

CAHIER DU LAMSADE

Laboratoire d'Analyse et Modélisation des Systèmes pour l'Aide à la Décision

(Université Paris IX Dauphine)

Equipe de Recherche Associée au C.N.R.S. N° 656

LA CATEGORIE DES MODELES D'ORDONNANCEMENT :

UN ESSAI DE DEFINITION

N° 15-1978

B. ROY
C. CHAUVIN
M.C. PORTMANN

Mars 1978

PROJECT MANAGEMENT SCHEDULING AND SEQUENCING : A GENERAL
MODELLING TENTATIVE

ABSTRACT

The aim of this document is to give an overall view of the characteristics of "ordonnancement" (1) models ; "Ordonnancement" problems appear under quite different aspects and we attempt, at first, to define what distinguishes them from the others. By way of illustration, four concrete "ordonnancement" problems are exposed in the second part. The preoccupations which any scientist should consider when modeling such problems are the subject of the third part. We have attempted to be consistant in the terms employed and therefore regrouped the definitions of the terms in the fourth part.

(1) The french term is here maintained because the english ones (sequencing, scheduling, production-control...) translate only one aspect of what we call "ordonnancement".

LA CATEGORIE DES MODELES D'ORDONNANCEMENT :

UN ESSAI DE DEFINITION

RESUME

Le but de ce document est de donner une vue d'ensemble des traits caractéristiques des modèles d'ordonnancement ; les problèmes d'ordonnancement apparaissant sous des aspects forts différents, nous tentons dans une première partie de définir ce qui fait leur spécificité.

Dans la deuxième partie certains modèles d'ordonnancement sont illustrés à partir de quatre problèmes concrets d'ordonnancement. Les préoccupations que devrait avoir tout homme d'étude lors de la modélisation de tels problèmes font l'objet de la troisième partie.

Nous avons cherché à respecter une certaine rigueur dans les termes employés et regroupé les définitions de ces termes dans la quatrième partie.

LA CATEGORIE DES MODELES D'ORDONNANCEMENT

UN ESSAI DE DEFINITION

- ABSTRACT	I
- RESUME	II
- SOMMAIRE	III
 1. - <u>Problèmes et modèles d'ordonnancement</u>	 1
1.1. Définition d'un modèle d'ordonnancement	1
1.2. Compléments sur le mode d'appréhension des phénomènes en cause	2
1.2.1. La notion de tâche	2
1.2.2. Décomposition d'une réalisation en tâches	2
1.3. Champ de questions concerné par le modèle	3
1.3.1. Les questions à étudier peuvent avoir pour but de fixer la valeur de certaines grandeurs, de découvrir les obstacles au bon déroulement d'une réalisation, d'é- laborer une procédure automatique	3
1.3.2. La structure de pilotage π de l'ordonnancement peut également être source de questions	4
1.4. Ensembles d'ordonnancements réalisables et potentiels	6
 2. - <u>Exemples</u>	 9
2.1. Utilisation d'un coffrage-tunnel dans la construction d'immeubles	9
2.2. Horaire de trains dans un réseau	12
2.3. Ordonnancement d'un navire effectuant des mesures géo- physiques	16
2.4. Affectations d'engins de chantier en temps réel	19

3. - <u>Les points délicats de la modélisation</u>	23
3.1. Les objectifs	23
3.2. Le "système ordonnancement"	24
3.3. La problématique	26
3.3.1. La problématique du choix α	26
3.3.2. La problématique de la description δ	27
3.3.3. Autres problématiques : β et γ	29
4. - <u>Note sur les termes employés</u>	31
BIBLIOGRAPHIE	33

1. - PROBLEMES ET MODELES D'ORDONNANCEMENT

1.1. - Définition d'un modèle d'ordonnancement

Les méthodes de l'ordonnancement se sont développées initialement pour la réalisation de grands projets dont un bon exemple est la mise en oeuvre de la fusée Polaris aux Etats-Unis.

La production de séries en atelier a donné lieu également à un grand nombre de recherches en partie pour l'amélioration pratique de cette production mais surtout en raison de la facilité de modélisation de ce type de problèmes, ces recherches non fondées sur un problème concret ne débouchant alors pas obligatoirement sur une meilleure appréhension des problèmes réels posés par l'industrie.

Des méthodes d'ordonnancement élaborées pour des problèmes de chantier ou d'atelier ont été adaptées à d'autres problèmes :

- l'acheminement de trains dans un réseau
 - le lancement d'un produit
 - la rotation d'équipage et l'habillage d'horaire
 - la maintenance d'équipements complexes
 - la gestion de centres administratifs (chèques postaux) ou informatiques
 - le fonctionnement de centres de recherche et développement
 - la détermination des cycles de feux dans des carrefours complexes.
- (1)

Ces méthodes d'origines très diverses se sont développées en prenant appui sur des modèles ayant des traits communs, il paraît intéressant de vouloir les préciser de façon à définir ce que l'on peut appeler la catégorie des modèles d'ordonnancement (le mot modèle étant entendu au sens défini au 4.)

DEFINITION : On dira qu'un modèle appartient à la catégorie des modèles d'ordonnancement ou qu'il est un modèle d'ordonnancement lorsque :

- a) la classe des phénomènes mis en jeu l'est au travers d'une décomposition en tâches qu'il s'agit d'exécuter conformément à certaines contraintes et/ou objectifs ; les conditions d'exécution d'une tâche étant caractérisées par tout ou partie des trois grandeurs suivantes :
 - époque de début
 - durée
 - mode d'emploi des moyens

(1) Suivant les secteurs d'activités, le terme ordonnancement peut-être restreint ou remplacé par d'autres : lancement, plan de charge, PERT, planning, programmation .

- b) le champ de questions a pour objet la répartition temporelle des tâches et/ou la répartition des moyens entre celles-ci en vue d'une maîtrise (Cf 4) de certains aspects de leur exécution.

1.2. - Compléments sur le mode d'appréhension des phénomènes en cause

1.2.1. - La notion de tâche

Une tâche est un travail ou un ensemble de travaux clairement identifié dont le mode d'exécution est susceptible d'être entièrement défini par trois sortes de grandeurs qui peuvent être soit des données, soit des inconnues du problème :

- t_i époque de début de la tâche i
- d_i durée opératoire de la tâche i ; dans le cas où la durée d'exécution de la tâche i n'est pas égale à sa durée opératoire - ce qui est un cas relativement exceptionnel - il faut introduire une nouvelle grandeur f_i correspondant à l'époque de fin de la tâche i ; on a alors :

$$d'_i = f_i - t_i \quad \text{durée d'exécution de la tâche } i \quad (1)$$

Le temps est pris de façon discrète après avoir choisi correctement l'unité de temps en fonction du problème.

- w_{ik} mode d'emploi possible du moyen k pour l'exécution de la tâche i .

w_{ik} est alors l'ensemble dont les éléments servent à repérer toutes les possibilités offertes a priori pour l'affectation du moyen k à la tâche i .

$\chi_{ik}(\theta)$ est la quantité du moyen k mobilisée à l'instant θ pour l'accomplissement de la tâche i , c'est une quantité dont la valeur découle à tout instant des grandeurs t_i , d_i , w_{ik} .

1.2.2. - Décomposition d'une réalisation en tâches

Dire qu'une réalisation (construction d'un hôpital, élaboration d'un prototype, production hebdomadaire) est décomposable en tâches signifie qu'elle est susceptible d'être éclatée en une suite finie de tâches dont l'exécution globale pourra être jugée équivalente, du point de vue du problème, à celle de la réalisation toute entière.

(1) Dans le cas de tâches interruptibles, on peut avoir des couples (t_i^j, d_i^j) correspondant aux tronçons successifs d'exécution.

Cette décomposition en tâches est très contingente au champ de questions que se pose l'homme d'étude. Il est des cas pour lesquels il n'y a pas de problème ; par exemple s'il s'agit d'ordonnancer les travaux d'un atelier, avec pour horizon la semaine et pour période élémentaire l'heure ou le quart d'heure, la tâche sera alors en général prédéfinie sans ambiguïté par la gamme de fabrication. Pour certains problèmes l'homme d'étude peut-être amené à considérer des "macro-tâches" s'il travaille à un horizon relativement lointain puis à affiner l'étude en considérant l'éclatement de ces tâches en "micro-tâches" quand l'horizon se resserre.

Le plus souvent le choix des tâches et donc de la décomposition est un choix délicat qu'il est difficile de guider par une méthodologie générale ; elle relève beaucoup plus des compétences de l'homme du terrain que de celles de l'homme d'étude. Toutefois la décomposition ne peut résulter que d'une étroite collaboration entre eux.

1.3. - Champ de questions concerné par le modèle

Pour réaliser la cohérence de l'ensemble de tâches, il convient de préciser davantage les questions auxquelles il faut apporter des éléments de réponse.

1.3.1. Les questions à étudier peuvent avoir pour but de fixer la valeur de certaines des grandeurs affectées à un ordonnancement, de découvrir les obstacles au bon déroulement d'une réalisation, d'élaborer une procédure automatique de détermination d'ordonnement.

a) Fixer la valeur de certaines grandeurs :

- les époques de début t_i afin de connaître la séquence de déroulement des tâches,
- l'affectation des moyens aux diverses tâches ; par exemple, faire intervenir telle quantité w_{ik} du moyen k pour la réalisation de la tâche i , faire appel à une machine supplémentaire - location - ou à une équipe supplémentaire - sous-traitance - pour l'exécution d'un ensemble de tâches, déterminer le budget nécessaire à une étude etc...

