

CAHIER DU LAMSADE

Laboratoire d'Analyse et Modélisation de Systèmes pour l'Aide à la Décision
(Université de Paris-Dauphine)

Equipe de Recherche Associée au C.N.R.S. N° 656

QUELQUES REMARQUES SUR LE CONCEPT D'INDEPENDANCE DANS L'AIDE A LA DECISION MULTICRITERE (*)

CAHIER N° 51
novembre 1983

B. ROY

(*) Article soumis pour publication dans la revue "Foundations of Control Engineering".

SOMMAIRE

	<u>Pages</u>
ABSTRACT	I
RESUME	II
1 - INTRODUCTION	1
2 - DEMARCHE DESCRIPTIVE OU DEMARCHE CONSTRUCTIVE ?	3
3 - DEPENDANCES DUES A DES LIAISONS STRUCTURELLES OU STATISTIQUES ENTRE COMPOSANTES DE DIVERS CRITERES	6
4 - DEPENDANCES DUES A UN SYSTEME DE VALEURS LIANT LES PREFERENCES RELATIVES A L'AXE DE SIGNIFICATION DE CERTAINS CRITERES A DES ASPECTS DES CONSEQUENCES QUI LEUR SONT EXTERIEURS (INTERDISANT AINSI CERTAINS MODES DE RAISONNEMENT "TOUTES CHOSES EGALES PAR AILLEURS")	8
REFERENCES	13

SOME REMARKS ABOUT INDEPENDENCE BETWEEN CRITERIA
IN MULTICRITERIA DECISION AID

ABSTRACT

Multicriteria decision aid involves a family of $n > 1$ criteria. Both theoreticians and practitioners wish them to be independent. What does this mean? What are the reasons for this? When this wish is legitimate, is it easy to fulfil? In this paper, we intend to provide some contributions to answer such questions. We show in particular that these answers crucially depend on whether the family F have been designed within a descriptive or a constructive approach. The meaning of these terms is explicited in section 2, the last two sections are devoted to what seem to us the two main kinds of dependencies.

QUELQUES REMARQUES SUR LE CONCEPT D'INDEPENDANCE
DANS L'AIDE A LA DECISION MULTICRITERE

RESUME

L'aide à la décision multicritère met en jeu une famille F de n ($n > 1$) critères. Théoriciens et praticiens les souhaitent indépendants. Que faut-il entendre par là ? Quelles raisons motivent ce souhait ? Lorsqu'il est légitime, peut-on aisément le satisfaire ? On se propose, dans cet article, d'apporter quelques éléments de réponse à ces questions. On montre notamment que ceux-ci diffèrent fréquemment selon que l'élaboration de la famille F procède d'une démarche descriptive ou, au contraire, d'une démarche constructive. Le sens de ces termes est précisé en section 2 ; les deux sections qui suivent traitent de ce qui nous paraît être les deux principales catégories de dépendances.

1 - INTRODUCTION

Dans cet article, on se situe dans le cadre d'une étude d'aide à la décision. On désigne sous le terme général d'action les alternatives, programmes, plans, projets, variantes, solutions, ... qui sont en question dans l'étude. On note A l'ensemble des actions potentielles, c'est-à-dire des actions réelles ou fictives prises en considération dans le cadre de la phase d'étude considérée. Enfin, on appelle conséquence d'une action a tous effets ou attributs à partir desquels un acteur du processus de décision conçoit, justifie ou transforme ses préférences (*).

L'aide à la décision peut ici se fonder aussi bien sur :

- le choix d'une meilleure action au sein de A ;
- le tri des actions de A en catégories ayant une spécification bien définie ;
- le rangement des actions de A selon un préordre complet ou partiel.

On suppose que, dans cette perspective d'un choix, d'un tri, d'un rangement, on ait conçu une famille $F = \{g_i / i = 1, \dots, n\}$ de n critères intégrant la totalité des conséquences à prendre en compte pour comparer les actions de A . Par critère, on entend ici une fonction à valeurs réelles définie sur l'ensemble A . Chacune des fonctions de F saisit un aspect bien particulier des conséquences (financières, économiques, sociales, fiabilité, sécurité, ...). Ceux des effets ou attributs, qui doivent ainsi être appréciés (de façon qualitative, quantitative, probabiliste, ...) pour que soit défini le nombre $g_i(a)$, constituent le soutien du critère g_i . Chaque critère permet (toutes choses égales par ailleurs) de comparer deux actions selon un axe de signification qui lui est propre et qui caractérise les aspects des conséquences qui entrent dans son soutien (**).

