

CAHIER DU LAMSADE

400

January 2022

Pourquoi le jugement majoritaire
et qu'est ce qui justifie sa règle de départage?

Rida Laraki

Pourquoi le jugement majoritaire et qu'est ce qui justifie sa règle de départage?

Par Rida Laraki
CNRS, Dauphine-PSL

Certains, par des exemples assez convaincants, mettent en doute le jugement majoritaire (JM) [6] ou sa règle de départage [3]. Bien que les exemples ne puissent pas être la base pour juger un mode de scrutin (tout mode de scrutin admettra des paradoxes et donc des contre-exemples), je vais utiliser des exemples simples pour contrer ces doutes. Le but de l'exercice est d'éduquer le lecteur au fait que chaque mode de scrutin, chaque exemple, aussi simple soit-il, peut contenir des subtilités insoupçonnables. Nous illustrons aussi à travers les mêmes exemples quelques propriétés remarquables que seul le JM satisfait. Pour un complément de réponses voir [7,8] (et en anglais [1] chapitre 16 et [2,5]).

Le jugement majoritaire demande aux électeurs de juger chacun des candidats sur une échelle commune de mentions : Excellent, Très Bien, Bien, Assez Bien, Passable, Insuffisant, à Rejeter. On collecte pour chaque candidat son profil de mérite (combien il a reçu de mentions Excellent, Très bien, ...), puis on départage les candidats selon une règle majoritaire. Avant de définir proprement cette règle, prenons deux exemples très simples, avec deux candidats X et Y, et seulement trois mentions utilisées Excellent, Passable, À Rejeter. Dans les deux cas, le candidat souhaitable semble évident. Plus tard, nous démontrerons que ce n'est pas si évident.

Exemple 1 : Deux candidats X et Y avec le profil de mérite suivant

	Excellent	Passable
X	51%	49%
Y	49%	51%

La première ligne dit : 51% d'électeurs pensent que X est Excellent, et 49% qu'il est Passable.

Dans l'exemple 1, il est incontestable que X doit gagner : il a plus d'Excellent et moins de Passable.

Exemple 2 : Deux candidats X et Y avec le profil de mérite suivant

	Excellent	Passable	A Rejeter
X	51%		49%
Y	49%	51%	

Dans l'exemple 2, quoique X ait une majorité d'Excellent, il semble très polarisant et il est peut-être plus désirable que la méthode de vote choisisse Y qui semble le plus consensuel.

Les principes que tout bon mode de scrutin doit satisfaire

Le JM a été construit pour satisfaire à cinq propriétés fondamentales, les 4 premiers principes sont incontestablement importants, nous pensons que la (P5) est aussi importante :

(P1) permettre aux électeurs de s'exprimer au mieux ;

(P2) traiter les candidats et les électeurs d'une façon égale ;

(P3) classer un candidat devant l'autre si tous les électeurs le jugent ainsi ;

(P4) éliminer le jeu de candidatures (e.g. ajouter ou retirer un candidat ne change pas le classement entre les autres, présenter deux candidats d'un même camp ne nuit pas aux deux) ;

(P5) résister au mieux au vote stratégique.

(P1) Permettre aux électeurs d'exprimer leur opinion dans toute sa complexité

Pour satisfaire (P1) le JM demande à chaque électeur d'évaluer chaque candidat dans une échelle commune de mentions: "Excellent"; "Très Bien", "Bien", "Assez Bien", "Passable", "Insuffisant", "à Rejeter". Si pour satisfaire (P1) le bulletin de vote demande à l'électeur de classer (un certain nombre) de candidats du meilleur au moins bon, il n'existera aucune méthode qui satisfait (1 à 4). C'est le célèbre théorème d'impossibilité d'Arrow. Il est donc primordial, si on veut éviter le jeu de candidatures (4), d'évaluer les candidats dans une échelle commune de mentions, comme au JM.