Le modèle est utilisé dans ce cas pour sélectionner un ou plusieurs ordonnancements, le ou les "meilleurs" pour un ou plusieurs critères : on se place alors dans le cas de la problématique Δ (Cf. 3.3.1.)

b) découvrir et analyser les difficultés auxquelles risque de se heurter la mise à exécution de la réalisation : le modèle vise alors à mettre en évidence les goulots d'étranglements, les tâches critiques ou l'ensemble des tâches critiques (i.e. le chemin critique), la détermination des marges

des diverses tâches - compatibles avec la tenue des objectifs -, l'effet des perturbations sur le déroulement de la réalisation ; ces questions relèvent plutôt de la problématique δ (Cf.3.3.2.)

c) Mettre au point une procédure automatique de sélection d'un "bon" ordonnancement ou d'un ensemble de "bons" ordonnancements ; cela peut-être par exemple une procédure par séparation et évaluation progressive (P.S.E.P. (1)) permettant d'obtenir un sous-ensemble d'ordonnements "bons" selon un critère ; on se place ici aussi dans le cas de la problématique α (Cf.3.3.1.)

1.3.2. La structure de pilotage π de l'ordonnancement peut également être source de questions.

En effet, les questions précédentes ne peuvent être précisées que par rapport à une structure de pilotage π (Cf.4.)

La première mission d'une telle structure de pilotage est de fournir des informations sur le système ; elle devra donc comporter des mécanismes de coordination des opérations et de suivi de la réalisation ; de tels mécanismes font intervenir :

- nature et nombre des informations à collecter tous les jours ou toutes les semaines,
- mode de traitement des informations recueillies,
- part des décisions à automatiser pour la conduite des processus,
- type d'aléas prévisibles dans la réalisation et réactions à prévoir pour chaque type d'aléas,
- support physique de la transmission des informations et des instructions....

Dans certains cas la mise en place de tels mécanismes peut faire l'objet d'un traitement informatisé ou automatisé.

Le rôle d'une telle structure de pilotage si elle veut conserver son identité et son adéquation aux problèmes traités, est de tenir compte de l'environnement du système et des changements - permanents ou non - de cet environnement. La seconde mission de la structure π est donc de prévoir des règles d'ajustement et de révision des mécanismes mis en place ; cela peut-être l'ajonction de nouveaux moyens de pilotage, la prise en compte d'informations supplémentaires, la soumission aux décisions d'un niveau hiérarchique supérieur

(1) Cf. B. ROY (1969) Tome II Chapitre 10

L'homme d'étude peut-être amené à expliciter certaines caractéristiques ou aptitudes de la structure de pilotage sur lesquels le décideur ne sait, ne peut ou ne veut pas se décider a priori. Pour cela, l'homme d'étude peut prendre appui sur le concept de modalité de pilotage $\mathcal{P}$ (Cf. 4) : elle concerne aussi bien des options qui affectent la nature de la structure de pilotage que des grandeurs qui interviennent dans le fonctionnement même du pilotage et qui conditionnent par conséquent la mise en exécution de l'ordonnancement. Nous notons $\mathcal{P}$ le domaine de variation admis pour $\mathcal{P}$.

$\pi(\mathcal{P}_0)$ est alors la structure de pilotage qui correspond à l'état $\mathcal{P}_0$ de $\mathcal{P}$, dans le cadre de laquelle il convient de concevoir l'ordonnancement, c'est-à-dire de répondre aux questions explicitées plus haut (Cf 1.3.1.).

La détermination d'un ordonnancement dépend du choix que l'on fait de $\mathcal{P}$ et donc de la structure de pilotage que l'on considère.

Dans la pratique, il est souvent très difficile d'expliciter et de formaliser de façon maniable une telle modalité de pilotage ; c'est pourquoi l'homme d'étude se contente le plus souvent d'hypothèses sur les conditions dans lesquelles le pilotage de l'ordonnancement s'opère. Cela revient à poser $\mathcal{P} = \mathcal{P}_0$ (on s'en tient pour la modalité de pilotage aux hypothèses appréhendables). Lorsqu'on opère de cette façon, il est souhaitable de s'assurer que les réponses apportées aux diverses questions sont compatibles avec $\pi(\mathcal{P}_0)$ et ne sont pas améliorables si on fait un autre choix $\mathcal{P} = \mathcal{P}_1$ de modalité de pilotage.

Dans de très nombreux problèmes de chantier, la structure de pilotage de l'ordonnancement opère à partir du concept de marge. L'ordonnancement doit donc être établi de façon à faire ressortir ces marges dans l'exécution des tâches, et à pouvoir en suivre l'évolution tout au long de la réalisation. Le succès des procédures à chemin critique (PERT, CPM....) vient en particulier de ce qu'elles répondent à ces exigences et sont donc bien adaptées à une conception simple et efficace de la structure de pilotage.

Dans certains problèmes de fabrication (1) la structure de pilotage doit permettre une adaptation régulière - à intervalles de temps rapprochés, la journée par exemple - de l'ordonnancement. Chaque jour, des tâches qui doivent subir certaines contraintes apparaissent, d'autres disparaissent, des aléas viennent perturber la production etc... Les conditions dans lesquelles la réactualisation de l'ordonnancement peuvent être faites dépendent étroitement de la nature des informations qui seront disponibles au moment où chaque jour, il convient de réactualiser l'ordonnancement.

(1) Job-shop est le terme anglo-saxon.

Ces conditions sont également influencées par la puissance des moyens de calcul disponibles, par la possibilité de recours à un niveau hiérarchique supérieur qui peut décider d'accepter certains des retards ou de recourir à des moyens exceptionnels.

1.4. - Ensembles d'ordonnancements réalisables et potentiels

Quelle que soit la structure de pilotage prévue ou non, choisir un ordonnancement ω pour guider la réalisation des tâches, c'est se donner l'ensemble des grandeurs (t_i, d_i, w_{ik}) associées à chaque tâche i , nous notons ces ensembles de valeurs (T, D, W) .

Pour un modèle d'ordonnancement on peut définir les domaines de définition des grandeurs t_i, d_i, w_{ik} , soient T_i, D_i, W_{ik} respectivement et nous posons :

$$\mathcal{O} = \{ \omega / \omega = (T, D, W) \text{ avec } \forall_i, \forall_k \quad t_i \in T_i, d_i \in D_i, w_{ik} \in W_{ik} \}$$

$\mathcal{O}$ est l'ensemble de tous les ordonnancements (certains des éléments de $\mathcal{O}$ peuvent être dénués de signification)

Pour des valeurs fixées précisant la modalité de pilotage φ , nous appelons ordonnancement φ -réalisable tout ordonnancement ω vérifiant les contraintes constituant la formulation mathématique des exigences concrètes (Cf ci-après). Nous notons A_φ l'ensemble des ordonnancements φ -réalisables (pour des valeurs fixées de φ).

Nous appelons ordonnancement potentiel tout ordonnancement provisoirement jugé possible ou présumé tel, donc tout ordonnancement pour lequel il existe un ou plusieurs vecteurs φ tel qu'il soit φ -réalisable. Nous notons Ω l'ensemble des ordonnancements potentiels.

$$\Omega = \bigcup_{\varphi \in \Phi} A_\varphi$$

Prendre une décision de planification c'est choisir un couple (ω, φ) où ω appartient à A_φ et $\varphi \in \Phi$. Nous appelons action potentielle a tout couple (ω, φ) et nous notons A l'ensemble des couples (ω, φ) pour tout φ de Φ . A est donc l'ensemble des actions potentielles. Lorsque la modalité de pilotage φ n'est pas clairement explicitée, l'ensemble des actions potentielles A se confond avec l'ensemble des ordonnancements potentiels Ω . A est alors l'ensemble des ordonnancements réalisables ou potentiels.

Revenons à la formulation mathématique des exigences concrètes qu'il convient de prendre en compte pour définir $A_{\varphi, \Omega}$, A . Ces exigences se traduisent par des contraintes.

La nature des contraintes dépend fortement des caractéristiques du problème. Elles expriment :

- les liens existant entre le système et son environnement extérieur : le client désire que la réalisation soit achevée avant la date $\mathcal{J}$, tel matériau nécessaire à la réalisation manquera jusqu'à la date $\mathcal{J}'$, une tâche réalisée en plein air, ne peut l'être que dans telle condition de climat etc...
- la technologie de la réalisation : il s'agit des liaisons qui existent entre les tâches (par exemple la tâche i doit être réalisée au trois quart avant le début de la tâche j) ou de leur connexion avec les moyens.
- la disponibilité des moyens : budget prévu, main d'oeuvre et matériel disponibles...

Certaines exigences de même que certains objectifs peuvent être pris en compte dans la phase de modélisation à l'aide de critère (Cf 3.1.)

Dans le cadre d'une phase d'étude les ensembles $A_{\varphi, \Omega}$, A ne peuvent qu'assez rarement être définis a priori comme des ensembles qui s'imposent et qui sont permanents durant toute cette phase d'étude.

Pour qu'il en soit ainsi, il est nécessaire que les deux conditions de stabilité interne et de stabilité externe soient satisfaites.

Condition de stabilité interne : La phase d'étude, compte-tenu de sa conception interne, n'est pas de nature, dans son déroulement prévisible, à remettre en cause la définition initiale de A ; de ce fait le modèle d'ordonnancement peut prendre appui sur un ensemble A considéré comme imposé a priori et n'a donc pas à prendre en compte d'éventuelles révisions de A qu'elle susciterait.

Au contraire, dans certains cas, l'homme d'étude peut s'interroger sur le caractère critique de certaines tâches et sur le choix d'un ordonnancement ; si, par exemple, l'étude est basée sur une modélisation du problème réalisée à partir de données grossières, la recherche d'une plus grande précision pour certaines des données peut conduire à déplacer la définition des ordonnancements considérés comme réalisables ou potentiels.

Condition de stabilité externe : La phase d'étude met en jeu un ensemble A qui, compte-tenu du contexte extérieur, jouit normalement d'une certaine permanence ; de ce fait, le modèle d'ordonnancement peut prendre appui sur un ensemble A susceptible d'une définition exhaustive durable et n'a donc pas à prendre en compte un éventuel caractère transitoire de A .

