et Chaussées (René Loué) m'avait fait part de son étonnement devant la façon dont la conception des réseaux urbains de distribution d'eau potable était "optimisée". La rénovation d'un réseau ancien, ou la création d'un nouveau réseau pour desservir un quartier neuf, donnait lieu à des calculs fort compliqués pour déterminer la structure du réseau ainsi que les diamètres de canalisations, diamètres qui décroissent au fur et à mesure que l'on s'approche des points de consommation. L'optimisation avait essentiellement pour objet de minimiser le coût de l'investissement qui devait permettre de satisfaire, de façon convenable, les consommations durant une période assez longue. Bien que les besoins aient été fort mal connus (la consommation individuelle d'eau potable en pleine croissance, le mode d'occupation des sols mal défini et appelé à se transformer), l'investissement optimal était présenté comme celui permettant de répondre, au moindre coût, à une demande réputée être la plus probable, celle-ci étant regardée comme certaine. René Loué jugeait cet optimum illusoire tant étaient grandes les incertitudes. Que se passerait-il dans quelques années si la demande d'eau en certains points du territoire différait significativement de cette demande la plus probable à laquelle le réseau avait été ajusté au mieux ? Ne faudrait-il pas à nouveau défoncer les rues pour changer les canalisations ou pour en ajouter de nouvelles afin de modifier la structure du réseau ? Ne pourrait-on pas justifier un supplément de dépenses de quelques pour-cent afin de concevoir un réseau capable de résister à une gamme de demandes vraisemblables la plus diversifiée possible ?

Les problèmes concrets auxquels j'ai été confronté au travers de mon activité de conseil m'ont montré que les préoccupations de René Loué à propos des réseaux d'eau concernaient en fait un type de préoccupations qui aurait dû être fondamental en RO-AD. C'est ainsi que j'ai peu à peu pris conscience de la nécessité d'intégrer, dans bon nombre d'études, une démarche particulière que j'ai appelée **analyse de robustesse**¹.

A la fin des années 1970, j'ai eu l'occasion d'expérimenter cette démarche sur quelques cas concrets (*cf.* Roy et Hugonnard, 1982 ; Roy, Présent et Silhol, 1986). J'ai constaté par la suite que bien d'autres que moi, essentiellement parmi les praticiens, avaient éprouvé le même besoin. Jusqu'à ces toutes dernières années, je n'ai en revanche rencontré que peu d'intérêt de la part des théoriciens. Beaucoup d'entre eux considèrent que les préoccupations en question trouvent déjà leur réponse au travers de ce qu'il est convenu d'appeler depuis longtemps l'**analyse de sensibilité** (*cf.* entre autres Evans, 1984 ; Rios Insua, 1990 ; Rios Insua et French, 1991 ; Henggeler Antunes et Climaco, 1992 ; Pomerol et Barba-Romero, 1993 ; Laforet, 1995 ; Wolters et Mareschal, 1995 ; Kämpke, 1996). Il convient également de noter que le terme robustesse a été déjà utilisé dans des acceptions plus vastes ou assez significativement différentes (*cf.* notamment Moskowitz *et al.*, 1989 ; Rosenhead, 1989 ; Meczarski et Zielinski, 1991 ; Arbel et

¹ *Cf. notamment ma communication aux 14e journées du Groupe de Travail Européen "Aide Multicritère à la Décision", Bruxelles, 15-16 octobre 1981 : "Classement des prolongements de lignes de métro en banlieue parisienne".*

Vargas, 1993 ; Kämpke et Radermacher, 1993 ; Rios Insua et Martin, 1994 ; Young-Jou Lai, 1995).

Afin de dissiper ces malentendus, je me suis efforcé, dans notre livre avec Denis Bouyssou (cf. Roy, Bouyssou, 1993, p. 313-318 ¹) ainsi que dans Courbon *et al.* (1994), de préciser ma conception de l'analyse de robustesse. Je constate que, depuis quelques années, l'intérêt pour cette conception de l'analyse de robustesse ne cesse de croître (cf. Slowinski, 1992 ; Valbon-Sutour, 1993 ; Escudero, 1994 ; Journée *et al.*, 1996 ; Pomerol *et al.*, 1996 ; Stewart, 1996 ; Vincke, 1996 ; Vallin, 1997 et Roy, 1996b). Ces travaux ont notamment contribué à mettre en évidence la richesse, mais aussi la complexité, de ce nouveau champ de recherche.

Dans cet article, je voudrais avant tout expliciter et illustrer ce que je propose d'entendre par analyse de robustesse. Je voudrais également souligner l'intérêt et la portée du concept de conclusions robustes en RO-AD. Je commencerai par esquisser un cadre formel de la RO lorsqu'elle est orientée vers l'aide à la décision. Cela me permettra de mettre en évidence pourquoi cette démarche, telle qu'elle est actuellement conduite, comporte, à mon sens, dans bien des cas, un chaînon manquant. Dans une seconde section, je donnerai une définition, sous trois variantes, du concept de conclusions robustes qui me paraît devoir jouer un rôle central dans ce que je conçois comme une analyse de robustesse susceptible de combler le chaînon manquant décrit dans la section précédente. Je consacrerai une dernière section à quelques remarques importantes (soulignant notamment la différence entre analyse de robustesse et analyse de sensibilité), lesquelles me donneront l'occasion de suggérer quelques voies de recherche.

1. UN CHAÎNON MANQUANT EN RO-AD

1.1 Un cadre formel pour la RO-AD

Toute étude de RO prend appui sur deux modèles fondamentaux. Le premier de ces modèles concerne ce que j'appellerai l'**ensemble A des actions potentielles** (encore appelé ensemble des alternatives ou ensemble des solutions réalisables). En programmation mathématique, chaque action potentielle a est caractérisée par un vecteur à m composantes et A est un sous-ensemble (convexe ou non) de $\mathbb{R}^m$. Dans d'autres cas, l'ensemble A sera simplement énuméré, chaque action potentielle faisant l'objet d'une description plus ou moins standard au travers d'une fiche, d'un plan ou d'un dossier. Le second de ces modèles a trait à la façon dont ces actions potentielles peuvent être évaluées et comparées. Je me référerai à ce second modèle en parlant de **modèle de préférences**. Il peut prendre la forme d'un critère unique $g(a)$ (fonction économique, fonction de valeur, fonction d'utilité, ...) ou d'une famille de n critères : $g_1(a), \dots, g_n(a)$. Dans ce dernier cas, le modèle de préférences peut inclure une procédure d'agrégation multicritère qui peut aboutir à un critère unique de synthèse (avec MAUT par exemple)

¹ Les chapitres 8 et 10 de ce livre fournissent en outre l'occasion d'illustrer concrètement cette conception.

ou à un système relationnel de synthèse (avec les méthodes de type ELECTRE par exemple).