(*) Pour plus de précisions, cf. [4].

(**) Pour plus de précisions, cf. [5].

Face à une famille F , le décideur, l'homme d'étude, de même que tout observateur critique, a tendance à éprouver une gêne, à émettre des réserves dès lors qu'il perçoit des "dépendances" entre critères. L'idéal ne consiste-t-il pas à concevoir la famille F de telle sorte qu'elle réunisse n critères "indépendants" ? Cette question appelle des éléments de réponse sur deux plans :

1°) quel sens donne-t-on à cette notion de dépendance : il est bien clair que les définitions sont multiples et qu'il est légitime de s'intéresser à diverses formes de dépendance ;

2°) une forme d'indépendance étant choisie, y a-t-il des raisons objectives de souhaiter une telle indépendance des n critères de F et, si oui, peut-on prétendre qu'il soit toujours possible d'y parvenir ?

Avant de discuter de ces questions, faisons observer que les phénomènes de dépendance entre critères ne nous intéressent ici que dans la mesure où ils sont susceptibles d'influencer le modèle des préférences sur lequel doit prendre appui l'aide à la décision. Or, l'élaboration de ce modèle relève couramment de deux démarches bien distinctes, voire antinomiques. Nous montrons, en sections III et IV, qu'elles conditionnent fortement les réponses aux deux questions précédentes.

2 - DEMARCHE DESCRIPTIVE OU DEMARCHE CONSTRUCTIVE ?

Une première démarche, que nous qualifions de descriptive, consiste à élaborer la modélisation des préférences en raisonnant dans le cadre des hypothèses suivantes :

1) Il existe un "décideur" dans l'esprit duquel un système de valeurs, joint à des principes logiques (caractéristiques d'une certaine forme de rationalité) pré-détermine sans ambiguïté la manière dont deux actions potentielles quelconques a et a' se comparent : ceci implique que, antérieurement à l'étude, pré-existe "quelque part" un système relationnel de préférence (s.r.p.)^(*) sur A ; ce s.r.p., et même ce sur quoi il se fonde, ne sont pas pour autant explicites pour le décideur, dans l'esprit duquel ces préférences ne pré-existent qu'à l'état latent.

2) Il s'agit d'appréhender (si possible sans les influencer) certains éléments de ce s.r.p. de façon à donner de ce dernier une description, si non toujours complète, du moins aussi exacte que possible pour ce qui est de la part qui est explicitée : dans le cas où elle opère, cette description doit permettre de "prédire" comment deux actions quelconques se comparent aux yeux du décideur sur la base soit d'une évaluation des conséquences qualitatives, quantitatives, probabilistes, ..., soit du résumé que les n critères donnent de telles informations.

En fait, on souhaite généralement que ce s.r.p., qu'il s'agit de décrire, ne contienne aucune incomparabilité et qu'il dote A d'une structure de préordre complet. Une telle structure peut, dans tous les cas qui nous intéressent, être représentée par une unique fonction définie sur A que l'on appelle, selon les cas, fonction de valeur, fonction d'utilité, ... Dans cette démarche descriptive, on suppose qu'il est possible de parvenir à établir une telle fonction ; si l'on parvient à l'expliciter, alors il sera aisé de répondre à la plupart des questions que se pose le décideur, pourvu que celui-ci reconnaisse la pertinence de la fonction finalement obtenue.

(*) Par là, il faut entendre par exemple, comme dans la théorie de l'utilité, un système formé de deux relations I : indifférence, P : préférence stricte définissant une structure de préordre complet sur l'ensemble A ; rien n'interdit de considérer ici des s.r.p. plus complexes : présence d'intransitivité (structure de quasi-ordre), d'autres relations (préférence faible, surclassement, ...).

Une seconde démarche, que nous qualifions de constructive, consiste à élaborer la modélisation des préférences en privilégiant les points de vue ci-après :

- 1) Deux acteurs, concernés par la décision ayant à comparer deux actions potentielles a et a' , peuvent émettre à leur sujet des jugements de préférence différents, voire conflictuels.
- 2) Soit parce que son opinion n'est pas faite, soit parce qu'il reconnaît la pertinence de certains arguments, un acteur (qu'il participe ou non à la prise de décision) peut être amené à modifier ses préférences.
- 3) Il existe des axes de signification concrets à partir desquels chaque acteur concerné par la prise de décision élabore, transforme, justifie ses préférences.
- 4) Il s'agit de tirer parti des axes de signification familiers aux différents acteurs, pour concevoir une famille cohérente de critères permettant de construire un ou plusieurs systèmes relationnels de préférence susceptibles d'être acceptés comme base de raisonnement pour guider le processus de décision et élaborer les éléments de réponse aux questions que se pose le décideur.