Par contre, lorsque l'environnement extérieur au système impose au cours du temps la réalisation de nouvelles tâches, l'homme d'étude doit remettre en cause la définition de l'ensemble A pour tenir compte des modifications que suscitent ces nouvelles tâches.

L'instabilité - externe ou interne - peut provenir de deux difficultés essentielles :

- soit l'impossibilité de bien cerner $\bar{\Phi}$ a priori - $\bar{\Phi}$ est alors évolutif et construit progressivement pendant la phase d'étude et lors de la réalisation.
- soit l'insatisfaction du décideur face aux ordonnancements fournis par le modèle (l'ensemble A peut même être vide), qui conduit à remettre en cause le choix considéré jusqu'à ce qu'il soit définitif de $\bar{\Phi}$.

Le caractère évolutif de $\bar{\Phi}$, se traduit souvent par des modifications des contraintes (et des critères) ; on cherche à les satisfaire au mieux, elles ne sont pas des frontières infranchissables.

2. - EXEMPLES

2.1. - Utilisation d'un coffrage tunnel dans la construction d'immeubles

2.1.1. - Présentation du problème

On s'intéresse dans cet exemple à la réalisation d'un ensemble d'appartements qui utilise un procédé de coffrage dit du "coffrage tunnel". Ce procédé permet de réaliser le bétonnage d'un immeuble ou d'un groupe d'immeubles en le décomposant en une suite de cycles à peu près identiques dont chacun conduit à l'édification d'une "cellule", comprenant deux logements.

L'unité de coffrage comprend 6 lignes parallèles de 3 coffrages, en forme de U renversés, qui sont mobiles sur des voies de roulement posées sur la dalle supérieure du niveau précédemment bétonné. Mais bien entendu, liés entre eux de façon rigide lors du coulage du béton. On dispose donc d'une suite de U renversés, schématisée grossièrement de la façon suivante :

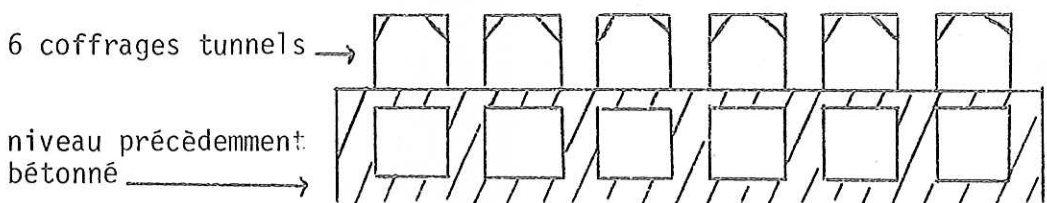


Fig 1.

Le coulage du béton sur ces coffrages et dans les intervalles qui les séparent permet de réaliser l'ossature porteuse de la cellule sous forme de travées parallèles perpendiculaires à la façade. Les cloisons transversales doivent être réalisées après coup, mais tous les éléments encastrés dans le béton, tel que boiserie, garnis pour fils électriques etc...doivent être maintenus à leur emplacement - dans les intervalles séparant les coffrages - lors du bétonnage, tandis que pour les vides à réserver (baies libres, passages de conduits), il faut procéder à la fixation d'un certain nombre d'accessoires sur les coffrages. Ces différentes opérations constituent l'habillage des coffrages-tunnels.

Numéros des tâches	Durées	Contraintes	Numéros des tâches	Durées	Contraintes
0		— début —			
<i>Opérations de décoffrage</i>			<i>Habillage des tunnels</i>		
1	20	0	53	124	52, 19
2	8	1	54	36	19 (96)
3	8	0	55	15	53
4	17	2, 3	56	15	53
5	10	4 (7)	57	12	55
6	42	5 (2)	58	12	56
7	12	0	59	50	53
8	12	0	60	50	53
9	15	6 (3), 7	61	90	53 (5), 54 (2)
10	15	6 (3), 8	62	35	6
11	50	0	63	42	53, 62
12	58	0	64	15	63 (35)
13	30	0	65	15	63 (40)
14	75	0	66	15	65 (2)
15	30	9 (7), 10 (7), 11 (10), 12 (10), 13 (20), 14	<i>Ferraillage et bétonnage</i>		
<i>Rotation des tunnels</i>			101	8	54
16	5	15 (5)	102	70	53
17	2	16	103	70	61, 57, 58
18	2	17			59, 60, 64
19	2	18	104	17	66, 101, 102
<i>Rotation des passerelles</i>			105	17	103, 106 (-- 25)
<i>Réparation des accessoires</i>			106	95	20, 104 (10)
20	75	2			104 (25),
21	115	16	107	7	105 (15)
22	50	16	108	28	106
23	18	0			107
24	35	23	FIN		
25	50	22, 24			
26	75	22			
27	35	25			
51	7	0			21, 26, 27, 108
52	17	51			

Figure 2

Chaque cycle au cours duquel on coule l'ossature d'une cellule comprend les tâches qui figurent au tableau dessiné (en Fig 2) dans lequel, sur la ligne correspondant à la tâche n° i on trouve d'abord sa durée d_i (en minutes) puis, dans la colonne "contraintes" une suite de type $j_1(\delta_1), j_2(\delta_2)$ etc, signifiant que la tâche i ne peut débiter au plus tôt que δ_1 minutes après le début de la tâche j_1 , δ_2 minutes après le début de la tâche j_2 etc... Dans le cas où la quantité δ_1 est égale à la durée d_1 de la tâche j_1 , on a écrit " j_1 " au lieu de " $j_1(\delta_1)$ " dans un souci de simplification. Les moyens w_{ik} dont on dispose pour la réalisation des tâches - que ce soit du matériel spécialisé ou de la main d'oeuvre - sont en quantité supposée suffisante pour exécuter en parallèle toutes les tâches se déroulant à un instant θ . Toutefois, on préférerait n'utiliser si possible qu'une seule grue sur le chantier.

Le but que l'on poursuit est de faire tenir en une journée (soit en fait moins de 12 heures) toutes les opérations d'un cycle de façon à pouvoir utiliser la nuit pour faire prendre le béton au moyen d'un chauffage adéquat (si l'on n'arrive pas à respecter cette contrainte, par exemple pour un dépassement d'une ou deux heures, c'est deux journées - deux périodes consécutives de 12 H. - qui seront nécessaires à l'exécution d'un cycle). Cette condition étant supposée réalisée, l'utilisateur ne cherche pas à tout prix à diminuer la durée totale du cycle mais les "meilleures" solutions doivent alors être choisies en fonction des critères suivants :

- effectif total minimum correspondant à la minimisation du nombre d'heures payées.
- commodité d'exécution : le planning d'exécution doit permettre un travail régulier par équipes stables.

2.1.2. Modélisation

Il s'agit ici de formuler mathématiquement les exigences concrètes portant sur les grandeurs t_i, d_i, w_{ik} associées à chaque tâche i. Certaines contraintes temporelles expriment le fait qu'une tâche doit être terminée depuis un temps θ , ou partiellement exécutée avant qu'une autre tâche puisse commencer. Ces contraintes ont toutes la forme de l'inégalité (au sens large) suivante :

$$t_j - t_i \geq a_{ij} \quad \text{avec } a_{ij} \in \mathbb{R}$$

On a par exemple les deux contraintes suivantes (Cf Fig. 2)

$$t_{59} - t_{53} \geq 124$$

$$t_5 - t_4 \geq 7$$

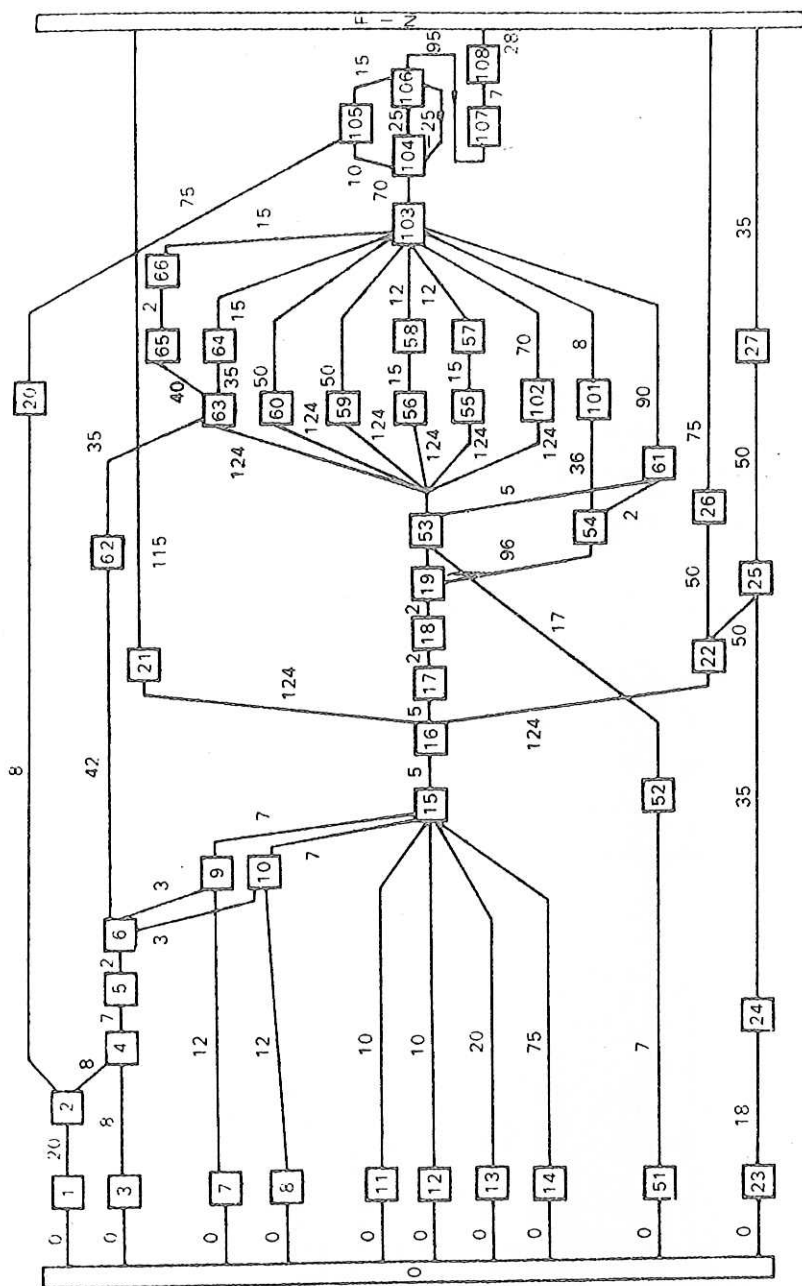
Ces contraintes traduisent des inégalités de potentiel à respecter entre les sommets d'un graphe conjonctif G où a_{ij} représente la valuation de l'arc (i,j)

