# CAHIER DU LAMSADE

Laboratoire d'Analyse et Modélisation de Systèmes pour l'Aide à la Décision

(Université Paris IX Dauphine)

Equipe de Recherche Associée au C.N.R.S. N° 656

UNE METHODE DE CODAGE ADAPTATIF EN TYPOLOGIE :

LE PROGRAMME CATY

N° 20-1978

C. DUPONT-GATELMAND

Septembre 1978

SESU 3919



(541593)

### SOMMAIRE

		Pages
ABS	STRACT	I
RES	SUME	II
1.	PRESENTATION DU PROBLEME	1
2.	SCHEMA DE RESOLUTION	4
	2.1 Le processus interne	4
	2.1.1 Recherche d'un codage intermédiaire indé- pendant du type de variable considérée	4
	2.1.2 Recherche d'un nouveau codage fonction de la nature des différentes variables	5
	2.2 Le processus externe	6
3.	UTILISATION DU PROGRAMME	: 8
•	3.1 Caractéristiques du programme	8
	3.2 Introduction des données	8
	3.3 Lecture des résultats	13
а	EVEMBLE DE DEFEDENCE	1.6
4.	EXEMPLE DE REFERENCE	14
	4.1 Les entrées sur l'exemple de référence	14
	4.2 Les sorties sur l'exemple de référence	16
ИИА	EXE I : BORDEREAU D'ENTREE DES DONNEES	18
ANN	EXE II : EXEMPLE DE SORTIES	20
ANN	EXE III : ORGANISATION DES SOUS-PROGRAMMES	25
1.	Sous-programme HASARD	25
2.	Sous-programme TRI	25
3.	Sous-programme ORDO	25
4.	Sous-programme QUANTA	25
5.	Sous-programme INVMAT	25
RFF	FRENCES	26

# AN OPTIMAL SCALING METHOD IN CLUSTER ANALYSIS : THE PROGRAM CATY

### **ABSTRACT**

A method (\*) is presented which extends a non hierarchical clustering analysis to the situation where the variables may be measured at a variety of levels (nominal, ordinal, or interval).

The method, which is purely descriptive, scales the observations on each variable, within the restriction imposed by the variable's measurement characteristics, so that aspecific criterion W is minimum. W is stated to measure the partitioning of the individuals set I into natural and homogeneous groups and to find their most representative elements.

In other words, the problem is to determine at the same time, the partition of I, its representative samplings and the optimal scaling of the data such that W is minimized.

<sup>(\*)</sup> For further information on this method, the reader is invited to consult my paper: "Une méthode de classification automatique sur variables hétérogènes", Revue de Statistiques Appliquées, n° 2, 1979.

# UNE METHODE DE <u>CODAGE ADAPTATIF EN TYPOLOGIE</u> : LE PROGRAMME CATY

### RESUME

CATY est une méthode <sup>(\*)</sup> de classification non hiérarchique sur variables hétérogènes (qualitative nominale, ordinale ou quantitative). Elle est purement descriptive et permet la constitution de groupes homogènes dans la population étudiée en respectant la nature de chacune des variables. La procédure de détermination des classes est alternative à l'instar de l'algorithme des Nuées Dynamiques.

Ainsi, le problème est donc de trouver simultanément la partition de l'ensemble I des individus, ses éléments représentatifs et le codage optimal des données au sens d'un certain critère W qui est minimisé.

Pour une information approfondie sur cette méthode, se reporter à mon article "Une méthode de classification sur variables hétérogènes", Revue de Statistiques Appliquées, n° 2, 1979.

### 1. PRESENTATION DU PROBLEME

La plupart des méthodes d'analyse des données ont été élaborées pour utiliser un type particulier de données (qualitatives, ordinales ou quantitatives). Or, dans la réalité, le praticien désire souvent utiliser conjointement, à l'aide d'une seule méthode, des données à la fois qualitatives (situation de famille, sexe, catégories socioprofessionnelles, etc.), ordinales (préférences pour des produits, attitudes à l'égard de phénomènes sociaux, etc.) et quantitatives (revenu, chiffre d'affaires, etc.).

Afin d'étudier et de traduire de telles observations, il est indispensable de considérer le problème à la base et de s'interroger sur le <u>codage</u> des données, inévitable pont entre celles-ci et une méthode de traitement n'acceptant qu'un seul type homogène de variable. Déjà abordé en analyse des correspondances et en analyse canonique, ce problème de codage n'a été que peu étudié en classification automatique. Pour cette raison, nous avons développé une méthode de typologie avec codage adaptatif.

Le problème peut se poser de la façon suivante : trouver simultanément la partition de l'ensemble d'individus et le codage optimal des données au sens d'un certain critère W mesurant l'adéquation des individus aux différentes classes et respectant les contraintes de nature des données (qualitatives, ordinales et quantitatives).

Le codage n'est plus fixé une fois pour toutes avant toute méthode d'analyse comme cela était fait jusqu'à présent, au risque d'une importante perte d'information.

<u>Pour utiliser CATY, il faut disposer</u> en entrée d'un tableau X dont les particularités sont les suivantes :

X est de dimension (NSUJ, NVAR) où NSUJ désigne le nombre d'individus considérés et NVAR le nombre total de variables caractérisant ceux-ci (on pose NVAR = p).

Ces variables peuvent être de trois natures :

- qualitatives nominales : elles sont "codées a priori", de façon absolument quelconque ;
- qualitatives ordinales : elles sont "codées a priori" de façon absolument quelconque ;
- quantitatives : elles sont prises en compte sans aucune modification préalable.

