

CAHIER DU LAMSADE

Laboratoire d'Analyse et Modélisation de Systèmes pour l'Aide à la Décision

(Université Paris IX Dauphine)

Equipe de Recherche Associée au C.N.R.S. N° 656

DE LA LOGIQUE D'AGREGATION DE CRITERES
A UNE LOGIQUE D'AGREGATION-DESAGREGATION
DE PREFERENCES ET DE JUGEMENTS (*)

N° 18-1978

E. JACQUET-LAGREZE

Septembre 1978

(*) Communication présentée à la 8ème Conférence Internationale de l'IFORS,
Toronto, 19-23 juin 1978

SOMMAIRE

	<u>Pages</u>
ABSTRACT	I
RESUME	I
0. <u>INTRODUCTION</u>	1
1. <u>SCHEMAS BASES SUR UNE LOGIQUE D'AGREGATION DE CRITERES</u>	2
1.1 Le schéma de l'analyse de la décision et de la théorie de l'utilité multiattribut	2
1.2 Le schéma fondé sur l'agrégation de critères	4
1.3 Réflexion sur ces schémas	6
2. <u>SCHEMAS BASES SUR UNE LOGIQUE D'AGREGATION-DESAGREGATION DE PREFERENCES</u>	9
2.1 Un schéma basé sur une logique d'agrégation- désagrégation de préférences	9
2.2 Un schéma basé sur une logique processus essais-erreurs	13
3. <u>A PROPOS DES METHODES EXPLICATIVES DISPONIBLES</u>	16
3.1 Principales caractéristiques de quelques méthodes	16
3.2 Problèmes d'indépendance et de stabilité	17
4. <u>CONCLUSION ET DISCUSSION</u>	19
REFERENCES	21

ABSTRACT

Multicriteria decision-making (decision-aid) is usually based on a logic of criteria aggregation in order to assess a model of the global (overall) preference used for optimizing or ranking alternatives. Psychometricians, on the other hand, use often whollistic preferences to estimate utility functions, additive in most cases, using so a logic of criteria disaggregation. The purpose of the paper is to propose a conception of multicriteria decision-aid using simultaneously both approaches.

RESUME

L'aide à la décision multicritère est traditionnellement présentée dans une logique d'agrégation de critères de façon à obtenir un modèle de la préférence globale utilisé dans une méthode d'aide à la décision (optimisation, classement, ...). De leur côté, les psychométriciens utilisent souvent des préférences globales explicitées par des sujets pour estimer des fonctions d'utilité additives dans la plupart des cas, utilisant ainsi une logique de désagrégation. Dans ce papier, on propose une conception de l'aide à la décision multicritère utilisant simultanément les deux approches.

0. INTRODUCTION

L'aide à la décision multicritère est presque toujours insérée dans une logique d'agrégation des critères permettant l'élaboration d'un modèle mathématique de la préférence globale utilisé ensuite dans une procédure correspondant à une problématique d'aide à la décision choisie (optimisation, classement, sélection, etc.) (section 1).

Certains statisticiens et psychométriciens se sont placés dans une démarche que nous avons qualifiée de désagrégation de préférence globale ou de jugement et dont l'objet est d'établir un modèle de préférence globale ou de choix à partir de la connaissance de ces préférences ou choix. Les méthodes les plus fréquemment utilisées sont alors la régression linéaire multiple et l'analyse discriminante qui supposent que le modèle d'agrégation correspondant soit la somme pondérée. Le développement de modèles plus récents et mieux adaptés tels que ceux qui permettent une estimation de fonctions d'utilité additives (cf. section 3) ainsi que des recherches que nous avons menées sur l'étude de processus décisionnels nous a conduit à présenter dans ce cahier des schémas d'aide à la décision utilisant conjointement l'agrégation des critères et la désagrégation des préférences globales et de jugement et cela dans une perspective d'interaction entre décideur et homme d'étude (section 2).

1. SCHEMAS BASES SUR UNE LOGIQUE D'AGREGATION DE CRITERES

L'objet de cette première section est de présenter deux schémas classiques fondés sur une logique d'agrégation de critères et de les analyser du point de vue des informations demandées au décideur lors d'applications concrètes.

1.1 Le schéma de l'analyse de la décision et de la théorie de l'utilité multiattribut

Ce schéma prend ses origines dans les travaux de Bernoulli puis de Von Neumann et repose sur une modélisation des préférences d'un décideur exposé au risque lorsque les conséquences sont aléatoires (distribution de probabilités objectives). Suite aux travaux de Savage et des subjectivistes, ce schéma a été étendu aux situations de risque en avenir incertain en évaluant les conséquences à l'aide de probabilités subjectives, ramenant ainsi le cas incertain au cas aléatoire. Enfin, les développements récents de la théorie de l'utilité multiattribut (MAUT) (cf. Keeney, Raiffa (1976)) permettent d'aborder la prise en compte de critères ou dimensions ou attributs multiples en utilisant le même schéma de base conduisant à des calculs d'utilités espérées.

L'ensemble de la démarche est représenté par la figure 1. On a cherché à préciser les points fondamentaux ainsi que les interventions nécessaires du décideur.