Afin d'éclairer la décision, ces deux modèles sont exploités par ce que j'appellerai une **procédure de calcul**. Sous ce terme, je désigne aussi bien un algorithme d'optimisation qu'une heuristique relevant des techniques Tabou, Recuit Simulé ou Algorithme Génétique, ou encore une procédure d'exploitation de type de celles qui existent dans PROMETHEE ou ELECTRE III pour tirer parti d'une relation de surclassement floue. Quelle que soit la nature de cette procédure de calcul, elle produit ce que je désignerai sous le terme général de **résultat R**. Ce résultat peut concerner le fait que telle solution soit, dans telles conditions, réalisable ou non, l'affirmation que telle solution est optimale et éventuellement qu'elle a telle valeur ou encore que telle autre solution est voisine de l'optimum. Avec un modèle de préférences multicritère, R peut être le noyau d'un graphe, un préordre complet ou partiel défini sur A, ... Ce résultat a généralement une signification claire relativement aux deux modèles considérés compte-tenu de la nature de la procédure de calcul.

Sauf cas exceptionnels, ce résultat ne peut pas être regardé comme étant la solution du problème concret. Il importe en effet de ne pas confondre modèle et réalité (cf. citation de Bonitzer en tête de cet article). Les deux modèles considérés, de même que la procédure de calcul dans certains cas, font intervenir des données et paramètres. Sous ces termes qu'il faut entendre dans un sens très général, je désigne tous les éléments des modèles et, éventuellement, de la procédure de calcul auxquels il est nécessaire d'attribuer une valeur précise (qu'elle soit numérique ou qu'elle corresponde à une modalité qualitative) pour que la procédure de calcul puisse fournir un résultat. Ces données et paramètres relèvent schématiquement de deux catégories :

- *données et paramètres économiques ou préférentiels* : coûts qui servent à définir une fonction économique, effectifs futurs d'une population ou encore quantités disponibles de certains biens, poids servant à différencier le rôle joué par divers critères, seuils d'indifférence et de préférence associés à ces critères, moyenne et écart-type d'une distribution de probabilités, coefficients caractérisant l'attitude face au risque dans une fonction d'utilité, ... ;

- *données et paramètres techniques* : formes analytiques qui peuvent être envisagées pour une distribution de probabilités ou une fonction d'utilité, coefficients de pénalité ou seuils qui influencent le déroulement d'une heuristique, modalités d'encodage d'une grandeur qualitative, niveau de concordance dans ELECTRE I ou IS, relations à retenir dans ELECTRE IV, ...

Dans un contexte décisionnel spécifié, la façon d'instancier ces données et paramètres, autrement dit la façon de leur attribuer une valeur unique (qu'elle soit numérique ou non) ne s'impose pas toujours de manière évidente. Fréquemment, des instanciations multiples sont envisageables, chacune donnant naissance à un modèle jugé réaliste ou à une procédure jugée signifiante. Il en résulte un champ de possibilités plus ou moins

étendu (celui-ci pouvant être influencé par les valeurs attribuées à d'autres données ou paramètres). Cette indétermination peut avoir pour origine ¹ :

- soit la nature de notre connaissance lorsque la donnée ou le paramètre admet objectivement une vraie valeur : celle-ci peut être mal connue parce que nos instruments de mesure sont imprécis ou bien encore parce que cette vraie valeur n'existera que dans un futur plus ou moins lointain ;
- soit la nature même de la donnée ou du paramètre lorsqu'il s'agit de purs produits de la modélisation (ou de la procédure de calcul) : il n'existe alors ni n'existera jamais de réalités objectives définissant une vraie valeur.

La seconde de ces origines est beaucoup plus fréquente que l'on ne pourrait le croire. C'est par exemple le cas de nombreux coûts (qu'ils soient fixes ou variables), de la plupart des coefficients de pondération ou de conversion permettant de passer d'une échelle à une autre, des seuils d'indifférence, de préférence, de veto, de la forme analytique à retenir pour caractériser une distribution de probabilités ou une fonction d'utilité ou bien encore la pénalité qu'entraîne une défaillance.

Identifier données et paramètres, comprendre leur nature, cerner le champ de possibilités qu'il convient de leur associer (valeur unique ou non) constituent une part importante du travail d'étude.

1.2 Notations et première illustration

Considérant un contexte décisionnel spécifié, je réserverai le terme de **paramètres** aux seules variables dont le champ de valeurs possibles ne peut être, aux yeux de l'analyste, réduit à une seule. Celui de **données** désignera au contraire toutes les autres variables dont la valeur s'impose (aux yeux de l'analyste) pour définir complètement les deux modèles et la procédure de calcul. Je noterai respectivement Π et D l'ensemble des paramètres et l'ensemble des données.

Alors que, dans le contexte considéré, l'instanciation des variables de D découle sans ambiguïté notoire du travail d'étude, celle des paramètres de Π nécessite un arbitrage et un choix de la part de l'analyste. Ce choix consiste à attribuer une valeur particulière à chacun des paramètres $h_1, \dots, h_p$ présent dans Π . Je noterai J un **jeu de valeurs** quelconque découlant d'un tel choix pour les p paramètres. Le résultat obtenu à l'issue de la procédure de calcul est, sauf cas exceptionnels, influencé par le jeu J choisi. C'est pourquoi je noterai désormais $R(J)$ ce résultat.

Soit $E(h_i)$ l'ensemble des valeurs possibles que l'analyste attribue aux paramètres h_i . A partir de là, il peut définir l'ensemble $\mathfrak{J}$ de tous les jeux de valeurs J qui mériteraient, si cela était possible, d'être d'envisagés. Compte-tenu d'éventuelles interactions entre les paramètres considérés, $\mathfrak{J}$ peut être strictement inclus dans le

¹ Pour plus de détails, voir par exemple Roy (1996 : Avertissement pour l'édition anglaise et chapitre 8) ainsi que Roy (1989).

produit cartésien $E(h_1) \times \dots \times E(h_p)$. Je noterai $\mathfrak{S}$ n'importe quel sous-ensemble de $\mathfrak{S}$ qui peut-être jugé digne d'intérêt par l'analyste.