Il est important de noter que ce (ou ces) s.r.p., qu'il s'agit de construire, peut contenir des incomparabilités, non pas seulement parce qu'elles sont le reflet de l'embarras de tel ou tel acteur ou des conflits entre différents acteurs, mais aussi parce qu'elles sont la meilleure façon pour l'homme d'étude de prendre position quant à la manière de comparer deux actions face à la mauvaise connaissance qui peut être la sienne (tant en ce qui concerne les conséquences de ces actions que le système de valeurs qu'il convient de privilégier). Il importe également de ne pas perdre de vue que, dans une telle démarche, cela n'a aucun sens de prétendre qu'une construction est plus exacte qu'une autre, qu'elle est erronée ou biaisée. Toutes ces notions impliquent en effet l'existence d'une réalité pré-existante à laquelle on puisse comparer le modèle construit. Or, ici, la seule réalité à laquelle on se réfère est regardée comme mouvante et contradictoire. C'est avant tout le caractère opérationnel du modèle qui permet d'en juger la qualité.

Le lecteur qui souhaiterait approfondir la nature de ces deux démarches peut se reporter à [6] et [1]. Nous allons montrer maintenant que les réponses apportées aux deux questions posées en introduction ne sont pas les mêmes dans une démarche descriptive et dans une démarche constructive. Pour cela, nous distinguons deux grands types de dépendances selon que leur origine fait ou non jouer un rôle prépondérant au système de valeur sur lequel se fondent les préférences.

3 - DEPENDANCES DUES A DES LIAISONS STRUCTURELLES OU STATISTIQUES ENTRE COMPOSANTES DE DIVERS CRITERES

Les composantes dont il est ici question sont celles qui entrent dans le support des critères par le biais des indicateurs (éventuellement probabilistes) servant à modéliser les effets ou attributs caractérisant les conséquences prises en compte. Plutôt que de discuter dans l'abstrait ce type de dépendances, étudions-le dans le cadre d'un exemple simple.

Intéressons-nous ici à un tronçon d'autoroute devant relier deux pôles qui, dans le cadre d'un projet décidé, soulève des problèmes quant à son tracé exact. Il doit en effet contourner une importante agglomération et traverser de ce fait une zone assez fortement peuplée, ainsi qu'un massif forestier que l'on souhaite préserver au maximum. L'ensemble A est constitué de diverses variantes qu'il s'agit de comparer, sur la base d'une famille de critères comportant, entre autres, les deux critères suivants :

- $g_1(a)$ = différence algébrique de coût d'investissement entre le tracé a et un tracé de référence a_0 ;
- $g_2(a)$ = gain de temps que procure, à l'utilisateur moyen, le tracé a par rapport au tracé de référence a_0 .

Ces deux critères font intervenir une composante commune : la longueur du tracé. Il est toutefois possible que, sur l'ensemble A étudié, les valeurs $g_1(a)$ et $g_2(a)$ soient, de ce fait, fort bien corrélées. Cela sous-entend, bien évidemment, que des facteurs, tels que la présence d'ouvrages d'art, la nature des sols, l'importance des expropriations, ... ne créent pas trop d'hétérogénéité entre les différents tracés. Si tel est le cas, les deux critères g_1 et g_2 peuvent être regardés comme "non indépendants" en raison de cette liaison structurelle.

Imaginons que, sur l'ensemble A considéré, la liaison soit quasi-fonctionnelle. Dans une démarche descriptive, rien ne s'oppose alors à ce que l'un des deux critères soit retiré de F ou encore à ce que g_1 et g_2 soient remplacés par un unique critère tel que :

$g_3(a)$ = différence algébrique entre longueur du tracé a et longueur du tracé de référence a_0 .

Il en va tout autrement dans une démarche constructive. La présence de g_1 et g_2 dans F tient au fait que le coût et le gain de temps sont des axes de signification familiers, pertinents pour raisonner les préférences. On ne peut probablement pas en dire autant de g_3 . De plus, le coût traite d'un aspect des conséquences qui concernent prioritairement ceux qui ont à financer le projet, alors que le gain de temps est directement ressenti par d'autres acteurs : les usagers. C'est dire que les conséquences appréhendées par ces critères affectent des "bourses différentes". Le fait qu'ils soient plus ou moins bien corrélés sur un ensemble A particulier constitue un phénomène étranger à la modélisation des préférences. Dans une démarche constructive, ces deux critères doivent donc être conservés (*).

