

CAHIER DU LAMSADE

Laboratoire d'Analyse et Modélisation de Systèmes pour l'Aide à la Décision

(Université Paris-Dauphine)

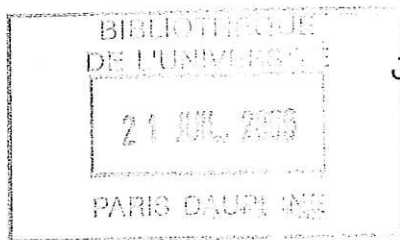
Equipe de Recherche Associée au C.N.R.S. N° 656



AIDE A LA DECISION EN MATIERE D'ENVIRONNEMENT :

Application au choix de tracé autoroutier *

N° 23-1979



J.C. MARCHET
J. SISKOS

juin 1979

* Communication présentée à EURO III, Amsterdam, Netherlands, 9-11 avril 1979

B2. 1703-23

S O M M A I R E

	<u>Pages</u>
<u>Abstract</u>	I
<u>Résumé</u>	II
0. <u>INTRODUCTION</u>	1
I. <u>LE PROBLEME DU CHOIX D'UN TRACE AUTOROUTIER</u>	2
I.1 Présentation du cas	2
I.1.1 Le cas	2
I.1.2 Méthode initialement suivie	2
I.1.3 Résultats de la première phase	6
I.2 Analyse du problème	8
I.2.1 Identification des actions	8
I.2.2 Les données	12
I.2.3 Le problème	12
II. <u>APPROCHES MULTICRITERES</u>	14
II.1 Le principe d'agrégation-désagrégation de préférences	14
II.2 Les méthodes UTA	15
II.2.1 La méthode UTA I	16
II.2.2 La méthode UTA II	25
II.2.3 Définition d'une relation de surclassement floue	32
II.3 Les autres approches	32
II.3.1 La méthode ELECTRE III	32
II.3.2 La méthode de KEENEY-RAIFFA	33
III. <u>LES RESULTATS</u>	36
IV. <u>CONCLUSION</u>	41
<u>REFERENCES</u>	42

DECISION-AID APPLIED TO ENVIRONMENT
The case of the choice of a highway lie

Abstract

This paper presents a study of decision-aid dealing with the choice of a highway lie between two French cities, which is the less detrimental from the point of view of environment. First of all, the experts on environment (who in this case are the Decision-Maker) proposed a choice and asked a comparison judgment about a few number of lies (wholistic preference on 8 lies called reference actions). The followed method was based on a partition of land into some homogeneous sections from the point of view of environment and on a multi-criteria evaluation of each section.

We have pointed out a collection of multi-criteria methods of decision-aid in order to evaluate and to rank all the candidate highway lies between the two cities. Particularly, the UTA methods has been elaborated interactively in order to assess a set of additive value functions which are consistent with the fuzziness of preferences.

These methods permitted to identify the lies which seem the best harmful in the context of ecology (some of these lies partially cover the reference actions). This study permits to point out some sites inside of which construction a highway would be advantageous.

In addition, by proposing several "good" lies, there is place for dialogue and negociation on the final project.

AIDE A LA DECISION EN MATIERE D'ENVIRONNEMENT
Application au choix de tracé autoroutier

Résumé

Cet article présente une étude d'aide à la décision concernant le choix d'un tracé autoroutier entre deux villes françaises qui soit le moins dommageable du point de vue de l'environnement. Dans un premier temps, les experts d'environnement (qui constituent dans ce cas le décideur) ont proposé un choix ne retenant que quelques tracés (préférence globale sur 8 tracés que nous appellerons actions de référence). La méthode suivie s'appuyait sur un découpage du terrain en tronçons homogènes du point de vue de l'environnement et sur une évaluation multicritère (sur 4 critères) de chaque tronçon.

Nous avons mis au point un éventail de méthodes multicritères d'aide à la décision afin d'évaluer et de classer tous les tracés autoroutiers candidats entre les deux villes. En particulier, les méthodes UTA ont été élaborées de manière interactive pour construire un ensemble de fonctions d'utilité additives compatible avec le flou inhérent aux préférences.

Ces méthodes ont permis d'identifier les tracés les moins dommageables au sens de l'environnement (certains recoupent, en partie, les actions de référence). Cette étude permet de mettre en évidence un ensemble de zones de terrain par lesquelles il est souhaitable de faire passer l'autoroute.

De plus, la mise en évidence d'un ensemble de bonnes solutions permet d'apporter au décideur des éléments d'argumentation ou de négociation lors de la discussion du projet final avec l'administration concernée.

0. INTRODUCTION

La prise en compte de l'environnement dans les décisions d'aménagement, qui se généralise sous l'influence d'un nouveau contexte réglementaire (études d'impact) soulève un certain nombre de problèmes méthodologiques. Ces problèmes recourent un champ de questions très large, allant de la place, voire du rôle, de l'étude dans le processus de décision (l'étude d'impact est souvent une étude a posteriori) à la difficulté de comparer des projets sur des critères aussi éloignés qu'un taux de rentabilité de l'investissement et qu'un impact (quelquefois irréversible) sur l'environnement. Ceci suppose, de plus, résolu le problème de l'évaluation des impacts.

L'objectif du travail que nous présentons est de mettre au point un éventail de méthodes multicritères d'aide à la décision utilisant à la fois des informations sur les critères (évaluations multicritères) et sur des préférences globales. La prise en compte d'un tel ensemble d'informations a été développée dans le cadre d'une application concernant le choix d'un bon tracé autoroutier du point de vue de l'environnement. Nous n'avons considéré que les conséquences des actions (tracés autoroutiers) sur l'environnement et l'aide à la décision proposée reflète les préférences des "experts environnementalistes", que ce soit pour déterminer le (ou les) meilleur(s) tracé(s) selon leur point de vue ou pour argumenter leur préférence.

Après la présentation du cas, nous précisons la nature de l'intervention demandée aux experts et la réponse qu'ils ont proposée. Nous analysons ensuite le problème d'aide à la décision avant de détailler les différentes approches multicritères que nous avons retenues. En dernier point, nous présentons les différents résultats après avoir testé les différentes méthodes.

I. LE PROBLEME DU CHOIX D'UN TRACE AUTOROUTIER

I.1 Présentation du cas

I.1.1 Le cas

Dans le cadre de l'étude préliminaire à l'avant-projet simplifié (APSS) du tracé d'une autoroute devant relier la ville A à la ville B, le centre d'étude technique de l'équipement (CETE) a confié à des experts environnementalistes l'étude du (ou des) meilleur(s) tracé(s) au sens de l'environnement..

Une zone d'étude de quelques kilomètres de large a été arrêtée entre les villes A et B et, à l'intérieur de cette zone, un certain nombre de contraintes (topographiques, ...) ont été prises en compte sous forme d'ilôts à ne pas traverser (cf. figure 1).

Le problème posé aux experts consiste à comparer des fuseaux de 1 000 m de large, respectant les contraintes, pour identifier ceux qui seront recommandés. Ultérieurement, à l'intérieur du fuseau de 1 000 m qui sera retenu, une bande de 300 m de large constituera, au terme d'études techniques, l'emprise définitive de l'autoroute.

I.1.2 Méthode initialement suivie (*)

A l'intérieur de la zone d'étude (en évitant les ilôts de contrainte), les experts ont découpé le terrain en parcelles homogènes du point de vue de l'environnement (58 tronçons). Tout tracé autoroutier sera défini comme le résultat d'une succession de tronçons.

(*) Ce paragraphe reprend, de façon simplifiée, le travail approfondi mené par les experts sur le terrain. Nous nous attacherons à détailler la méthodologie suivie. Pour les informations ponctuelles, nous renvoyons le lecteur à [2].

Chaque tronçon, homogène du point de vue de l'environnement, est évalué sur 4 critères et toute zone traversée à l'intérieur d'un tronçon prend les mêmes évaluations que le tronçon.

Les quatre critères retenus sont :

- complexité de l'occupation humaine (HUMA) ;
- fonctions de protection du milieu (PRTC) ;
- fonctions de production (PROD) ;
- paysage (PAYS).

I.1.2.1 Critère HUMA

Ce critère est destiné à "prendre en compte, pour une appréhension plus complète de la situation sur le terrain, l'élément humain et ses manifestations dans l'environnement : voies de communication, batis, ... Ne sont intégrés que les éléments inorganiques (habitations, ponts, ...) "[2].

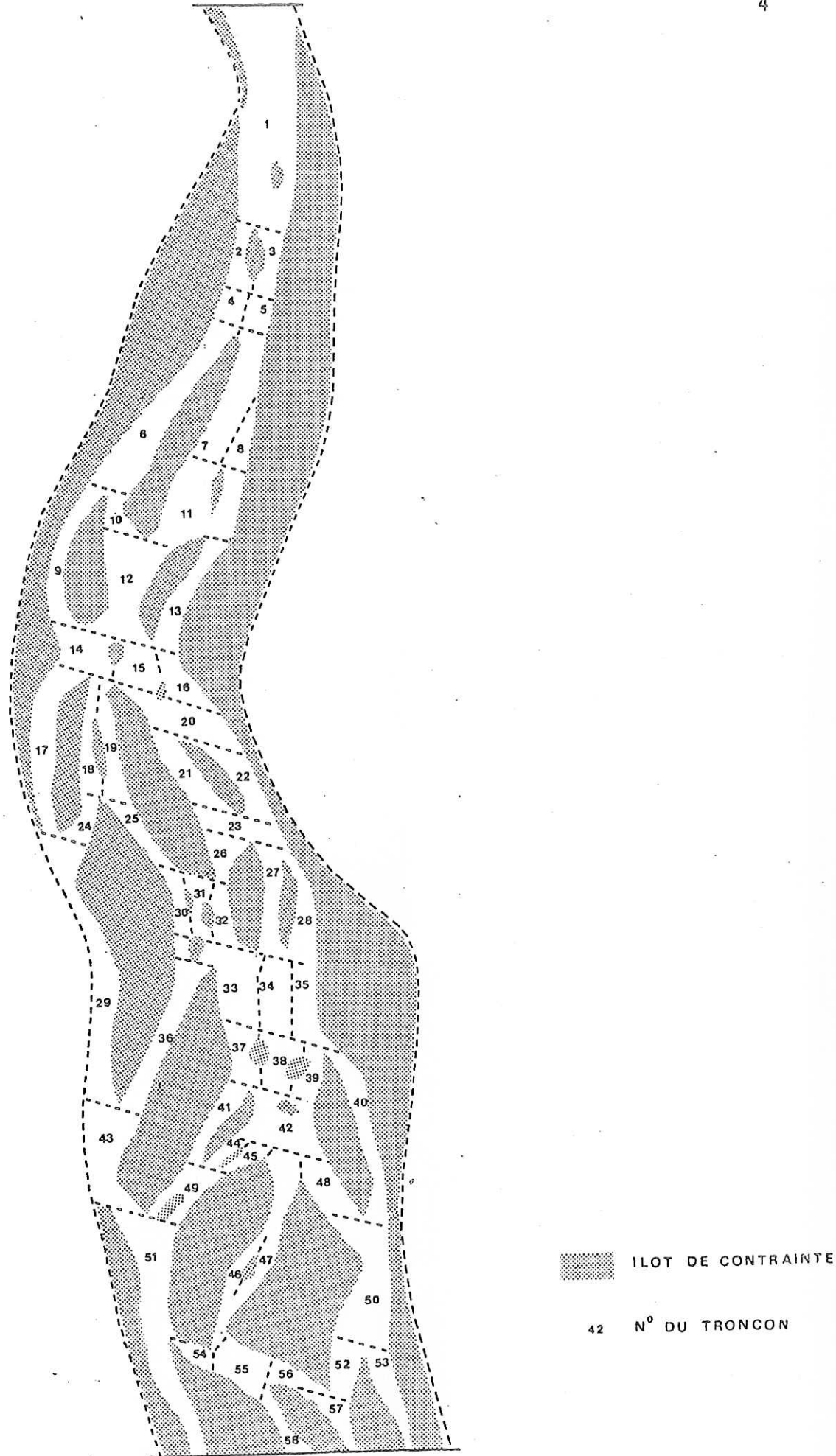
Le critère est construit par sous-agrégation des deux dimensions suivantes :

- type d'habitat ;
- nombre d'éléments d'occupation humaine.