Remarque importante : l'utilisation de CATY est essentiellement justifiée par des données hétérogènes pour lesquelles l'approche typologique présente un intérêt certain.

# Formulation du problème

En désignant par :

$$\begin{array}{c} G \\ (k,p) \end{array} = \left( \begin{array}{c} G_1 \\ \vdots \\ G_s \\ \vdots \\ G_k \end{array} \right) \begin{array}{c} \text{la matrice des noyaux des classes de la partition } P \\ \text{avec } G_s \subset IR^p \quad \forall \ s \in \ \rbrack \ \vec{k} \ \rbrack \ (*) \\ \end{array}$$

 $^{1}P_{k}$  l'ensemble des partitions en k classes de  $^{1}E_{k}$  l'ensemble des k-uplets admissibles des noyaux.

Le problème est alors de minimiser W application définie sur  ${\it IR}^p \times {\it IG}_k \times {\it IP}_k$  et à valeurs dans  ${\it IR}^+$  telle que :

<sup>(\*)</sup> Notation :  $[|\vec{k}| = \{1, ..., k\}.$ 

$$W(c, G, P) = \sum_{l=1}^{k} \sum_{i \in [P_l]} ||G_l - c_i||^2$$

où  $c_i$  représente le vecteur codage associé à l'individu i. Il s'agit donc de :

$$\begin{cases} c \in \mathbb{R}^p \\ G \in IG_k \\ P \in IP_k \end{cases}$$

### 2. SCHEMA DE RESOLUTION

La solution est obtenue par l'articulation itérative de deux processus : "le processus interne" qui permet l'obtention d'un nouveau codage à partition fixée et le "processus externe" qui permet la constitution d'une nouvelle partition à partir de la solution issue du processus interne.

### 2.1 Le processus interne

Chaque phase de ce processus peut être décomposée en deux étapes :

- recherche d'un codage intermédiaire indépendant du type de variable considérée :
- recherche d'un nouveau codage fonction de la nature des différentes variables.

# 2.1.1 Recherche d'un codage intermédiaire indépendant du type de variable considérée

Notons :  $A^O$  la matrice des codages intermédiaires (n,p)

G<sup>O</sup> la matrice des centres de gravité des k classes (k,p) de la partition P<sup>O</sup>

 $\Phi^0 = \{ \mathbf{Y}^0 \mid \mathbf{g} \in \mathbb{R}^k \}$  le sous-espace vectoriel engendré par les indicatrices associées à  $\mathbf{P}^0$ .

$$D_n = \begin{pmatrix} p_1 & 0 \\ 0 & p_n \end{pmatrix}$$
 la matrice des poids des individus.

 $A^O = Y^O G^O$  est solution du problème :

$$\underset{G}{\text{Min}} \| \overline{C}^{O} - Y^{O} G \|^{2}$$

Remarque : On utilise la propriété de "conservation du centrage" apportée par le projecteur  $T_0 = Y^0 (Y^{0_i} \ D_n \ Y^0)^{-1} \ Y^0 \ D_n$  projecteur  $D_n$  orthogonal de  $\bar{c}_j$  sur  $\Phi^0$ .

# 2.1.2 Recherche d'un nouveau codage fonction de la nature des différentes variables

\* Si  $\mathbf{x}_j$  est une variable qualitative nominale, son codage  $\mathbf{c}_j$  est un élément du sous-espace vectoriel  $\mathbf{W}_i$  :

$$W_{j} = \{c_{j} \in \mathbb{R}^{n} / c_{j} = X_{j} b_{j}, b_{j} \in \mathbb{R}^{m_{j}}\}$$

où  $X_j$  est la matrice des indicatrices associée à la variable j.

On s'intéresse au codage centré  $c_j \in W_j$  avec  $W_j = 1 \oplus W_j$ .

 $\bar{c}_{,j}^{1}$  est alors solution du problème :

$$\min_{\bar{c}_i \in W_i \cap S} \|\bar{c}_j - a_j^0\|^2$$

où 
$$S = \{y \mid ||y||^2 = 1\}.$$

De même, le projecteur  $T_j = X_j (X_j' D_n X_j)^{-1} X_j' D_n$ , projecteur  $D_n$  orthogonal de  $a_j^0$  sur  $W_j$  conserve le centrage.

 $\star$  Si  $x_j$  est une variable qualitative ordinale, son codage  $c_j$  est un élément du cône convexe  $\mathbb{C}_j$  de  $\mathbb{R}^n$  engendré par la matrice d'indicatrices associée à la variable j. C. est un cône polyédral de  $\mathbb{R}^n$ .

$$\mathfrak{C}_{j} = \{c_{j} \in \mathbb{R}^{n} / c_{j} = X_{j} b_{j}, b_{j} \in \mathfrak{C}_{j}\}$$

où 
$$\mathcal{C}_{j} = \{b_{j} \in \mathbb{R}^{m_{j}} / b_{j}^{1} \leq \ldots \leq b_{j}^{k} \leq \ldots \leq b_{j}^{m_{j}}\}.$$

On s'intéresse au codage centré  $c_j \in \mathbb{C}_j^-$  avec  $\mathbb{C}_j = 1 \oplus \mathbb{C}_j^-$ .

 $ar{c}_{i}^{1}$  est alors solution du problème

$$\min_{\bar{c}_j \in C_j \cap S} ||\bar{c}_j - a_j^0||^2$$

Quand la deuxième étape a été réalisée, on cherche à nouveau la matrice des codages intermédiaires et on obtient le couple solution  $(\bar{c}_j^*, g_j^*)$  à la convergence du processus interne.