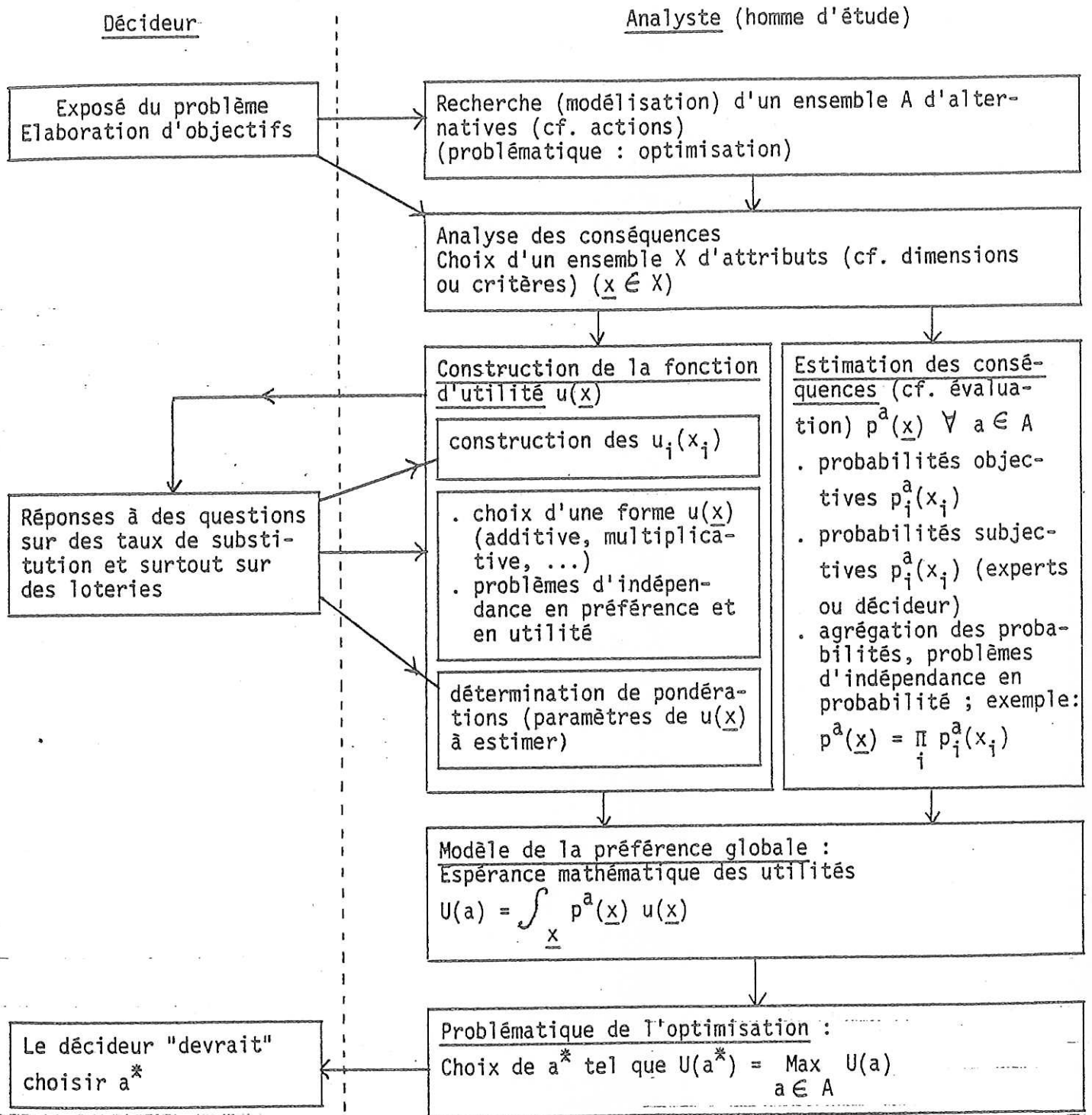


Figure 1 : Schéma de l'analyse de décision (version multiattribut)

1.2 Le schéma fondé sur l'agrégation de critères (cf. Roy (1978))

Ce schéma s'appuie sur des travaux menés d'une part au niveau de la programmation mathématique à plusieurs fonctions objectifs (cf. Goal Programming - Charnes et Cooper (1961)) et de nombreuses procédures interactives (cf. Zeleny (1974)), d'autre part sur des problèmes d'évaluation d'actions ou projets en nombre fini, les conséquences étant qualitatives et souvent incommensurables (cf. Roy (1977), de Montgolfier et Bertier (1978)). Des extensions sont possibles pour prendre en compte des situations de risque, soit en élaborant quelques scénarios (avenir incertain), soit par le biais de distribution de probabilités à partir desquelles on cherche à construire un critère (espérance mathématique) ou plusieurs critères (espérance et probabilité de ruine par exemple). L'étape fondamentale réside dans l'élaboration d'une famille F de critères d'évaluation. L'aide à la décision est conçue comme un choix d'une procédure d'agrégation de ces critères (agrégation totale en un critère unique, agrégation partielle en relations de surclassement, agrégation locale et interactive) compte tenu d'une problématique d'aide à la décision (choix de la meilleure action, de toutes les bonnes, de quelques unes parmi les meilleures).

L'ensemble de la démarche est représentée sur la figure 2. On a également cherché à préciser les points fondamentaux ainsi que les interventions nécessaires du décideur.