Pour chaque tronçon, le nombre d'éléments d'occupation humaine (routes, chemins, usines, ponts, ...) est calculé. Un coefficient, représentant le type d'habitat (de 0 à une zone dépourvue de maisons à 5 pour un centre urbain), est ajouté au total précédent. Ce total est réparti en 6 classes, notées de 1 à 6 (secteur très sensible à secteur non sensible).

I.1.2.2 Critère PRTC

Un certain nombre de fonctions de protection du milieu naturel est retenu :



VILLE B ●

Figure 1 : Zone d'étude

- protection des eaux de surface ;
- protection des nappes ;
- protection de la faune ;
- protection de la flore et végétation ;
- protection du gibier ;
- protection des sols ;
- protection microclimatique.

On calcule le nombre de fonctions de protection de chaque tronçon.
Le total se situe toujours entre 1 et 6.

Plus un milieu possède un nombre élevé de fonctions de protection,
plus il est fragile et sa traversée dommageable.

L'échelle retenue pour le critère PRTC comprend 6 échelons, de 1
(secteur à éviter) à 6 (secteur très sensible).

CRITERE PRTC

Nombre de fonctions du tronçon	1	2	3	4	5	6
Evaluation du tronçon j sur le critère : γ_i^j	6	5	4	3	2	1

I.1.2.3 Critère PROD

Ce critère est obtenu par agrégation de deux sous-critères : produc-
tion agricole et production forestière.

La production forestière est évaluée sur une échelle à 5 échelons,
définie par le volume produit, la qualité du produit, la potentialité du
terrain, ... De même pour la production agricole.

Ces sous-critères sont agrégés en un critère PROD défini sur une échelle à 6 échelons (1 à 6) identique aux échelles précédentes.

I.1.2.4 Critère PAYS

Sur ce critère, un certain nombre de secteurs, estimés de haute valeur esthétique ou touristique, ont été déterminés comme devant être contournés a priori. Ces secteurs ont été rajoutés aux îlots de contrainte déterminés précédemment.

En dehors de ces zones, la sensibilité d'un tronçon, du point de vue paysager, est obtenue par agrégation de 2 sous-critères : cloisonnement et topographie.

L'échelle retenue, comportant 6 échelons, est identique aux précédentes. Les 58 tronçons sont ainsi évalués sur les 4 critères γ_i^j , $j = 1, 5, 8$, $i = 1, 4$ selon le tableau 1.

I.1.3 Résultats de la première phase

Au terme de ce travail d'évaluation par tronçon, les experts ont effectué un travail de synthèse cartographique en utilisant des superpositions de couleurs selon "les combinaisons de contraintes sans préjuger de leur niveau". De ce travail de synthèse, un certain nombre de tronçons à éviter totalement a été déterminé, ce qui, de fait, en élimine d'autres si l'on respecte la contrainte de ne pas traverser les tronçons précédents.

Parmi les fuseaux restants ont été éliminés ceux qui passaient dans des secteurs "sensibles" et les experts environnementalistes ont proposé un tracé qui leur paraissait le moins dommageable et quelques variantes (au total, 8 variantes que nous appellerons par la suite actions de référence (cf. figures 2 et 3).

Ces résultats appellent deux remarques importantes :

Evaluation multicritère N° du tronçon	CRITERE HUMAIN	CRITERE PROTECTION	CRITERE PRODUCTION	CRITERE PAYSAGE
1	5	6	1	2
2	4	6	1	3
3	4	4.5	1	5
4	6	2	2	3
5	6	6	2	3
6	4	2	3	3
7	4.5	3	2	2
8	4.5	1	2	2
9	3	2	2	3
10	4	2	1	2
11	5	4	2	3
12	4	3	2	3
13	3.5	1.5	2	1
14	4	5	1	4
15	4	3	1	3
16	4	3	1	1
17	4	3	2	2
18	4	4	1	2
19	4	4	3	5
20	4.5	5	2	1
21	5	4	2.5	2
22	6	6	2	5
23	6	6	3	2
24	4	1	3	5
25	4	2	2.5	4
26	4	6	2.5	5
27	4.5	4.5	4	1.5
28	4.5	6	3.5	2
29	1	2	2	1.5
30	3	4.5	4	3
31	3	4.5	4	2
32	3	4.5	4	2
33	4	4	5	3
34	4	6	1	3
35	4	6	3	3
36	1.5	5	4.5	2
37	4.5	5	5	3
38	4.5	2.5	5	3
39	4.5	3	5	3
40	4.5	3.5	3	1
41	5	4	2.5	4
42	5	4.5	4	2
43	1	3	2	4
44	4	6	4	3.5
45	4	4	4	3.5
46	3	2.5	4.5	2
47	3	2.5	2	2
48	4	2	4	1
49	3	6	3.5	4
50	2.5	4	2	2
51	3	4	5	2
52	4	3	5	3
53	2	2	5	1
54	4	5	5	2
55	3	3.5	5	3
56	3.5	2	5	1
57	4	4.5	5	1
58	4	3	3.5	2

Echelle : 1 (secteur très sensible, traversée très dommageable) à 6 (secteur non sensible)

Tableau 1 : Evaluation multicritère des tronçons (γ_i^j)

1) Le choix à faire porte sur un tracé, c'est-à-dire une succession de tronçons. L'ensemble A des actions candidates (tracés possibles) est donc très grand (il y a 58 tronçons évalués) et n'a pas été exploré de façon automatique. Au terme de la première phase d'étude, les experts ont proposé certains tracés alors que seuls les tronçons ont été évalués de façon multicritère. Le modèle d'agrégation permettant de passer de ces évaluations à celle des tracés n'a pas été explicité.

2) A la suite d'entretiens avec "le décideur", les différents critères n'apparaissent pas de même importance. Dans la méthode de synthèse cartographique, une certaine agrégation de critère a été réalisée sans modèle explicite.

I.2 Analyse du problème

A partir du travail réalisé par ces experts, il a semblé très intéressant de tirer parti de l'information collectée, tant sur les tronçons que sur la préférence globale des décideurs, pour exploiter systématiquement l'ensemble des actions candidates, c'est-à-dire les tracés.

L'objectif d'un tel travail est d'aider les experts d'environnement à décider du (ou des) "bon(s) tracé(s) à proposer", uniquement sur les critères d'environnement. D'autre part, lors de la confrontation des propositions des différents points de vue (point de vue technique, financier, environnementaliste, politique, ...), il est important pour les experts d'environnement de pouvoir évaluer, de leur point de vue, les propositions faites et d'identifier le sens dans lequel ils doivent négocier.

I.2.1 Identification des actions

La construction du graphe de succession des tronçons a permis de visualiser le grand nombre de possibilités de tracés entre les points A et B. L'ensemble des tracés est constitué par l'ensemble des chemins du graphe (figure 4).

Variante grand
cibier
(voir texte)

Variante favorable
aux fonctions de
protection

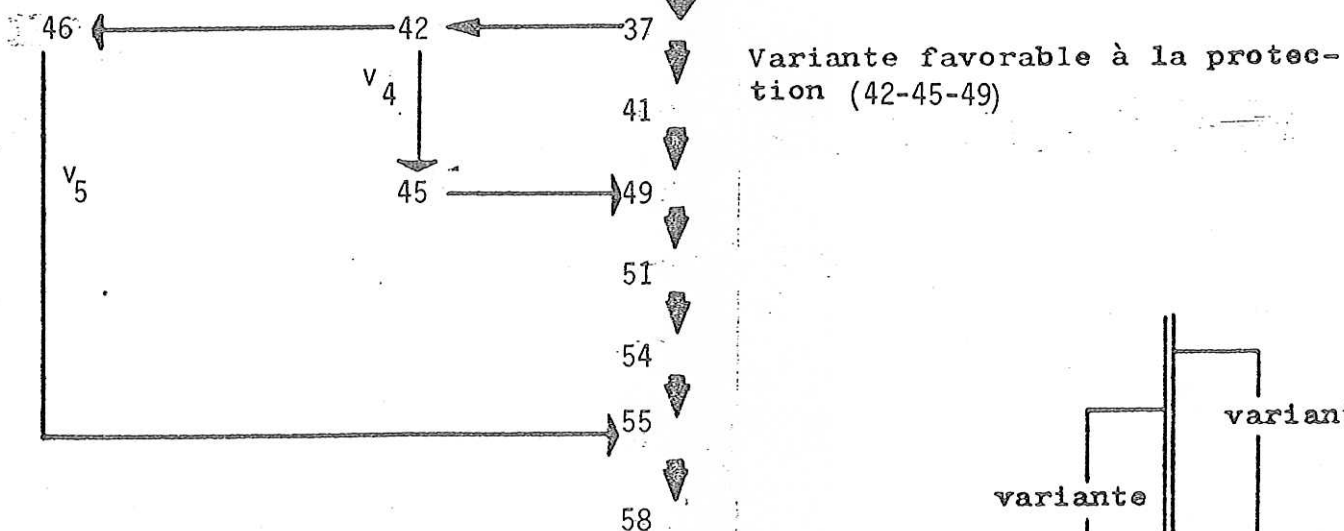


Figure 2 : Actions (tracés) de référence - Source IEA [2]