(P2) Traiter les candidats et les électeurs d'une façon égale

Ce principe (P2) est nécessaire pour que toute méthode de vote soit démocratique. Anodin, il est fondamental et a plusieurs implications. En particulier, vu que chaque candidat reçoit 100% des suffrages (une mention de chaque électeur), si tous les électeurs sont traités également, alors un avis excellent doit peser la même chose qu'un rejet ou tout autre avis.

(P3) Classer un candidat devant l'autre si tous les électeurs le jugent ainsi

Le principe (P3) est assez incontestable.

(P4) Éliminer le jeu de candidatures

Ce principe est satisfait par une méthode si et seulement si la seule information utile des bulletins de vote pour distinguer les candidats entre eux est dans les profils de mérites (combien un candidat a reçu d'excellents, de très bien, de à rejeter, etc.) (voir [1] chapitre 9 ou [2]).

Si on s'arrête aux principes (P1 à P4), il existe plusieurs méthodes [1]. L'une de ces méthodes désigne gagnant celui qui a le plus d'excellents. Une autre méthode choisira celui qui a le moins de rejet. Ces méthodes sont étudiées dans [1] chapitre 18 et sont de type vote par approbation.

D'autres méthodes qui satisfont les principes (P1 à P4) attribuent une valeur numérique à chaque mention (par exemple 6 points à Excellent, 5 à Très bien, ... et 0 à A rejeter). Le gagnant est celui qui a la meilleure somme des points collectés (ou d'une manière équivalente, la meilleure moyenne). **Ces méthodes à moyenne** (parfois appelées vote par note ou vote de valeur) ont été étudiées et caractérisées axiomatiquement dans [1] (chapitre 17) où il a été démontré que ce sont les seuls qui satisfont (P1-P4) plus d'autres propriétés classiques.

(P5) résister au mieux au vote stratégique

Pourquoi ne pas se contenter d'une méthode à moyenne ? Plusieurs raisons sont données dans [1] (chapitre 17). Tout d'abord, quelle valeur numérique associer à Excellent ? à un Rejet ? Aussi, comme nous allons le voir, les méthodes à moyenne sont trop favorables aux candidats centristes. Plus grave, les méthodes à moyenne sont les plus manipulables et il suffit parfois de

quelques électeurs qui exagèrent leur vote en votant excellent à leurs favoris et à rejeter au concurrent pour changer le vainqueur de l'élection. La règle de calcul du JM est construite pour résister au mieux au vote stratégique comme on va le voir. Cette propriété est très importante, surtout pour des élections à enjeu. Dans les élections politiques, des partis vont inviter leurs adhérents à voter tactiquement. Par exemple, au bureau politique du PS du Mardi 11 Janvier 2022, il a été rapporté [au Figaro](#) qu'il a été dit que « La Primaire populaire va avoir lieu, que nous le voulions ou non. C'est un objet politique extérieur au PS mais nous devons nous inscrire et nous mobiliser de façon tactique afin de protéger notre candidate [...] nous avons tous intérêt à nous inscrire en masse pour éviter que notre candidate s'abîme davantage ». Il est primordial que la méthode de vote résiste à de telles tactiques, car celui qu'on a envie de voir élu doit être le meilleur candidat des votes sincères, pas le meilleur des votes stratégiques.

Règle de calcul du Jugement Majoritaire

Les principes (P1 à P5) impliquent logiquement qu'il faille éviter la somme ou la moyenne et appliquer la médiane autant que possible.

La **mention majoritaire** d'un candidat est la meilleure mention approuvée par une majorité absolue de l'électorat (strictement plus que 50% donne au candidat cette mention ou plus) – c'est l'unique médiane avec un nombre impaire d'électeurs, et la médiane inférieure quand il y a un nombre pair-

Le classement du JM fonctionne comme suit: si un candidat possède une meilleure mention-majoritaire qu'un autre, celui-ci est élu. Sinon, si N électeurs jugent que deux candidats ont la même mention majoritaire (disons « bien ») alors un bulletin « bien » est retiré de chez chacun d'eux puis on recommence le processus avec les N-1 bulletins restants jusqu'au départage.