On montre que :

- 1 le codage  $\bar{c}_j^{\star}$  est vecteur propre associé à la plus grande valeur propre de la matrice  $(\bar{T}_j$  o T)
- 2 pour chaque variable qualitative nominale  $x_j$ , le processus interne est en fait comparable à une analyse canonique entre le tableau des indicatrices associées à  $x_j$  et celui des indicatrices associées à la partition  $P^0$ .

# 2.2 <u>Le processus externe</u>

Il est mis en oeuvre au moyen de la fonction d'identification f définie sur  ${\rm IR}^{\rm p}$  x  ${\rm IG}_{\rm k}$  et à valeurs dans  ${\rm iP}_{\rm k}$ .

$$f(c, G) = P$$

avec 
$$G = \begin{pmatrix} G_1 \\ \vdots \\ G_1 \\ \vdots \\ G_k \end{pmatrix}$$
 et  $P = (P_1, \dots, P_1, \dots, P_k)$ 

Elle permet de définir les classes  $P_{\rceil} \ \ \forall \ l \in \ \ \rbrack k \rbrack \ \ de$  la nouvelle partition :

$$P_1 = \{i \in I / ||G_1 - C_i||^2 \le ||G_1| - C_i||^2 \quad \forall \ i' \ne 1\}$$

La fonction sert à construire la matrice d'indicatrices associée à la nouvelle partition. Les k classes sont construites de manière à être plus homogènes qu'à l'itération précédente.

Le "processus externe" definit alors la suite des partitions  $P_1, P_2, \ldots, P_N$ .

Les deux "processus" sont ainsi étroitement imbriqués. Ils convergent vers un minimum local. Les codages obtenus pour les différentes variables respectent leur nature.

Remarque 1 : les variables initialement quantitatives peuvent soit être conservées sous leur première forme, soit être transformées par régression polynôminale dont le degré est choisi a priori.

Remarque 2 : la constitution du processus interne a l'avantage et l'intérêt de déterminer, pour les variables qualitatives nominales, des codages indépendants des codes fixés a priori avant l'analyse. Cette caractéristique n'est que partiellement vérifiée pour les variables qualitatives ordinales.

### 3. UTILISATION DU PROGRAMME

### 3.1 Caractéristiques du programme

On désigne par :

NSUJ = le nombre total d'individus considérés

NPAR = le nombre total de variables les caractérisant

NCLASS = le nombre de classes de la partition P

IM = le degré du polynôme de transformation des variables quantitatives + 1

MODMAX = le nombre de modalités maximum pour les variables qualitatives.

La version actuelle du programme est établie pour permettre la classification :

- d'une population de 300 individus
- caractérisés par 20 variables "hétérogènes"
- en un maximum de 6 classes.

Les variables quantitatives peuvent être transformées par des polynômes d'ordre maximal égal à 5. Les variables qualitatives peuvent avoir un nombre de modalités inférieur ou égal à 8.

# 3.2 <u>Introduction des données</u> (cf. annexe 1)

<u>lère carte</u> : <u>Carte de paramètres généraux</u>

en format 20 I 4 (cadré à droite), on écrit successivement : NSUJ, NPAR, NCLASS, NTIR, LECCLA, INOM, ITERMX, MODMAX, LEC, IM, ISOR, IEDIT, LNEU, MODMOX.

En	col.	1.4	NSUJ	=	le nombre d'individus considérés
	col.	5.8	NPAR	=	le nombre de variables les caractérisant
	col.	9.12	NCLASS	=	le nombre de classes désiré
	col.	13.16	NTIR	=	le nombre de tirages au hasard
	col.	17.20	LECCLA	= #	O si tirage au hasard ) au début du processus O si partition a priori )
	col.	21.24	INOM		O quand on n'attribue pas de nom aux individus O sinon
	col.	25.28	ITERMX	=	nombre d'itérations maximum
	col.	29.32	MODMAX	=	nombre de modalités maximum pour les variables qualitatives
	col.	33.36	LEC	=	unité de lecture des données Par défaut, LEC = lecteur de cartes
	col.	37.40	IM	=	nombre de paramètres à estimer pour les variables quantitatives (ou degré du polynôme de transfor- mation + 1)
	col.	41.44	ISOR	=	unité de sortie pour variables codées + classes d'affection Par défaut, ISOR = imprimante
	col.	45.48	IEDIT	=	nombre d'individus à imprimer en sortie (sert de contrôle)
	col.	49.52	LNEU	=	fichier contenant le numéro des individus et leur classe d'affectation. A utiliser dans le cas d'une partition a priori
	col.	53.56	MODMOX	=	valeur maximale des modalités des variables qualita-

# <u> 2ème carte</u> : <u>Carte indiquant le format de lecture des données (FOMAT)</u>

Cette carte permet d'inclure en donnée le format de lecture des caractéristiques des individus et évite la compilation systématique du programme principal lorsqu'un nouveau jeu de données se présente.

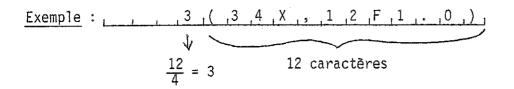
# col. 1 à 4 (cadré à droite) on indique le nombre de mots du format

tives.

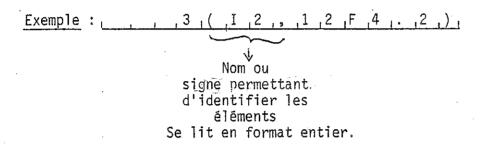
on indique le nombre de mots du format ; c'est le nombre de caractéristiques alphanumériques du format divisé par 4 et arrondi à l'entier supérieur.

### col. 5 et suivantes

on écrit le format proprement dit. Celui-ci commence par une parenthèse ouverte (en col. 5) et se termine par une parenthèse fermée.