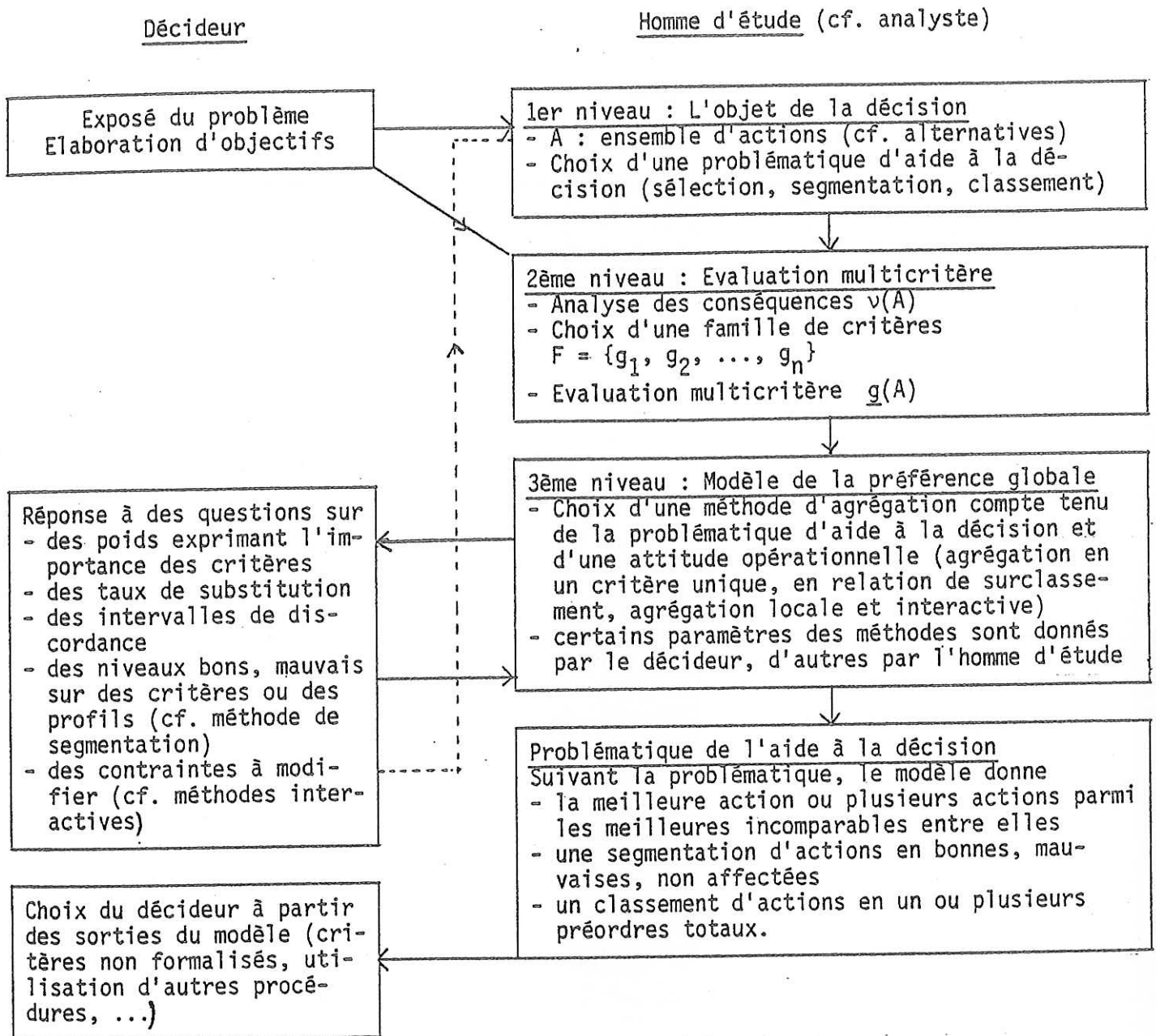


Figure 2 : Schéma fondé sur l'agrégation de critères

1.3 Réflexion sur ces schémas

Sur la linéarité

Bien que certains auteurs insistent sur la non linéarité de leur procédure, la plupart des applications réalisées relèvent d'une démarche linéaire, l'ordre des opérations étant fonction des contraintes d'antériorité représentées sur le schéma. La liste des attributs ou la famille des critères n'est pas remise en cause au cours de la procédure d'aide à la décision. Seules certaines méthodes interactives prévoient un retour possible au niveau de l'ensemble A des actions qui peut ainsi évoluer (adjonction ou relâchement de certaines contraintes délimitant A par exemple). Elles permettent également une évolution des préférences du décideur en cours d'utilisation de la procédure en raison même de l'interaction décideur-homme d'étude dans une démarche itérative. Cependant cette évolution ne peut apparaître qu'au niveau des compensations entre critères (poids, taux de substitution) et la famille de critères n'est pas remise en cause.

Sur la nature des informations demandées

L'utilisateur d'une procédure d'aide à la décision doit établir un dialogue avec le ou les décideurs et une des formes du dialogue réside dans les questions posées au décideur et les réponses fournies par ce dernier (voir les figures 1 et 2). Il est évident que les réponses doivent être aussi fiables que possible et, parmi les qualités d'une méthode intervenant dans la fiabilité, on peut citer les dimensions suivantes :

- | | | |
|---|-------|---|
| a) la question est simple à comprendre | _____ | la question est difficile à comprendre |
| b) la question est proche du problème du décideur | _____ | la question est éloignée du problème du décideur |
| c) peu de questions sont posées | _____ | un nombre trop important de questions sont posées au décideur |

Il existe évidemment d'autres critères d'appréciation des méthodes en général et il en existe vraisemblablement d'autres pour juger de la fiabilité des réponses du décideur.

- Néanmoins, en retenant ces trois critères, il est certain que le schéma de l'analyse de la décision (cf. 1.1) est peu performant sur un plan opérationnel (cf. également le jugement de von Winterfeld (1975)). Si des questions posées sur des loteries peuvent être faciles à comprendre (a) elles apparaissent pour la plupart éloignées des préoccupations du décideur et de ses procédures cognitives (b), quant au nombre de questions à poser (c) il est si important qu'on imagine mal, du moins en France, nos décideurs acceptant de se prêter à un tel exercice.

- Les méthodes utilisant des taux de substitution sont pénalisées sur le critère (a) : il est difficile de comprendre des questions posées en termes de taux de substitution, encore plus d'y répondre surtout lorsque ceux-ci varient dans l'espace des critères.

- Les méthodes de somme pondérées (taux de substitution constants) sont déjà beaucoup plus performantes sur ces trois critères, surtout si les taux de substitution sont demandés sous la forme de "poids" exprimant une importance relative de critères au préalable normés. Ceci explique d'ailleurs l'utilisation considérable de cette méthode (pour ne pas dire presque exclusive) malgré les exigences théoriques très fortes et rarement (jamais) vérifiées.

- Les méthodes de surclassement utilisant, à l'aide d'un indicateur de concordance (cf. méthodes ELECTRE) un jeu de poids relatif donné par le décideur, sont également performantes sur les points (a), (b), (c). Malheureusement, l'utilisation de seuils ou ensembles de discordance souvent nécessaire au fonctionnement de ces méthodes compte tenu du caractère exclusivement ordinal de la concordance conduit à pénaliser ces méthodes sur le point (a), les décideurs pouvant difficilement en pratique répondre à ces questions. Ceci conduit le plus souvent à adopter des seuils standards (option dans les programmes) ou des seuils fournis par l'homme d'étude, ce qui est contraire à l'esprit même de la notion de discordance.

- Sur la nature des informations non demandées ou non utilisées.
Paradoxalement, si l'on demande des informations difficiles à obtenir, on n'utilise pas dans les schémas précédents des informations particulièrement fiables et proches du décideur, à savoir sa préférence globale, éventuellement élaborée sur un sous-ensemble d'actions bien connues de lui (cf. le concept d'action de référence : Jacquet-Lagrèze et al. (1978)) ou des préférences restreintes (partielles) à certains aspects ou critères qu'il élabore de façon synthétique au vu de vecteurs critères par exemple (*).