Par exemple, si le candidat X a les 5 mentions {Très Bien, Bien, **Bien**, Passable, Passable} et le candidat Y les mentions {Très bien, Très Bien, **Bien**, Passable, Insuffisant}, les deux ont la mention majoritaire “Bien” (en gras). En supprimant un bulletin Bien à chaque candidat, nous obtenons les 4 mentions {Très Bien, Bien, **Passable**, Passable} pour X et {Très bien, Très Bien, **Passable**, Insuffisant}, ils sont encore à égalité avec la mention majoritaire Passable, en la supprimant encore cette mention à chacun nous obtenons pour X le profil de mérite {Très Bien, **Bien**, Passable} et pour Y est le profil {Très bien, **Très Bien**, Insuffisant}. Y devance X car sa nouvelle mention majoritaire “Très bien” est meilleure que celle de X “Bien”.

L'égalité n'est possible entre deux candidats que si les deux ont exactement le même profil de mérite (exactement le même nombre de Très bien, le même nombre de de Bien, etc). Le JM est une méthode qui minimise autant qu'il se peut l'égalité car il est pratiquement impossible d'observer une égalité parfaite avec une dizaine d'électeurs.

À partir d'un certain nombre d'électeurs (quelques centaines), le départage se simplifie et la règle suivante est presque sûrement suffisante en pratique pour départager: de deux candidats avec la même mention-majoritaire, **le plus grand bloc d'électeurs en désaccord avec cette mention décide** (ceux qui estiment qu'elle aurait dû être inférieure d'un côté et ceux qui estiment qu'elle aurait dû être supérieure de l'autre) : s'il est pour une mention supérieure ce candidat devance l'autre, s'il est pour une mention inférieure ce candidat est devancé par l'autre. C'est cette règle qui a été popularisée au grand public (avec différentes formules équivalentes).

Dans l'infinité des règles qui satisfont (1-4), cette méthode de départage a été choisie pour au moins deux raisons fondamentales –que nous allons expliquer par des exemples– la forte résistance au vote stratégique (conséquence de l'utilisation autant qu'il se peut de la médiane), et le non favoritisme/défavoritisme des candidats dit centristes/moyens/consensuels.

Pourquoi le JM résiste-t-il au vote stratégique ?

La médiane est connue en statistique pour être robuste. Pour comprendre pourquoi, prenons un exemple familial. Le salaire médian en France est de 1940 euros. Cela implique que 50% des Français gagnent plus que 1940 euros et 50% gagnent moins que 1940 euros. Si les salaires élevés augmentent, le salaire médian ne change pas, alors que le salaire moyen augmente.

Prenons maintenant des exemples simplifiés de vote en nous limitant à deux candidats X et Y et trois mentions Excellent, Passable et À Rejeter. Les conclusions sont très générales.

Cas du vote sincère

Soit le profil d'opinion **sincère** suivant :

	51% des votants	49% des votants
X	Excellent	Passable
Y	Passable	Excellent

Profil d'opinion (sincère) A

(Un profil d'opinion est sincère s'il correspond aux vraies opinions des électeurs, sans vote stratégique).

Cet électorat sera dit "polarisé" entre ces deux candidats car ceux qui aiment X n'aiment pas trop Y et inversement. **Le profil de mérite sincère** est le suivant :

	Excellent	Passable
X	51%	49%
Y	49%	51%

Profil de mérite (sincère) de A

C'est notre exemple 1. Avec le JM, X gagne avec la mention majoritaire Excellent (51% lui donne cette mention), contre Y avec la mention majoritaire Passable. C'est le gagnant incontestable comme discuté plus haut. Tout va bien !

On peut déduire du profil d'opinion, **le profil de préférence (sincère)** entre X et Y :

51% préfèrent X à Y
49% préfèrent Y à X

Le gagnant de Condorcet, qui est le gagnant dans un second tour présidentiel en France est donc X car il gagne avec une majorité de 51% contre Y.

Le JM coïncide ici avec le gagnant de Condorcet. Cette propriété est très générale. Il est démontré dans [2] que l'unique mode de scrutin qui satisfait les principes 1 à 4 et qui coïncide avec le gagnant de Condorcet sur tous les profils polarisés est le JM (avec la règle de départage définie plus haut). Ceci n'est pas vrai si on change la règle de départage.