D'une façon générale, il importe de ne pas perdre de vue le caractère contingent de la liaison qui peut être plus ou moins marqué selon la définition que l'on adopte pour l'ensemble A . Il est très souvent possible d'imaginer des actions réalistes (tracé direct avec tunnel, tranchée couverte, très court, gagnant beaucoup de temps, au prix d'un investissement très coûteux) qui, si elles étaient dans A , affaibliraient, voire annuleraient, la dépendance entre les critères.

Lorsqu'une liaison de ce type existe de façon bien marquée entre un groupe de critères (non nécessairement réduit à deux) et qu'il n'est pas facile de la remettre en cause par adjonction d'actions réalistes à l'ensemble A , c'est le signe, dans une démarche descriptive, d'un mauvais choix de la famille de critères. Celle-ci risque en effet de mal se prêter à la description que l'on vise.

En revanche, dans une démarche constructive, ce type de liaisons ne constitue pas une faiblesse de la famille F , surtout lorsque les critères liés intéressent prioritairement des acteurs distincts.

(*) Pour plus de détails sur cet exemple, voir de MONTGOLFIER, BERTIER [3].

4 - DEPENDANCES DUES A UN SYSTEME DE VALEURS LIANT LES PREFERENCES RELATIVES A L'AXE DE SIGNIFICATION DE CERTAINS CRITERES A DES ASPECTS DES CONSEQUENCES QUI LEUR SONT EXTERIEURS (INTERDISANT AINSI CERTAINS MODES DE RAISONNEMENT "TOUTES CHOSES EGALES PAR AILLEURS")

Comme nous l'avons indiqué en section I, pour définir une fonction-critère g_i , il est nécessaire de faire référence à l'existence d'un axe de signification sur lequel deux actions potentielles quelconques a, a' peuvent être comparées relativement aux seuls aspects des conséquences pris en compte par g_i . Or, ceci implique que l'on puisse donner un sens à cette comparaison en faisant abstraction de tous aspects des conséquences non modélisés dans le support de g_i et définir des relations de préférence restreintes à l'axe de signification de g_i . Mais ces dernières coïncident alors nécessairement avec celles découlant de la comparaison globale (faisant intervenir la totalité des conséquences) de deux actions lorsqu'elles sont *e -aequo* au regard de tous ceux des aspects des conséquences non modélisé dans le support de g_i . Le résultat de la comparaison de deux actions a, a' dont les conséquences ne se différencient que par ceux des aspects pris en compte dans le support de g_i , ne doit donc pas être influencé par les performances (identiques pour a et a') obtenues selon les autres critères de la famille. Il y a là un mode de raisonnement "toutes choses égales par ailleurs" qui traduit une propriété d'indépendance - nous disons d'isolabilité - de chaque axe de signification vis-à-vis de l'ensemble des $n - 1$ autres de la famille.

Il importe de bien comprendre ce que signifie concrètement cette forme d'indépendance afin de pouvoir en tenir compte au moment du choix des axes de signification d'une famille F . L'exemple suivant devrait aider le lecteur à y parvenir.

Dans une petite ville (1 500 à 1 700 personnes actives), le chômage est préoccupant puisque 11 à 12 % de cette population est sans emploi. La municipalité est prête à consentir, bien que son budget soit modique, une aide financière pour favoriser la création de nouveaux emplois. Le maire est ainsi amené à comparer différents projets allant dans ce sens. Pour lui, les seules conséquences à prendre en compte concernent :

- le nombre d'emplois créés ;
- le coût pour la municipalité.

(Se restreindre à celles-là, c'est déjà accepter une forme de raisonnement toutes choses égales par ailleurs). Admettons que des événements, que ni lui ni quiconque dans la ville ne maîtrisent, ne permettent pas toujours d'appréhender avec certitude le nombre d'emplois créés par un projet a . L'appréciation, en termes probabilistes, de ces événements permet néanmoins de saisir cet aspect des conséquences au travers d'une distribution de probabilité. Supposons enfin que l'attitude du maire face au risque (sur cette dimension "nombre d'emplois créés") ait pu être modélisée grâce à une fonction d'utilité U de von NEUMANN-MORGENSTERN (cf.[2]).