A chaque tâche, il faut attribuer les moyens nécessaires à son exécution : nous avons fait l'hypothèse que main d'oeuvre et matériels spécialisés (sauf peut-être les grues) étaient en quantité suffisante pour exécuter en parallèle toutes les tâches qui peuvent l'être compte-tenu des contraintes temporelles ; le nombre de tâches est suffisamment petit pour qu'un chef de chantier réussisse, sans trop de problème, à affecter les individus aux tâches, nous négligeons donc dans notre modèle ce problème d'affectation.

Quant à la limitation du nombre de grues nous l'introduisons dans notre modèle : par exemple s'il n'y a qu'une grue on doit avoir une des deux contraintes vérifiées (Cf Tableau Fig. 2)

$$\left\{ \begin{array}{l} t_{101} - t_{56} \geq 15 \\ \text{ou (exclusif)} \\ t_{56} - t_{101} \geq 8 \end{array} \right.$$

Les tâches 56 et 101 nécessitent toutes deux l'emploi de la grue. Cette "paire de disjonction" exprime qu'il ne peut y avoir chevauchement entre les deux tâches : l'une des deux précède forcément l'autre.



N.B. Tous les arcs dont le sens n'est pas indiqué sur le graphe sont orientés de la gauche vers la droite.

Figure 3

2.1.3. - Maîtrise

Les seules inconnues du problème sont les dates de début t_i des tâches. Si le nombre de grues est supposé suffisant, le problème revient à chercher un ensemble de potentiel réalisable sur un graphe conjonctif G . S'il existe des ordonnancements se terminant en moins de douze heures (entre l'ordonnement au plus tôt et l'ordonnement au plus tard pour $\theta = 12$ heures), le décideur choisit un planning satisfaisant au mieux les deux critères :

- lissage de la main d'oeuvre
- maximisation du degré de liberté des tâches (afin de répondre efficacement à des perturbations éventuelles).

On est alors dans le cas d'une problématique Δ (Cf 3.3.1.) : le décideur désire sélectionner un petit nombre d'ordonnements "bons" suivant un ou deux critères.

Si l'on considère qu'on ne peut utiliser qu'une grue sur le chantier, on introduit des paires de disjonction (Cf 2.1.2.) dans le graphe potentiel-tâche et on se trouve en présence d'un graphe disjonctif : il est nécessaire d'arbitrer toutes les paires de disjonction. On emploie dans ce cas une méthode d'exploration systématique de tous les choix possibles : à un arbitrage donné de toutes les paires de disjonction correspond un système de représentant de la partie disjonctive du graphe Γ . Au graphe G obtenu - partie conjonctive de Γ plus un système de représentant de la partie disjonctive - on applique les méthodes évoquées plus haut pour obtenir un ensemble de potentiel. L'exploration systématique de Γ est dirigée de manière à examiner d'abord les arbitrages qui risquent de fournir les "meilleurs" solutions afin d'arrêter le processus dès l'obtention d'un ordonnancement satisfaisant.

2.2. - Horaire de trains dans un réseau

2.2.1. Présentation du problème (1)

Le problème est d'organiser l'adaptation d'un horaire S.N.C.F. nécessitée par l'introduction d'un certain nombre de trains supplémentaires (par exemple en période de pointe de trafic) sur un réseau donné sans trop perturber le trafic normal.

Le réseau étudié est le triangle ferroviaire Paris-Orléans / Bordeaux Montauban-Toulouse inclus dans le réseau Sud-Ouest de la S.N.C.F. On peut le représenter par un graphe dont les arêtes sont des tronçons de voie ferrée à double sens de circulation et les sommets des embranchements et des points de stockage.

(1) Cf thèse de DIBOS - ROELLY (à paraître)

Dans le trafic normal, sont pris en compte :

- 120 trains de voyageurs
- 50 trains de messageries
- 300 trains de marchandises

L'itinéraire d'un train est imposé : les gares de départ, de destination et toutes les gares intermédiaires où un train doit s'arrêter sont donc connues a priori.

On fait l'hypothèse du trafic idéal : i.e. qu'un train ne doit en aucun cas s'arrêter en pleine voie. Les seuls endroits où un train peut stationner pour en laisser passer un autre, sont les gares munies de voies de garage.

Il existe 8 catégories de trains auxquelles sont affectées des priorités.

Chaque train possède une vitesse propre qui est constante sur un même tronçon de voie : il faut donc tenir compte des contraintes de vitesse. Les trains ne devant pas s'arrêter en pleine voie, on introduit les contraintes de marche ; une distance minimum de sécurité étant obligatoire entre deux trains consécutifs, on est amené à introduire également des contraintes d'espacement. Les voies de garage du réseau étant en nombre limité, il existe des contraintes de capacité de stockage. La circulation des unités supplémentaires devant perturber le moins possible la marche des unités du trafic normal, les règles de priorité établies entre les deux types de trains se définissent ainsi :

- tout train normal est prioritaire sur une unité supplémentaire appartenant à une catégorie de priorité égale ou inférieure.

- un train supplémentaire est prioritaire par rapport à un train normal de catégorie inférieure à moins que le retardement de celui-ci ne provoque des retards parmi les autres trains normaux.

2.2.2. Modélisation

Un trafic normal ayant lieu sur le réseau, on cherche à introduire des trains supplémentaires ; cela entraîne :

- que l'ordonnancement antérieur du trafic normal est susceptible d'être bouleversé : un train normal est "desheuré" et considéré à partir d'une certaine étape, comme un nouveau train supplémentaire.

- que les contraintes de circulation peuvent être, le cas échéant, desserrées de façon locale au cours de l'étude.

L'ensemble A des ordonnancements réalisables ne répond donc pas à la condition de stabilité interne (Cf 1.4.).

Le but recherché dans ce problème est la détermination des horaires d'un ensemble d'unités, c'est-à-dire l'obtention d'un seul ordonnancement, le meilleur possible ; il s'agit donc ici de la problématique du choix (Cf 3.3.1.)

Les critères à prendre en compte sont :

- critère n° 1 : somme pondérée des retards ;
- critère n° 2 : indice de disponibilité du réseau ;
- critère n° 3 : nombre d'unités en circulation.

Le premier et le troisième critère sont définis pour l'ensemble des unités d'un groupe de priorité donné. Le deuxième est défini pour l'ensemble des unités circulant simultanément sur le réseau : cela posant un problème, on lui préfère le critère n° 2bis : "indice de disponibilité relatif à la catégorie de priorité i" qui est égal au critère n° 2 calculé sur l'ensemble des unités des catégories 1,2,...(i-1),i. Le critère n° 3 correspond à l'aspect "satisfaction des besoins" défini par la S.N.C.F.

Une solution partielle a correspond à l'organisation de la circulation des unités supplémentaires appartenant à une catégorie i donnée et se caractérise par les valeurs des 3 critères :

- somme des retards C_1^i
- indice de disponibilité évalué pour l'ensemble des tâches déjà ordonnancées C_2^i
- nombre de trains supplémentaires mis en service dans cette catégorie C_3^i

Soit $C^i = (C_1^i, C_2^i, C_3^i)$ le vecteur correspondant à cette catégorie i; une solution globale correspondant à la circulation de tous les trains supplémentaires est caractérisée par :

$C = (C^1, C^2, \dots, C^n)$ vecteur à 3 n composantes.

2.2.3. Maîtrise

La méthode proposée est fondée sur une procédure interactive dans laquelle le décideur intervient à chaque étape :

- soit pour autoriser le retrait d'un ou plusieurs trains supplémentaires
- soit pour modifier localement certaines contraintes
- soit encore pour ordonner l'arrêt de la procédure.

Les grandes lignes du déroulement de la procédure se décrivent ainsi :

- a) on part de l'ordonnancement déterminé pour les trains du trafic normal.
- b) à chaque étape, on essaie de mettre en service la totalité des trains supplémentaires restant en lice, toutes catégories comprises. Si cela se révèle impossible on fait appel au décideur.

- c) les nouveaux éléments fournis par le décideur sont injectés dans la procédure afin de réinitialiser le processus pour l'étape suivante.

Dibos et Roelly appellent les trois phases constituant la procédure interactive : Recherche, Réaction, Réinitialisation.

2.2.3.1. Recherche

La recherche consiste à déterminer ou à essayer de déterminer un ordonnancement global pour tous les trains supplémentaires restant à ordonnancer. Les horaires des trains du trafic normal sont considérés comme des contraintes dans le calcul, sauf si les marges libres correspondantes permettent de les retarder sans perturber la marche des autres trains. La procédure utilisée est une méthode P.S.E.P. adaptée (Voir ROY 1969 Tome 2).

2.2.3.2. Réaction

- 1er cas : la recherche a abouti à la détermination d'une ou plusieurs "bonnes" solutions proposées alors au décideur. S'il en accepte une, la procédure se termine ; s'il les refuse toutes, on se ramène au 2ème cas.