Avec la méthode à moyenne où "Excellent vaut +1", "Passable vaut 0" et "à Rejeter vaut -1" nous obtenons la note de 0,51 pour X et 0,49 pour Y : X gagne. Tout va bien.

Cas du vote stratégique

Jusqu'ici, il a été supposé que les électeurs votaient de façon sincère, c'est-à-dire exprimaient avec le bulletin de vote leur jugement réel des candidats. Mais dans ce profil d'opinion A, les partisans de Y peuvent anticiper que X va gagner, et ils pourraient donc être tentés de voter tactiquement de façon que X perde et Y gagne *in fine*. Par exemple, ils peuvent évaluer X "À Rejeter" au lieu de lui donner la mention Passable, ce qui conduit au profil de mérite (stratégique) suivant :

	Excellent	Passable	A Rejeter
X	51%		49%
Y	49%	51%	

Profil de mérite (stratégique) de A

C'est exactement l'Exemple 2. Avec le JM, c'est X qui continue de gagner avec la mention majoritaire Excellent contre Y avec la mention majoritaire Passable. Avec la méthode de Condorcet rien ne change non plus : X continue d'être préféré à Y par 51% de l'électorat. **Ces deux méthodes (le JM et Condorcet) ont résisté à la manipulation** et c'est important qu'une méthode y résiste pour être juste.

Que se passe-t-il avec la méthode moyenne où "Excellent=+1", "Passable=0" et "à Rejeter= -1" ? La note moyenne de X est $0,02=2\%=+51\%-49\%$ et la note moyenne de Y est 0,49 : Y gagne, le gagnant a changé. Cette méthode à moyenne n'a donc pas résisté au vote stratégique, et a fait élire le candidat que certains auraient désiré voir gagner dans l'exemple 2 sans avoir pensé à ces subtilités. Remarquez que 3% de tacticiens suffisent pour faire basculer le gagnant de X à Y avec la moyenne, alors que le JM résiste même si tous ceux qui ont intérêt à voter stratégiquement le font.

Cet exemple est très instructif :

1. Tout d'abord il montre que le JM et la méthode de Condorcet résistent à la manipulation contrairement aux méthodes à moyenne. Ceci est démontré par des arguments mathématiques mais aussi expérimentaux où il est établi que les méthodes les plus résistantes au vote stratégique sont le JM et la méthode de Condorcet, tandis que les

plus manipulables sont les méthodes à moyenne (ou vote par note) et la méthode de Borda (Chapitre 19 dans [1]).

2. Ce qu'on observe dans une vraie élection sont les profils stratégiques, pas les profils sincères qui sont en général plus polarisés (certains électeurs auront tendance à exagérer les votes vers le haut de l'échelle pour leur candidat préféré et vers le bas pour les concurrents dangereux).
3. Dans l'exemple 2, avec le JM, le gagnant n'est pas le candidat le plus consensuel des deux (Y) mais le candidat le plus clivant (X). C'est faux donc de dire que le JM favoriserait systématiquement les candidats "moyens/centriste/consensuels". Ceux qui le pensent confondent probablement avec les méthodes à moyenne. Avec le JM, si un candidat réussit à obtenir une majorité d'Excellents, il peut gagner même s'il est rejeté par 49%, à contrario de la moyenne, comme le montre l'exemple 2. Ceci est général. Dans le chapitre 19 de [1], des analyses mathématiques et expérimentales démontrent que le JM n'est ni biaisé pour ou contre les candidats centristes alors que la moyenne est très biaisée pour les centristes et le scrutin majoritaire très biaisé contre les centristes.

Pourquoi changer la méthode de départage est une fausse "bonne idée" ?

Certains [3] admettent que le vote stratégique doit être contré, et sont prêts à accepter partiellement le JM en classant selon la mention majoritaire, mais avec une règle de départage différente. Je vais analyser la règle la plus évidente et la plus proposée mais l'analyse s'applique à toutes les règles alternatives proposées dans [3].