Afin d'illustrer ce qui précède, considérons un modèle classique très simple. Il s'agit du modèle de Wilson (cf. Giard et Pellegrin, 1992) dans lequel l'action a concerne la périodicité T avec laquelle des livraisons d'un certain produit doivent être assurées. Supposons que T soit astreinte à être un nombre entier de semaines : $A = \{1, 2, \dots, 26\}$. Le modèle de préférences découle ici de l'incidence de cette périodicité sur les coûts de fonctionnement. Sous des conditions que l'on supposera ici réalistes, cette fonction de coût s'écrit :

$$g(T) = c_s m \frac{T}{2} + \frac{c_l}{T}$$

où m désigne une consommation hebdomadaire moyenne, c_s et c_l des coûts de stockage et de lancement d'une commande. La décision fixant la valeur de T couvre une durée au cours de laquelle la consommation hebdomadaire moyenne prendra une valeur qui ne peut être prévue avec certitude : m doit donc être regardée comme un paramètre ; on supposera que le champ de valeurs possibles $E(m)$ peut être défini par :

$$100 \leq m \leq 175.$$

Le coût de lancement c_l doit être regardé comme un produit de la modélisation. C'est dire qu'il n'existe pas, à proprement parler, de vraies valeurs de c_l . On définira $E(c_l)$ par :

$$135 \leq c_l \leq 200.$$

Enfin, dans cette première illustration tout au moins, on traitera c_s comme une donnée : $c_s = 0,01$.

Dans ces conditions, $\Pi = \{m, c_l\}$. $\mathfrak{S}$ correspond au produit cartésien $E(m) \times E(c_l)$. Ce qu'on appelle la période économique T^* correspond à la valeur de T qui minimise le coût $g(T)$. Cette période économique dépend des valeurs attribuées aux paramètres m et c_l , c'est-à-dire du jeu J choisi. Elle mérite donc d'être notée $T^*(J)$. Le résultat $R(J)$ obtenu à l'issue de la procédure de calcul (optimisation discrète) est ici constitué de la période économique $T^*(J)$ et du coût minimum associé $g(T^*(J))$. Posons :

$$T'(J) = \sqrt{\frac{2c_l}{mc_s}}.$$

Il est facile de montrer que $T^*(J)$ n'est autre que celle des deux valeurs entières qui encadrent $T'(J)$ pour laquelle le coût est le plus faible. Avec $J_0 = (140, 180)$, on obtient :

$$T^*(J_0) = 16 \text{ et } g(16) = 22.45.$$

1.3 Aide à la décision et recherche opérationnelle : quel chaînon manquant ?

La détermination d'une période économique à partir du modèle de Wilson, tout comme le mode de conception d'un réseau de distribution d'eau de coût minimum esquissé au début de l'avant-propos, montrent que la mise en évidence d'une "solution optimale" implique le choix préalable d'un jeu particulier $J_0 \in \mathcal{J}$. Il en va de même avec la plupart des procédures de calcul utilisées en RO-AD, notamment avec celles qui prennent appui sur un modèle multicritère de préférence (voir illustration en section 2). Indépendamment de cela, les théoriciens de la recherche opérationnelle ont surtout porté leurs efforts pour obtenir $R(J)$ de façon rapide et ce relativement à des modèles et des procédures de calcul les plus variés possible. Ceci explique que l'aide à la décision ait été généralement envisagée comme suit :

- choix de J_0 , sans nécessairement expliciter $\mathcal{J}$, J_0 étant le plus souvent conçu comme devant être "une bonne approximation" des vraies valeurs des différents paramètres ;
- calcul de $R(J_0)$, ce résultat étant vu comme une "bonne approximation" de ce que le modèle recommande de décider ;
- étude éventuelle (analyse de sensibilité) de l'influence, sur $R(J_0)$, de la variation d'un paramètre, h_i par exemple, lorsqu'on lui attribue des valeurs autres que celles qu'il a dans J_0 , cette analyse de sensibilité pouvant être répétée successivement pour tout ou partie des paramètres de Π .

Cette conception de la RO-AD appelle trois types de remarques.

1°) Elle est fortement teintée de réalisme : son objectif plus ou moins avoué est de découvrir si possible ou, à défaut, d'approcher la "solution vraie" du problème (Landry et Audet, 1984, ont souligné les insuffisances et même les dangers de ce genre d'objectifs).

2°) Elle conduit, dans bien des cas, à négliger toute imprécision, incertitude et mauvaise détermination, autrement dit à regarder J_0 comme certain : "puisque considérer comme certain ce qui est essentiellement incertain est le comble de l'irrationnel, la théorie est indigne d'être prise au sérieux". Ces propos de Claude Mouchot (1990) (à propos de la théorie néo-classique de l'équilibre général) expliquent, pour une part, pourquoi de nombreux responsables ne prennent pas la recherche opérationnelle au sérieux.

3°) La procédure qui fait passer de J à $R(J)$ n'est rien d'autre qu'un instrument permettant de connaître ce à quoi les modèles conçus conduisent lorsque l'on donne aux paramètres de Π les valeurs du jeu J . Les résultats de l'analyse de sensibilité s'avèrent, en général, limités dans cette optique et parfois même très embarrassants. Le caractère limité provient de ce que la sensibilité du résultat est le plus souvent étudiée paramètre par paramètre. L'influence de variations conjointes de plusieurs paramètres est rarement étudiée car, généralement, difficile à conduire. Le caractère embarrassant me paraît plus grave (en outre, il ne peut être que renforcé dans le cas où l'influence des variations conjointes est étudié). Il provient de ce que les résultats obtenus jettent un éclairage

plutôt confus sur la décision. Savoir que le résultat varie de telle et telle façon lorsque la valeur du paramètre h_i varie de telle ou telle façon peut être sans portée opérationnelle claire pour le décideur. Je vais illustrer ce type d'embarras en revenant au modèle de Wilson.

Sur la base des indications données à la fin du 1.2, l'analyse de sensibilité conduit aux résultats suivants :

- La période économique varie de 14 à 19 lorsque m décrit l'intervalle $[100, 175]$, c_i restant fixé à 180.
- La période économique varie de 14 à 19 lorsque c_i décrit l'intervalle $[135, 200]$, m restant fixé à 140.
- Lorsque J décrit $\hat{\mathcal{S}}$ (prise en compte d'une variation conjointe des deux paramètres), la période économique varie de 12 à 20. Si le responsable qui doit décider de la valeur de la période à adopter possède un tant soit peu d'expérience, apprendre que la période économique se situe entre 12 et 20 risque fort de ne lui apporter aucune aide.