- 2ème cas : Aucune solution partielle n'a pu être détectée (ou bien le décideur a refusé toutes les solutions proposées).

Le décideur a plusieurs possibilités :

a) choisir de renoncer à ordonnancer un certain nombre de trains supplémentaires ; l'homme d'étude peut éclairer son choix en lui présentant la liste des conflits, intéressant les divers trains, ainsi que le degré de gravité de ces conflits (Cf problématique 3.3.2.)

b) choisir de modifier localement certaines contraintes. c'est ainsi que suivant les cas, le décideur pourra envisager :

- de faire accélérer ou ralentir certains trains supplémentaires sur un parcours donné.

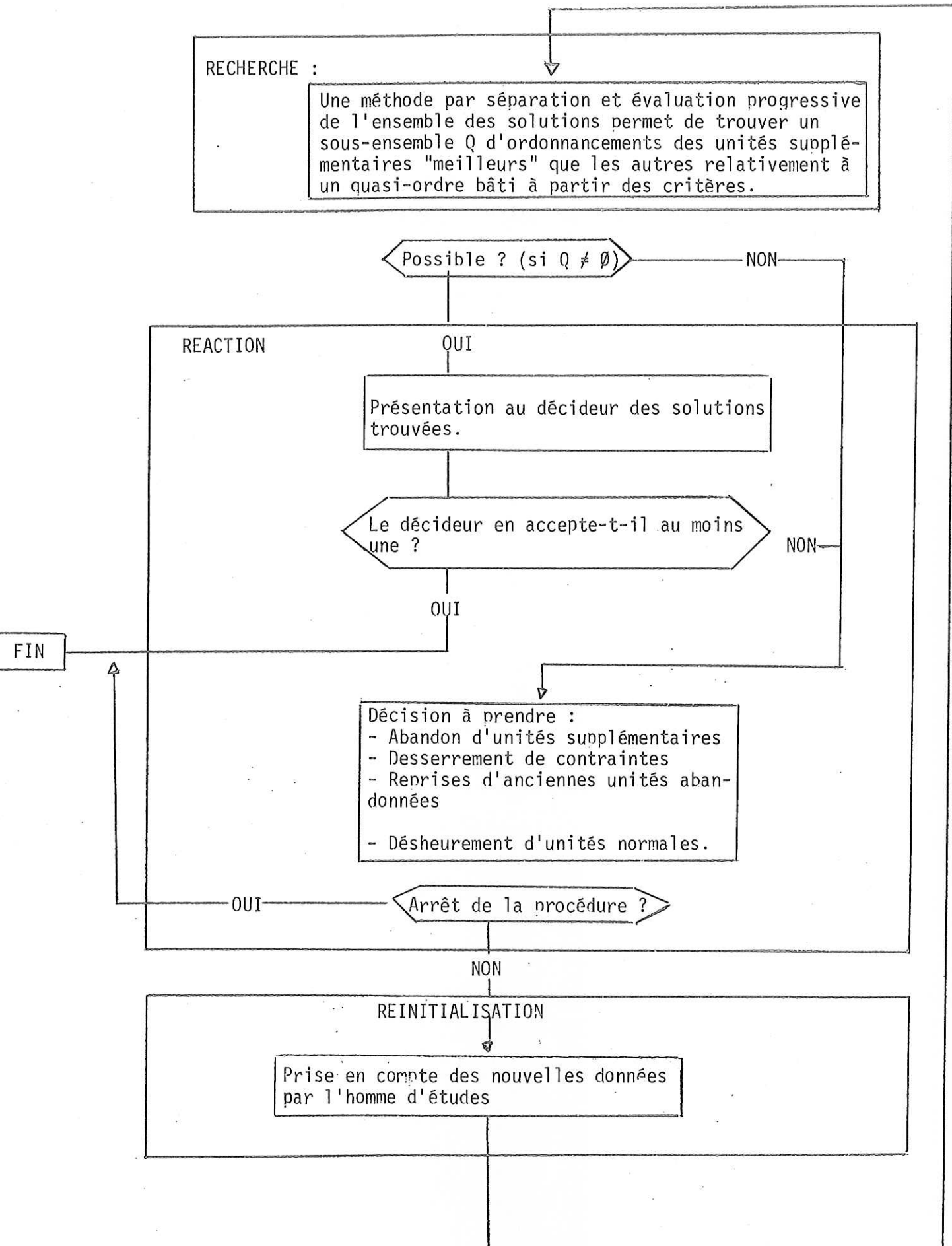
- de "désheurer" certains trains du trafic normal, c'est à dire de les considérer à l'avenir comme des trains supplémentaires.

- éventuellement de modifier quelques contraintes de priorité entre trafics supplémentaires de catégories voisines.

Les possibilités a et b ne sont pas exclusives.

c) réenvisager les résultats obtenus lors d'une étape précédente

d) Arrêter la procédure définitivement.



2.2.3.2. Réinitialisation

Les modifications éventuelles apportées par le décideur sont prises en compte ; le processus est alors réinitialisé en supprimant les tâches correspondantes aux trains éliminés et en modifiant les contraintes dont le desserrement a été décidé.

Voir l'organigramme de la procédure en Figure 4.

2.3. - Ordonnancement d'un navire effectuant des mesures géophysiques

2.3.1. Présentation du problème

La mission d'un navire consiste à quitter un port D, à effectuer des mesures géophysiques sur toute la longueur de n profils ($n \leq 100$) ou segments de droite, dont la position géographique est définie de façon très précise, puis à gagner un port A qui peut être le même que le port de départ. Certaines missions peuvent avoir des caractéristiques spéciales : ainsi, il peut-être nécessaire que le bateau relâche dans un ou deux ports intermédiaires I_1 et I_2 . Pour effectuer ces mesures, le navire doit dérouler dans son sillage, un appareil appelé streamer faisant plusieurs centaines de mètres de long ; le streamer devant se trouver dans l'axe du profil quand le navire l'aborde, des particularités géographiques telles que côte proche, courant violent etc... peuvent interdire de parcourir certains profils dans un sens.

Le bateau adopte pour les diverses phases de sa mission 3 types de vitesse.

- vitesse de déplacement V_d
- vitesse de présentation V_p
- vitesse de mesure V_m

Les positions géographiques des profils et les vitesses du bateau étant connues, on peut établir deux matrices. Une matrice des distances et une matrice des temps entre les ports et les extrémités de profils et entre les extrémités de deux profils. Pour certaines raisons techniques, ces matrices ne sont pas symétriques.

Le déroulement normal d'une mission peut être perturbé par cinq sortes d'aléas.

- aléas dûs au bateau (panne, révision exceptionnelle etc...)
- aléas dûs aux appareils de radionavigation (la localisation du navire sur un profil doit être très précise et une panne des appareils de radionavigation, permettant de se situer, entraîne l'ajournement des mesures).

- aléas dûs aux appareils de mesure géophysique
- aléas dûs aux conditions météorologiques (une tempête ou des vagues importantes peuvent mettre en danger le streamer qui doit alors être rentré interrompant les mesures ; on ne peut faire des mesures en cas d'accumulation de glaces ou de formation de banquise etc...)
- aléas rendant indisponible momentanément une zone géographique (par exemple présence d'une flotille de pêche sur les lieux de mesure).

On souhaite pouvoir réagir à ces aléas et corriger l'ordonnancement choisi en conséquence.

2.3.2. Modélisation

A chaque profil (i,j) on associe une tâche à laquelle peut correspondre deux modes d'emploi possibles du moyen que représente le navire. Ces deux modes d'emploi du navire tiennent compte des deux sens de parcours envisageables pour un même profil.

La réalisation globale de la mission est atteinte par la réalisation de toutes les tâches représentant les profils définis. Dans cette configuration, le problème est assez semblable à un problème d'atelier à une machine pour lequel on pourrait assimiler les parcours de déplacement (port extrémité de profil i) et de présentation (extrémité de profil k à des temps de réglage de la machine nécessaires à l'exécution de nouvelles tâches. Le but du problème est de fournir un routage du navire soit un calendrier de marche : les inconnues sont les dates de début t_i des tâches et le sens de parcours du profil.

La durée totale d'une mission dépend de la séquence des tâches ; on s'intéresse aux séquences qui réduisent la distance parcourue par le navire donc le coût affecté à la mission. Il est inutile pour cette étude de chercher à obtenir un ordonnancement qui rende minimum le coût de la mission car la fréquence des aléas de toute nature rend très improbable le déroulement d'une mission suivant le calendrier prévu. Le décideur (dans ce problème il s'agit du chef de mission) souhaite disposer d'un certain nombre de solutions "bonnes" au point de vue coût car cela lui permet de prendre en compte des variantes de l'ordonnancement suivi, lorsque surviennent ou risquent de survenir des perturbations.

On se place alors dans le cas de la problématique Δ (Cf 3.3.1.) L'algorithme précisé au 2.3.3. fournit un ensemble de solutions jugées "bonnes" sur un critère.

Pour améliorer les solutions et obtenir des ordonnancements peu perturbables quand surviennent des aléas, on s'intéresse à un critère de vulnérabilité : un ordonnancement est qualifié de meilleur qu'un autre pour ce critère si pour un type d'aléa (voire pour tous les aléas envisageables) il est moins perturbé (c'est-à-dire si son "coût" augmente dans de faibles proportions) ; en fait un même ordonnancement peut se révéler à la fois bon et mauvais suivant ce critère, cela dépendant de l'aléa intervenant. Pour cette raison, on est amené à construire un ordonnancement qui dépend de la prévision à court terme que le chef de mission peut faire sur la nature de l'aléa. On se place ici aussi dans le cas de la problématique α (Cf 3.3.1.). Au sein de la structure de pilotage prévue, le décideur intervient et peut faire le choix d'une politique d'ordonnancement dans les occasions T suivantes :

- T_1 en début de mission, au port D
- T_2 en chaque port intermédiaire I
- T_3 lorsque survient un aléa
- T_4 à tout moment pour prendre en compte la prévision qu'il peut faire d'un aléa futur.