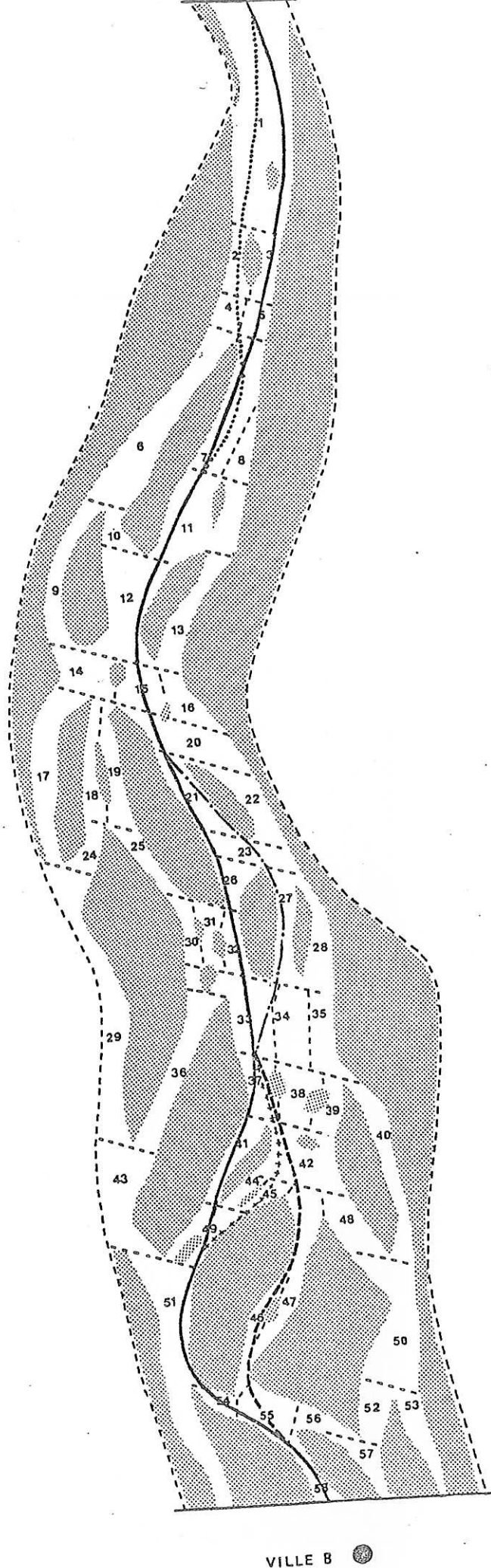


Figure 3 : Tracés de référence

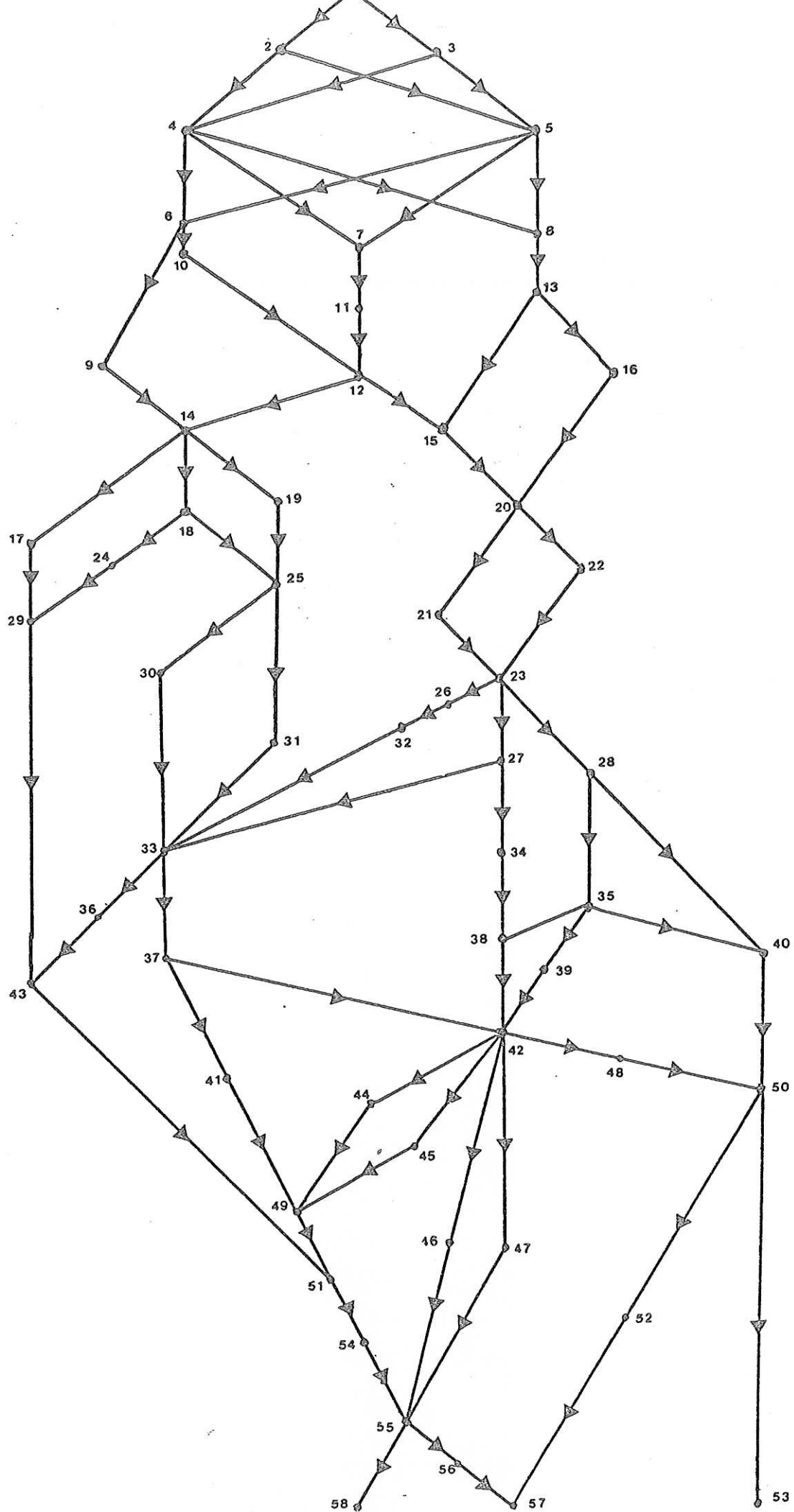


Figure 4. Identification des actions

Chaque sommet du graphe représente un tronçon. Chaque arc relie deux tronçons dans le cas où cela est réalisable (c'est-à-dire que nous avons éliminé a priori les liaisons trop sinueuses).

I.2.2 Les données

A partir du tableau des γ_i^j , il est nécessaire de construire le tableau $\underline{g}(A)$ afin de connaître l'évaluation de chaque action sur chaque critère.

Le problème qui se pose est celui de la ponctualisation d'un indicateur donné sous forme d'une distribution : sur un tracé a , constitué de n_a tronçons, la distribution des évaluations selon le critère i est celle des n_a valeurs de γ_i^j , $j = 1, n_a$. Un modèle d'agrégation simple est celui de la moyenne :

$$(1) \quad g_i(a) = \frac{1}{n_a} \sum_{j=1}^{n_a} \gamma_i^j \quad \text{avec } i = 1, 4.$$

Ce modèle simple sera testé et modifié si nécessaire par la suite (§ II.2.1). De plus, les experts ont recensé, à la suite de leur étude, 8 tracés qu'ils ont classé par ordre de préférence globale décroissante.

I.2.3 Le problème

En sachant évaluer toutes les actions possibles sur les différents critères, il est très simple, en identifiant les tronçons que traverse un tracé de référence, c'est-à-dire un des tracés bien connus par les experts, de l'évaluer sur chaque critère.

Le problème qui se pose consiste à utiliser au mieux les deux types d'information disponible :

- 1) évaluation multicritère des actions de référence (8 tracés),
- 2) préférence globale donnée sous forme d'un ordre total sur ces mêmes actions

dans le but d'élaborer un modèle assurant une forte cohérence entre ces deux types d'information afin de cerner au mieux les préférences du décideur (ici les experts environnementalistes) pour déterminer :

1) si les tracés qu'ils ont proposé dans une première phase sont les meilleurs au sens de leur préférence et, sinon, quels sont ces autres tracés ;

2) comment se classe, du point de vue de l'environnement, un tracé quelconque (par exemple un tracé imposé par un choix extérieur).

L'aspect méthodologique de notre démarche est présenté ci-après dans la section "approches multicritères".

II. APPROCHES MULTICRITERES

Dans ce paragraphe, nous développons successivement les différentes approches multicritères telles que nous les avons appliquées au cas du choix du tracé autoroutier.

La nature et la complexité des données de ce problème nous a obligé à faire appel principalement à des méthodes interactives qui tiennent compte d'une préférence globale. Ces méthodes adoptent la logique d'agrégation-désagrégation de préférences (cf. [3]) dans la modélisation des préférences du décideur.

Ensuite, nous avons mis au point d'autres approches dont le principe est lié soit à la modélisation partielle des préférences (méthode ELECTRE III) soit à l'optimisation d'une fonction d'utilité unique (méthode de R.L. KEENEY H. RAIFFA). Le classement des 8 tracés de référence n'a pas été pris en compte comme donnée lors de l'application de ces dernières méthodes.

II.1 Le principe d'agrégation-désagrégation de préférences

Elaborer un modèle de préférence globale à partir de choix effectués ou de relations de préférences déjà connues constitue un problème fréquemment rencontré. Dans le cas où les choix effectués concernent l'achat de produits ou l'utilisation de modes de transport, on peut penser à des modèles qui reflètent "au mieux" les préférences des consommateurs ou des voyageurs. Dans l'autre cas, par exemple un décideur ayant déjà exercé ses préférences globales sur un ensemble d'actions bien connues appelées actions de référence ou sur des actions fictives (vecteurs de conséquences $\underline{g}$ non réalisables), on peut imaginer un modèle qui soit "le plus compatible" avec les données et ces préférences globales. Des

actions de référence sont, par exemple, des projets de recherche déjà sélectionnés dans une entreprise, des dossiers de crédit octroyés ou rejetés par un organisme financier, ... Des actions fictives sont des vecteurs $\underline{g} = (g_1, g_2, \dots, g_n)$ généralement considérés par paires de manière à obtenir des taux de substitution entre deux critères ou des loteries équivalentes au sens des préférences.

Si l'on appelle R la relation de préférence globale et A' l'ensemble des actions dans R , le problème consiste à expliquer "au mieux" R à partir des évaluations multicritères $\underline{g}(A')$ et d'une règle d'agrégation des n critères ; les critères apparaissent ici comme les variables explicatives de la variable R . Le terme "le plus compatible" correspond à un critère d'optimisation de la cohérence entre R et les résultats éventuels du modèle construit.

Dans notre problème précis, l'ensemble des actions de référence est identifié par l'ensemble :

$$(2) \quad A' = \{v_1, v_2, \dots, v_8\}$$

et R est une relation d'ordre total sur A' :

$$(3) \quad R : v_1 \succ v_2 \succ \dots \succ v_8.$$

L'ensemble de notre démarche méthodologique concernant la logique d'agrégation-désagrégation est représenté sur la figure 8. On y retrouve notamment la place des méthodes UTA que nous présentons ci-après.

II.2 Les méthodes UTA

Dans les méthodes UTA (UTilité Additive), l'outil mathématique d'agrégation des n critères est une fonction d'utilité additive :

$$(4) \quad u(\underline{g}) = \sum_{i=1}^n u_i(g_i).$$

Dans le cas où les utilités partielles u_i sont normées (ici entre 0 et 1), cette forme peut s'écrire sous une forme pondérée :

$$(5) \quad u(\underline{g}) = \sum_{i=1}^n p_i u_i(g_i).$$

Les méthodes cherchent à estimer les paramètres des fonctions (4) ou (5) à partir de la préférence globale R sur A' et les évaluations critère par critère des actions dans A' (figure 5).

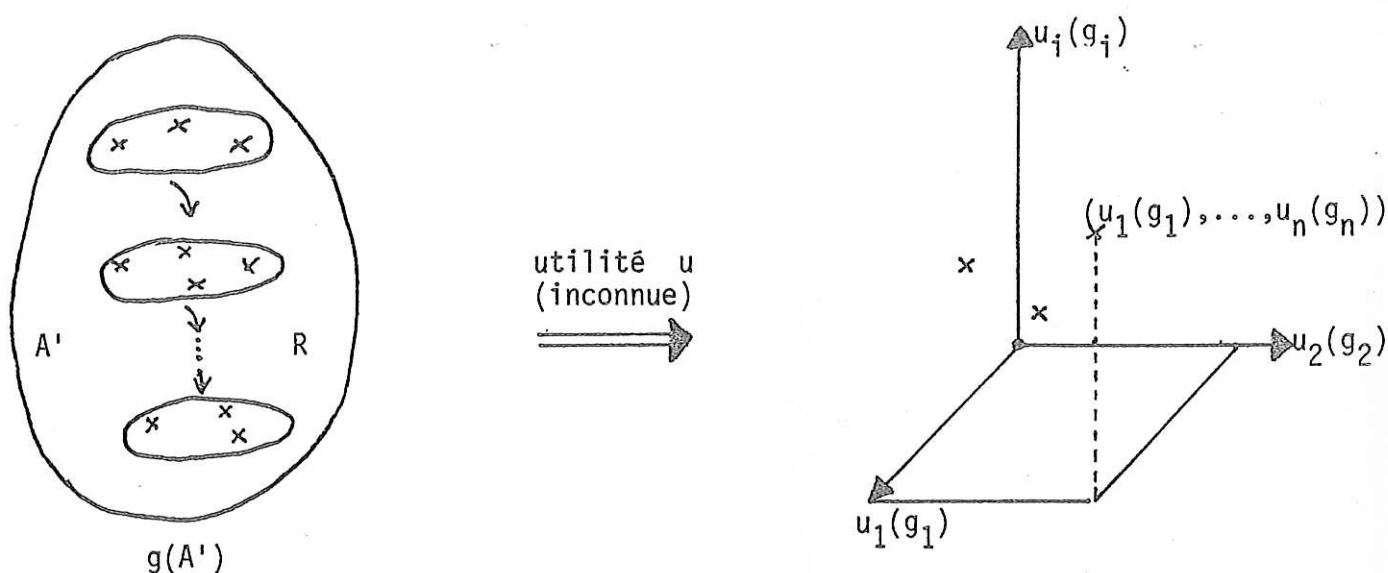


Figure 5 : Schéma de désagrégation d'une préférence globale "Plongeon" d'un vecteur $\underline{g}$ dans l'espace des utilités partielles

L'additivité des formes (4) ou (5) qui est liée à l'indépendance des critères au sens des préférences a été testée à l'aide d'un questionnaire simple et précis basé sur des taux de substitution entre critères (voir § II.2.2).