Le JM avec la règle des différences

Une des règles proposées est de départager en fonction de la différence entre les opinions positives (le % des mentions strictement plus que la mention majoritaire) et négatives (le % des mentions strictement moins que la mention majoritaire). Cette règle nous a été proposée pour la première fois par David Gale en 2006 (un grand mathématicien-économiste) qui pensait à tort que le JM se simplifiait à cette règle dans un grand électorat. Cette proposition est tout de même étudiée dans le chapitre 14.3 de [1] (ainsi que d'autres règles de départage). Elle a été appelée la règle des différences ("MJ with the difference tie-breaking-rule") dans [1] où il a été montré qu'elle est plus manipulable et favorable aux centristes que le JM car c'est une combinaison de la médiane et la moyenne, comme on va le voir de suite.

Tout d'abord, remarquons que dans l'exemple 2, X gagne contre Y quelle que soit la règle de départage associée à la mention majoritaire. Cela implique que, si on veut corriger le JM en trouvant des exemples où ladite règle est plus intuitive, elle ne résoudra pas plus l'exemple 2.

Perturbons maintenant le profil d'opinion A, et construisons un exemple qui démontre que cette règle est plus manipulable que le JM et qu'elle est plus favorable aux candidats centristes.

Soient deux candidats X et Y avec le profil d'opinion sincère suivant :

	48%	5%	47%
X	Excellent	Passable	Passable
Y	Passable	A Rejeter	Excellent

Profil d'opinion (sincère) B

On calcule que le profil de mérite sincère suivant :

	Excellent	Passable	A Rejeter
X	48%	52%	
Y	47%	48%	5%

Profil de mérite (sincère) de B

Le candidat X domine assez nettement Y (il a clairement plus de mentions positives et moins de négatives) et toute règle qui satisfait (1-4) donnera X comme gagnant (incluant le JM, le vote par moyenne, et le JM avec la règle des différences). Examinons l'effet du vote stratégique.

Vu que c'est un profil polarisé, le JM doit coïncider avec Condorcet par [2]. En effet, X est préférée à Y par 53% d'après le profil d'opinion B.

Supposons, par raisonnement stratégique, que les partisans de Y rejettent X au lieu de le juger "passable", afin de faire perdre X. Nous obtenons le profil de mérite stratégique suivant :

	Excellent	Passable	A Rejeter
X	48%	5%	47%
Y	47%	48%	5%
	% strictement plus que la mention majoritaire	la mention majoritaire	% strictement moins que la mention majoritaire

Profil de mérite (stratégique) de B

Le JM résiste et X continue à gagner. En effet, la mention majoritaire des deux candidats est Passable, le plus grand pourcentage pour ou contre est 48% et il est du côté positif de X. Idem, le candidat de Condorcet reste X et cette méthode résiste aussi à la manipulation. (Ceci n'est pas un hasard, il est montré dans [2] que dans les profils polarisés, le JM coïncide avec Condorcet, les deux règles résistent même si tous les électeurs manipulent, et elles sont les seules méthodes avec cette propriété).

Ce n'est pas étonnant que le vote par moyenne (où Excellent=+1, Passable=0, à Rejeter=-1) ne résiste pas à la manipulation si tous les électeurs manipulent : la moyenne de X est $0,1=48\%-47\%$ et celle de Y est $0,42=47\%-5\%$ pour Y, mais 5% suffisent pour faire basculer le résultat.

Vu que la mention majoritaire des deux candidats est Passable, le départage avec la méthode des différences revient exactement à utiliser le vote par moyenne, car la différence de X est $0,1=48\%-47\%$ et celle de Y est $0,42=47\%-5\%$, et donc 5% de votants stratégiques suffisent pour faire basculer le gagnant avec la méthode des différences.

Cette règle de départage avec la méthode des différences combine la médiane avec la moyenne. Elle est donc non seulement plus manipulable que le JM mais aussi plus favorable aux candidats centristes, car dans le dernier profil de mérite elle va élire Y, le candidat le plus consensuel des deux au détriment du candidat plus polarisant X (qui est aussi le Candidat Condorcet).