Une politique est un ensemble de règles qui président à la construction d'un ordonnancement. La prise en compte de ces règles se faisant par l'intermédiaire de classe de priorité entre les profils.

L'idéal est de pouvoir disposer d'un ordinateur embarqué permettant de calculer le routage du navire pour une politique définie à l'instant T.

2.3.3. Maîtrise

Dans un premier temps, il a été décidé de fournir au chef de mission un petit nombre N (N de l'ordre de 3 à 5 pour des raisons opérationnelles) de solutions qualifiées de "bonnes" selon le premier critère. Le choix du chef de mission peut se faire parmi ces solutions suivant un critère personnel souvent non entièrement explicite et subjectif. Il a le choix entre des variantes pour certaines parties de la mission en passant d'une solution à une autre lorsque surviennent des perturbations.

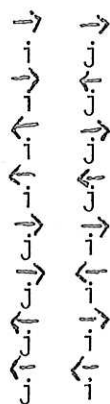
Un algorithme par voisinage successif

a) une solution est tirée au hasard.

Chaque profil est affecté d'un ordre dans la séquence de déroulement et d'un sens de parcours.

b) on évalue cette solution suivant le critère coût.

c) on évalue les contributions au coût de toutes les permutations mettant en jeu deux profils ; il y a 8 permutations pour tout couple de profils :



- d) on modifie la solution en réalisant la permutation qui diminue le coût de la solution.
- e) on arrête l'algorithme quand on ne peut plus trouver de permutations qui améliorent le coût. On obtient alors une solution sous optimale qualifiée de 2 - optimale.
- f) on recommence le processus (en a) jusqu'à ce qu'on obtienne N' solutions 2 - optimales.
- g) parmi ces solutions on fait le choix de N solutions bonnes suivant le critère C'.

2.4. - Affectation d'engins en temps réel

2.4.1. Présentation du problème

Il s'agit dans cet exemple de décisions routinières, confiées à un dispatcher qui, pour chacune, doit opérer dans un délai relativement court. Elles portent sur le choix de l'engin qui va être affecté à l'exécution d'une tâche. Le parc est composé d'une trentaine d'engins semblables (mais non identiques).

A un instant donné, la plupart des engins sont mobilisés par une tâche qu'ils ne peuvent abandonner en cours d'exécution. L'instant où l'un d'eux sera à nouveau disponible n'est connu avec précision qu'au moment où il est effectivement libéré. Un engin libre peut être immédiatement affecté à l'exécution d'une tâche mais la durée qui sépare la décision d'affectation du début réel de l'exécution est un élément important du problème (Cf ci-après).

Chaque tâche i est caractérisée par :

- son instant de début demandé t_i : le dispatcher doit, dans toute la mesure du possible, le respecter ;

- l'état E_i requis pour l'engin qui lui sera affecté : celui-ci concerne des particularités qui dépendent intrinsèquement de l'engin et d'autres qui sont fonction de la dernière tâche exécutée par l'engin ;

- sa durée d_i d'exécution : elle est indépendante de l'engin choisi mais pour des raisons imprévisibles, il arrive (rarement) que la durée réelle dépasse significativement d_i et que l'engin ne soit pas libéré à $t_i + d_i$;

- l'état E_i^* qui est celui de l'engin affecté lorsqu'il est libéré : il s'agit pour celles des composantes de E_i^* qui sont influencées par i , du lieu de disponibilité, de l'état de "propreté",...

Précisons que le dispatcher dispose :

- d'une console (reliée à un ordinateur) à partir de laquelle il peut faire exécuter certains calculs, notamment celui de la durée $D_k(E_q^*, E_i)$ nécessaire pour faire passer un engin k de l'état E_q^* dans lequel il a été laissé par sa dernière tâche q à l'état E_i que requière la tâche i ; indiquons à ce sujet que, outre le coût direct (généralement négligeable) qu'occasionne ce passage, celui-ci entraîne une immobilisation improductive de l'engin ;

- d'un téléphone le reliant à un responsable situé au niveau hiérarchique supérieur, auprès de qui il peut obtenir des informations complémentaires lorsqu'il en éprouve le besoin ; celles-ci portent en particulier sur la possibilité de faire débiter une tâche i postérieurement à t_i ou encore de lui affecter un engin dont les particularités intrinsèques ne correspondent pas à E_i (ce qui peut présenter des risques ou entraîner des dépenses supplémentaires) ;

- d'un système télé-informatique lui servant d'une part à faire connaître les affectations, d'autre part à recevoir, au fur et à mesure, les informations sur les engins libérés et les caractéristiques des tâches annoncées.

Indiquons encore que :

- la durée de passage d'un engin, d'une tâche à une autre, peut atteindre la durée de la tâche à exécuter (celle-ci étant de quelques heures) ;

- qu'à l'instant t seules des tâches ayant un début demandé postérieur à $t + 60$ (la minute étant l'unité) peuvent normalement être ajoutées ou voir leurs caractéristiques modifiées par les niveaux supérieurs ;

- le nombre des tâches annoncées (non en cours d'exécution) varie entre 20 et 50.

niveau 3 : chercher une affectation en remettant en cause une ou plusieurs de celles déjà décidées et en consultant si besoin le responsable sur les écarts tolérables relativement aux dates t_j et aux états E_j des tâches $j \in J_t$ susceptibles d'intervenir dans cette révision des affectations antérieures.

Précisons qu'une décision intervenant au niveau 2 relativement à la tâche i peut consister :

- en une affectation qui (a posteriori) aurait tout aussi bien pu intervenir au niveau 1 en ce sens que l'engin k affecté satisfait t_i et E_i : la consultation du responsable peut en effet s'expliquer par le fait que le dispatcher estimait opportun de réserver k pour une autre tâche si une autre solution pouvait être trouvée pour i ;

- en aucune affectation (sans passage au niveau 3) à l'instant t ; cette situation peut cependant s'accompagner d'une modification de t_i acceptée par le responsable sur proposition du dispatcher).

Dans ces conditions, l'homme d'étude peut chercher à fournir au dispatcher le moyen de tirer parti de la console pour choisir la (ou les) tâches à considérer en priorité à l'instant t . Outre des indications sur ces tâches, le modèle peut également (sur demande) fournir pour une tâche $i \in H_t$, la liste des engins susceptibles de lui être affectés dans une décision de niveau 1, 2 ou 3.

A un instant donné, le dispatcher ne peut se concentrer que sur une, voire quelques unes, des tâches H_t en vue d'une décision au niveau 1, 2 ou 3. De plus, de nouvelles tâches apparaissent régulièrement alors que celles qui débutent disparaissent. Pour ces raisons, l'ensemble A doit être révisable ; le modèle doit donc prendre appui sur un ensemble A transitoire. Le non respect de la condition de stabilité externe est encore accentué par le fait que les caractéristiques t_i et E_i sont sujettes à modifications imposées de l'extérieur.

La condition de stabilité interne ne paraît pas mieux satisfaite : en effet, lorsque, se plaçant au niveau 2 ou 3, le dispatcher envisage de remettre en cause les caractéristiques d'une tâche (donc sans doute aussi la définition de A), c'est que, ayant étudié le problème d'affectation que soulève cette tâche, il estime souhaitable ou nécessaire de revoir les conditions de son exécution. De telles possibilités de révision doivent évidemment faire partie intégrante du modèle sans quoi il risquerait de ne pas être très opérationnel.

L'homme d'étude se place pour cet exemple dans le cas de la problématique de la description $\mathcal{S}$ (Cf 3.3.2.).

3. - LES POINTS DELICATS DE LA MODELISATION

3.1. - Les Objectifs

L'ensemble des ordonnancements réalisables peut être vaste et pour aider au choix d'un ou de plusieurs ordonnancements, il est utile de compléter la modélisation par la prise en compte des objectifs du décideur. Ces objectifs peuvent être très divers ; les plus couramment rencontrés sont les suivants :

- temps de réalisation minimum
- respect des délais imposés à certaines tâches
- coût de réalisation minimum
- stocks d'en-cours non prohibitifs
- charge maximum des moyens disponibles
- réduction des temps morts
- flexibilité et adaptabilité lors de perturbations apportées par l'environnement du modèle...

On peut le plus souvent exprimer un objectif de deux manières :

- soit comme une contrainte ce qui veut dire qu'on donne des bornes au domaine de variations de l'objectif correspondant.
- soit comme un critère ce qui revient à vouloir lui attribuer une "bonne" ou une meilleure valeur.

La modélisation d'un objectif sous forme d'une contrainte ou sous forme d'un critère peut découler des données objectives du problème ou de la volonté de l'homme d'étude. Mais la nature d'un objectif est susceptible d'évoluer avec les différentes phases de l'étude et de la réalisation et aussi en fonction du niveau décisionnel auquel on se place.

Par exemple, si l'on planifie une production à long terme, on connaît pour les 24 mois à venir les ventes prévisionnelles mensuelles, les possibilités de stockage et les capacités de production. La fabrication d'une commande donnée correspond à une tâche du problème. Les contraintes proviennent des capacités de production, de stockage et éventuellement de délais impératifs ; le critère est la minimisation des coûts c'est-à-dire la minimisation des coûts de stockage et des pénalisations économiques dues aux retards éventuels dans la production. On obtient alors un premier ordonnancement "grossier" ou plan de charge pour les prochains 24 mois.

Le désir de respecter cet ordonnancement global donne pour le moyen terme des objectifs exprimés sous forme de contraintes.