II.2.1 La méthode UTA I (cf. [4])

Les fonctions partielles u_i sont définies dans notre problème sur des intervalles continus $G_i = [g_{i*}, g_i^*]$ avec g_{i*} et g_i^* respectivement la valeur la moins et la plus préférée du $i^{\text{ème}}$ critère. Pour les quatre critères, ces intervalles sont (échelles finales après recodage des tronçons) :

- Humain : $G_1 = [4, 6]$
 Protection : $G_2 = [3, 6]$
 (6) Production : $G_3 = [1, 3.5]$
 Paysage : $G_4 = [1, 3.5]$

La méthode UTA I estime les fonctions u_i par morceaux linéaires. Les quatre intervalles G_i ont été découpés alors en trois intervalles égaux $[g_{i*} \equiv g_i^1, g_i^2]$, $[g_i^2, g_i^3]$, $[g_i^3, g_i^4 \equiv g_i^*]$ et il y a trois paramètres à estimer par critère : $u_i(g_i^2)$, $u_i(g_i^3)$, $u_i(g_i^*)$, la première utilité $u_i(g_{i*})$ étant nulle (figure 6).

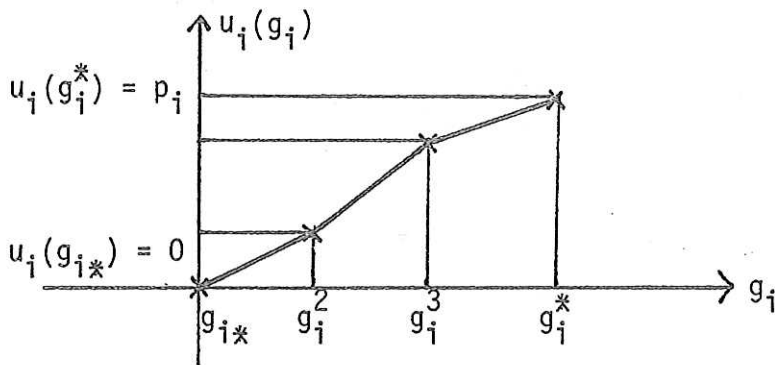


Figure 6 : Estimation d'une fonction u_i par morceaux linéaires

L'estimation a été effectuée par la résolution du programme linéaire suivant :

$$(7) \quad [\min] F = \sum_{k=1}^8 \sigma(v_k)$$

sous les contraintes :

$$(8) \quad \sum_{i=1}^4 \{u_i[g_i(v_k)] - u_i[g_i(v_{k+1})]\} + \sigma(v_k) - \sigma(v_{k+1}) \geq \delta;$$

pour $k = 1, 2, \dots, 7$

$$(9) \quad u_i(g_i^{j+1}) - u_i(g_i^j) \geq s_i; \quad i \text{ variant de } 1 \text{ à } 4 \text{ et } j \text{ de } 1 \text{ à } 3$$

$$(10) \quad \sum_{i=1}^4 u_i(g_i^*) = 1$$

$$(11) \quad u_i(g_{i*}) = 0, u_i(g_i^j) \geq 0, \sigma(v_k) \geq 0 \text{ pour tout } i, j \text{ et } k.$$

Les premiers résultats de la méthode ont été jugés à l'aide du τ de Kendall (coefficient de corrélation) entre le classement donné R et le classement défini par la fonction estimée. Nous avons effectué plusieurs essais en modifiant chaque fois les valeurs des seuils s_i et de δ . L'objectif était toujours l'obtention d'une valeur satisfaisante pour τ .

Cette expérience n'a pas permis d'augmenter sensiblement la valeur du τ (de l'ordre de 0.70), les variables g_i n'étant pas explicatives de R . Nous avons recherché alors une famille de critères $\{g_1, g_2, g_3, g_4\}$ plus cohérente que l'ancienne par recodage multicritère des tronçons. Les transformations des γ_i^j que nous avons essayés tenaient toujours compte de la politique du décideur : pénaliser les mauvaises valeurs (milieu très sensible sur le critère considéré) et avantager les bonnes (milieu non sensible). Le recodage finalement retenu était le même pour les quatre critères ; il est donné par les relations (12) et la figure 7 (j désigne le numéro du tronçon et i le critère).

$$(12) \quad f(\gamma_i^j) = \begin{cases} \gamma_i^j - 3 & \text{si } 1 \leq \gamma_i^j < 3 \\ \gamma_i^j & \text{si } 3 \leq \gamma_i^j < 5 \\ \gamma_i^j + 2 & \text{si } 5 \leq \gamma_i^j \leq 6 \end{cases}$$

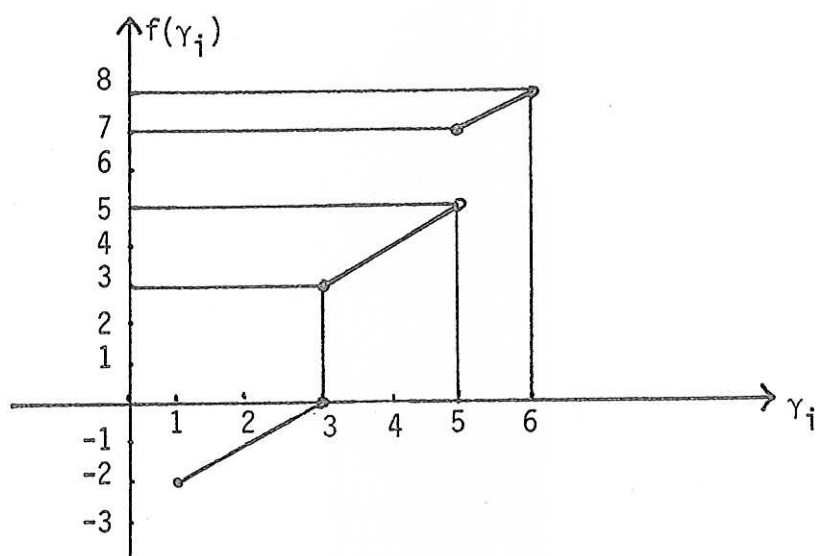


Figure 7 : Recodage des tronçons

On obtient ainsi, pour les actions de référence, les évaluations $g(A')$ suivantes (tableau 2) :

Critères Actions	Humain	Protection	Production	Paysage
v_1	4.875	5.275	1.825	1.650
v_2	4.875	5.000	1.825	1.450
v_3	5.000	5.132	1.947	1.342
v_4	4.833	5.238	2.143	1.500
v_5	5.088	4.912	1.441	1.529
v_6	4.556	4.750	2.111	2.333
v_7	4.684	4.921	2.184	1.789
v_8	4.324	4.324	2.529	2.529

Tableau 2 : Evaluation multicritère de A'

La préférence globale est restituée de façon satisfaisante (τ de Kendall de 0.86).

II.2.1.1 Solution optimale

Dans ce paragraphe, nous présentons la solution optimale par rapport à l'objectif F telle qu'elle a été élaborée pour prendre en compte les préférences a priori du décideur, notamment sur la pondération p des critères. Après avoir obtenu le résultat ci-dessus, plus satisfaisant du point de vue de la cohérence ($\tau = .86$), nous l'avons présenté au décideur (les experts en environnement). Ce dernier a suggéré certaines modifications des poids dans la limite du respect de sa préférence globale (cf. figure 8). Ces modifications souhaitées ont été prises en compte par l'attribution de paramètres (seuils) différents dans le modèle UTA I ($s_1 = 0.001$, $s_2 = 0.001$, $s_3 = 0.01$, $s_4 = 0.001$; $\delta = 0.01$). Les résultats sont présentés dans les tableaux 3 et 4.

```

+-----+
| NOMBRE DE CONTRAINTES = 20 |
+-----+
| NOMBRE DE VARIABLES = 21 |
+-----+
| % A(I,J) NON NULS = 21% |
+-----+
| NOMBRE D ITERATIONS = 19 |
+-----+
| OPTIMUM F* = 0.02623 |
+-----+

```

```

+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
| CRITERES * POIDS * CODE 1 | CODE 2 | CODE 3 | CODE 4 |
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
| 1. HUMA * 0.143 * 0.0 | 0.007 | 0.993 | 1.000 |
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
| 2. PRTC * 0.515 * 0.0 | 0.002 | 0.998 | 1.000 |
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
| 3. PROD * 0.060 * 0.0 | 0.668 | 0.834 | 1.000 |
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
| 4. PAYS * 0.282 * 0.0 | 0.428 | 0.996 | 1.000 |
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+

```

Tableau 3 : Solution du programme dual - Utilité optimale de la forme (4)

```

+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
| PREO A EXPL | PREORDRE DEFINI PAR L UTILITE |
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
| ACTION RANG | ACTION RANG | UTILITE U | SIGMA |
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
| V1 1 | V1 1 | 0.693 | 0.004 |
| V2 2 | V3 2 | 0.677 | 0.023 |
| V3 3 | V4 3 | 0.667 | 0.0 |
| V4 4 | V2 4 | 0.664 | 0.0 |
| V5 5 | V5 5 | 0.657 | 0.0 |
| V6 6 | V6 6 | 0.647 | 0.0 |
| V7 7 | V7 7 | 0.637 | 0.0 |
| V8 8 | V8 8 | 0.471 | 0.0 |
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+

```

Tableau 4 : Ordre de préférence globale et ordre défini par la fonction u estimée (τ de Kendall = 0.86)

Présentation du problème - Elaboration
des objectifs -
contraintes -
Limites

Dialogue
sur la nature
du problème

1er niveau : L'objet de la décision
• A : ensemble d'actions
• Choix d'une problématique d'aide
à la décision (α, β, γ ; cf.
B. ROY [6])

2ème niveau : Evaluation multicritère
• Analyse du nuage de conséquences
 $v(a), a \in A$
• Choix d'une famille de critères
 $F = \{g\}$
• Evaluation multicritère $\underline{g}(A)$

3ème niveau : Attitude opérationnelle (modèle de préférence globale)
Essayer de bâtir des fonctions d'utilité additives $u(g), g \in G$ à l'aide
d'un modèle de désagrégation UTA

Construction d'un langage simple et
précis relatif à l'importance et à
la sensibilité des valeurs dans G