La même conclusion s'applique contre toutes les règles de départage alternatives dans [3]. La plupart de ces règles ont été étudiées dans [1] (chapitre 14.3) ou dans [4]. La règle du JM leur a été préférée car elle est plus résistante au vote stratégique (par sa construction où la médiane est utilisée autant que possible pour départager) ce qui par conséquent lui permet de donner plus de chance aux candidats clivants. En effet, la résistance élevée du JM au vote stratégique implique mécaniquement de plus favoriser les candidats clivants car voter stratégiquement implique utiliser les mentions extrêmes et plus la méthode résiste plus les candidats clivants ont une chance. Ceci est validé par des résultats théoriques et expérimentaux dans [1], chapitre 19.

Il est important de noter que le JM n'est pas favorable aux candidats les plus clivants car un candidat avec 51% ou plus de rejet ne peut être élu avec le JM même s'il a 49% d'excellents. En résumé avec le JM c'est vraiment la majorité qui décide : si c'est une majorité d'Excellents, le candidat a une chance de gagner même rejeté par 49%, et inversement un candidat rejeté par une majorité n'a aucune chance d'être élu, sauf si tous les candidats sont rejetés par une majorité, mais alors ne serait-il pas mieux de refaire l'élection avec d'autres candidats ?

Pourquoi pas une méthode de Condorcet ?

Condorcet est, avec le JM, l'une des méthodes les moins manipulables (voir [1] chapitre 19, et [2]). Cet argument n'est malheureusement pas suffisant pour la sélectionner, quoique beaucoup de théoriciens du choix social vont considérer que le critère de Condorcet est un axiome incontestable. Je vais contester l'incontestabilité du gagnant de Condorcet par des exemples théoriques et pratiques, et ce même avec deux candidats.

Avec deux candidats, la méthode de Condorcet revient à un second tour présidentiel en France où le gagnant est celui qui a reçu le plus de suffrages.

Avec deux candidats, Condorcet (et le scrutin majoritaire) empêche les électeurs de s'exprimer. En effet, en 2017, 5 millions de suffrages exprimés manquent entre le premier et le second tour (Emmanuel Macron vs Marine Le Pen). Des millions d'électeurs ont préféré s'abstenir, voter blanc ou nul plutôt que leur voix soit comptabilisée comme une adhésion. Les électeurs veulent que leur voix soit comptabilisée correctement, ils veulent s'exprimer plus finement. Avec le JM, au second tour de 2017, ils auraient pu le faire en votant Passable ou Insuffisant pour l'un et à Rejeter pour l'autre. Suite à la présidentielle de 2017, il est possible d'imaginer des situations réalistes où le gagnant de Condorcet entre deux candidats X et Y (i.e. le gagnant d'un second tour) change à cause de l'abstention causé par le système. On peut facilement construire des scénarios réalistes avec 55% des électeurs préférant X (E. Macron) à Y (M. Le Pen ou E. Zemmour) et avec 15% de l'électorat préférant X à Y mais jugeant X Passable ou Insuffisant et Y à rejeter. Si ces 15% préfèrent s'abstenir, le gagnant de Condorcet bascule de X à Y.

Avec deux candidats, le gagnant de Condorcet peut se tromper car il admet le paradoxe de domination [2] que nous allons illustrer maintenant.

Considérons ce profil de mérite :

	Excellent	Passable	A rejeter
X	40%	36%	24%
Y	36%	34%	30%

Profil de mérite C

Il semble incontestable que le gagnant doit être X (il a plus d'Excellent, plus de Passable et moins de rejets). Si une méthode faisait élire Y, elle serait très contestable.

Maintenant considérons ce profil d'opinion suivant.

	10%	30%	36%	24%
X	Excellent	Excellent	Passable	A Rejeter
Y	Passable	A Rejeter	Excellent	Passable

Profil d'opinion D

Le profil d'opinion D est compatible avec le profil de mérite C car les deux premières colonnes d'électeurs représentant $10+30=40\%$ donnent Excellent à X comme dans C. On peut vérifier la même chose pour toutes les cases dans D.