Au moyen terme (ici 3 mois) les commandes sont connues avec plus de précision ce qui permet de reconsidérer la définition des tâches à exécuter. On cherche alors à exécuter les tâches en respectant les délais qui sont définis auparavant et en s'intéressant à la minimisation des coûts de stockage et de fabrication.

Si, à ce niveau, on ne peut obtenir de solution "satisfaisante", on est obligé d'élargir le domaine de définition correspondant aux contraintes afin d'adapter le problème ; pour cela il faut analyser l'ensemble des contraintes pour définir celles que l'on doit desserrer (par exemple quels délais peut-on se permettre de ne pas respecter ? avec quel marge ?) puis revenir au niveau supérieur, le long terme, pour choisir un nouvel ordonnancement global.

A court terme, par exemple la semaine, il s'agit de répartir les opérations à effectuer sur les différentes machines et affecter les équipes aux machines. Les coûts de stockage et de fabrication sont des contraintes à ce niveau.

Dans un certain nombre de problèmes d'ordonnancement, l'ensemble des actions potentielles peut se révéler vide : il est alors nécessaire d'analyser les causes de la vacuité de A. De cette analyse doit découler une hiérarchie entre les contraintes, hiérarchie qui permet le plus souvent au décideur de faire le choix de la, ou des contraintes à desserrer (compte-tenu de l'environnement du système) de façon à aboutir à une solution satisfaisante.

3.2. Le "Système Ordonnancement"

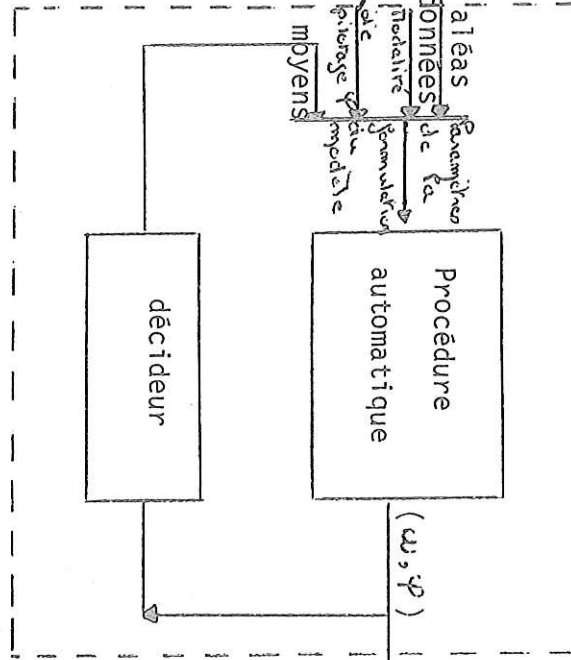
Le système étudié par l'homme d'étude est en interaction constante avec son environnement. On risque si l'on fait abstraction de cet environnement de bâtir un modèle imapte à rendre compte de la réalité des phénomènes, que l'on saura traiter certes, mais éloigné de la réalité concrète et de ce fait peu intéressant pour les organisations. La théorie des systèmes devrait permettre à l'homme d'étude de rendre compte des interactions entre le système et son milieu.

Le "système ordonnancement" est composé de deux sous-systèmes (Cf Fig 5)

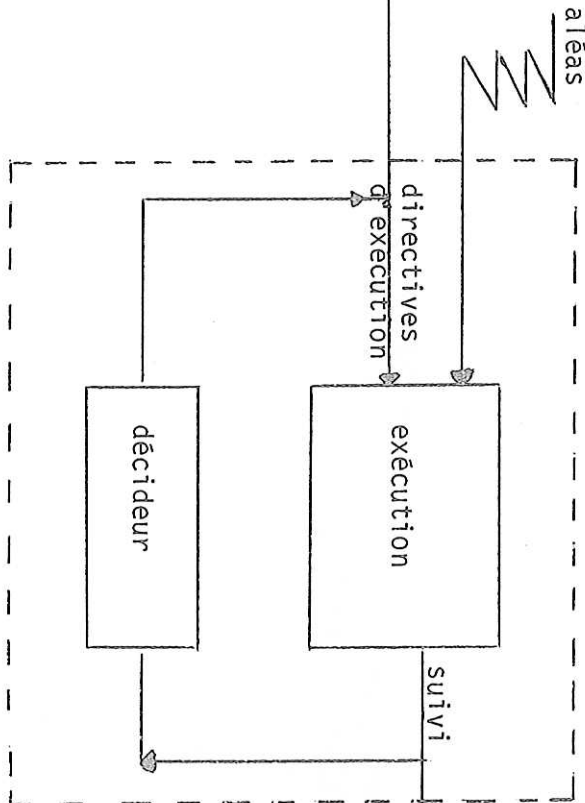
- un système d'élaboration des solutions
- un système de contrôle de la réalisation.

Dans chacun de ces deux systèmes le décideur doit pouvoir agir sur certaines des entrées, en début de procédure et également en fonction des sorties induites par le système.

Système d'élaboration des solutions



Système de contrôle d'exécution



Au couple (ω, ψ) correspond un certain nombre de directives d'exécution qui vont permettre la réalisation. Le décideur peut modifier certaines de ces directives soit préalablement à toute réalisation soit en fonction du suivi d'exécution qui est la sortie de la boîte "réalisation".

Des aléas dus à l'environnement peuvent venir perturber la réalisation des directives d'exécutions (les aléas sont une entrée) ce qui peut amener le décideur à modifier ces directives ou à revenir au système antérieur pour l'élaboration de nouvelles solutions.

Ces deux systèmes sont semblables ; on peut étendre l'utilisation de ce découpage en 2 systèmes interactifs et considérer que le premier est l'élaboration du long terme, le second étant l'élaboration du moyen terme (et même le 1er le moyen terme et le second le court terme). Il existe une jonction qui impose au moyen terme les directives déterminées par le long terme et une jonction inverse qui permet la remise en cause du système de niveau supérieur (par exemple en cas d'aléas, quand le système est trop contraint, lorsqu'il n'y a pas de solutions réalisables, etc...).

3.3. - La Problématique

Relativement à l'ensemble des ordonnancements réalisables A, l'homme d'étude doit préciser en quels termes il pose le problème : vers quoi oriente-t-il son investigation ? Comment conçoit-il sa prescription ? Doit-il l'envisager dans une optique technique en visant seulement les éléments de l'ensemble A et leurs conséquences, ou dans une optique plus stratégique en visant une méthodologie destinée à une utilisation répétitive et/ou automatisée ?

Pour répondre à ces questions, il est utile de situer le problème par rapport à quatre problématiques de référence qui apparaissent comme quatre pôles. Lors d'une phase d'étude, l'une de ces problématiques de références ne s'impose pas nécessairement : l'homme d'étude peut avoir le choix entre plusieurs d'entre elles, et celle qu'il adopte finalement peut ne pas correspondre exactement à l'une d'elles.

Ces quatre problématiques sont les suivantes :

- problématique du choix α
- problématique de la description δ
- problématique du tri β
- problématique du rangement γ (1)

3.3.1. Problématique du choix α

Les quatre problématiques citées ci-dessus n'ont pas la même importance quant à la modélisation des problèmes d'ordonnancement. La problématique la plus couramment présente dans ces problèmes est celle du choix α .

(1) se référer au chapitre 6 du livre de ROY en préparation : voir bibliographie.

Il s'agit d'une problématique très classique qui consiste à poser le problème en terme de "meilleur choix". C'est par rapport à elle que se sont développées les procédures d'optimisation. Toutefois la définition que nous proposons ci-après fait apparaître la problématique de l'optimisation comme un cas particulier.

Définition : La problématique Δ consiste à poser le problème en terme de meilleur choix, c'est-à-dire à orienter l'investigation vers la mise en évidence d'un sous-ensemble de A aussi restreint que possible. Cette problématique vise :

- soit à cerner avec le maximum de précision et de rigueur, les actions potentielles à préconiser.
- soit à proposer l'adoption d'une méthodologie fondée sur une procédure de sélection convenant à une éventuelle utilisation répétitive et/ou automatisée.

Adopter cette problématique Δ , c'est chercher à tirer parti au maximum d'informations permettant de comparer entre eux les éléments de l'ensemble A pour justifier le "non choix" du plus grand nombre possible d'actions potentielles, étant entendu que l'idéal serait de pouvoir n'en conserver qu'une seule, s'imposant alors comme étant meilleure que toutes les autres. L'obtention d'une seule meilleure action potentielle, ou d'un ensemble restreint de "bonnes" actions potentielles peut cependant paraître impossible ou relever d'options arbitraires :

- soit du fait du caractère révisable et/ou transitoire de l'ensemble A.
- soit parce que les données objectives du problème se révèlent comme insuffisamment précises et peuvent de ce fait entraîner le mauvais choix lors de la comparaison de deux actions potentielles.
- soit que la modélisation conduise à prendre en compte la satisfaction de plusieurs critères de choix antagonistes.

La problématique Δ est illustrée dans les exemples 2.1, 2.2, et 2.3. Voir également les paragraphes 1.3.1.a et 1.3.1.c.

Dans de nombreux problèmes, l'homme d'étude doit cependant se contenter d'une problématique beaucoup moins ambitieuse qui est la problématique $\mathcal{C}$.

3.3.2. Problématique de la description $\mathcal{C}$

Il est fréquent qu'on n'attende pas autre chose d'une étude qu'une description aussi complète et rigoureuse que possible des actions potentielles qu'un décideur peut raisonnablement envisager ainsi que les conséquences éventuelles qui découlent de ces actions.

Il s'agit davantage dans cette optique de formuler et analyser un problème que de le résoudre.

Définition : La problématique ϕ consiste à poser le problème en termes limités à une description des actions potentielles, éléments de A, et/ou de leurs conséquences. Cette problématique vise :

- soit à proposer une description systématique et formalisée des actions et de leurs conséquences qualitatives ou quantitatives (l'analyse peut aller jusqu'à remettre en cause la définition de l'ensemble A des actions potentielles).
- soit à proposer l'adoption d'une méthodologie fondée sur une procédure cognitive convenant à une éventuelle utilisation répétitive et/ou automatisée.