Deux cas peuvent être traités dans le programme selon que les éléments de la population étudiée sont ou non repérés par un nom ou un signe particulier. Cette différenciation possible est traduite dans le format.



Dans le cas contraire, on aurait par exemple :

et le programme affecte alors automatiquement un numéro d'ordre aux éléments initialement non identifiables.

3ème carte: Lecture des noms des variables et de leur nature (sur une ou plusieurs cartes) en format (16(A4 I1)).

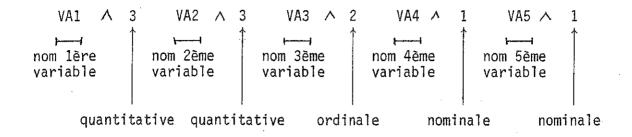
Par carte, on peut donner au maximum les noms et natures de 16 variables différentes. Le nom est donné sur 4 caractères alphanumériques et la nature est déterminée par un entier occupant le caractère suivant.

On note le type - qualitatif nominal par : 1

- qualitatif ordinal par : 2

- quantitatif par: 3

<u>Exemple</u>: Prenons le cas de 5 variables dont les deux premières sont quantitatives, la troisième ordinale et les deux dernières nominales.



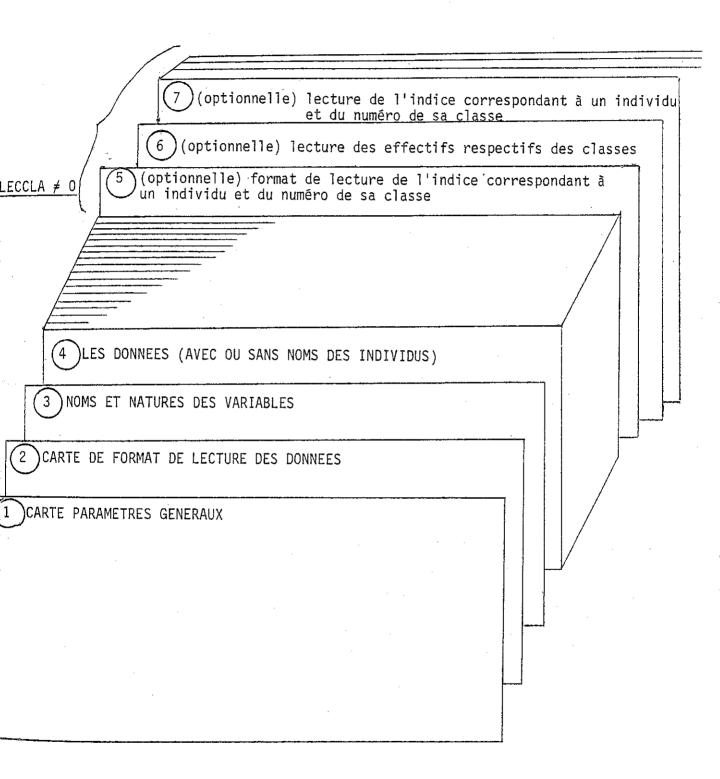
Si LECCLA  $\neq$  0, il est nécessaire de décrire la partition choisie a priori et par conséquent d'ajouter les trois cartes suivantes :

<u>4ème carte</u> (optionnelle) : elle donne le format de lecture FMT qui permet de lire l'indice correspondant à chaque individu ainsi que le numéro de la classe à laquelle il appartient.

<u>5ème carte</u> (optionnelle) : en format (2014), on lit les effectifs respectifs des classes constituant la partition de départ.

<u>6ème carte</u> (optionnelle) : en format FMT (déterminé par la 4ème carte), on lit, pour chaque individu, l'indice correspondant ainsi que le numéro de la classe à laquelle il appartient.

D'une manière schématique, le paquet de cartes de données nécessaire à l'utilisation de la méthode CATY doit se présenter sous la forme suivante :



### 3.3 Lecture des résultats

On lit, en premier lieu, un rappel des données ; on a ainsi une récapitulation concernant :

- le format de lecture des données ;
- les noms et natures des variables ;
- une description des premiers individus et de leurs caractéristiques pour contrôler la prise en compte des données.

Pour chaque tirage au hasard, on a :

- la description de la partition établie a priori ;
- la valeur du critère correspondant à chacune des itérations ;
- la description de la partition à la convergence du critère ; chaque classe est explicitée par les noms ou les numéros repérant les individus la composant ;
- la transformation des codages de chaque variable qualitative. On peut ainsi lire :

VARIABLE	NUMERO N	SA NATURE	Ξ
		<del></del>	<b>→</b>

MODALITES	VALEURS CENTREES REDUITES	CODAGE OBTENU
1	x	c <sub>1</sub>
2 : M	х : х	c <sub>2</sub> : c <sub>M</sub>

Pour les variables quantitatives, on donne les coefficients de la régression polynômiale si celle-ci a été demandée.

### 4. EXEMPLE DE REFERENCE

Cet exemple porte sur des données provenant d'un laboratoire de Rhône-Poulenc.

Nature des données : 275 malades ont été examinés très attentivement et des dossiers fort complets ont été constitués : l'information recueillie est conséquente... 250 variables ont été prises en compte. Toutefois, sur les conseils du médecin responsable de l'étude, on en a sélectionné 14 qui lui semblaient particulièrement intéressantes pour une tentative de classification des malades. Elles nous renseignent sur les caractéristiques de la maladie (diagnostic, symptômes de début) et sur l'effet produit par l'absorption du produit T (résultat, tolérance). On observe notamment l'évolution de certains troubles après la prise du médicament (variables 3 à 11).