De même, on n'utilise pas dans des problèmes ayant un caractère répétitif l'utilisation de jugements globaux a posteriori sur des décisions passées, ignorant par là même la possibilité d'intégrer l'expérience du décideur qu'il acquiert dans une démarche de type essai-erreur (cf. des problèmes de sélection de dossiers).

Intégrer ces informations dans des procédures d'aide à la décision conduit l'homme d'étude à utiliser des modèles de simulation ou mieux, lorsque les modèles d'agrégation le permettent, d'utiliser des méthodes explicatives de préférences globales ou de comportements qui apparaissent alors comme des méthodes de désagrégation (cf. Jacquet-Lagrèze (1976)) de ces préférences globales explicitées par le décideur ou sous-jacentes au comportement ou au jugement.

(*) On peut citer cependant certaines méthodes interactives telles que celle de Zionts et Wallenius (1976)) qui déterminent des directions de préférence (taux de substitution locaux) à partir des réponses sous forme de préférence globale sur des vecteurs critères. Cf. également Wallenius et al. (1977) pour une application de cette méthode.

2. SCHEMAS BASES SUR UNE LOGIQUE D'AGREGATION-DESAGREGATION DE PREFERENCES

Dans cette section, on propose deux schémas interactifs permettant effectivement d'intégrer la connaissance que l'homme d'étude peut raisonnablement avoir de la préférence globale du décideur (§ 2.1) ou de jugements globaux (§ 2.2) en termes de "Bon", "Mauvais" qu'il exprime sur un ensemble A .

2.1 Un schéma basé sur une logique d'agrégation-désagrégation de préférences

La logique d'agrégation-désagrégation ou plus précisément logique de désagrégation de préférence globale - agrégation de critères met en oeuvre une interaction entre décideur et homme d'étude en vue de l'élaboration du modèle de préférence globale.

L'utilisation de méthodes explicatives se limitant à une simple logique de désagrégation a fait l'objet d'un grand nombre d'études et recherches empiriques par des psychométriciens notamment (cf. Fischer (1975), Slovic et Lichtenstein (1971)). A partir de préférences globales sur des actions, objets, ..., on utilise des méthodes explicatives pour bâtir un modèle de préférence globale. Cette logique de désagrégation se retrouve dans le schéma ci-après en supprimant les boucles de retour exprimant la réaction du décideur sur les paramètres estimés par la méthode explicative. Cette absence de rétro-action s'explique en partie en raison de l'impossibilité ou grande difficulté de réinterroger les personnes ayant fourni les préférences globales et en partie par une utilisation dans un contexte autre que celui de l'aide à la décision (objectif de connaissance des préférences d'une population de consommateurs ou d'usagers par exemple).

Le schéma

- Il met en oeuvre trois boucles de rétro-actions importantes :

. Une première consiste à modifier volontairement les paramètres (poids, ...) estimés par la méthode explicative compte tenu des réactions du décideur et des idées qu'il se faisait a priori sur l'importance relative des critères (cf. figure 1, le schéma de l'agrégation). Cette modification entraîne l'élaboration d'un nouveau modèle de préférence globale dont la cohérence (cf. tau de Kendall) avec la préférence globale explicitée par le décideur ne peut que décroître puisque les modèles explicatifs estiment les paramètres de façon à maximiser cette cohérence (cf. § 3 sur la stabilité des paramètres estimés). Utiliser cette boucle de rétro-action conduit alors vraisemblablement à utiliser l'une au moins des deux suivantes dont l'objet est d'accroître la cohérence.

. La seconde boucle consiste à demandeur au décideur une modification de sa préférence globale en la restreignant aux seuls aspects formalisés dans la famille de critères F . Cette boucle pourra souvent rester implicite, notamment lorsque le modèle sera accepté, auquel cas le décideur adhère à la préférence globale donnée par le modèle ; on peut alors considérer qu'il a modifié sa préférence initiale de façon à être d'accord avec le modèle. Néanmoins, dans certains cas, la réaction du décideur pourra être une modification explicite de sa préférence globale sur A' ou sur un nouvel ensemble A'' et il conviendra d'utiliser à nouveau la méthode explicative (*).

. La troisième boucle consiste à modifier la famille de critères de façon à la rendre plus cohérente (cf. concept de famille cohérente de critères de B. Roy (1977)). Certains critères peuvent en effet apparaître avec un poids nul ; décideur et homme d'étude doivent alors s'interroger sur une éventuelle redondance avec d'autres critères, quitte à en supprimer. D'autres critères peuvent être rajoutés en vue d'accroître la cohérence. D'autres enfin peuvent être modifiés (revoir le mode d'évaluation par exemple).

(*) A' (ou A'') doit être de même nature que A . Lorsque $A' \subseteq A$, $g(A')$ est connu. Si card A est faible, A' doit contenir en général un nombre suffisant d'actions réelles ou fictives (vecteurs critères g) de façon à obtenir un modèle aussi stable que possible (cf. § 3.2).

Décideur

Homme d'étude (cf. analyste)