L'analyste pour sa part, s'il ne possède que les résultats ci-dessus, sera assez démuni pour élaborer une recommandation un tant soit peu précise. Pour recommander la période 16 (ou bien encore 20), il aurait besoin d'informations supplémentaires que l'analyse de sensibilité ne lui fournit pas. Que se passera-t-il si la période décidée vaut 16 alors que l'"univers" dans lequel elle sera effectivement opérationnelle correspond à un jeu J très différent de $J_0 = (140, 180)$? La même question se pose avec n'importe quelle autre période ; par exemple, $T = 20$ est la période optimale pour $J_1 = (100, 200)$: qu'advient-il avec cette décision si elle est mise à exécution dans un univers représenté par un jeu J fort éloigné de J_1 ?

Les recommandations que l'analyste doit proposer à l'issue du travail d'aide à la décision concernent des décisions dont les effets se situeront dans un univers représenté plus ou moins correctement par le modèle considéré, la meilleure représentation étant fournie par un certain $J \in \hat{\mathcal{S}}$, J étant non connaissable lors du travail d'étude. Il convient par conséquent de prendre en considération, pour élaborer ces recommandations, ce qui peut advenir si, la décision étant fondée sur un jeu J_0 jugé vraisemblable, J se trouve être fort différent. Que seront, dans ces conditions, les performances du ou des critères, notamment vis-à-vis de celles que l'on aurait obtenu si on avait fondé la décision sur J ? **Il convient donc de chercher à connaître ces performances lorsque l'on combine chaque élément $J \in \hat{\mathcal{S}}$ regardé comme un J possible avec un J_0 pouvant être n'importe quel élément d'un sous-ensemble $\mathcal{S}$ de $\hat{\mathcal{S}}$ (regardé comme un J possible.** Comment mener à bien un tel travail sans se perdre dans la combinatoire ? Ne manque-t-on pas pour cela de quelques bonnes clés donnant accès à un mode d'exploration susceptible d'aboutir à des éléments de réponse opérationnels ? C'est ce type de chaînons manquants que le concept de conclusions robustes et l'idée générale d'analyse de robustesse visent à commencer de combler.

2. CONCLUSION ROBUSTE ET ANALYSE DE ROBUSTESSE

2.1 Définitions

Il est certes fort utile de connaître $R(J)$ pour différents jeux de valeurs $J \in \hat{\mathcal{S}}$ mais, comme je me suis efforcé de le montrer, cela ne suffit pas pour élaborer des recommandations et éclairer la décision en termes opérationnels. Les connaissances qui manquent ont essentiellement trait à ce que deviennent la faisabilité et les performances (absolues ou relatives) d'actions directement concernées par un résultat $R(J_0)$ lorsque ces actions sont mises à exécution dans les univers qui correspondent aux divers $J \in \hat{\mathcal{S}}$. Pour être exploitable, une telle connaissance peut être formulée, me semble-t-il, au travers d'assertions portant sur la totalité des résultats $R(J)$ lorsque J décrit $\hat{\mathcal{S}}$ ou, plus modestement un sous-ensemble $\mathcal{S} \subset \hat{\mathcal{S}}$. Avant d'illustrer sur des exemples le contenu que peuvent avoir de telles assertions, il est nécessaire de préciser davantage la forme générale des clés que je propose d'utiliser pour asseoir des recommandations.

Définition 1 : Etant donné un ensemble Π de paramètres auxquels est associé un champ de possibilités $\hat{\mathcal{S}}$ relatif à un ensemble A d'actions potentielles, un modèle de préférences (mono ou multicritère) et une procédure de calcul conduisant au résultat $R(J)$ défini $\forall J \in \hat{\mathcal{S}}$, une conclusion parfaitement robuste sur $\mathcal{S} \subseteq \hat{\mathcal{S}}$ est une assertion parfaitement formalisée concernant tout ou partie de R qui est vérifiée par $R(J)$ pour tout $J \in \mathcal{S}$.

Définition 2 : Une conclusion approximativement robuste sur $\mathcal{S} \subseteq \hat{\mathcal{S}}$ est une conclusion parfaitement robuste sur un sous-ensemble $\mathcal{S}' \subset \mathcal{S}$, $\mathcal{S}'$ non nécessairement clairement identifié mais tel que $\mathcal{S} \setminus \mathcal{S}'$ ne contienne que des jeux de valeurs négligeables relativement à $\mathcal{S}$; J est négligeable relativement à $\mathcal{S}$ s'il est jugé beaucoup moins convenable que d'autres éléments de $\mathcal{S}$ pour instancier modèles et procédures susceptibles de représenter au mieux l'univers dans lequel la décision sera opérationnelle.

Définition 3 : Etant donné un ensemble Π de paramètres auxquels est associé un champ de possibilités $\hat{\mathcal{S}}$ relatif à un modèle A d'actions potentielles, un modèle de préférences (mono ou multicritère) et une procédure de calcul conduisant au résultat $R(J)$ défini $\forall J \in \hat{\mathcal{S}}$, une conclusion pseudo-robuste sur $\mathcal{S} \subseteq \hat{\mathcal{S}}$ est un énoncé plus ou moins formel concernant tout ou partie de R qui est jugée valide pour tout $J \in \mathcal{S}$.

Soulignons qu'une conclusion robuste (qu'elle soit parfaitement, approximativement ou qu'elle soit seulement pseudo-robuste) peut être totalement dépourvue d'intérêt parce que triviale.

Définition 4 : Par analyse de robustesse, on désigne toute façon de faire qui concourt à l'élaboration de conclusions robustes sur un ou plusieurs ensembles $\mathfrak{J}$ aussi riches que possible.

Les conclusions robustes qui résultent d'une analyse de robustesse servent en général à asseoir ce qu'on appelle une **recommandation**. Cette dernière ne découle qu'exceptionnellement, de façon logique et objective, des premières. Les exemples qui suivent vont le montrer.

2.2 Retour au modèle de Wilson

Poursuivons l'illustration introduite § 1.2. Afin de la rendre davantage intéressante, on ne regardera plus c_s comme une donnée mais comme une quantité mal connue dont la valeur pourrait être supérieure à 0.01 : $0.01 \leq c_s \leq 0.0175$. On peut toujours considérer qu'il n'y a que deux paramètres :

$$\Pi = \{mc_s, c_l\} \text{ avec } E(mc_s) = [1, 3] \text{ et } E(c_l) = [135, 200].$$

Dans ces conditions (voir figure 1), l'analyse de sensibilité autour de $J_0 = (1.4, 180)$ fait apparaître une variation de la période économique :

- de 14 à 19 lorsque c_l varie de 135 à 200, mc_s restant fixé à 1.4 ;
- de 11 à 19 lorsque mc_s varie de 1 à 3, c_l restant fixé à 180 ;
- de 10 à 20 lorsque J décrit $\hat{\mathfrak{J}} = E(mc_s) \times E(c_l)$.

Voici, dans ce contexte, quelques exemples de conclusions robustes de portée concrète fort variable.