Les natures des variables sont diverses :

- les variables 1 à 10 sont qualitatives ordinales ;
- les variables 11 à 13 sont qualitatives nominales ;
- la variable 14 est quantitative ; elle est exprimée en milligrammes.

<u>Le problème</u>: On cherche à former des groupes homogènes de malades qui auraient éventuellement des réactions analogues à la prise du médicament T compte tenu des troubles spécifiques qui les caractérisent. Ceci permettrait peut être d'établir des contre-indications à l'utilisation de T si l'on découvrait des tolérances mauvaises pour certaines sous-populations.

Les variables sont par nature hétérogènes : on aurait pu, en découpant la variable quantitative, utiliser la méthode des Nuées Dynamiques en prenant une distance du  $\chi^2$  sur modalités, mais alors, on aurait perdu l'information ordinale apportée par les 10 premières variables. On applique donc la méthode CATY "avec codage adaptatif".

4.1 <u>Les entrées sur l'exemple de référence</u> (voir bordereau des données)

Les données fournies par le laboratoire sont les suivantes :

			PROGRAMME CATY					,
FEUILL	FEUILLE DE PROGRAMMATION	FORTRAN	SOUS-PROGRAMME		DATE			
المحقدية	T.	ı			PAGE			
20 N N N N	5 E 7 10 15 20 A	0 = Zero 7 = 4/0/13 0 30	5 = Cing 5 = A/Dha S 35	1 = Un 1 = 410ha / 55 50 55	Z = Deux	2	8,	
12,17,5	1.4.1.1.3.1.1.4.1.101	1 102 1 10 1 1	1.4.1.15.1.11.14.0.	1.1.01.1.6.101.1.141	es Ide	1 -	0 0	3 0
					ı gênğrauxı ı ı ı ı	_ _ _ _	1 1 0 2 10	0
						-	0 3 0	6
1 141	14(1315,2.10,115,51.11),,,,,,,,,,,			IIIIII Carte	Carte, de: format de	-	0 4 0	اج
				11 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	lecture desidonnées.	-	01510	0
			1				0 9 10 1	<b>o</b> l
V 11   12	12 V 21 1 121V131 1 121V141 1 121V151 1 121V161 1 121V171 1	1, 12, 1/6, 1, 12,		121VI81   1.121VI91   1.121VI1.01   121VI111   11.W11121   111VI1.131   111VI1.141   131	12: 111/11/13: 11/11/14	131	1 017.0	ol
							1 1 0 18 10	<u> </u>
-				1111111Cante	. Cante de caraqténisation	0	01810	ᅙ
					ides variables :	-	1 1 1 10 10	<u>ි</u>
	tillillilles 10 p	venières va	illilles 10 premières vaniables sont ordinales .				1 1 1 1 0	15 =
_		suivantes!!!	111111 momfnales 111.1				1 12 10	-
	1111111 La dennière wariable estro	ière wariable	estiquantitative i				1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	-
							1 1 4 10	
						-	11510	<b>o</b>
							11610	<u> </u>
						-	1 1 1 10	0
							1 18 10	
						-	1 19 16	- <del>-</del>
							1 2 10 10	· ©
						-		_
								_ [
			11111			_	<u> </u>	
121 15	17: 1 1109 1 ; ; 1151 1 1 120; 1 1 1 125; 1 1 1 130 1 1 1 1	1 251 1 1 130	135 Landard Landard Commence (190)	Lin 1451 Lin 150 Lin 1551 Lin	1 1 189   1 1 189   1 1 1	1701 1 731	175   178	108

```
NSUJ = 275

NPAR = 14

MODMAX = 4

MODMOX = 4
```

Par ailleurs, on choisit a priori :

```
- d'obtenir une partition en 3 classes :
{NCLASS = 3
```

de limiter à 20 itérations chaque processus
 {ITERMX = 20

de ne pas transformer les variables quantitatives
 {IM = 1

Enfin, on donne les paramètres permettant la lecture des fichiers et l'écriture des résultats

LEC = 5 ISOR = 40 LNEU = 50

Afin de vérifier si le fichier d'entrée a bien été lu, on peut faire écrire un certain nombre de lignes correspondant aux premiers individus {IEDIT = 10

# 4.2 Les sorties sur l'exemple de référence

Analyse des résultats obtenus par une typologie avec codage adaptatif sur variables hétérogènes

Nous sommes partis d'un tirage au hasard sur la population déterminant ainsi une partition à trois classes. Nous avons examiné 4 tirages au hasard et nous avons choisi la solution ( $C^*$ ,  $G^*$ ,  $P^*$ ) qui donnait un critère W minimum. Le programme donne à la fois la description des classes (repérage des individus) et le codage des modalités des différentes variables.

Analyse de la partition  $P^*$ : On l'obtient par des tableaux de contingence réalisés entre la partition  $P^*$  et chacune des variables. On décrit ainsi les trois classes avec leurs caractéristiques respectives sur les variables considérées. On remarque que les trois classes sont bien différenciées par le résultat de l'expérience et la tolérance au médicament:

- <u>la classe 1</u> rassemble des individus sur lesquels le médicament T n'a eu aucun effet bénéfique puisqu'ils conservent les mêmes troubles qu'avant la prise du médicament T. De plus, ils l'ont mal supporté;
- <u>la classe 2</u> est une classe intermédiaire : la tolérance est bonne mais les individus composant cette classe n'étaient atteints que de troubles très légers. On constate toutefois que le médicament n'induit aucun déséquilibre supplémentaire ;
- <u>la classe 3</u> comprend des malades plus sérieux et pour lesquels le médicament T est le remède miracle.