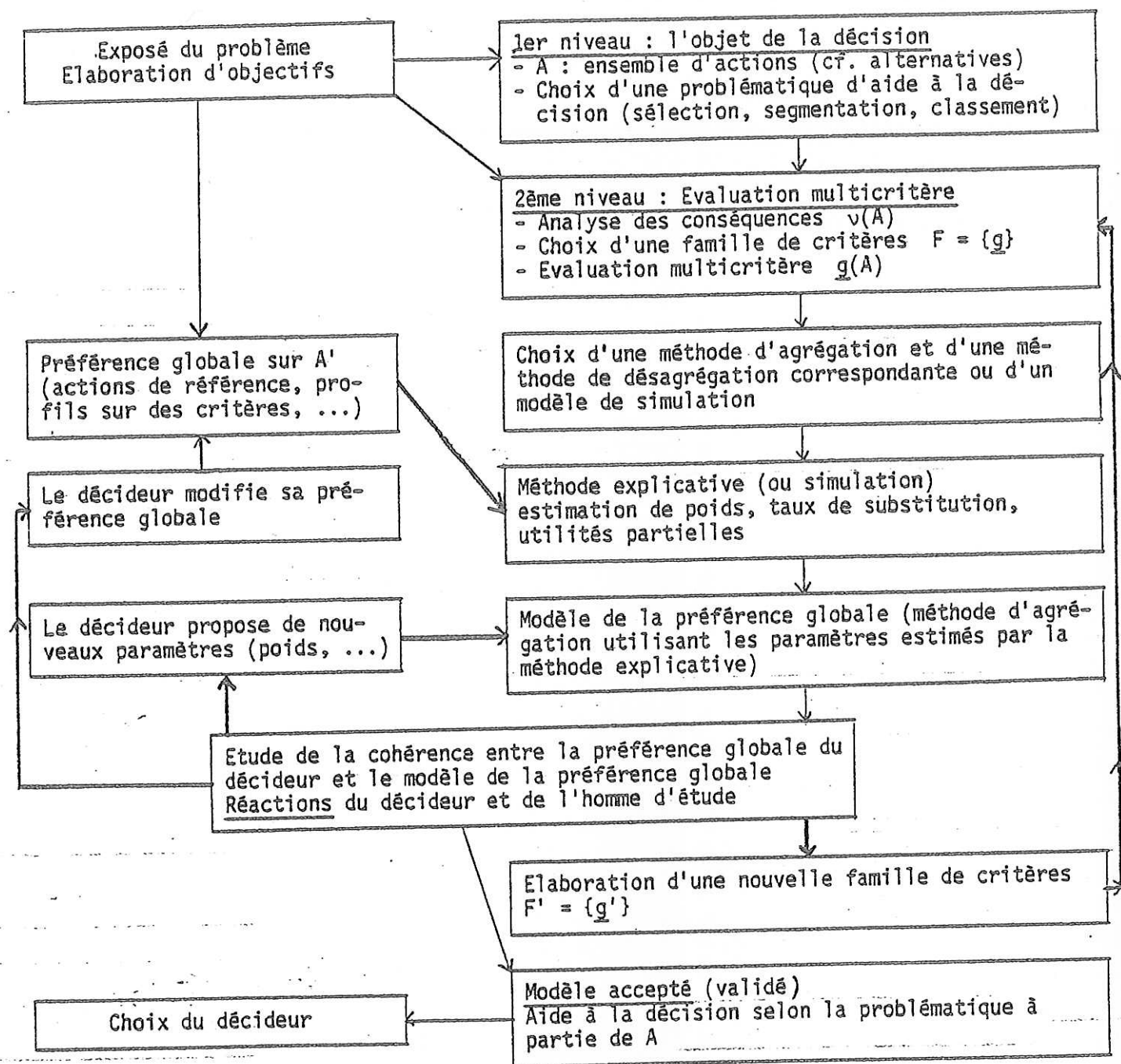


Figure 3 : Schéma basé sur une logique d'agrégation-désagrégation de préférences

- Lorsque le modèle est accepté, il peut être considéré comme validé pour le problème d'aide à la décision. Selon la problématique choisie (choix de la meilleure action, de toutes les bonnes, de quelques unes parmi les meilleures), le modèle peut être utilisé sur un ensemble d'action A éventuellement beaucoup plus important que l'ensemble A' ayant servi à valider le modèle.

Remarquons que le schéma peut également être utilisé pour réaliser une sous-agrégation de critères, le modèle de la préférence globale (préférence restreinte aux critères correspondants) étant nécessairement dans ce cas une fonction critère (voir l'application au tracé autoroutier ci-dessous).

Lorsque ce schéma est utilisé pour l'élaboration d'une préférence globale en vue de l'aide à la décision, le modèle retenu peut très bien être une relation de surclassement (cf. § 3.2).

Applications

Nous menons au LAMSADE deux applications de cette démarche en utilisant comme modèle d'agrégation des critères une fonction d'utilité additive et comme méthode explicative de la préférence globale une méthode d'estimation utilisant le goal programming (programme UTA (*), cf. E. Jacquet-Lagrèze et J. Siskos (1978)). La première application consiste à bâtir un critère (utilité) d'impact sur l'environnement pour choisir un tracé autoroutier dans un fuseau de 15 à 20 kms de large. Le fuseau est découpé en îlots, chaque îlot étant étudié en détail du point de vue de l'impact sur l'environnement ; il a été possible de construire quatre critères d'environnement permettant d'évaluer un tracé :

- impact sur le milieu humain (chemins, sites, villages, ...) ;
- impact sur les sols ;
- impact sur la production agricole et forestière ;
- impact sur les paysages.

(*) UTilité Additive.

Les experts de l'institut d'écologie ayant travaillé sur ces projets ont progressivement élaboré quelques tracés (9) qu'ils jugent les meilleurs et cela de façon implicite sans étudier tous les tracés possibles. Leur préférence sur ces 9 tracés ainsi que leurs évaluations sur les 4 critères ont permis de construire par UTA une fonction d'utilité restituant parfaitement la préférence globale. Actuellement, nous sommes dans la phase de réaction de ces experts et il n'est pas exclu qu'ils proposent de nouveaux poids pour les critères. Il est ensuite envisagé d'utiliser le modèle pour évaluer les quelques 800 tracés possibles et d'étudier dans quelle mesure de nouveaux tracés ne pourraient pas venir se classer dans le groupe de tête.

Une seconde application consiste à bâtir une grille de postes dans une entreprise. Sur les 70 postes de cette entreprise, une cinquantaine sont déjà indicés (conventions collectives). Une vingtaine, beaucoup plus spécifiques à l'entreprise, doivent être interclassés dans les 50. En liaison avec le comité d'entreprise, la direction a évalué sur 6 critères (niveau intellectuel, compétence, pénibilité, disponibilité, initiative, responsabilité) les 70 postes.

La méthode UTA est utilisée sur les 50 postes déjà classés en utilisant comme préférence globale à expliquer le préordre total déduit de l'indice. La bonne qualité des résultats obtenus devrait permettre de retenir comme règle d'agrégation des critères la fonction d'utilité additive estimée par UTA. Il sera alors possible d'évaluer les 20 nouveaux postes et l'interclassement devrait être ainsi facilité.

2.2 Un schéma basé sur une logique processus essais-erreurs

Pour des décisions ayant un caractère répétitif (octroi de crédits, admission d'étudiants dans un collège ou département, ...), il n'est pas rare que le décideur puisse porter un jugement a posteriori sur le bien fondé de ses décisions passées (cf. Bouroche (1978)). L'ensemble des actions A qu'il avait accepté sur la base d'une évaluation a priori, que cette évaluation soit implicite ou explicite dans une procédure

d'aide à la décision (cf. Moscarola, Roy (1977)), peut alors être scindé en deux groupes, suite à un jugement global a posteriori : un groupe d'actions bonnes B et un groupe d'actions mauvaises M ($A = B \cup M$).