Avec Condorcet, le très contestable candidat Y gagne contre X car $60\%=36+24$ préfèrent Y à X (ce qui correspond aux deux dernières colonnes de D). C'est seulement un exemple, mais il est important car il démontre qu'on ne peut pas considérer la compatibilité avec Condorcet comme un axiome car un axiome ne peut en aucun cas être mis en cause, même par un exemple. Il est important à noter que, quand la société est polarisée entre deux candidats X et Y, Condorcet évite le paradoxe de domination, et dans ce cas elle coïncide avec le JM, qui est l'unique règle qui satisfait (P1 à P4) et coïncide avec Condorcet sur les profils polarisés [2].

Il est important de noter que, quand la société est polarisée entre deux candidats X et Y, la méthode de Condorcet évite le paradoxe de domination et dans ce cas elle coïncide avec le JM. Aussi, le JM -avec une échelle d'évaluation riche- est l'unique règle qui satisfait (P1 à P4) et coïncide avec Condorcet sur les profils polarisés [2].

En plus du paradoxe du domination, avec trois candidats ou plus, le gagnant de Condorcet peut ne pas exister (le fameux Paradoxe de Condorcet) : Imaginez que 30% d'électeurs préfèrent A à B à C, 30% B à C à A et 40% C à A à B. Alors, A gagnerait dans un second tour présidentiel au scrutin majoritaire contre B avec une majorité de 70% des suffrages, B gagnerait contre C avec 60% des voix et C gagnerait contre A à 70% des voix. Aucun candidat ne bat tous les autres en face-à-face.

Enfin, dans la plupart des exemples pratiques où il existe un gagnant de Condorcet, ce gagnant n'est pas le préféré de la majorité car cette majorité change et dépend de contre qui on le

compare. Donc, l'idée selon laquelle le candidat Condorcet est le candidat préféré d'une majorité est tout simplement fausse car ce candidat n'existe presque jamais. Par contre, le candidat le mieux évalué par une majorité existe toujours et c'est celui-ci que le JM va élire.

En résumé, la méthode de Condorcet peut donner le mauvais résultat avec deux candidats à cause du paradoxe de domination et par ce qu'elle empêche les électeurs de s'exprimer et cause de l'abstention. Avec trois candidats, il est possible qu'il n'existe aucun candidat Condorcet et qu'il faille de toute façon compléter par une autre règle (comme les méthodes de Dasgupta-Maskin, Kemeny, Schulz ou Condorcet randomisée).

Pourquoi pas une méthode par classement type Borda / vote alternative ?

Ces méthodes classiques demandent aux électeurs (dans le bulletin de vote) de classer les candidats (le premier choix, le second choix, etc). Il existe une infinité mais les plus connues et discutées sont Borda, le vote alternatif, et des complétures de Condorcet tels que les méthodes de Dasgupta-Maskin, Kemeny, Schulz ou Condorcet randomisée.

Avec deux candidats, ces méthodes coïncident avec un second tour en France et souffrent donc du paradoxe de domination et des autres problèmes identifiées ci-dessus : 5 millions d'électeurs empêchés de s'exprimer ont préféré voter Blanc en 2017 au lieu de voter Emmanuel Macron.

Avec trois candidats ou plus, l'électeur est forcé de classer alors qu'il serait éventuellement indifférent à tout ou partie des candidats, et son premier choix, même si c'est assez bien, passable ou insuffisant, va être comptabilisé comme une adhésion. Ensuite, c'est beaucoup plus compliqué de classer 10 candidats que de juger dans une échelle commune. Enfin, le paradoxe d'Arrow ne peut être évité par aucune de ces méthodes : elles sont toutes sensibles au jeu de candidature comme l'a démontré Kenneth Arrow [9].

Pourquoi pas le vote par approbation/assentiment ?

Le vote par approbation/assentiment demande aux électeurs de choisir, au lieu d'un seul, autant de candidats qu'ils le souhaitent. Avec trois candidats, il est mieux que le scrutin majoritaire mais avec deux candidats il est équivalent à un second tour en France : un électeur Mélenchoniste de 2017 n'aurait pu nuancer son vote entre Macron et Le Pen et n'aurait d'autres choix que de s'abstenir, sans oublier le paradoxe de domination expliqué ci-dessus.