Conclusion n° 1 : Sur $\mathfrak{J}_0 = [1.35, 1.45] \times [174, 183.6]$, la période économique T^* vaut 16.

Cette conclusion porte sur une assertion au contenu très fort. Il n'est pas étonnant que son champ de validité soit très étroit.

Conclusion n° 2 : Sur $\hat{\mathfrak{J}}$, la période $T = 16$ conduit à un supplément de coût, vis-à-vis de celui auquel conduirait $R(J)$, au plus égal à 3.96. Cette borne est atteinte pour $J = J_3$ avec $g(16, J_3) = 32.44$ et $g(10, J_3) = 28.5$.

Si J_0 est le jeu de valeurs jugé le plus vraisemblable, cette conclusion affirme que, si la période adoptée est $T = 16$ (période économique pour $J = J_0$), l'incidence sur le coût par rapport à l'optimum correspondant à $J = J_3$ pourra s'élever jusqu'à près de 4, ce qui correspond à une perte de 14 %.

Considérons les jeux de valeurs (cf. figure 1) :

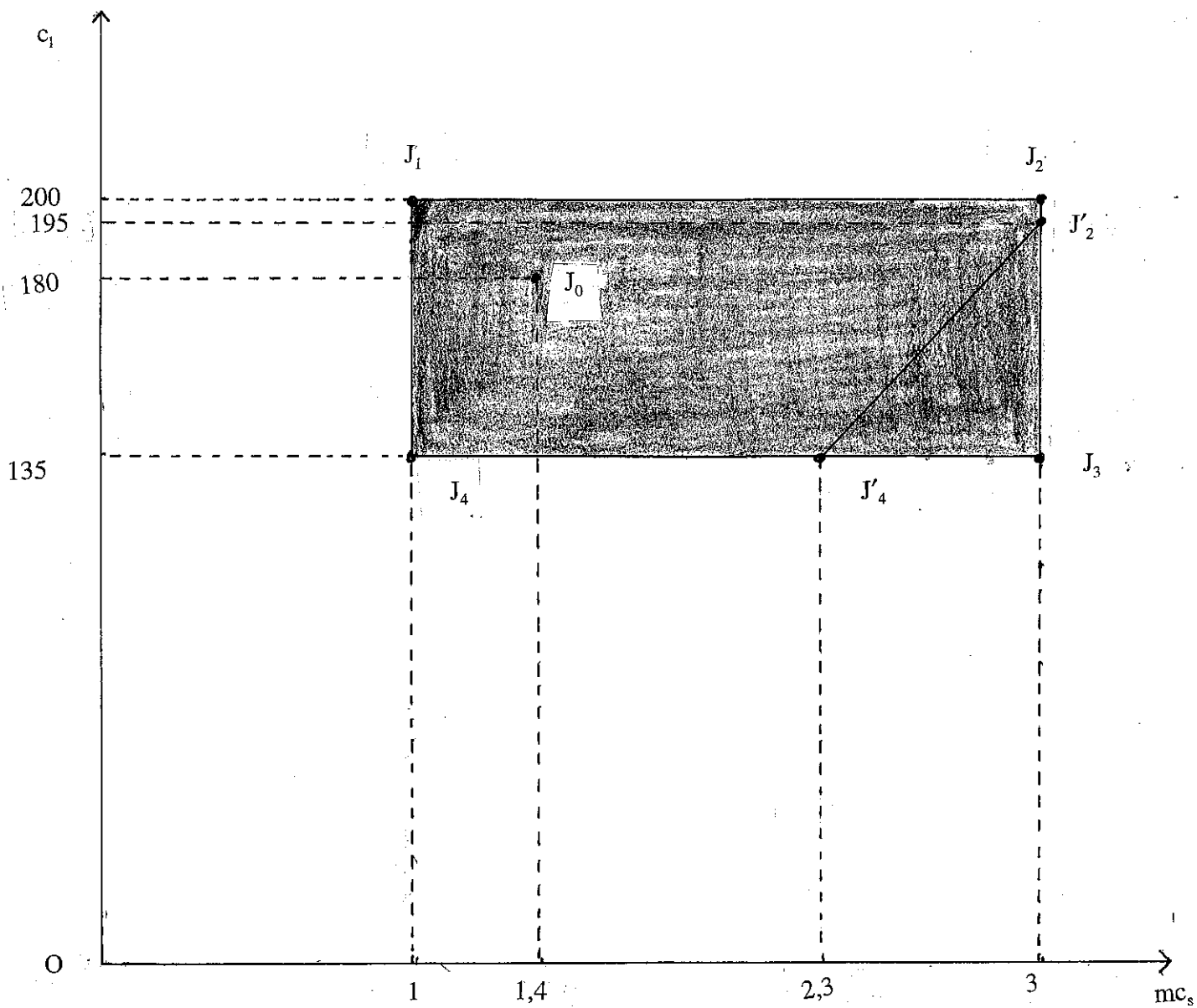


Figure 1 : Le rectangle en grisé représente $\hat{S}$

$J'_2 = (3, 195)$ et $J'_4 = (2.3, 135)$.

Notons $\mathfrak{S}_1$ le sous-ensemble de $\hat{\mathfrak{S}}$ défini par l'intérieur du triangle J'_2, J_3, J'_4 .

Conclusion n° 3 : Sur $\mathfrak{S}_1$, la période $T = 16$ conduit à un supplément de coût, vis-à-vis de celui auquel conduirait $R(J)$, strictement supérieur à 1.9.

Conclusion n° 4 : Sur $\hat{\mathfrak{S}}$, la période $T = 13$ conduit à un supplément de coût, vis-à-vis de celui auquel conduirait $R(J)$, strictement inférieur à 1.9. Avec toute autre période, cette borne est strictement dépassée.

Ces dernières conclusions affirment que, quel que soit $J \in \hat{\mathfrak{S}}$, en adoptant la période $T = 13$, l'écart à l'optimum sera au plus de 1.9 alors que, en adoptant $T = 16$, cet écart dépassera à coup sûr 1.9 sur $\mathfrak{S}_1$. Pour apprécier la portée de telles conclusions, il convient de souligner une particularité bien connue du modèle de Wilson : dans un large voisinage de l'optimum, la fonction économique ne varie que très peu.