Une analyse détaillée des 36 dossiers médicaux caractérisant la première classe permettrait sans doute au médecin d'établir certaines contre-indications à la prise du médicament T.

# ANNEXE I

BORDEREAU D'ENTREE DES DONNEES

	2 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
	1123456789012345678901234567890112345678901123456789011234567890112345678901123456789011234567890
6 4 7	
4	WERT NEAR NCEASS WITH LECKLE CHENK MODIAN LECT TEDIT LAFL MODIAN
(2454)	West poorted of wide 18 Eccel : = a a trugge an busunt. TERT & noon Viluation I 50 R. and C. L. sale the
	on a priorie, 1890 HAN Deader acts du rochite de Ist it apreha "little au la la
g-tildenykiritét	Label LEC. 1 10 41 Lecture de de describe LNEO. Luis de 144
Service and the service and th	6 Til nowther the language and hand to the passent to the passent to the same of the contract
	( ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** **
CARTE	WHOT
(TE K. X.S. 1494)	
<del>. ~ </del>	de mostra lore Econat decaul de
· sin configuration	
6 B R T F.	
(rs	# 0 1 1
((16(04,12))	
	North (2) more the land partened to MBT. sature the factor with 1 = 2; soil special bly promoting the
	( 2 x 1, wo4R)
	Remussion mother as to the give seines duty - si ducionte quentification
CARTES	
	DATA Column de 166 = 0
**************************************	
Rennaque	LES CANKES ENTRAWEE NO TENE FORENTES qUE DANS LE COSS & MINE PARILITIEN. TO PRICAS (= LECCHE = 1)

ANNEXE II

EXEMPLE DE SORTIES

Τ.	l'anti	1 200		!						
						•				
,	Ì.					¥	"}	2	2	ζ.
	المراجع الأراب	ì		5		<i>;</i>	ŧ.	2	i	;
. 0	3 3	3	;			4	;	•	3	,
	ζ	- 1		· .	D/	:	7		i	3
	 ζ	3		ş ,		*			3	3 4 3
	2.	. 3		3	,		, 1		;	ζ.
	2- 1	. 5		, ,		;	1	7	1	٠.
		· .	4			;	i		•	~
ranger in the second	,	( 2	•	· :		3				
	ست. بران	7					i.		5	
en er	<i>ੂ</i> ਜ਼	.,		•	,	1	•	1	1	1 3 5 p
					7	,				7
	3	7					." *9	ğ 23	3 3 3 3	
,	1			•		î Ç		_;	.)	<i>*</i> ′
	5	Ċ.		1	3			:	<i>ુ</i> *	1
		<i>c'</i>		, <u> </u>		**	7	3		
	3000	ذ		3 3 1 9	e e	?	,	:	!	1.
		5		7)	2	•	•	•	3	:
	3.	•	,			7	1	3		ţ
System System		3		·	*	÷.	•	3.	ر	5
	- Junean				111 114 11.	: :			3	ŧ -
	2	3,		1	¢	73	~.	ŧ	4	1
100	3,	× 3			9	ļ	;	5	- 5	Į
er eft ditter	1	11		· ·	3	,*	7,	12	ş.,	2
was the	٠2 -	3		4		i	7	Ž.	! .	3
	·1	+ +	į		-£.	3		r,	. }	3
100		. 2	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	*** ***	Α	3	4	2	}	103320
Property (Sec.	3	ζ	"1	; ;	2			\$	1	
	2	â	;	* .						
		•			1					