La méthode a d'autres défauts analysés dans [1] chapitre 18 et [5] essentiellement dû au fait qu'elle limite l'expression des électeurs à un choix binaire (pour/contre, oui/non). Tout d'abord, le vote par approbation (qu'on peut interpréter comme un JM mais avec seulement deux mentions) est plus manipulable qu'un JM avec plus de mentions. Par exemple, si Approuver veut dire Passable ou plus, dans le profil de mérite sincère B ci-dessus, X gagne (car unanimement approuvé) contre Y qui est seulement approuvé par 95%. Mais si 5% des électeurs qui préfèrent Y à X votent stratégiquement et désapprouvent X, alors Y gagne. Dans [2], il est démontré que dans une société polarisée, pour éviter la manipulation, il faut avoir un ensemble riche de mentions, suffisamment riche pour pouvoir exprimer les indifférences.

Aussi, plusieurs expériences [5] montrent qu'utiliser seulement deux nuances pour s'exprimer ne marche pas bien en pratique : en général les candidats ne sont pas suffisamment distingués et plusieurs ont des scores assez proches. Enfin, là où toutes les méthodes importantes donnent

le même gagnant et classement (Borda, Condorcet, Vote à Moyenne, JM), le vote par approbation peut donner un gagnant et un classement très différent de ces méthodes.

En conclusion

Avec le JM, un candidat avec 51% d'excellent et 49% de rejet pourrait gagner, mais cela n'est pas assuré, car il existera peut-être un autre candidat qui aura 51% d'excellents et moins de rejet qui va se présenter contre lui. Avec le JM, les candidats ont donc intérêt, avant tout, à sécuriser une (vraie) majorité de plus de 51% d'adhérents (d'excellent et de très bien), puis en un second temps essayer de convaincre les non adhérents à les évaluer mieux qu'à rejeter (passable, assez bien)... donc les candidats doivent parler à au moins 50% voir à 100% des électeurs --et pas seulement à 20% comme le scrutin classique, pour être qualifié au second tour--.

Remerciement

Je souhaite remercier pour leurs lectures critiques: Chloé Ridet, Eric Dieulangard, David Chavalarias, Paloma Moritz, Alexis Maxence, Kevin Carriere, Pierre-Louis Guhur, Thomas Boyer-Kassem et Rémy Poulain ainsi que tous les membres bénévoles de Mieux Vote

Références

- [1] Balinski M. and R. Laraki (2011) [«Majority Judgment: Measuring Ranking and Electing»](#). MIT Press. Endorsements.
- [2] Balinski M. and R. Laraki (2020). [Majority Judgment vs Majority Rule](#). Social Choice and Welfare, special issue in the memory of Kenneth Arrow, 54, pages 429–461, Springer
- [3] Adrien Fabre, [« Tie-breaking the Highest Median: Alternatives to the Majority Judgment »](#). Social Choice and Welfare, 2020.
- [4] Andrew Jennings 2007-2010. ["Monotonicity and Manipulability of Ordinal and Cardinal Social Choice Functions"](#). Arizona State University. Mathematics Department. PhD thesis.
- [5] Balinski M. and R. Laraki (2020). [Majority Judgment vs Approval Voting](#). Operations Research, special issue in the memory of Kenneth Arrow.
- [6] Laslier J.F. (2019). [L'étrange Jugement Majoritaire](#). Revue Economique, vol 70, 569-588.
- [7] Balinski M. (2019). [Réponse à des critiques du Jugement Majoritaire](#). Revue Economique, vol 70, 589-610.
- [8] Balinski M., R. Laraki (2013). [Jugement Majoritaire vs Vote Majoritaire \(via les Présidentielles de 2011-2012\)](#). Revue Française d'Economie. N°4, volume XXVII, 11-44.
- [9] K. Arrow [1951]. (Second édition 1963). Social Choice and Individual Values. New Haven CT : Yale University Press.