2.3 Illustration dans un cadre multicritère avec la problématique du choix

Soit $g_1, \dots, g_{12}$ une famille de quasi-critères conçue pour comparer les réponses reçues suite à un important appel d'offres. Admettons que 9 réponses aient été jugées conformes au cahier des charges :

$$A = \{a_1, \dots, a_9\}.$$

La procédure de calcul retenue ici est ELECTRE IS ¹. Supposons enfin que 6 paramètres aient été pris en considération : $\Pi = \{h_1, \dots, h_6\}$ avec ² :

- h_1 et h_2 : poids respectifs des critères g_2 et g_{12} ;
- h_3, h_4 et h_5 : veto respectifs des critères g_5, g_6 et g_{12} ;
- h_6 : niveau de concordance s intervenant dans ELECTRE IS.

Ici encore, $\hat{\mathfrak{S}}$ est le produit cartésien des champs de possibilités de ces différents paramètres. Le résultat $R(J)$ auquel conduit ELECTRE IS est un sous-ensemble de A aussi restreint que possible tel que, pour le jeu $J \in \hat{\mathfrak{S}}$, l'élimination de toutes les autres actions de A apparaisse justifiée. $R(J)$ s'obtient comme noyau d'un graphe variable avec J . Ce noyau comprend d'une part des actions isolées et, d'autre part (dans certains cas tout au moins), des groupes d'actions qui, avec le jeu J , s'avèrent être ex aequo (c'est-à-dire deux à deux indifférentes). Ces actions isolées ou groupes d'actions sont, avec le jeu J , deux à deux incomparables. Voici, dans ce cadre, quelques exemples de conclusions robustes.

¹ Cf. Roy et Bouyssou (1993, chapitre 6).

² Pour plus de précisions sur ce cas, voir Roy et Bouyssou (1993, chapitre 8).

Conclusion n° 1 : Exception faite de certains jeux de valeurs négligeables relativement à $\hat{\mathcal{S}}$, $a_1 \in R(J)$.

Conclusion n° 2 : $a_5 \notin R(J)$, $\forall J \in \hat{\mathcal{S}}$.

Conclusion n° 3 : $\forall J \in \hat{\mathcal{S}}$, $a_9 \notin R(J)$ sauf dans certains cas où la valeur du veto v_{12} invalide le surclassement de a_9 par a_1 .

Conclusion n° 4 : Exception faite de certains jeux de valeurs négligeables relativement à $\hat{\mathcal{S}}$, a_2, a_3, a_4 forment un groupe de trois actions ex aequo. Ce groupe appartient généralement à $R(J)$ mais les exceptions ne sont pas toutes négligeables relativement à $\hat{\mathcal{S}}$.

Seule la seconde de ces conclusions est parfaitement robuste. La première l'est approximativement. Les deux dernières sont des conclusions pseudo-robustes. Le lecteur trouvera dans Roy et Bouyssou (1993, page 540 et 541) les recommandations très concrètes que ces conclusions, complétées par quelques autres, ont permis d'élaborer.

2.4 Illustration dans un cadre multicritère avec la problématique du rangement

Soit $g_1, \dots, g_6$ une famille de pseudo-critères conçue pour apprécier la plus ou moins grande priorité de travaux de rénovation ayant trait à un certain type de patrimoine (résidences, monuments, palais de justice, stations de métro, ...) :

$$A = \{a_1, \dots, a_{95}\}, \Pi = \{h_1, \dots, h_5\} \text{ et } \hat{\mathcal{S}} = \prod_{i=1}^n E(h_i).$$

Supposons que, chaque année, seul un petit nombre de sites (au grand maximum une dizaine) peuvent être rénovés. L'aide à la décision a alors pour objet de contribuer à repérer, pour le prochain programme annuel de rénovation, les sites les plus prioritaires parmi ceux restant à rénover. La procédure de calcul adoptée ici est ELECTRE III ¹. Le résultat $R(J)$ retenu est un préordre complet (défini comme préordre médian associé au préordre partiel) auquel conduit ELECTRE III. Voici quelques exemples de conclusions robustes qui ont été recherchées dans un exemple précis ².

Conclusion n° 1 : Aucune des actions de $C = \{a_{c_1}, \dots\}$ n'est classée parmi les 10 premières de $R(J)$, $\forall J \in \hat{\mathcal{S}}$.

Conclusion n° 2 : Chacune des actions de $B = \{a_{b_1}, \dots, a_{b_{13}}\} \subset A \setminus C$ est classée parmi les 25 premières de $R(J)$ à de rares exceptions près négligeables dans $\hat{\mathcal{S}}$; aucune autre action ne jouit de cette propriété.

¹ Cf. Roy et Bouyssou (1993, chapitre 6).

² Pour plus de précisions sur ce cas, voir Roy et al. (1986).

Conclusion n° 3 : $\forall J \in \mathfrak{J}_1$ constitué des jeux de valeurs vérifiant $h_1 \leq h_1^*$, a_{j_1} est toujours avant a_{j_2} dans $R(J)$; cette position relative des deux actions peut s'inverser pour certains $J \notin \mathfrak{J}_1$.

3. REMARQUES ET VOIES DE RECHERCHE

3.1 Plus ou moins de rigueur

Il est clair que la rigueur d'une conclusion robuste décroît selon qu'il s'agit d'une conclusion parfaitement, approximativement ou seulement pseudo-robuste. Pourquoi ne pas se limiter aux seules conclusions parfaitement robustes ? Pour deux raisons me semble-t-il. Tout d'abord, elles sont beaucoup plus difficiles à établir que les autres et, ensuite, l'ouverture aux exceptions et, a fortiori, à des énoncés moins formels peut permettre des conclusions plus riches dans leur contenu.

Le principal obstacle à la rigueur provient sans doute des difficultés liées à une exploration exhaustive d'un sous-ensemble $\mathfrak{S} \subset \hat{\mathfrak{S}}$ dès l'instant où le nombre d'éléments de $\mathfrak{S}$ est très élevé. $\hat{\mathfrak{S}}$ revêt souvent la forme d'un produit cartésien (cf. 2.2, 2.3, 2.4). Dans ces conditions, il peut être fort long, et souvent même impossible, d'établir, en toute rigueur, des conclusions parfaitement robustes et même approximativement robustes du type de celles énoncées dans ces trois paragraphes. On devra se contenter d'énoncés ayant le même contenu mais non validés en toute rigueur sur la totalité de $\hat{\mathfrak{S}}$ ou de $\mathfrak{S}$. On pourra par exemple remplacer chaque intervalle par deux, trois ou quatre valeurs choisies parmi celles voisines de ses extrémités et de sa valeur centrale. On adoptera alors, comme ensemble $\mathfrak{S}$, l'ensemble $\mathfrak{S}_d$, produit cartésien des ensembles discrets ainsi associés à chacun des paramètres. Dans certains cas, il sera certes possible de démontrer que puisque l'assertion est valable sur $\mathfrak{S}_d$, elle l'est sur tout $\mathfrak{S}$. Notons qu'il en est ainsi avec le modèle de Wilson (cf. Vallin, 1997). Dans les autres cas, on pourra avoir de très fortes raisons de croire qu'il en va de même sans toutefois pouvoir le prouver. On devra donc se contenter de conclusions pseudo-robustes. Des recherches mériteraient d'être entreprises pour mettre en évidence des propriétés de régularité qui, dès lors qu'elles seraient vérifiées, garantiraient la validité d'un type d'assertion donné sur tout $\mathfrak{S}$ lorsque la validité de cette assertion a été établie en quelques points bien choisis de $\mathfrak{S}$.