Dans la mesure où à l'aide de la problématique ϕ on cherche à obtenir des informations sur le système, on peut dire que celle-ci est incluse dans les problématiques α, β et γ . La problématique ϕ est celle à laquelle se réduit n'importe quelle autre problématique lorsque les exigences auxquelles doivent satisfaire toutes actions potentielles sont si contraignantes que l'ensemble A se révèle vide. Dans ce cas il est nécessaire pour trouver une solution de tenir compte du caractère révisable de A et de reconsidérer les exigences de façon à trouver au moins une action potentielle.

Par exemple, si l'on se trouve en présence d'un graphe conjonctif comportant un ou plusieurs circuits de longueur strictement positive, il n'existe aucun ensemble de potentiels sur le graphe et le problème posé n'a pas de solutions réalisables. Il s'agit alors pour l'homme d'étude d'imaginer ce qu'il peut faire pour élargir le domaine des réalisables : comment faire disparaître les circuits de longueur positive de telle sorte que cela soit le moins perturbant possible pour le problème concret posé. Pour répondre à cette question, la problématique ϕ doit fournir à l'homme d'étude des choix d'interventions possibles et des informations sur les conséquences qui en découlent : on peut envisager une procédure automatique qui :

- recherche tous les circuits élémentaires de longueur positive appelés "systèmes incompatibles minimaux" (Cf ERSCHLER 1976 P.70) c'est-à-dire les plus petits (au sens de l'inclusion) sous-ensembles de contraintes incompatibles,

- étudie, en prenant les contraintes d'un circuit une à une, s'il est possible de faire disparaître le circuit de longueur positive en modifiant la valuation de l'arc correspondant à la contrainte et en estimant les conséquences (heures supplémentaires, sous-traitance, approvisionnement avancé, machine supplémentaire à louer ou à acheter etc...)

Ces tentatives peuvent encore ne fournir aucune solution réalisable ; c'est que pour au moins un circuit, il faut "desserrer" plus d'une contrainte. Le choix final dépendant du décideur au vue du nuage des conséquences.

La problématique $\mathcal{C}$ est utilisée dans l'exemple 2.4. Voir également le paragraphe 1.3.1.b.

3.3.3. Autres problématiques : β et γ

Ces deux problématiques sont employées de manière peu courante dans la modélisation des problèmes d'ordonnancement.

Définition : La problématique du tri β consiste à poser le problème en terme de tri des actions potentielles par catégories prédéfinies, c'est-à-dire à orienter l'investigation vers la mise en évidence d'une segmentation de A conçue en vue d'établir des normes relatives à la valeur intrinsèque des actions potentielles (ou de tirer parti de ces normes). Cette problématique vise :

- soit à préconiser l'acceptation ou le rejet pour certaines actions.
- soit à proposer l'adoption d'une méthodologie fondée sur une procédure de segmentation.

Adopter cette problématique, c'est chercher à tirer parti au maximum d'informations permettant de délimiter le "certainement bon", le "probablement satisfaisant", le "sûrement mauvais".... Les catégories définies doivent jouir d'une définition intrinsèque, c'est-à-dire ne faisant pas fondamentalement référence aux autres catégories.

La problématique du rangement γ est assez peu adaptée aux problèmes d'ordonnancement. Elle est citée ci-après pour mémoire :

Définition : La problématique du rangement γ consiste à poser le problème en terme de rangement des actions potentielles de A, c'est-à-dire à orienter l'investigation vers la mise en évidence d'un classement défini sur A. Cette problématique vise :

- soit à proposer un ordre partiel ou complet portant sur des classes d'actions jugées équivalentes
- soit à proposer l'adoption d'une méthodologie fondée sur une procédure de classement des éléments de A.

Adopter la problématique γ , c'est chercher à tirer parti au maximum d'informations permettant de comparer entre elles deux éléments de A, pour découvrir, départager et finalement ranger en classes successives les actions potentielles.

Comme on s'intéresse généralement à la tête d'un tel classement, il est souvent inutile de chercher à affiner la queue du classement. Il s'agit donc de répartir les actions potentielles en classes ne relevant pas d'une définition a priori (comme pour la problématique du tri) suivant les indications fournies par le préordre des actions potentielles.

4. - NOTES SUR LES TERMES EMPLOYES

Un certain nombre de termes généraux employés dans le document peuvent prêter à confusion. Nous précisons ci-après dans quel sens ils sont employés.

AIDE A LA DECISION : activité de l'homme d'étude qui, prenant appui sur des modèles clairement explicités et plus ou moins formalisés, cherche à obtenir des éléments de réponse aux questions que se pose un décideur dans un processus de décision, éléments concourant à éclairer la décision et à prescrire un comportement de nature à accroître la cohérence entre l'évolution du processus et les objectifs définis par le décideur.

CONTRAINTES : ce qui à un stade donné est posé, soit par commodité, soit par réalisme, comme marquant la frontière (éventuellement floue) du possible et de l'impossible.

CRITERE : ce qui permet d'établir une comparaison en terme de préférence (bon ou mauvais, meilleur ou pire...).

HOMME D'ETUDE : c'est habituellement un expert, un spécialiste ou un groupe de ces personnes, dont le rôle consiste à expliciter le modèle et à l'exploiter en vue d'obtenir des éléments d'information permettant de prendre une décision.

MAITRISE : fonction exercée de façon volontariste et raisonnée en relation avec certaines finalités pour orienter une évolution ; maîtriser peut, selon les cas, signifier : prévoir, anticiper, projeter, automatiser, informatiser, entretenir, surveiller, diriger, optimiser.

MODALITE DE PILOTAGE : possibilités de choix d'hypothèses donnant plus ou moins de souplesse aux outils de la structure de pilotage Π ou incorporant un nouvel outil à la structure de pilotage.

MODELE : schéma qui, pour un champ de questions, est pris comme représentation abstraite d'une classe de phénomènes, plus ou moins bien dégagés de leur contexte afin de servir de support à l'investigation et/ou à la communication.

STRUCTURE DE PILOTAGE Π : ensemble de procédures incluant logiciel et matériel (1) qui concourent à la détection des perturbations et au contrôle de l'état d'avancement du processus, qui permettent le suivi de l'exécution et la révision (périodique ou consécutive à une perturbation) des consignes données. C'est l'outil qui permet de maîtriser le système.

(1) Ces mots sont employés dans un sens qui généralise leur sens informatique.

SYSTEME : un système est une entité complexe traitée (en égard à certaines finalités) comme une totalité organisée, formée d'éléments et de relation entre ceux-ci, les uns et les autres étant différenciés et définis en fonction de la place qu'ils occupent dans cette totalité et cela de telle sorte que son identité soit maintenue face à certaines évolutions.

TACHE : travail - ou ensemble de travaux - clairement identifié dont l'exécution est susceptible d'être précisée par la fixation de 3 sortes de grandeurs :

- époque de début T_i (pour la tâche i)
- durée d_i
- moyens nécessaires à l'exécution w_{ik}

(Cf. 1.2. pour la définition de ces grandeurs)

REFERENCES

I. - OUVRAGES

- BAKER (1974) Introduction to sequencing and scheduling (J. WILEY and Sons)
- BATTERSBY (1967) Méthodes modernes d'ordonnancement (DUNOD)
- COFFMAN (1976) Computer and job/shop scheduling theory (J. WILEY and Sons)
- CONWAY, MAXWELL, MILLER (1967) Theory of scheduling (ADDISON-WILEY)
- CROLAIS (1968) Gestion intégrée de la production et ordonnancement (DUNOD)
- KAUFMANN, DESBAZEILLE (1964) La méthode du chemin critique (DUNOD)
- LENSTRA (1976) Sequencing by enumerative method
- MARTINO () L'allocation des ressources dans les programmes de travaux
(entreprise moderne d'édition)
- RINNOY KAN (1976) Machine scheduling problems (STENFERT KROESE)
- ROY (1964) Les problèmes d'ordonnancement ; applications et méthodes (DUNOD)
- ROY (1969) Algèbre moderne et théorie des graphes (DUNOD)
- ROY (à paraître) L'aide à la Décision. Critères multiples et optimisation pour
choisir, trier et ranger

II. - THESES DISPONIBLES AU LABORATOIRE

- AZEMA (1971) Etude d'un modèle mathématique pour les fabrications périodiques
(thèse de docteur-ingénieur)
- CARLIER (1975) Ordonnancement à contraintes disjonctives (IIIème Cycle)
- DIBOS-ROELLY (à paraître) Modélisation et aide à la décision pour une classe de
problèmes d'ordonnancement.
- DUMAS Méthode d'ordonnancement paramétrique d'un atelier (Docteur Ingénieur)
- ERSCHLER (1976) Analyse sous contrainte et aide à la décision pour certains
problèmes d'ordonnancement (Thèse d'Etat)
- LAURIERE (1976) Un langage et un programme pour énoncer et résoudre des problèmes
combinatoires (Thèse d'Etat)
- LEMAIRE (1971) Problèmes de tournées avec contraintes multiples (Doct. Ingénieur)

- PRADE (1977) Ordonnancement et temps réel (Docteur Ingénieur)
- ROY (1961) Cheminement et connexité dans les graphes ; Application aux problèmes d'ordonnancement (Thèse d'Etat)
- SEYFRIED (1973) Pour un ordonnancement des travaux en informatique de gestion (IIIème Cycle)
- TOURNIER (1972) Modélisation des problèmes d'ordonnancement avec allocation des moyens et traitement d'un cas concret (IIIème Cycle)
- VINCENT (1978) Une classe d'algorithmes pour résoudre des problèmes d'ordonnancement à tâches indépendantes (IIIème Cycle).