Il est dans ce cas légitime d'utiliser ce jugement global si l'on cherche à bâtir un modèle d'aide à la décision fondé sur une évaluation a priori de nouvelles actions. La plupart des applications courantes utilisant principalement l'analyse discriminante se sont limitées à une logique de désagrégation du jugement global (modèle explicatif de l'appartenance au groupe B ou au groupe M) sans introduire de boucles de rétroaction analogues à celles discutées sur le schéma précédent. Là encore, plutôt que de se limiter à la seule logique de l'agrégation (cf. Moscarola, Roy (1977)) ou à la seule logique de désagrégation (cf. Bouroche (1978)), il nous semble plus profitable d'utiliser conjointement les deux approches (agrégation-désagrégation) qui s'insèrent dans une logique d'apprentissage fondée sur un processus essais-erreurs.

La fonction d'agrégation des critères utilisée dans un modèle d'aide à la décision s'élabore alors de façon interactive avec le décideur en tenant compte de ses jugements en termes de succès-erreurs d'une part (partie explicative) et de ses préférences actuelles (boucles de rétroaction sur la modification des critères ou des paramètres (poids)) du modèle agrégeant les critères.

Le schéma proposé est représenté sur la figure 4. Il est basé sur le même principe que le schéma 3 et on retrouve les trois boucles de rétroaction: - modification des poids - modification du jugement global - modification de la famille de critères.

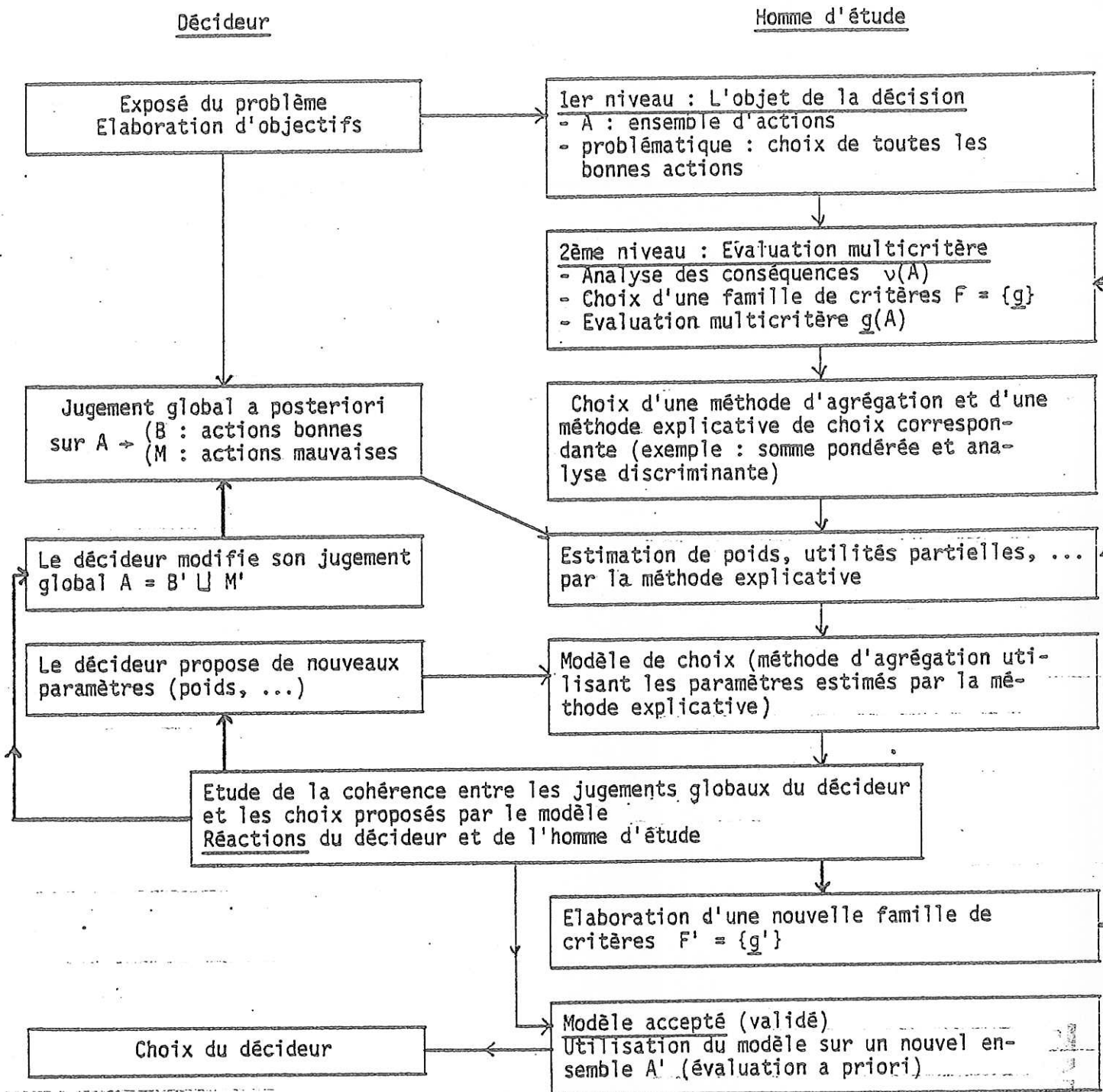


Figure 4 : Schéma basé sur une logique de processus essais-erreurs

3. A PROPOS DES METHODES EXPLICATIVES DISPONIBLES

La plupart des méthodes explicatives disponibles correspondent à des méthodes d'agrégation des critères en une fonction d'utilité additive de ces critères. Après une présentation rapide de ces méthodes, nous discutons de problèmes de stabilité et montrons comment utiliser ces résultats pour proposer des modèles moins contraignants et utilisant des relations de surclassement.