Une autre façon de tourner la difficulté liée à la trop grande richesse de $\mathfrak{S}$ pourrait peut-être consister à substituer, aux champs de possibilités $E(h_i)$ ($i = 1, \dots, p$), une représentation sous forme de nombres flous. Il faudrait, tout comme dans l'approche par discrétisation, porter l'attention sur certains types d'assertions bien définies et formaliser une démarche permettant de tester si telle assertion est ou non validée dans tel cas précis. L'objet de cette démarche pourrait être, par exemple, de tester si une propriété donnée est satisfaite par les modèles de A , des préférences et la procédure de calcul.

3.2 Contenu et champ de validité

Dans toute conclusion robuste, il convient de distinguer :

- d’une part le contenu proprement dit de l’assertion qu’elle énonce, c’est-à-dire ce dont elle traite et la nature de ce qu’elle affirme ;
- d’autre part son champ de validité, lequel peut être cerné soit avec rigueur ($\mathfrak{S}$ ou $\mathfrak{S}$), soit de façon plus approximative ($\mathfrak{S}'$), soit en termes encore plus vagues (conclusions pseudo-robustes).

Comme le montrent les exemples des paragraphes 2.2, 2.3 et 2.4, le contenu d’une conclusion robuste est largement tributaire de la nature des deux modèles fondamentaux (actions potentielles et préférences) ainsi que de la procédure de calcul et, par conséquent, de la problématique (optimisation ou problématique du choix plus générale, problématique du tri, problématique du rangement, ...). Le champ de validité dépend à la fois de la cardinalité de Π et de la nature des champs de possibilités $E(h_i)$ retenus pour chacun des paramètres. Le contenu peut être fort ou faible, le champ de validité étroit ou étendu à tout $\mathfrak{S}$.

La portée d’une conclusion robuste dépend à la fois de la force de son contenu et de l’étendue de son champ de validité. Il y a là deux points de vue qui sont bien souvent antagonistes (voir par exemple la conclusion n° 1 du paragraphe 2.2). Quoi qu’il en soit, lorsqu’on recherche des conclusions robustes, pas plus la nature du contenu que celle du champ de validité ne s’imposent a priori. Il devrait pourtant être possible (au moins dans le cadre de certains modèles exploités par une procédure de calcul définie) d’expliciter certaines formes canoniques de contenus pour lesquelles il serait possible de mettre en évidence un ensemble maximal de validité $\mathfrak{S}$ lorsqu’on se limite à une instanciation particulière de la forme canonique considérée. La théorie des ensembles approximatifs (cf. Slowinski, 1992) pourrait peut-être être mobilisée pour aider à formuler le contenu d’assertions pertinentes ainsi qu’à délimiter leurs champs de validité $\mathfrak{S}$ maximaux.

De façon plus pragmatique, pour un type de résultats donné (un préordre complet par exemple), ne pourrait-on pas réaliser un logiciel facilitant la manipulation et une certaine forme d’analyse d’une suite de résultats $R(J)$ obtenus avec une suite de jeux de valeurs $J \in \mathfrak{S}'$ (liste pouvant être très longue). Ce genre de manipulation et d’analyse devraient être conçues pour être conduites de façon interactive. L’interaction devrait pouvoir être pilotée en faisant référence aux jeux de valeurs qui sont à l’origine de chacun des résultats observés. Ce pilotage devrait faciliter la mise en évidence d’assertions valides, sinon sur la totalité des jeux considérés, du moins sur un très grand nombre d’entre eux ou bien sur un sous-ensemble pouvant être caractérisé par référence aux valeurs des paramètres (cf. conclusion n° 3 du paragraphe 2.4).

3.3 Analyse de robustesse et analyse de sensibilité

L'obtention de conclusions robustes fait appel, dans bien des cas, à des raisonnements et à des procédures (notamment d'optimisation) qui relèvent de ce que l'on désigne couramment sous le nom d'analyse de sensibilité. C'est dire que l'analyse de sensibilité contribue naturellement à l'analyse de robustesse. Cette proximité calculatoire ne doit toutefois pas faire perdre de vue le renversement de perspective qu'opère l'analyse de robustesse vis-à-vis de l'analyse de sensibilité. **La seconde est orientée vers l'étude des impacts de certaines variations de J sur $R(J)$. La première est tournée vers la mise en évidence d'assertions valides pour la totalité des $R(J)$ lorsque J décrit un certain $\mathfrak{J}$.** En outre, mais ceci est secondaire, cet ensemble $\mathfrak{J}$ fait intervenir des variations concomitantes de plusieurs et même de tous les paramètres. En analyse de sensibilité, c'est généralement l'impact d'une variation séparée de chaque paramètre qui est mise en évidence.

L'analyse de sensibilité aboutit en général à des énoncés de la forme suivante : lorsque tel (dans certains cas tels) paramètre(s) varie(nt) dans tel intervalle, cela a telle influence sur le résultat. Découvrir des propriétés de cette nature est sans aucun doute une façon de contribuer à une analyse de robustesse. Il n'en demeure pas moins que les énoncés qu'il s'agit de valider en analyse de robustesse fonctionnent en sens inverse : telle conclusion est valide pour chacun des $R(J)$ ($J \in \mathfrak{J}$), certaines exceptions (plus ou moins clairement caractérisées) pouvant néanmoins être tolérées. La perspective n'est plus de J vers $R(J)$; elle va d'une assertion portant sur $R(J)$ vers l'ensemble des J qui permettent de la valider.

Certes, dans un contexte décisionnel donné, il faut faire un effort d'imagination pour concevoir la trame (ou le contenu-type) des conclusions robustes susceptibles de pouvoir être validées. Pour y parvenir, l'enchaînement des calculs relève encore moins qu'en analyse de sensibilité d'une démarche standard. Peut-être une certaine pratique, complétée par des approfondissements théoriques, aboutiront-ils à quelques schémas-types. Des recherches dans ce sens mériteraient d'être entreprises.