Dialogue
basé sur le langage
du modélisateur

Réflexions sur l'indépendance
des critères au sens des
préférences

Réponses à
des questions

OUI
Indépendance

NON

Adoption du
modèle additif

Retour
au 3ème niveau avec
une autre attitude
opérationnelle

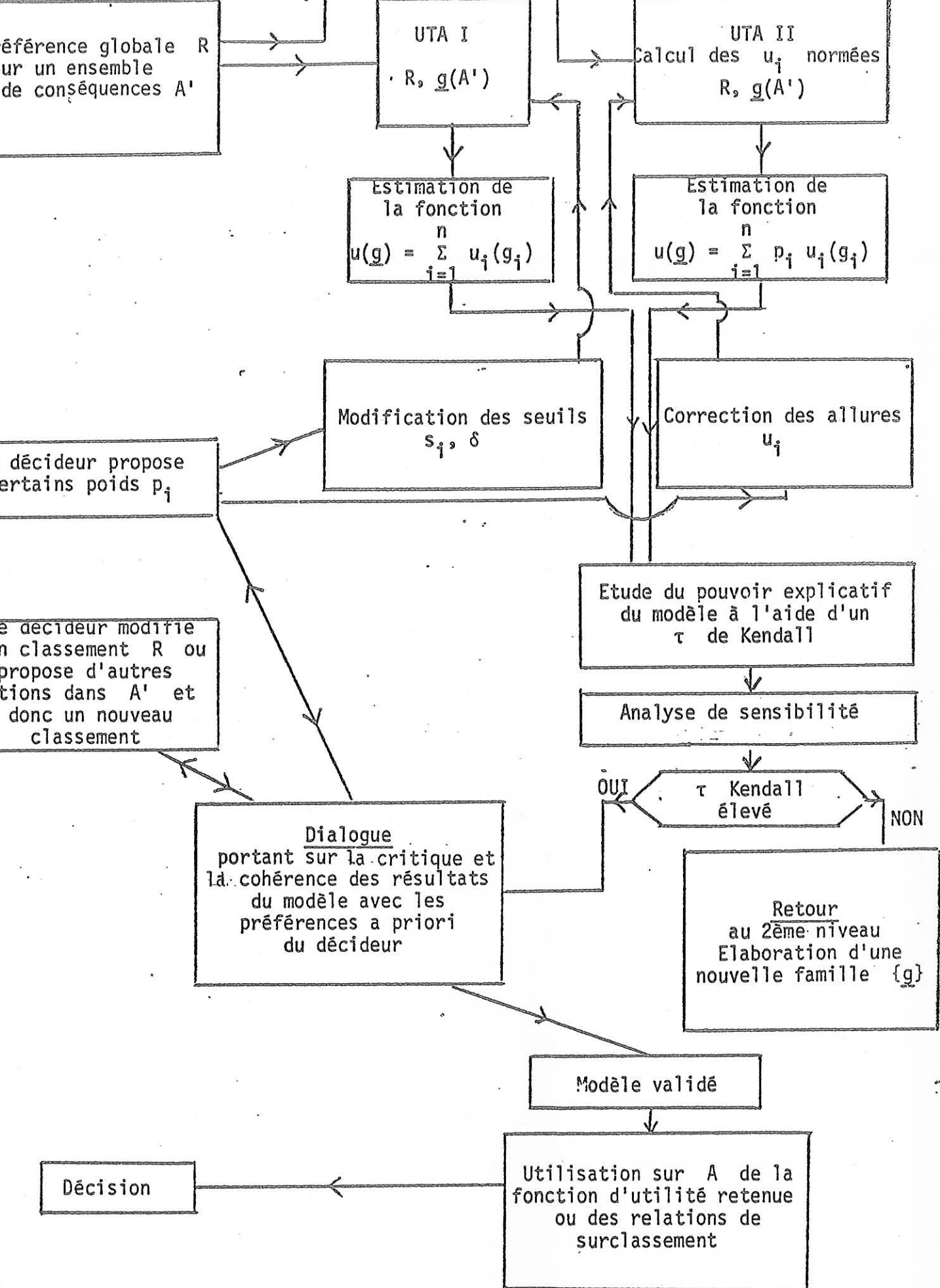


Figure 8 : Schéma interactif d'insertion des modèles UTA dans un processus de décision

Nous pouvons remarquer (tableau 4) que la solution optimale n'a produit que deux violations dans la reconstitution de l'ordre (3) du décideur : $v_3 \succ v_2$ et $v_4 \succ v_2$. Il reste à étudier la sensibilité et la stabilité de la fonction $u(\underline{g})$, $\underline{g} \in G_1 \times G_2 \times G_3 \times G_4$ estimée, placée dans le contexte d'une post-optimalité (cf. [9]).

II.2.1.2 Analyse de sensibilité de l'utilité optimale

L'analyse post-optimale en programmation linéaire consiste à déterminer toutes les solutions proches à la solution optimale au sens du critère d'optimalité F . Cette démarche permet d'une part d'obtenir d'autres solutions aussi admissibles (et parfois meilleures par rapport à d'autres critères) que la solution optimale et d'autre part de réduire le risque que l'on prend par l'acceptation d'un "optimum" quelconque.

Nous considérons alors la contrainte (13)

$$(13) \quad F \leq F^* + k(F^*) = 0.028$$

ou encore

$$(14) \quad \sum_{k=1}^8 \sigma(v_k) \leq 0.028$$

que nous ajoutons aux contraintes (8)-(11) du programme linéaire. Le nouveau polyèdre formé par ces contraintes est schématisé dans l'espace à deux dimensions par la région hachurée de la figure 9.

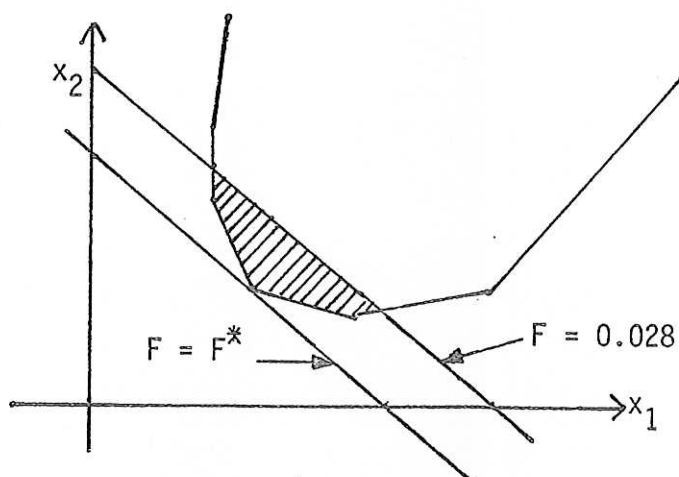


Figure 9 : L'analyse post-optimale

Les dimensions du programme linéaire (tableau 3) pourraient permettre la recherche de tous ou d'une grande partie des sommets du polyèdre (8)-(11), (14) par une des méthodes proposées dans [9]. Nous avons cependant exploré partiellement ce polyèdre par la recherche des sommets caractéristiques, c'est-à-dire ceux qui correspondent à des fonctions d'utilité de pondération extrémale. Cette analyse a été obtenue par la résolution successive des programmes linéaires du type :

$$(15) \quad [\min] \text{ ou } [\max] \quad \sum_{i=1}^4 \rho_i u_i(g_i^*) ; \rho_i = 0 \text{ ou } 1$$

sous les contraintes (8)-(11), (14).

Certains de ces résultats sont présentés au tableau 5.

L'analyse post-optimale a permis de tirer les conclusions suivantes :

1) La fonction d'utilité qualifiée d'optimale n'est pas unique : l'ordre de préférence globale est respecté par d'autres solutions et de la même façon exactement ($\tau = 0.86$) que par la solution optimale.

2) Les "fourchettes" des poids, obtenues à l'aide des objectifs du type : $[\min]$ et $[\max]$ p_i , $i = 1, 2, 3, 4$ ont détecté une bonne stabilité de la fonction d'utilité initialement trouvée ; en effet, les résultats du tableau 5 nous permettent d'écrire les relations ci-dessous :
 $0.136 \leq p_1 \leq 0.193$, $0.461 \leq p_2 \leq 0.537$, $0.050 \leq p_3 \leq 0.110$, $0.268 \leq p_4 \leq 0.30$
 et $0.621 \leq p_1 + p_2 \leq 0.674$.

3) Le modèle indique une grande importance pour deux critères et notamment pour la protection de l'environnement.

La modélisation des préférences du décideur a été faite (voir II.2.3) à partir de l'ensemble des fonctions d'utilité figurant au tableau 5. La prise en compte des utilités multiples permet de définir des relations de surclassement floues basées sur la concordance de ces fonctions (cf. [8]).

Solution N°	Objectif (15)	Nombre d'itérations	HUMAIN P_1	PROTECTION P_2	PRODUCTION P_3	PAYSAGE P_4	τ de Kendall
0	OPTIMALITE	19	0.143	0.515	0.06	0.282	0.86
1	Min P_1	17	0.136	0.535	0.05	0.279	0.86
2	Max P_1	17	0.193	0.461	0.078	0.269	0.86
3	Min P_2	18	0.186	0.461	0.078	0.276	0.86
4	Max P_2	18	0.137	0.537	0.058	0.268	0.86
5	Max P_3	17	0.160	0.461	0.110	0.269	0.86
6	Min P_4	20	0.178	0.469	0.058	0.268	0.86
7	Max P_4	16	0.137	0.496	0.058	0.309	0.86
8	Min ($P_1 + P_2$)	17	0.160	0.461	0.078	0.301	0.86
9	Max ($P_1 + P_2$)	19	0.178	0.496	0.058	0.268	0.86
10	Max ($P_2 + P_3$)	17	0.137	0.496	0.099	0.268	0.86

Tableau 5 : Quelques résultats de l'analyse post-optimale

II.2.2 La méthode UTA II (cf. [8])

Cette méthode se déroule en deux phases : la première consiste à rechercher les fonctions d'utilités $u_i(g_i)$, $g_i \in G_i$ normées, ici par exemple entre 0 et 1 ; la seconde phase procède par désagrégation de la préférence globale R à la quantification du vecteur $\underline{p}$ (pondération).

PHASE I

Dans cette phase, nous abordons en même temps que la construction des allures u_i les problèmes d'indépendance des critères au sens des préférences. Nous avons donc construit un questionnaire inspiré des travaux de R.L. KEENEY, H. RAIFFA [5] et basé sur la Procédure du Point de Valeur Médiane (PPVM) (cf. Mid-Value Splitting Technique). La construction de ce questionnaire suppose des réponses à des questions simples et précises (demande des taux de substitution sur les évaluations des tracés de référence) et nécessite des évaluations subjectives (échelles subjectives) des actions de références. Nous avons donc demandé au décideur d'évaluer les 8 actions bien connues sur des échelles auxiliaires $G_i = [g_{i*} = 1, 5 = g_{i*}^*]$, $i = 1, 2, 3, 4$ considérées toutes continues. Cette évaluation figure au tableau 6.

Actions de référence \ Critères	Critères			
	Humain	Protection	Production	Paysage
v_1	5	5	5	4
v_2	3	5	5	4
v_3	5	5	3	4
v_4	4	5	3	2
v_5	5	5	4	1
v_6	5	3	1	5
v_7	2	1	2	2
v_8	2	1	1	2

Tableau 6 : Evaluation subjective des tracés de référence

Les évaluations des tableaux 2 et 6 présentent certaines incohérences sur les préordres définis par chacun des critères. Le problème qui peut effectivement se poser pourrait être le suivant : comment bâtir un modèle d'évaluation d'un tracé susceptible de tenir compte des évaluations par tronçon et de refléter les préférences du décideur ? (*)

Revenons maintenant à la nature des informations demandées dans le questionnaire. Les questions posées se classent de la manière suivante :

1) Questions de compréhension de la notion du taux de substitution.

Exemple : Considérons le tracé v_6 qui a été évalué de la façon suivante :

Critères	Humain	Protection	Production	Paysage
Evaluation	5	3	1	5

et supposons que l'évaluation sur le critère : protection était de 2 (perte d'une unité). De combien augmenteriez-vous la valeur du tracé sur le critère : production pour compenser cette perte sans modifier les valeurs du tracé sur les autres critères ?

2) Questions liées au test de l'indépendance des critères au sens des préférences. Exemple : Acceptez-vous de "perdre" une unité (de 3 à 2) sur la protection pour gagner une unité (de 1 à 2 ou de 3 à 4) sur la production ? Et si la valeur de la protection vaut 4 maintenant ?

Et si la protection vaut 5 ?

(*) Nous pourrions éventuellement considérer d'autres modèles que celui qui a été retenu (relations (1) et (12)). E. JACQUET-LAGREZE nous a proposé une variante de la méthode UTA I où les inconnues sont les utilités des évaluations discrètes des tronçons. En effet, si $u_i(\gamma_i)$ est l'utilité de l'échelon γ_i et n^{γ_i} sa fréquence (en nombre de tronçons) le long du tracé a , on peut substituer : $u_i[g_i(a)] = \sum_{\gamma_i} n^{\gamma_i} u_i(\gamma_i)$ dans les contraintes (8)-(11).