Dans le cadre de l'étude, on peut envisager de prendre appui sur deux axes de signification conduisant aux deux critères suivants :

- $g_1(a)$: nombre d'emplois créés par le projet a défini en termes d'équivalents certains (*) sur la base de la fonction d'utilité U ;
- $g_2(a)$: coût du projet a pour la municipalité défini sur une échelle discrète à partir d'avis d'experts parvenus à un consensus.

Pour que de tels critères puissent jouer leur rôle dans l'aide à la décision, il est indispensable que le maire accepte de comparer deux projets quelconques a et a' conformément aux hypothèses suivantes :

- $g_1(a) = g_1(a') \Rightarrow a$ et a' se comparent de la même façon sur la base de leurs seuls coûts quelle que soit la valeur commune prise par g_1 ;
- $g_2(a) = g_2(a') \Rightarrow a$ et a' se comparent de la même façon sur la base des seuls nombres d'emplois qu'ils créent quelle que soit la valeur commune prise par g_2 .

Arrêtons-nous sur la seconde de ces deux hypothèses. Le maire pourrait, par exemple, avancer l'argument suivant pour la refuser : "si a

(*) Pour plus de précisions, voir [5], § 9.2.2.1 c2).

me garantit une création de 50 emplois alors qu'avec a' , je puisse en avoir soit 110, soit 10, avec une chance sur deux, il est possible que je préfère a' si le coût commun de ces deux projets est suffisamment faible alors que, pour un coût élevé, je suis certain de préférer a à a' , ne voulant pas prendre le risque de ne pas rentabiliser le projet choisi".

Face à un tel argument, il est possible de fonder une démarche descriptive à partir des seuls axes de signification des critères g_1 et g_2 . Dès l'instant où il s'agit de décrire un s.r.p. pré-existant, vouloir fixer a priori les critères pose souvent problème du fait même de la forme d'indépendance dont il est question ici. La démarche descriptive doit alors prendre directement appui sur les attributs et leurs caractérisations probabilistes. La forme de dépendance qui découle de l'argument ci-dessus est couramment appelée dépendance au sens des utilités (cf. [2]).

Ce même argument avancé par le maire a une incidence différente dans le cadre d'une démarche constructive. Il peut en effet être perçu comme la marque d'un critère omis ayant trait à l'axe de signification "risque de ne pas rentabiliser le projet". Soit g_3 un critère associé à cet axe. Dans la famille $\{g_1, g_2, g_3\}$, chaque critère devient alors isolable, c'est-à-dire qu'il correspond à un axe de signification qui, vis-à-vis de l'ensemble des autres, autorise le raisonnement toutes choses égales par ailleurs. Ainsi, l'existence de dépendances au sens des utilités, autrement dit de critères non isolables, dans une famille F revêt une signification et appelle des réponses fort différentes selon la démarche choisie.

Considérons maintenant une famille F formée de n critères, chacun d'eux étant isolable par rapport aux $n - 1$ autres. Soit J un sous-ensemble de F formé d'au moins deux critères. On dit que J est préférentiellement indépendant dans F (cf. [2]) si, quelles que soient les deux actions potentielles a, a' considérées (cf. tableau 1), on a :

$g_i(a) = g_i(a') \quad \forall i \in F/J \Rightarrow a \text{ et } a' \text{ se comparent de la même façon, sur la base des seuls critères de } J, \text{ quelles que soient les valeurs communes prises par les critères hors de } J.$

Tableau 1 : $J = \{g_1, g_3\}$ est préférentiellement indépendant dans $F = \{g_1, g_2, g_3\}$ si le résultat de la comparaison entre a et a' est invariant lorsque y parcourt l'échelle du critère g_2

Actions \ Critères			
	g_1	g_2	g_3
a	x	y	z
a'	x'	y	z'

Il est clair que, dans bien des cas, l'homme d'étude considérera ce type d'indépendance comme vérifié, soit par le s.r.p. pré-existant qu'il cherche à décrire dans une démarche descriptive, soit pour construire le ou les s.r.p. susceptibles d'être acceptés comme base de raisonnement dans une démarche constructive. Il est également des cas pour lesquels ce nouveau mode de raisonnement toutes choses égales par ailleurs (portant cette fois non plus sur un mais sur au moins deux critères) ne peut être accepté. Le lecteur en a un exemple simple en considérant à nouveau le cas du maire qui argumente, comme il l'a été dit ci-dessus : les projets a et a' considérés peuvent être caractérisés (avec les notations du tableau 1) par :

$x = 50$, $z = 0$ (risque nul), $x' = 55$ (*), $z' = 1$ (risque significatif).