CRIPTION OF LA PARTIT	1134											nee.	, . ,	arendar (d. 1888 (No. 1999)			e regio	· ·		
plantage of the second				****					eren appear				e y name	Art St.	a sagarangan Langarangan	eranger: Victoria	- pyranie Lientos	· • • •		
CLASSE HUHERT	i	2?	32	3.5	 39	 32	14	 53	55 56	58		89	92 	93	108	113	114	120	128	•
months and state of the control of t	139	1.54	137	$1J_{-}^{9}$	138	125	127	205	811 Ž16	217	228	232	235	240	265	ng steelijes	aggrega e	en en en en en		
CLASSE HUTTAN							_		· Max			٠	• • •	V3V .	.a. aa	 27		. 25	26.	
again an Carana ann an Taonach an Taonach Taonach	1	. 5	3	а	6	7			12 -4						•			25		
Angelinger and the second seco	**** 2B				33				48 - 54		- 3			***					71-	
many can a superior construction of the second									- 83 884											
production to the second secon	103	104	105	106	109	110	117	$\Pi_{z}^{q}$	121-122	123	124	126	127	131	135	147	152	156	159	
g Barran die en en beschieden in 1990 in 1980 in 19	105	106	107	tag	t70	171	-172	173	175 176	177	178	179	180	183	184	185	186	189	190	
kiljan pilotoki kurin en en uliv raman. Britanis en er en en en en en en eller		192	193	194	196	1.99	695	201	202 203	-204	206	207	-208	209	210	212	213	215	219	
Control of the State of the Sta	820	221	232	223	224	226	227	229	230 231	236	238	239	243	244	245	246	247	248	249	
The second secon									260-263											
Cu toes Haston	- and the second	******			•	A.116							arrent, race	asur remon	wage en ea	neto, en la		,	1901	**
	- 5	10	11	16	27:	34	57	40	a i 🎉 43	- 45	46	49	50	51	52	~ 66	- 67	72	75	
mente de la companya	78	87	9.9	יי	98	29	105	107	110 111	112	115	118	125	129	132	133	136	138	140	
	141	142	i43	144	145	l ib	1 18	149	150 151	153	154	155	157	158	(60	161	162	163	164	
	3 % j	174	181	132	137	198	214	218	225 233	234 234	237	241	242	254	255	261	262	274	275	
eggen and the form the partition of the same of the sa	1 - 25 1 - 25d (A)											70 July 1	Ø		20		. 1		er, i	
		40 1	÷.			4.			en again	gençirini e		rane areas	\$100 m	ana jijeré Jacobs i	ik kroma ili Linini ili Al	yawi ay Mala sa	riggi mi e :	we	rger er on S	
				San San San San San San San		RAN.	SFURI	BATIE	IN DES C	ODAG	[ <b>S</b>	reserve in Con		energo Nasion d		ge types			ness is	
	857 (A) 9075 (	rograma rograma rograma	4 (5, <b>5</b> )	4.								4.3	and the second		****			eng. s	4 - M - 14 	
kandikan daga sacarah kanamanan 18.2 milinar Manaman and	androide arand	k minin	د در منجودی غیرتان			er period				K: ***	or was now	ger as recase as a saline	areana energi Salange in		era ere estas Caperes estas	ryan daa Anasta	reinen. Lati dit ku	er sag-angeg	eers on one	
ANLESSIBILITAD LESSIAD LIS	Akecon	8530-1350 8530-1350	K881.3	ar Ales			nin. Maring	ori Bashara			aran nangg			######################################	SECT		C2654	cosa	eneger E.S.E.	
TO CONTRACTOR OF THE STATE OF T		Lite:	908685550 308888	9665 4 5556 - Chineses	anare. Anare	estates estates	180.° 9991	i andria. Et entre		⊍∀ΕΛ( #85.5	9175 CSC 203	) A G E o	raaaa Oosaa	is estatus Magazia	and the second	riggija.	Killesker voorme	d Sinks America	orogen cod orogen	
		20 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	) J	i de la compansión de l	SPASSON COMMON	.30\130 <u>}.</u> 300000 <b>00</b> €	(.58 0.74	s. f øs mer	- TON MINE. - Secreta success	° -1 1	52 52∞	erigense erigense	enter (en en e	e et en	ananin Tanàna	eserrosa eserrosa	en 1835 - 1 Sen 1835 - 1	esti on trech	nachge	
		3	}******* -		A. 680)	9035	5.21		Alla Mille	Ů,									angelekkari Kanada kanada	
	tre ingresses, po De la Varia (S	74 <u>.</u> 0(	) *			]	1017		er et a Minio	V,		2.20-6.0	in as one	- 281		e i e e e e e e e e e e e e e e e e e e	Sant or a			
ABLE homeword ordin	ht En X	Market of the Thirty of	(2) x (3)	em exturbs	es in the second			• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •			erndens bis	en Asierina	im Kener (			Ago-refere	.contidio	987		
	- моол	LITES	3 20.00	.**	CE	NT F	₹EĐ.	r + + 10	W WO	UVEA	). CDI	)AGE	i interpreta			rem pr	- Araq <sub>e</sub> ore	enten yegen Z	-keese, sila	
and the second second	Carlo Salan	1.0;	)				1,93		As William	-2.	.29 .44	. 4.20			1		: 	 	645 t 17 (4) (	
Carried the contraction of the c	(1997) <u>(</u> 1997) (1997)	ያነነው ያፀርጀም	j Joseph i				3.72	. ş	·····	e 0	44	eges			er singer	ng na nama sa	gagara ( . 28		sejstava-	

CENT RED. 7

AGLE TUMERO 3 ORDINALE MODALITES

naganganga sa kalancasan manangan mengangan sama ang balangan sa kalangan sa kalangan sa kalangan sa kalangan	-1.490.93
	-1.49 0.93 0.93 0.93 0.93
3.00 1.00 % was daily to the control of the control	
agangga agan ag aganggang sa	
William ARIABLE MUHERO - 4 - URDINALE HODALITES	CENT RED. HOUVEAU CODAGE
1.00	the state of the s
2.30 To the control of the	9.38 · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
Andrew Colombia and Colombia an	1.06
THE STANDARD S - CHARLES ABLAKY S - CADINALE	the state of the s
military and the second of the	CCHT RED. THE HOUVEAU CODAGE
1.00	-1.34
2.09 3.00	0.43 (1.35) - 0.45 (1.35) (1.35) (1.35) (1.35) (1.35) (1.35) (1.35) (1.35) (1.35) (1.35) (1.35) (1.35) (1.35)
is the strong the production of the strong strong strong and $ au$ is the strong strong strong strong $a_{ij}$ . The $a_{ij}$	1.31 400 100 100 1.70 100 100
TO PARIABLE BUIERO S. GROINALE	en om til state skriver i skriver skriver. Det skriver sk
out and the second of the seco	
The second contract of the second contract o	2.17
responsible to the second seco	
VARIABLE HUMERO 7 ORDINALE HODALITES	CENT RED. HOUVEAU CODAGE
	-1.18
4.00	0.55 1.43 1.91
	•
WARIABLE-HUMERO 8 DROINALE HODALITES	CENT RED. HOUVEAU CODAGE
The second of th	-9.68
- 2.00 5.00	2 34 2 35 3 5 7 7 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8
And the second s	
	CCOT REP. "HOUVEAU" CODAGE
1,90	
	and the second s
3.00 5.00	0.75 t.27
Committee Commit	n de la companya del companya de la companya de la companya del companya de la companya del la companya de la c
VARIABLE HUBERT 10 DROINALE MODALITES	
1.00	-0.58 mm -0.52 mm -0.52
2.00 3.00	1.19 0.72 2.76 3.26
Contrate Allich Schementer Charles and Artis	The Mark the second of the sec