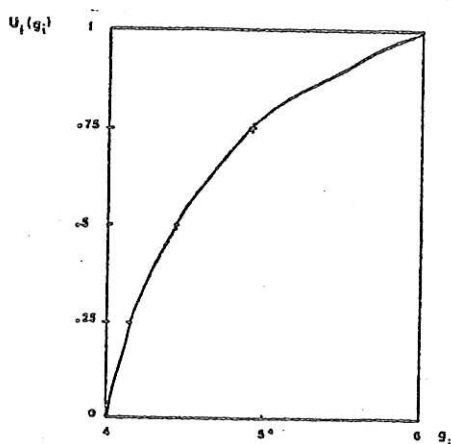
Si les réponses encadrées sont : oui il y a indépendance et on peut conserver l'additivité de la fonction d'utilité ; autrement, il faut adopter une autre attitude opérationnelle (cf. figure 8, 3e niveau).

3) Questions consacrées à la détermination des PVM (Points de Valeur Médiane). Exemple : Quelle est la valeur x de l'échelle $[1, 5]$ -production pour laquelle vous êtes prêt à perdre la même valeur en matière de protection pour un gain de 1 à x et de x à 5 sur cette échelle production ? $x \approx 2.6$

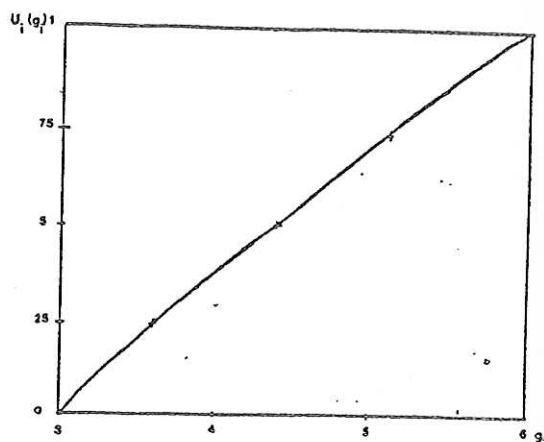
La valeur 2.6 correspond au niveau g_3 pour lequel $u_4(g_3) = 0.50$.

Notons que le décideur a eu du mal à s'adapter à ce type de raisonnement. Les questions 1 et 2 lui ont paru difficiles et il n'a pas complété tout le questionnaire. Par contre, la notion du PVM a été bien perçue. Les allures des u_i ont été esquissées à l'aide de trois PVM pour chaque critère (figure 10).

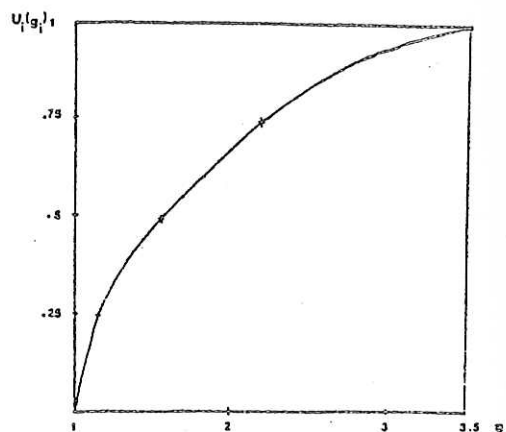
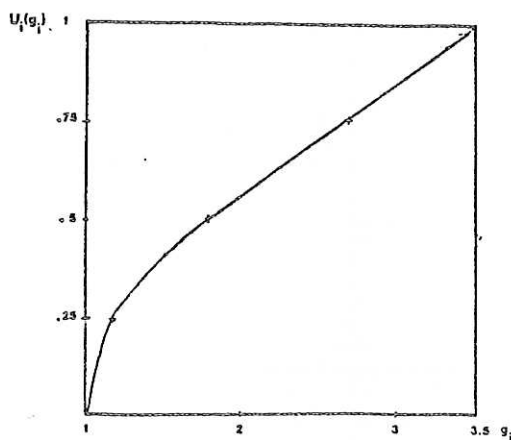
Les échelles auxiliaires ont été remplacées par les échelles (6) obtenues après le recodage (12) des tronçons.



HUMAIN



PROTECTION



10 : Allure des u_i

Pour faciliter les calculs des $u_i(g_i)$, $g_i \in G_i$ on pourrait approximer ces courbes par des fonctions explicites, comme ceci a été fait dans plusieurs applications dans [5].

PHASE II

La seconde phase de la méthode UTA II est destinée à la recherche des poids des critères à partir des utilités partielles $u_i[g_i(a)]$; $i = 1, 2, 3, 4$, $a \in A'$ (tableau 7) et du classement R . Les éléments du tableau des utilités partielles $u[g(A')]$ ont été obtenus au moyen du tableau $g(A')$ et des allures u_i de la figure 10.

$\begin{matrix} u[g(A')] \\ A' \end{matrix}$	Humain	Protection	Production	Paysage
v_1	0.74	0.80	0.51	0.54
v_2	0.74	0.72	0.51	0.42
v_3	0.77	0.76	0.54	0.35
v_4	0.70	0.75	0.60	0.46
v_5	0.79	0.68	0.36	0.48
v_6	0.56	0.63	0.58	0.77
v_7	0.63	0.69	0.62	0.58
v_8	0.39	0.49	0.71	0.81

Tableau 7 : Utilités partielles des vecteurs $g(v_i)$, $i = 1, 2, \dots, 8$

II.2.2.1 La solution "optimale"

Le jeu de poids p des critères a été déterminé dans UTA II par la résolution du programme linéaire suivant :

$$(16) \quad [\min] F = \sum_{k=1}^8 \sigma(v_k)$$

sous les contraintes :

$$(17) \quad \sum_{i=1}^4 \{u_i [g_i(v_k)] - u_i [g_i(v_{k+1})]\} p_i + \sigma(v_k) - \sigma(v_{k+1}) \geq 0.01$$

pour $k = 1, 2, \dots, 7$

$$(18) \quad \sum_{i=1}^4 p_i = 1$$

$$(19) \quad p \geq 0, \sigma(v_k) \geq 0 \text{ pour tout } k = 1, 2, \dots, 8$$

Les résultats sont présentés aux tableaux 8 et 9.

! NOMBRE DE CONTRAINTES = 12 !	! CRITERES ! POIDS !
! NOMBRE DE VARIABLES = 9 !	! 1, HUMA ! 0.273 !
! % A(I,J) NON NULS = 45% !	! 2, PRTC ! 0.545 !
! NOMBRE D ITERATIONS = 11 !	! 3, PROD ! 0.000 !
! OPTIMUM P* = 0.06545 !	! 4, PAYS ! 0.182 !

Tableau 8 : Solution optimale du dual - Pondération

! PREO A EXPL !	! PREORDRE DEFINI PAR L UTILITE !			
! ACTION RANG !	! ACTION RANG !	! UTILITE U !	! SIGMA !	
! V1 1 !	! V1 1 !	! 0.736 !	! 0.0 !	!
! V2 2 !	! V3 2 !	! 0.688 !	! 0.033 !	!
! V3 3 !	! V4 3 !	! 0.684 !	! 0.005 !	!
! V4 4 !	! V5 4 !	! 0.674 !	! 0.000 !	!
! V5 5 !	! V2 5 !	! 0.671 !	! 0.0 !	!
! V6 6 !	! V7 6 !	! 0.654 !	! 0.027 !	!
! V7 7 !	! V6 7 !	! 0.636 !	! 0.0 !	!
! V8 8 !	! V8 8 !	! 0.521 !	! 0.0 !	!

Tableau 9 : Ordre de préférence globale et ordre défini par l'utilité estimée (tau de Kendall égal à 0.71)

La fonction d'utilité $u(g) = \sum_i p_i u_i(g_i)$ munie de la pondération du tableau 8 est discutable sur deux points importants :

1) La reconstitution de la préférence globale est très mauvaise par rapport à celle qui a été obtenue par la méthode UTA I. L'utilité estimée provoque cette fois 4 violations dans R (cf. tableau 9 : $v_3 \succ v_2$, $v_4 \succ v_2$, $v_5 \succ v_2$, $v_7 \succ v_6$), d'où $\tau = 0.71$.

2) Les poids des critères sont très différents de ceux donnés a priori par le décideur (cf. figure 8) : "le poids du critère production doit être positif" et le modèle donne un poids nul.

II.2.2.2 Analyse post-optimale par UTA II

Le recours à l'analyse post-optimale se fait de la même façon que dans UTA I. Le polyèdre à explorer est formé par les contraintes (17)-(19) du programme linéaire et l'inégalité (20).

$$(20) \quad \sum_{k=1}^8 \sigma(v_k) \leq 0.066$$

Quelques résultats de l'analyse post-optimale sont présentés au tableau 10. Nous avons exploré encore une fois des solutions très particulières relatives à la robustesse de la pondération des critères.

Solution N°	Objectif (15)	Nombre d'itéra- tions	HUMAIN P_1	PROTECTION P_2	PRODUCTION P_3	PAYSAGE P_4	τ de Kendall
0	OPTIMALITE	11	0.273	0.545	0.000	0.182	0.71
1	Min P_1	9	0.271	0.547	0.000	0.182	0.71
2	Max P_1	9	0.415	0.333	0.111	0.141	0.79
3	Min P_2	15	0.415	0.333	0.111	0.141	0.79
4	Max P_2	7	0.271	0.550	0.000	0.179	0.71
5	Max P_3	10	0.415	0.333	0.111	0.141	0.79
6	Min(P_1+P_2)	12	0.415	0.333	0.111	0.141	0.79
7	Max(P_1+P_2)	7	0.279	0.550	0.000	0.171	0.71

Tableau 10 : Quelques solutions caractéristiques de l'analyse post-optimale dans UTA II

Le tableau 10 ne fait apparaître en fait que deux types de pondération : le premier (solutions n° 0, 1, 4, 7) attribue un poids nul à la production ($p_2 > p_1 > p_4 > p_3 = 0$) et n'apporte aucune amélioration par rapport au respect de la préférence globale ($\tau = 0.71$). Le second type de pondération (solutions n° 2, 3, 5, 6) présente une politique différente ($p_1 > p_2 > p_4 > p_3$) qui ramène à 3 le nombre de paires de R violées par les solutions du premier type (tableau 11).

		PREO A EXPL PREORDRE DEFINI PAR L UTILITE			
CRITERES	POIDS	ACTION RANG		UTILITE U	SIGMA
1. HUMA	0.415	V1	1	0.706	0.000
		V2	2	0.682	0.029
2. PRTC	0.333	V3	3	0.672	0.0
		V4	4	0.663	0.000
3. PROD	0.111	V5	5	0.662	0.000
		V6	6	0.642	0.037
4. PAYS	0.141	V7	7	0.615	0.0
		V8	8	0.518	0.0

Tableau 11 : Pondération et ordre de l'utilité définie par les solutions 2, 3, 5, 6 du tableau 10

Cette dernière solution nous a paru satisfaisante ($\tau = 0.79$) et bien stable ; nous l'avons retenue pour classer tous les tracés possibles (ensemble A). Les résultats sont exposés au paragraphe III de cet article.

Nous pourrions cependant mener plus loin l'analyse par UTA II par les deux procédés suivants :

1) apporter de façon interactive des corrections aux allures u_i (analyse de sensibilité des u_i) de manière à expliquer mieux la préférence globale (figure 8) ;

2) rechercher tous les sommets proches de la solution retenue par l'analyse post-optimale complète et définir une relation de surclassement floue comme cela a été fait pour UTA I (cf. § II.2.3).

II.2.3 Définition d'une relation de surclassement floue

Ce paragraphe se réfère aux résultats de la méthode UTA I (cf. tableau 5) ; il a pour but de préciser la construction d'une relation de surclassement floue à partir de fonctions d'utilité multiples.