4. CONCLUSION

En dépit des difficultés de mise en oeuvre soulignées dans la section précédente, l'analyse de robustesse constitue, à mon sens, une tournure d'esprit qui devrait être féconde en RO-AD. Elle devrait ouvrir des voies de recherches nouvelles pour les théoriciens dans les directions que j'ai tenté de faire entrevoir mais probablement aussi dans quelques autres. Sur un plan plus concret, le concept de conclusion robuste, sous les trois formes introduites au paragraphe 2.1, devrait contribuer à combler ce qui a été présenté au paragraphe 1.3 comme un chaînon manquant de la RO-AD.

RÉFÉRENCES

- Arbel A., Vargas L.G., Preference simulation and preference programming: robustness issues in priority derivation, *European Journal of Operational Research* 69, 1993, 200-209.
- Bonitzer J. (1988), Hasard et systèmes, quelques remarques, *Revue Internationale de Systémique* 2, 1, 47-62.
- Courbon J.C., Dubois D., Roy B. (interrogés par J.Ch. Pomerol) (1994), Autour de l'aide à la décision et de l'intelligence artificielle, Université Paris VI, Institut Blaise Pascal, *Cahier du LAFORIA* 94/01.
- Escudero L.F. (1994), Robust Decision Making as a Decision Making Aid under Uncertainty, in *Decision Theory and Decision Analysis: Trends and Challenges* edited by Sixto Rios, 127-138.
- Evans J.R. (1984), Sensitivity analysis in decision theory, *Decision Science* 15, 239-247.
- Giard V., Pellegrin C. (1992), Fondements de l'évaluation économique dans les modèles économiques de gestion, *Revue Française de Gestion* 88, 18-31.
- Hengeller Antunes C., Climaco J.N. (1992), Sensitivity analysis in MCDM using the weight space, *Operations Research Letters* 12, 187-196.
- Journée P., Perny P., Vanderpooten D. (1996), Une méthodologie multicritère pour la vérification des accords sur le contrôle des armements en Europe, Université Paris-Dauphine, *Cahier du LAMSADE* n° 134.
- Kämpke T. (1996), Sensitivity analysis for assessing preferentially independent order relations, *Computers Ops Res.* Vol. 23, No. 12, 1119-1130.
- Kämpke T., Radermacher F.J. (1993), Robust assessment of preference functions, in *Mathematical Modeling in Economics*, eds. E. Diewert et al., Springer, Berlin, 232-242.
- Laforet A. (1995), *Contributions à l'aide multicritère à la décision – Analyse de sensibilité, pouvoir discriminant des critères et performances des actions*, Thèse de Doctorat en Sciences, Université Libre de Bruxelles, Faculté des Sciences.
- Landry M., Audet M. (1984), L'attitude naturaliste dans l'inculcation du mode prédominant de formulation et de résolution des problèmes administratifs, in *Actes du Colloque AFCET Développement des Sciences et Pratiques de l'Organisation – Les Outils de l'Action Collective*, Ecole Supérieure d'Electricité, 21-23 novembre.
- Meczarski M., Zielinski R. (1991), Stability of the Bayesian estimator of the Poisson mean under inexactly specified gamma prior, *Statistics & Probability Letters* 12, 329-333.

Moskowitz H., Wong R.T., Chu P.Y. (1989), Robust Interactive Decision Analysis (RID): Behavioral Results and Implications, *J. Behavioral Decision Making* 2, 95-111.

Mouchot C. (1990), Décision et sciences sociales, in *Epistémologie et Sciences de la Gestion* coordonné par A.C. Martinet, Economica, 31-79.

Pomerol J.Ch., Barba-Romero S. (1993), *Choix multicritère dans l'entreprise*, Editions Hermès, Paris.

Pomerol J.Ch., Roy B., Rosenthal-Sabroux C. (1996), Developing an "intelligent" DSS for the multicriteria evaluation of railway timetables: problems and issues, *Revue des Systèmes de Décision*, Volume 5, n° 3-4, 1996, 249-267.

Rios Insua D. (1990), *Sensitivity Analysis in Multiobjective Decision Making*, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol. 347, Springer-Verlag, Berlin.

Rios Insua D., French S. (1991), A framework for sensitivity analysis in discrete multi-objective decision making, *European Journal of Operational Research* 54, 176-190.

Rios Insua D., Martin J. (1994), On the Foundations of Robust Decision Making, in *Decision Theory and Decision Analysis: Trends and Challenges* edited by Sixto Rios, 103-111.

Rosenhead J. (ed.) (1989), *Rational Analysis for a Problematic World*, John Wiley & Sons Ltd.

Roy B. (1989), Main sources of inaccurate determination, uncertainty and imprecision in decision models, *Mathematical and Computer Modelling*, Vol. 12, No. 10/11, 1245-1254.

Roy B. (1996a), *Multicriteria Methodology for Decision Aiding*, Kluwer Academic Publishers, 1996.

Roy B. (1996b), Le concept de conclusions robustes en recherche opérationnelle, in *IFORS 1996, The 14th Triennial Conference on Operations Research*, Vancouver, British Columbia, Canada, July 8-12, p. 88.

Roy B., Bouyssou D. (1993), *Aide Multicritère à la Décision : Méthodes et Cas*, Economica, Paris.

Roy B., Hugonnard (1982), J.Ch., Ranking of suburban line extension projects on the Paris metro system by a multicriteria method, *Transportation Research*, Vol. 16A, No. 4, 301-312.

Roy B., Présent, M., Silhol D. (1986), A programming method for determining which Paris metro stations should be renovated, *European Journal of Operational Research* 24, 318-334.

Slowinski R. (ed.) (1992), *Intelligent decision support – Handbook of applications and advances of the rough sets theory*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Stewart T.J. (1996), Robustness of Additive Value Function Methods in MCDM, *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, Vol. 5, 301-309.

Valbon-Sutour M.C. (1993), *Approche multicritère de la gestion des stocks et des approvisionnements*, Université Paris-Dauphine, Thèse de Doctorat.

Vallin Ph. (1997), Détermination d'une période économique robuste dans le cadre du modèle de Wilson, *RAIRO Recherche Opérationnelle* (à paraître).

Vincke Ph. (1996), How to define robust conclusions relatively to a family of decision-aid procedures, in *IFORS 1996, The 14th Triennial Conference on Operations Research*, Vancouver, British Columbia, Canada, July 8-12, p. 89.

Wolters W.T.M., Mareschal B. (1995), Novel types of sensitivity analysis for additive MCDM methods, *European Journal of Operational Research* 81, 281-290.

Young-Jou Lai (1995), IMOST: Interactive Multiple Objective System Technique, *Journal of the Operational Research Society* 46, 958-976.