3.1 Principales caractéristiques de quelques méthodes

L'ensemble des méthodes explicatives présentées sur le tableau 1 utilisent un modèle additif des critères :

$$(1) \quad U(\underline{g}) = \sum_{i=1}^n u_i(g_i).$$

Dans certaines méthodes, le modèle est simplement une somme pondérée de critères et la fonction $u_i(g_i)$ est alors nécessairement linéaire :

$$(2) \quad U(\underline{g}) = \sum_{i=1}^n p_i g_i.$$

Les méthodes explicatives de type (1) estiment donc les fonctions d'utilité partielles tandis que celles du type (2) estiment des taux de substitution constants (poids).

Les méthodes pour lesquelles la variable à expliquer est cardinale et surtout celles pour lesquelles elle est ordinale sont pertinentes pour le schéma de la figure 3 (agrégation-désagrégation de préférences) tandis que celles pour lesquelles elle est nominale (cf. analyse discriminante) sont pertinentes pour le schéma de la figure 4 (processus essais-erreurs).

N°	Méthode	Variable à expliquer	Utilité additive du type (2) : estimation des p_i , du type (1) : estimation des $u_i(g_i)$
1	Analyse discriminante	Nominale	(2)
2	Régression linéaire multiple	Cardinale	(2)
3	H.M. Wagner (1959)	Cardinale	(2)
4	ORDREG V. Srinivasan et A.D. Shocker (1973)	Ordinale	(2)
5	D. Pekelman, S. Sen (1974)	Ordinale	(2)
6	DISQUAL (Saporta (1977))	Nominale	(1)
7	MORALS (Young-De Leeuw-Takane (1975))	Ordinale	(1)
8	UTA (Jacquet-Lagrèze, Siskos (1978))	Ordinale	(1)

Tableau 1 : Quelques méthodes explicatives

Certaines méthodes sont également mieux adaptées compte tenu de leur possibilité de contraindre des paramètres à estimer (contrainte de positivité pour des poids dans les méthodes 3-4-5-6-8 par exemple).

3.2 Problèmes d'indépendance et de stabilité

Toutes ces méthodes étant basées sur des fonctions d'utilité additives nécessitent que les critères soient indépendants au sens des préférences (cf. Fishburn (1965)). De plus, comme le soulignent Dyer et Sarin (1977), l'utilisation de méthodes cardinales telles que la régression linéaire multiple suppose des conditions encore plus fortes que celle d'indépendance au sens des préférences puisque les écarts doivent garder leur signification dans une estimation au sens des moindres carrés.

Un autre problème lié aux corrélations statistiques de deux critères explicatifs est celui de la stabilité de la fonction d'utilité ainsi estimée. Si, par exemple, un ensemble A reçoit les mêmes évaluations sur deux critères et qu'une méthode explicative donne un poids p pour l'ensemble de ces deux critères, toute fonction d'utilité telle que $p_1 + p_2 = p$ avec $p_1 \geq 0$ et $p_2 \geq 0$ serait tout aussi valable.

Dans la présentation de la méthode UTA, on trouvera une discussion sur ce problème et une présentation de la solution que l'on adopte dans cette méthode à partir d'analyse post-optimale en programmation linéaire.

Il s'agit principalement de déterminer non pas une fonction d'utilité mais un ensemble $\mathcal{U}$ de fonctions d'utilité significativement différentes entre elles et toutes aussi bonnes ou presque du point de vue du critère d'optimisation (cf. le problème de la cohérence entre les deux préférences globales).

Si plusieurs fonctions d'utilité sont également admissibles, cela signifie qu'il reste une zone de flou ou d'incertitude dans la détermination d'une préférence globale. On peut dans ce cas exploiter cette indétermination en utilisant le concept de relation de surclassement.

On peut par exemple étudier la distribution des valeurs $U[g(a)] - U[g(b)]$ lorsque $U(g) \in \mathcal{U}$ de façon à bâtir une relation de surclassement floue (cf. E. Jacquet-Lagrèze (1975)) ou encore plus simplement bâtir une relation de surclassement ordinaire telle que :

$$a \text{ S } b \iff \min_{U \in \mathcal{U}} \{U[g(a)] - U[g(b)]\} \geq 0$$

On en déduit immédiatement qu'une telle relation de surclassement est transitive ; c'est donc un ordre partiel (*).

On peut ensuite utiliser cette relation de surclassement comme on le fait traditionnellement dans ce type d'approche en recherchant un noyau (ici ensemble de sommets sans antécédents), des préordres (cf. méthode ELECTRE II - de Montgolfier, Bertier (1978)) ou encore une trichotomie (cf. Moscarola, Roy (1977)) suivant la problématique choisie.

(*)

$$\begin{aligned} a \text{ S } b &\implies U[g(a)] - U[g(b)] \geq 0 \quad \forall U \in \mathcal{U} \\ b \text{ S } c &\implies U[g(b)] - U[g(c)] \geq 0 \quad \forall U \in \mathcal{U} \\ \text{donc} &\quad U[g(a)] - U[g(c)] \geq 0 \quad \forall U \in \mathcal{U} \\ \text{d'où} &\quad \min_{U \in \mathcal{U}} \{U[g(a)] - U[g(c)]\} \geq 0 \iff a \text{ S } c \end{aligned}$$

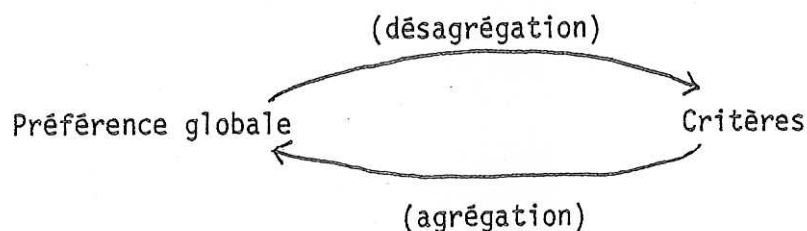
4. CONCLUSION ET DISCUSSION

L'approche préconisée dans les schémas précédents pourra choquer, en partie en raison d'une conception traditionnelle de la rationalité basée sur des principes de linéarité et de causalité : la préférence globale s'élabore à partir des critères :

Critères $\xrightarrow{\text{(agrégation)}}$ Préférence globale

Une réflexion tant théorique (cf. le théorème d'Arrow) que pratique et opérationnelle (cf. l'agrégation des critères) s'est largement développée dans le cadre d'un tel schéma.