Une relation de surclassement floue est caractérisée par la définition d'un degré de crédibilité $d(a, b)$, $(a, b) \in A \times A$ destiné à repérer la plus ou moins grande crédibilité du surclassement de b par a . Si l'on désigne par U l'ensemble des 11 fonctions d'utilité du tableau 5 ($U = \{u^0, u^1, \dots, u^i, \dots, u^{10}\}$, $|U| = 11$) ; on peut définir un degré de crédibilité par les relations (21) et (22) :

$$(21) \quad \phi_i(a, b) = \begin{cases} 1 & \text{si } u^i[\underline{g}(a)] - u^i[\underline{g}(b)] \geq 0 \\ 0 & \text{autrement} \end{cases}$$

$$(22) \quad d(a, b) = \frac{\sum_{i=1}^{11} \phi_i(a, b)}{11} \quad \text{pour toute paire d'actions } a \text{ et } b$$

Il est très facile de démontrer que la fonction d vérifie les trois conditions citées dans [6] ou [7] qui la caractérisent comme degré de crédibilité.

Cette représentation floue des préférences peut conduire à un pré-ordre total (classement) des actions de A . L'algorithme qui a été utilisé pour classer tous les tracés autoroutiers à partir du degré d (relations (21) et (22)) est celui de la méthode ELECTRE III (cf. [7]).

II.3 Les autres approches

II.3.1 La méthode ELECTRE III (cf. [7])

Cette méthode permet d'obtenir un classement des actions (tracés) de A à partir d'un degré de crédibilité basé sur des ensembles de concordance et de discordance ; sa caractéristique principale réside dans la prise en compte de seuils sur les valeurs g_i de chacun des critères

(la méthode évite de donner à certaines valeurs une signification et une importance qu'elles n'ont pas).

ELECTRE III présuppose donnée la pondération des critères et les seuils ; elle ne tient pas compte d'une préférence globale donnée. Lorsque le décideur fournit une information préférentielle ayant très souvent le profil d'une relation binaire R sur un ensemble d'actions A' , le problème qui se pose est le suivant : comment choisir les paramètres de la méthode de manière à respecter l'information donnée ?

Le choix des seuils utilisés lors du déroulement de l'algorithme ELECTRE III a été fait en fonction des échelles G_i , $i = 1, 2, 3, 4$ (6). Trois jeux de poids ont été pris en compte :

1) le jeu de poids optimal de la méthode UTA I :

(*) $\underline{p} = (0.143, 0.515, 0.060, 0.282)$

2) le jeu de poids retenus après l'analyse post-optimale dans UTA II :

(**) $\underline{p} = (0.415, 0.333, 0.111, 0.141)$

3) Un jeu de poids collecté directement lors de l'entretien décideur-modélisateur (fig. 8, 3ème dialogue) :

(***) $\underline{p} = (0.25, 0.31, 0.22, 0.22)$.

II.3.2 La méthode de KEENEY-RAIFFA (cf. [5])

Cette méthode comprend deux phases : la première consiste à estimer les utilités partielles u_i normées entre 0 et 1 par la Procédure du Point de Valeur Médiane (PPVM) ; cette technique a été appliquée dans UTA II et a permis d'obtenir les allures de la figure 10. La deuxième phase sert à déterminer une pondération unique des critères à partir des jugements d'indifférence entre paires de vecteurs $\underline{g}$ de l'espace des conséquences. Chaque jugement d'indifférence permet d'obtenir une équation linéaire des variables p_i . En effet, si :

$$(23) \quad (g_1, g_2, \dots, g_n) \sim (g'_1, g'_2, \dots, g'_n)$$

la relation $u(g_1, g_2, \dots, g_n) = u(g'_1, g'_2, \dots, g'_n)$ et l'additivité de la fonction d'utilité permettent d'écrire :

$$(24) \quad \sum_{i=1}^n [u_i(g_i) - u_i(g'_i)] p_i = 0$$

Dans notre cas, il nous reste à effectuer uniquement la seconde phase (la première est développée au paragraphe II.2.2). Nous avons donc besoin de 3 jugements d'indifférence (3 équations linéaires du type (24)), une quatrième étant celle de la normalisation des poids : $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1$.

Nous avons posé trois questions qui donnaient la possibilité au décideur de substituer la perte sur un critère par le gain sur un autre en considérant toujours des vecteurs $\underline{g}$ concrets (évaluations des tracés de référence). En voici un exemple :

Question : On considère les évaluations du tracé $v_4 : (4 \ 5 \ 3 \ 2)$. Quelle est la valeur x que vous attribuez au critère paysage pour que les deux jeux de valeurs ci-après soient équivalents ?

$$(4 \ 5 \ 3 \ 2) \sim (3 \ 5 \ 3 \ x)$$

Réponse : Entre 2.5 et 3 (2,7 à peu près).

Nous avons de cette manière obtenu les trois jugements suivants (les valeurs cerclées constituent des réponses) :

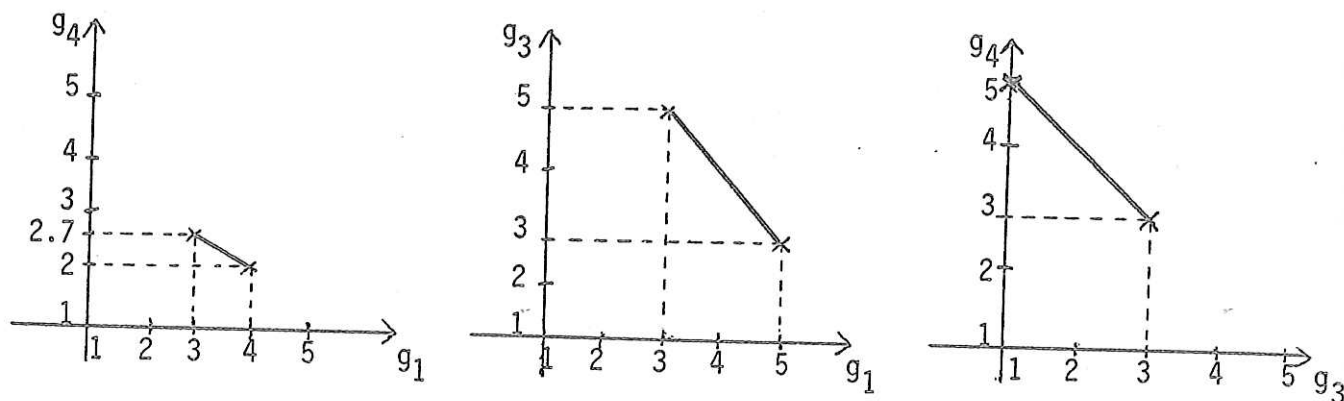
$$(25) \quad \underline{g}(v_4) = (4 \ 5 \ 3 \ 2) \sim (3 \ 5 \ 3 \ \textcircled{2.7})$$

$$(26) \quad \underline{g}(v_2) = (3 \ 5 \ 5 \ 4) \sim (\textcircled{5} \ 5 \ 3 \ 4) \quad (*)$$

$$(27) \quad \underline{g}(v_6) = (5 \ 3 \ 1 \ 5) \sim (5 \ 3 \ \textcircled{3} \ 3)$$

(*) Ce jugement signifie que $v_2 \sim v_3$ car $(5 \ 5 \ 3 \ 4) = \underline{g}(v_3)$; ceci justifie peut-être le mauvais classement de v_2 dans les résultats des méthodes UTA.

Ces relations permettent de tracer les morceaux linéaires d'indifférence ci-dessous :



A l'aide des allures u_i de la figure 9, nous calculons facilement : $u_1(4) = 0.92$, $u_1(3) = 0.79$, $u_4(2) = 0.55$, etc. et nous mettons au point (équations du type (24) et de la normalisation des poids) le système linéaire suivant :

$$\begin{aligned} 0.13 p_1 & - 0.17 p_4 = 0 \\ - 0.21 p_1 & + 0.32 p_3 = 0 \\ 0.25 p_2 & - 0.43 p_3 = 0 \\ p_1 + p_2 + p_3 + p_4 & = 1 \end{aligned}$$

ce qui donne la pondération des quatre critères :

$$(28) \quad p_1 = 0.282, p_2 = 0.318, p_3 = 0.185, p_4 = 0.215.$$

Cette pondération est très proche des résultats obtenus directement (p(***)).

III. LES RESULTATS

Ce paragraphe présente de façon sommaire les résultats obtenus par les différentes approches multicritères. L'ensemble A des actions classées a été constitué au début par des actions efficaces, c'est-à-dire les tracés caractéristiques non dominés (*) par aucun autre tracé

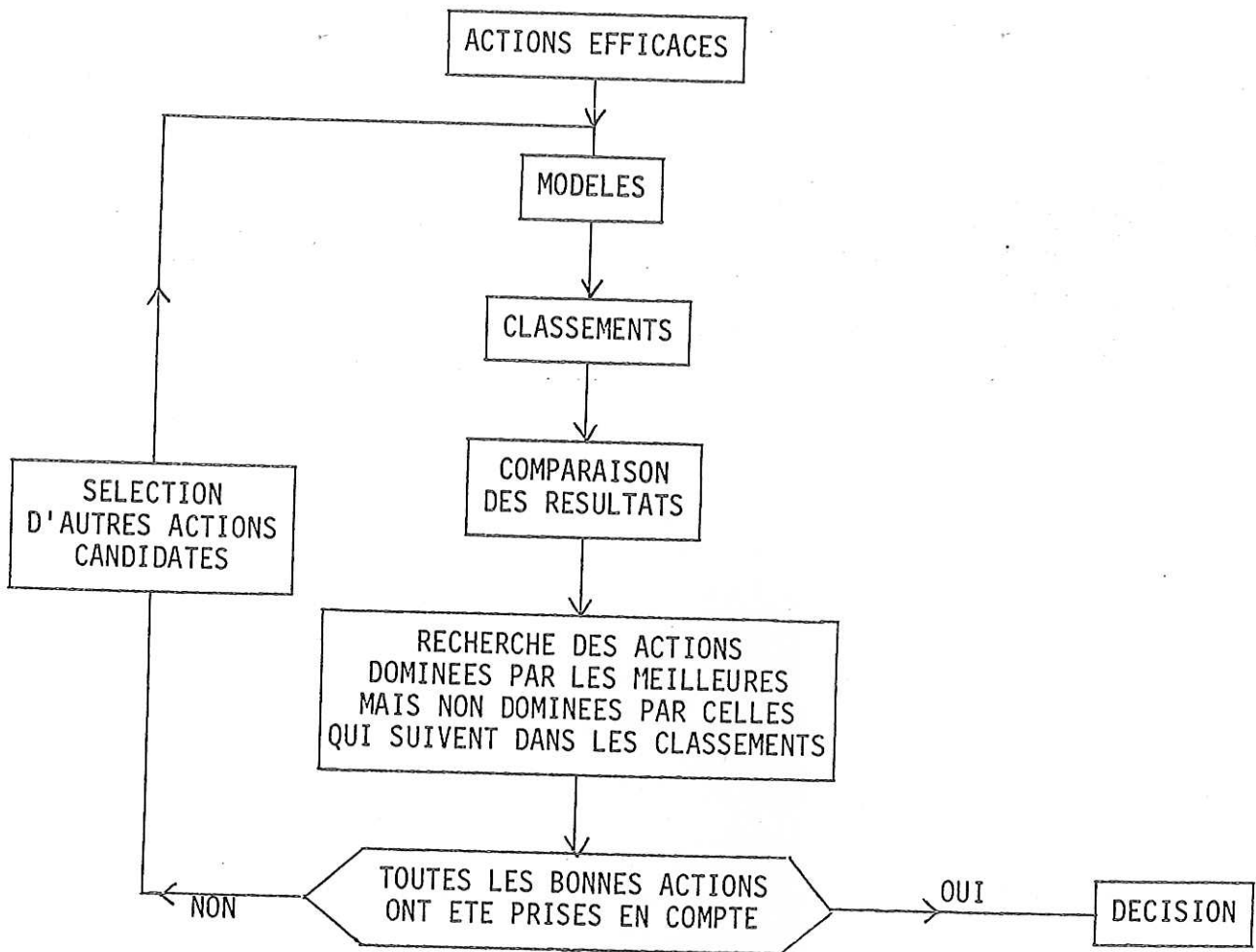


Figure 11

(*) La dominance est une relation binaire définie de la manière suivante :
"l'action a domine l'action b" $\Leftrightarrow g_i(a) \geq g_i(b)$ pour tout critère i et, pour au moins un critère i , cette inégalité est stricte.

compris entre les villes A et B. La recherche des actions efficaces (*) a réduit considérablement (au nombre de 93) le nombre des tracés de A dans cette première étude. Suite à cette démarche, nous pourrions envisager une recherche rétroactive d'autres tracés intéressants "cachés" par les efficaces, suivant le schéma de la figure 11.