L'argument avancé consiste précisément à dire qu'il n'y a pas invariance dans la comparaison de a et a' lorsque l'on passe d'un coût y faible à un coût élevé. $J = \{g_1, g_3\}$ n'est donc pas préférentiellement indépendant - on dit encore indépendant au sens des préférences dans F .

Faisons observer que cette non-indépendance au sens des préférences tient essentiellement au fait que les deux axes de signification en question ne peuvent être contractés pour donner naissance à un seul, ce qui

(*) Le lecteur peut considérer ce chiffre soit comme un nombre d'emplois certains, soit comme étant équivalent, via une fonction d'utilité, à l'évaluation aléatoire considérée plus haut.

permettrait de substituer dans F un unique critère au sous-ensemble J . On peut montrer que, réciproquement (cf. [7]), si J est préférentiellement indépendant dans F , ce sous-ensemble est contractable dans F ; toutefois, l'axe de signification du critère ainsi formé peut être artificiel et impropre à une démarche constructive.

Sans traiter en profondeur de cette nouvelle forme d'indépendance, il nous paraît important d'attirer l'attention sur les points suivants :

- La présence d'un (a fortiori plusieurs) sous-ensembles de critères non préférentiellement indépendants dans F complique sérieusement le travail de modélisation, que la démarche soit descriptive ou constructive ; heureusement, les répercussions des non indépendances préférentielles sont, en général, du second ordre et l'homme d'étude est souvent fondé à les négliger.

- Dans une démarche descriptive, des tests (cf. [2]) ont été proposés, destinés à vérifier l'absence de telles dépendances : si, d'un point de vue théorique, ils sont infaillibles, on ne peut en dire de même en pratique car, si grande que soit l'honnêteté intellectuelle de l'interviewer, il ne peut éviter d'influencer, dans un sens ou dans l'autre, la personne qu'il soumet aux tests, notamment en raison de la complexité des questions qui appellent un minimum d'explications ; ces tests sont en outre encore plus illusoire du fait du caractère très artificiel et extrême des situations qu'ils mettent en jeu.

- Dans une démarche constructive, des dépendances au sens des préférences peuvent être provoquées, comme on l'a montré ci-dessus, par la nécessité de ne faire intervenir que des critères isolables.

- La présence de dépendances au sens des préférences induit facilement des fautes de raisonnement : ces dernières peuvent avoir des conséquences graves dans les cas où l'étude cherche à exploiter directement (dans le cadre de discussions non formalisées) le tableau résumant les performances des actions sur les critères de F .

REFERENCES

- [1] D. Bouyssou : Approches descriptives et constructives d'aide à la décision : Fondements et comparaison, Thèse de 3e cycle, Université de Paris-Dauphine, 1984.
- [2] R.L. Keeney, H. Raiffa : Decisions with multiple objectives : Preferences and value tradeoffs, John Wiley and Sons, New York, 1976.
- [3] J. de Montgolfier, P. Bertier : Approche multicritère des problèmes de décision, Editions Hommes et Techniques, Paris, 1977.
- [4] B. Roy : Comparaison des actions et évaluations de leurs conséquences (2e partie d'un livre en préparation : "L'aide à la décision - Critères multiples et optimisation pour choisir, trier, ranger", Document du LAMSADE n° 15, Université de Paris-Dauphine, juin 1981.
- [5] B. Roy : Comparaison des actions et élaboration de critères (2e partie d'un livre en préparation : "L'aide à la décision - Critères multiples et optimisation pour choisir, trier, ranger"), Document du LAMSADE n° 19, Université de Paris-Dauphine, novembre 1982.
- [6] B. Roy, D. Bouyssou : Comparaison, sur un cas précis, de deux modèles concurrents d'aide à la décision, Document du LAMSADE n° 22, Université de Paris-Dauphine, janvier 1983 ; version réduite à paraître dans "Monnaie et calcul économique", Essais en l'honneur de Maurice Allais, Ouvrage collectif sous la direction de M. Boiteux, T. de Montbrial et B. Munier, Editions Economica, Paris, 1984.
- [7] H.M. Ting : Aggregation of attributes for multiattributed utility assessment, Technical Report No. 66, M.I.T. Operations Research Center, August 1971.