Dans ce papier, nous préconisons des schémas s'inspirant davantage d'une représentation systémique insistant plus sur les interactions entre critères et préférence globale que sur l'agrégation : la préférence globale et les critères s'élaborent progressivement en se structurant au cours du temps :



Nous sommes en effet convaincus qu'au niveau d'un processus de décision individuel il n'y a pas nécessairement antériorité des critères sur la préférence globale. Dès le début du processus, les deux existent, s'influencent réciproquement, se structurent. C'est naturellement en adhérant à cette hypothèse de base que de tels schémas utilisant des méthodes explicatives de préférence globale (ou de jugements globaux) ont été présentés. Ils correspondent à notre avis à une demande réelle de la part de plusieurs décideurs que nous avons pu rencontrer.

Nous avons essayé, au cours de ce cahier, d'illustrer concrètement comment utiliser de tels schémas dans une interaction décideur-homme d'étude.

Nous pensons développer davantage cette conception de l'aide à la décision multicritère d'autant plus qu'il existe maintenant plusieurs méthodes satisfaisantes lorsqu'on se limite à des modèles d'agrégation additifs qui sont de loin les plus largement utilisés dans des contextes opérationnels.

Sur le plan des méthodes, il nous semble utile de poursuivre des recherches sur l'élaboration de méthode explicatives spécialement conçues pour ces problématiques de désagrégation de préférence globale et de jugements globaux en étudiant de façon prioritaire les problèmes de stabilité des solutions obtenues et cela afin d'enrichir davantage le dialogue décideur-homme d'étude et d'éviter de fausses certitudes ou même de fausses incohérences.

Sur le plan des applications, nous sommes persuadés que la démarche que nous proposons devrait permettre une meilleure insertion de l'activité d'aide à la décision dans les processus décisionnels.

REFERENCES

BERTIER P., BOUROCHE J.M. (1975) - "Analyse des données multi-dimensionnelles", PUF.

BOUROCHE J.M. (1978) - "Mise en place d'une procédure statistique d'attribution de prêts". Rapport COREF.

CHARNES A., COOPER W. (1961) - "Management models and industrial applications of linear programming". John Wiley and Sons, Vol. 1

DYER J.S., SARIN R.K. (1977) - "Measurable Multiattribute Value Functions". Working Paper n° 275, Western Management Science Institute, University of California.

FISCHER G.W. (1975) - "Experimental applications of multi-attribute utility models". In Utility, Probability and Human Decision Making, Ed. by C. Wendt and C. Vlek, D. Reidel Publishing Company.

FISHBURN P. (1965) - "Independance in utility theory with whole product sets". Operations Research, Vol. 13, 28-45.

JACQUET-LAGREZE E. (1975) - "La modélisation des préférences, préordres, quasi-ordres et relations floues". Thèse, Université Paris V.

JACQUET-LAGREZE E. (1976) - "Explicative models in multicriteria preference analysis". Second European Congress on Operations Research. Ed. by M. Roubens, North-Holland Publishing Company.

JACQUET-LAGREZE E., ROY B., MOSCAROLA J., HIRSCH G. (1978) - "Description d'un processus de décision - I : Quelques concepts". Cahier LAMSADE n° 13, Université Paris IX Dauphine.

JACQUET-LAGREZE E., SISKOS J. (1978) - "Une méthode de construction d'une fonction d'utilité additive explicative d'une préférence globale". Cahier LAMSADE n° 16, Université Paris IX Dauphine, Communication présentée aux Journées de l'ASU, 22-23-24 mai 1978, Nice.

KEENEY R.L., RAIFFA H. (1976) - "Decisions with multiple objectives : preferences and value tradeoffs". John Wiley and Sons.

de MONTGOLFIER J., BERTIER P. (1978) - "Approche multicritère des problèmes de décision". Editions Hommes et Techniques, Collection AFCET.

MOSCAROLA J., ROY B. (1977) - "Procédure automatique d'examen de dossiers fondée sur une segmentation trichotomique en présence de critères multiples". RAIRO Recherche Opérationnelle, Vol. 11, n° 2, mai.

PECKELMAN D., SEN S. (1974) - "Mathematical programming models for the determination of attribute weights". Management Science, Vol. 20, n° 8, 1217-1229

ROY B. (1972) - "Décision avec critères multiples : problèmes et méthodes". Revue METRA, Vol. XI, n° 1, 121-151.

ROY B. (1977) - "A conceptual framework for a prescriptive theory of 'decision-aid'". TIMS Studies in the Management Sciences, 6, North-Holland Publishing Company..

ROY B. (1978) - "L'aide à la décision - Critères multiples et optimisation pour choisir, trier, ranger" (en préparation).

SAPORTA G. (1977) - "Une méthode et un programme d'analyse discriminante pas à pas sur variables qualitatives". Colloque IRIA, Analyse des données et Informatique, Vol. 1, 201-210.

SLOVIC P., LICHTENSTEIN S. (1971) - "A comparison of Bayesian and regression approaches to the study of information processing in judgements". Organizational Behavior and Human Performances, 6.

SRINIVASAN V., SHOCKER A.D. (1973) - "Estimating the weights for multiple attributes in a composite criterion using pairwise judgements". Psychometrika, Vol. 38, n° 4, 473-493.

WAGNER H.M. (1959) - "Linear programming techniques for regression analysis". Journal of the American Statistical Association, 54, 206-212.

WALLENIOUS H., WALLENIOUS J., VARTIA P. (1978) - "An approach to solving multiple criteria macroeconomic policy problems and an application". Cahier LAMSADE n° 12, Université Paris IX Dauphine.

von WINTERFELD D. (1975) - "An overview, Integration and Evaluation of Utility Theory for Decision Analysis". SSRI Research Report 75-9, University of Southern California.

YOUNG F.W., DE LEEUW J., TAKANE Y. (1976) - "Regression with qualitative and quantitative variables : An Alternating Least Squares Method with optimal scaling features". Psychometrika, Vol. 41.

ZELENY M. (1974) - "Linear Multiobjective Programming". Springer-Verlag.

ZIONTS S., WALLENIOUS J. (1976) - "An Interactive Programming Method for Solving the Multiple Criteria Problem". Management Science, Vol. 22, n° 6, 652-663.