Les résultats sur les tracés efficaces ont permis de conclure un accord plus ou moins fort entre les méthodes UTA I, UTA II et KEENEY-RAIFFA. Par contre, ELECTRE III a donné des résultats différents des précédents ; malgré l'utilisation de trois jeux de poids dans cette méthode, l'ordre de préférence globale sur les actions de référence n'a jamais été restitué de façon satisfaisante. Nous présentons les résultats obtenus (Tableau 12) sur les 13 premiers tracés efficaces de chaque méthode.

Les tracés que l'on peut remarquer sont ceux qui figurent en tête dans plusieurs classements. Il faut distinguer par exemple les tracés 10, 97, 11, 178 qui ont les meilleurs profils en termes de rang dans le tableau 12.

Ces tracés sont représentés sur la figure 12 ainsi que le tracé de référence n° 1 à titre de comparaison.

(*) Les actions efficaces ont été déterminées par le programme ENUMEF (ENUMération d'EFFicaces [1]).

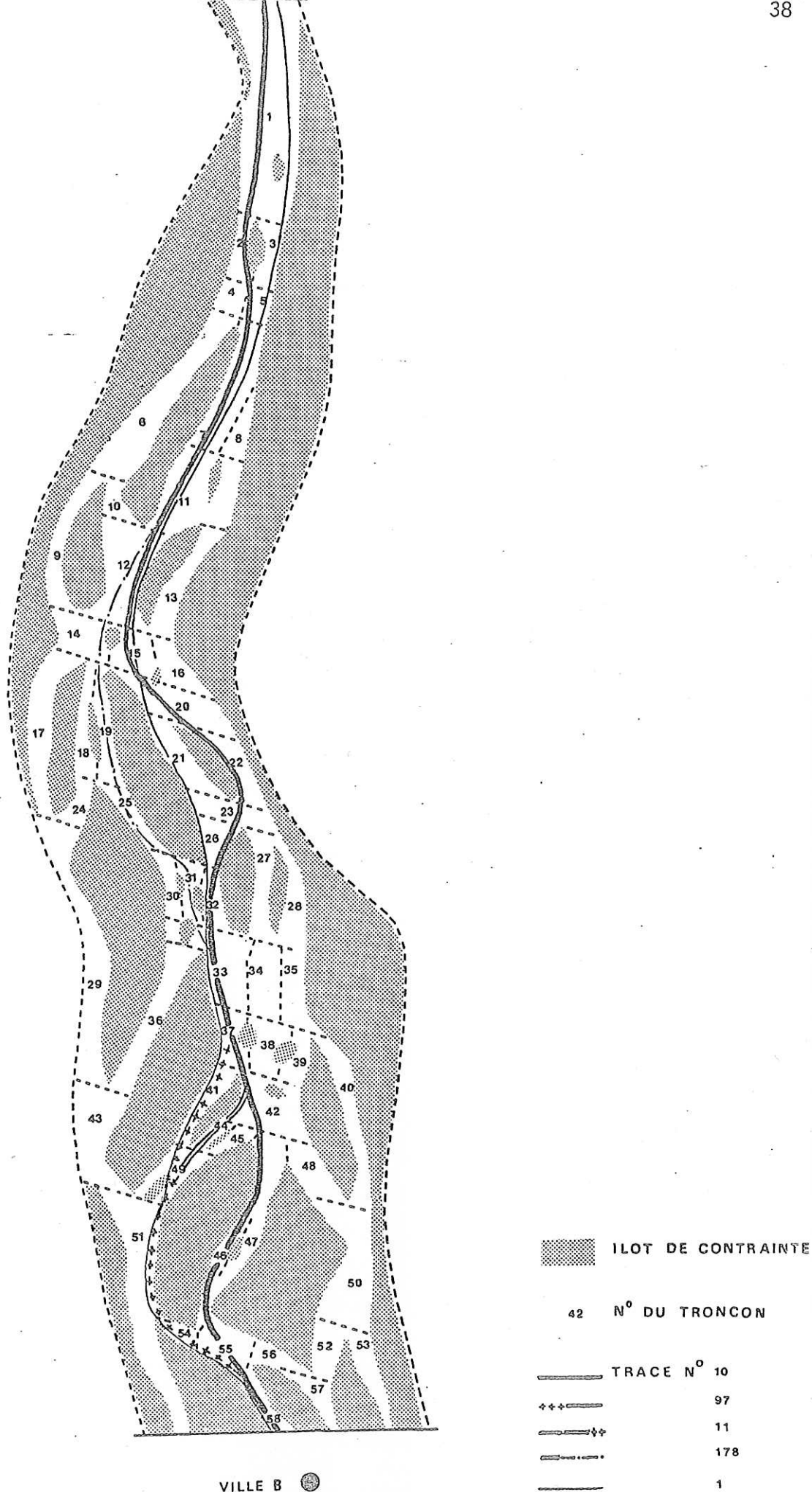


Figure 12 : Résultats obtenus

Un des objectifs poursuivis, qui est de fournir un moyen d'évaluer tout tracé lors de discussions ultérieures entre le décideur institutionnel qui arrêtera le tracé définitif et les experts d'environnement est atteint.

En ce qui concerne les tracés remarquables, nous ne concluerons pas que seuls les tracés 10, 97 ou 11 sont à retenir ; ceci serait abusif eu égard à la nature de la méthode suivie.

Nous pouvons, par contre, identifier des zones où il est possible de conclure clairement et des zones où deux possibilités de tracés subsistent.

- Tronçons 1, 2, 5, 7, 11, 12, 15

Nous observons une convergence des résultats. Une variante par 1, 3, 5 est possible (meilleure sur le critère Paysage, moins bonne sur le critère Protection du fait de l'existence d'une forêt en 3 "constituant une ceinture verte" [2] pour la ville A).

- Tronçons 15, 20, 22, 23, 26, 32, 33

Cette partie du tracé ressort de l'analyse, en particulier parce qu'elle permet d'éviter le tronçon 21 (très sensible sur le critère Paysage) ; par contre, le tronçon 20, dans le même cas, n'est pas évité. L'alternative par les tronçons 12, 14, 19, 25, 31 est à retenir si le passage par le tronçon 20 est jugé inacceptable.

L'utilisation de la méthode ELECTRE III a permis de mettre en évidence certains tracés passant par les tronçons 6, 9, 14, 19, 25, 31, 33. Ces tracés sont généralement mieux évalués sur le critère Production que les tracés mentionnés ci-dessus. Ces tracés sont généralement très longs (*). D'autre part, ils ne ressortent pas au terme de notre approche.

(*) La possibilité de mener une étude, du type de celle présentée dans ce rapport, en tenant compte de la longueur des tronçons, est à souligner. Ceci permettrait par exemple de chiffrer la longueur totale des tronçons sensibles ou très sensibles traversés par un tracé pour chaque critère.

- Tronçons 37, 42, 46, 55, 58 ou tronçons 37, 41, 49, 51, 54, 55, 58

Ces deux possibilités (avec la variante 37, 42, 44, 49, 51, 54, 55, 58 pour la seconde) sont équivalentes du point de vue environnement.

Résultats N° de l'action	UTA I Rang du classement à partir du surclassement flou	UTA II Rang du classement par l'utilité obtenue	Rang du classement par la méthode de Keeney-Raïffa	Rang du classement par ELECTRE III (pondération ***)
10	1	2	2	14
97	2	3	14	25
11	3	1	1	1
178	4	18	12	15
173	4	20	12	15
86	6	7	4	20
174	7	15	6	4
179	7	15	6	4
1	9	5	5	17
3	10	8	17	27
87	11	4	3	12
4	12	9	11	25
2	13	13	20	42

Tableau 12 : Classement des 13 meilleurs tracés efficaces par UTA I et leur rang dans les autres classements

IV. CONCLUSION

L'objectif poursuivi dans cette étude était double. D'une part, il s'agissait d'apporter une aide à la décision dans le domaine précis d'une étude d'impact d'un projet sur l'environnement. D'autre part, par la nature des données dont nous disposions, il était nécessaire d'insérer, dans le cadre des méthodes multicritères habituelles, l'information riche que constitue une préférence globale donnée a priori.

Les modèles ont été élaborés de manière interactive, dans la mesure du possible, afin d'obtenir la plus grande cohérence entre les résultats des modèles et les préférences des experts d'environnement. Les conséquences sur l'environnement des projets ont été modélisées au moyen de quatre critères proposés par le décideur.

Nous avons distingué des méthodes visant à modéliser les préférences, non pas à l'aide d'une seule (optimale) fonction d'utilité additive, mais par un ensemble de fonctions compatibles avec l'information disponible. De ce fait, nous ne cherchons pas à asseoir les préférences sur un modèle mathématique unique et discutable mais, au contraire, nous tentons de prendre en compte le flou inhérent aux préférences.

L'application au cas a permis d'évaluer et de classer tous les tracés autoroutiers réalisables entre la ville A et la ville B. Nous avons identifié certains tracés qui nous ont paru le moins dommageables au sens de l'environnement. Ces tracés recoupent, en partie, ceux qui avaient été initialement proposés.

Ceci permet de mettre en évidence certaines zones du terrain à l'intérieur desquelles il est souhaitable de faire passer l'autoroute. Par ailleurs, plusieurs tracés sont proposés, constituant ainsi des éléments (ou des enjeux) d'un dialogue ou d'une négociation sur le projet final.

REFERENCES

- [1] Y.A. BERNABEU, Le programme ENUMEF : Manuel d'utilisation, Cahier LAMSADE (à paraître), Université Paris IX Dauphine.
- [2] INSTITUT D'ECOLOGIE APPLIQUEE, Rapport d'étude d'environnement, non publié, 1978.
- [3] E. JACQUET LAGREZE, De la logique d'agrégation de critères à une logique d'agrégation-désagrégation de préférences et de jugements, Cahier LAMSADE n°18 - 1978, Université Paris IX Dauphine, Communication présentée à la 8ème Conférence Internationale de l'IFORS, Toronto, 19-23 juin 1978.
- [4] E. JACQUET-LAGREZE et J. SISKOS, Une méthode de construction d'une fonction d'utilité additive explicative d'une préférence globale, Cahier LAMSADE n° 16-1978, Université Paris IX Dauphine, Communication présentée au Journées de l'ASU, Nice, 22-24 mai 1978.
- [5] R.L. KEENEY et H. RAIFFA, Decisions with multiple objectives : preferences and value tradeoffs, John Wiley and Sons, 1976.
- [6] B. ROY, Partial Preference Analysis and Decision-Aid : The Fuzzy Outranking Relation Concept, dans : D.E. BELL, R.L. KEENEY et H. RAIFFA (Eds.), Conflicting Objectives in Decisions, IIASA, John Wiley and Sons, 1977, p. 40-75.
- [7] B. ROY, ELECTRE III : Un algorithme de classements fondé sur une représentation floue des préférences en présence de critères multiples, SEMA, Rapport de Recherche n° 81, juin 1977, Communication présentée à la 8ème Conférence Internationale de l'IFORS, Toronto, 19-23 juin 1978.

- [8] J. SISKOS, Comment modéliser les préférences au moyen de fonctions d'utilité additives, Institut de Programmation, N° I.P. 79.2, Université Pierre et Marie Curie, Communication à présenter à la Table Ronde : "Analyse et Agrégation des Préférences", Aix-en-Provence, 27-28-29 juin 1979.
- [9] C. VAN DE PANNE, Post-optimality analysis, dans : Methods for linear and quadratic programming, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1975, p. 202-231.