		Ž.		
THE PRIER IL CUALTIATIVE		in hin	-4-4	११८ १९ <u>८२ ५</u> ८ -
CENT RED.		WOU	VEAU CO	DAGE
1.18		or year year.	∞() 44 ∞() 95	
3.00 3.00 1.57		The Min	-0.13 2,45	٠.
				Algebra Algebra Algebra
BLE WHITE IS SUALIFATIVE CENT RED.		NOU	VEAU CO	DAGE
-1.96		Tun Min.	-0.11	en e
2.00 mg man 1.19 mg			-1,67 1,07	
		To Marco		
BLE HOMERUS SUBLITATIVE	:	Nou	VEAU CC	DAGE
1.00			-0.83	
$\frac{2.90}{3.00}$		W. Which	1.26 1.30	
	e en e		-0.38	
BLE PULERU LU GUARTITATIVE CUEF	RI	EGRE <b>SSI</b> DI	, i — — — — — — — — — — — — — — — — — —	•
,033 0.000		4	geriej Markovi i sus	
yy Britania				

### ANNEXE III-

#### ORGANISATION DES SOUS-PROGRAMMES

### 1 Sous-programme HASARD

Tirage au hasard d'une partition sur les NSUJ individus étudiés.

NCLASS

= nombre de classes dans la partition

KCLASS (i) = indice de la classe de l'individu i

NSCLA((j)

= nombre d'individus dans la classe j

RANDU(NCLASS) = tirage au hasard d'un nombre entier entre 1 et NCLASS.

### 2 Sous-programme TRI

Tri des individus pour l'édition des résultats. Les individus, rangés par classe, apparaissent dans le tableau KLATRI.

### 3 Sous-programme ORDO

Régression monotone effectuée sur les variables ordinales. Transformation de codage des variables ordinales.

# 4 Sous-programme QUANTA

Régression polynômiale de degré IM-1 pour les variables quantitatives.

### Sous-programme INVMAT

Inversion de matrice servant dans QUANTA.

### REFERENCES

- [1] BARLOW R.E., BARTHOLOMEW D.J., BREMNER J.M., BRUNK H.D. "Statistical inference under order restrictions". Wiley, 1972.
- [2] BOUROCHE J.M. "Développement de l'utilisation des méthodes d'analyse des données qualitatives". Note de travail n° 26, COREF.
- [3] CAILLIEZ F., PAGES J.P. "Introduction à l'analyse des données". SMASH, 1976.
- [4] CAZES P., BAUMERDER A., BONNEFOUX S., PAGES J.P. "Codage et analyse des tableaux logiques Introduction à la pratique des variables qualitatives". Cahier n° 27, BURO, 1977.
- [5] DE LEEUW J. "A normalized cone regression approach to alternating least squares algorithm". University of Leiden, The Netherlands, 1976.
- [6] DIDAY E. "La méthode des nuées dynamiques et la reconnaissance des formes". Cahiers de l'IRIA, 1970.
- [7] DROUET D'AUBIGNY G. "Description statistique des données ordinales : analyse multidimensionnelle". Thèse de 3ème cycle, Université de Grenoble, 1975.
- DUPONT-GATELMAND C. "Deux méthodes d'analyse des données qualitatives : typologie avec-codage adaptatif et modèle de décomposition additive des préférences". Thèse de 3ème cycle, Université Paris IX, avril 1978.
- [9] HAYASHI L. "On the quantification of qualitative data from the mathematico-statistical point of view". Annals. Inst. Stat. Math 2, 1950.

- [10] KRUSKAL J.B. "Analysis of factorial experiments by estimating monotone transformation of the data". Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 27, 1965.
- [11] KRUSKAL J.B. "Monotone regression, continuity and differentiability properties". Psychometrika, Tome 36, n° 1, 1971, p. 57-62.
- [12] LECHEVALLIER Y. "Classification automatique optimale sous contrainte d'ordre total". Rapport de recherche n° 200, IRIA-LABORIA, 1976.
- [13] MASSON M. "Analyse non linéaire des données". Compte rendu à l'Académie des Sciences de Paris, Tome 278, Série A, 1974, p. 803-806.
- [14] SAPORTA G. "Liaison entre plusieurs ensembles de variables et codages de données qualitatives". Thèse de 3ème cycle, Université de Paris VI, 1975.
- [15] SAPORTA G. "Le traitement de variables qualitatives par codage". Note de travail n° 11, COREF.
- [16] TENENHAUS M. "Etude des programmes MORALS et CORALS de F.W. YOUNG, J. de LEEUW et Y. TAKANE". Note de travail n° 15, COREF.
- [17] TENENHAUS M. "Analyse en composantes principales d'un ensemble de variables nominales et numériques". Note de travail n° 18, COREF.
- [18] YOUNG F.W., DE LEEUW J., TAKANE Y. "How to use principals".

  Psychometrika Laboratory, 1975.
- [19] YOUNG F.W., DE LEEUW J., TAKANE Y. "Regression with qualitative and quantitative variables: An Alternating Least Squares method with optimal scaling features". Psychometrika, 41, 1976.

- [20] YOUNG F.W., DE LEEUW J., TAKANE Y. "Additive structure in qualitative Data: an Alternating Least Squares method with optimal scaling features (ADDALS)". Psychometrika, 41, 1976.
- [21] YOUNG F.W., DE LEEUW J., TAKANE Y. "Non metric individual differences multidimensional scaling: an Alternating Least Squares method with optimal SCALing features (ALSCAL)". Psychometrika, 42, 1977.