

CAHIER DU LAMSADE

Laboratoire d'Analyse et Modélisation de Systèmes pour l'Aide à la Décision
(Université de Paris-Dauphine)
Unité Associée au CNRS n° 825

PROBLEMES DE CONSTRUCTION DE CRITERES (*)

CAHIER N° 91

avril 1989

D. BOUYSSOU

(*) Ce texte est un résumé de la conférence donnée à la "Third International Summer School on MCDM", Estoril, Portugal, 16-30 juillet 1988.

SOMMAIRE

	<u>Pages</u>
ABSTRACT	i
RESUME	i
I - INTRODUCTION	1
II - QU'EST-CE QU'UN CRITERE ?	1
a) Définition et remarques	1
b) Que doit-on rechercher lorsque l'on construit un critère ?	3
c) Critères, conséquences et axes de signification	4
d) Pouvoir discriminant d'un critère	5
III - UN EXEMPLE : CONSTRUCTION D'UN CRITERE "NIVEAU DE BRUIT" POUR COMPARER DES SITES EN VUE DE L'IMPLANTATION D'UN AEROPORT	7
IV - QUELQUES TECHNIQUES DE CONSTRUCTION DE CRITERES	10
V - CONCLUSION	17
REFERENCES	19

Construction of criteria

Abstract

In this paper, we show the importance in decision-aid studies of building criteria leading to convincing comparisons between alternatives. To illustrate the difficulty of this construction we use as an example the construction of a criterion "impact on riparians" in a siting study for a new airport. Some classical techniques for building criteria are then presented. We conclude by some remarks on the problem of the choice of a family of criteria.

Keywords : Construction of criteria, Decision-aid, Multiple criteria.

Construction de critères

Résumé

Après avoir rappelé ce qu'est un critère, on insiste sur l'importance, en pratique, de la phase de construction de critères dans une étude d'aide à la décision. On utilise pour cela un exemple concernant la localisation d'un nouvel aéroport. On présente ensuite quelques techniques simples permettant de construire des critères : codage de l'échelle d'une conséquence, ponctualisation, éclatement d'une conséquence, sous-agrégation de plusieurs conséquences. On présente, en conclusion, quelques remarques concernant le choix d'une famille de critères.

Mots-clés : Construction de critères, Aide à la décision, Multicritère.

I- Introduction.

Selon Roy (1985), aider à la décision, c'est apporter des éléments de réponse à des questions que se pose un ou plusieurs intervenants dans un processus de décision en utilisant un modèle clairement explicité. Pour ce faire, il est fréquent d'avoir à comparer un certain nombre d'"actions" (cf. Vincke (1989)). Dans une approche multicritère, on cherche à raisonner les comparaisons entre actions en se fondant sur l'évaluation de ces actions selon plusieurs critères. Dans une approche unicritère, on cherche à bâtir un critère prenant en compte tous les aspects du problème jugés pertinents. Que l'on adopte l'une ou l'autre de ces approches, la probance du travail d'aide à la décision est hautement dépendante de la façon dont le ou les critères ont été construits. Le but de ce cahier est de présenter un certain nombre de difficultés fréquemment rencontrées lorsque l'on cherche à bâtir un critère et quelques techniques pour y faire face.

La notion de critère sera définie et commentée en section II. En section III, on montrera, sur un exemple, l'importance et la difficulté de la phase construction de critères. On présentera à la section IV quelques techniques classiques de construction de critères. En section V, on conclura par quelques remarques sur le choix d'une famille de critères.

II- Qu'est-ce qu'un critère ?

a) Définition et remarques

Dans ce qui suit, on appellera critère un "outil" permettant de comparer des actions selon un certain "axe de signification", ce dernier étant la traduction opérationnelle d'un "point de vue" au sens usuel du terme (cf. Roy (1985)).

Plus précisément, on dira qu'un critère est une fonction g allant de l'ensemble A des actions dans $\mathbb{R}$ telle que l'on admette fondé de comparer deux actions a et b selon un axe de signification donné en se basant sur les nombres $g(a)$ et $g(b)$.

Dans une approche unicritère, on cherche à bâtir un unique critère autour d'un point de vue prenant en compte l'ensemble des aspects du problème. Les comparaisons entre actions qui découlent de ce critère unique s'interprètent alors comme des comparaisons en termes de préférence globale.

Dans une approche multicritère, on cherche à bâtir plusieurs critères autour d'axes de signification dont on estime qu'ils représentent les différents axes autour desquels les acteurs du processus de décision justifient, transforment et argumentent leurs préférences. Les comparaisons qui découlent de chacun de ces critères s'interprètent comme des comparaisons en termes de préférence partielle, c'est-à-dire des comparaisons restreintes aux seuls aspects pris en compte dans l'axe de signification sous-tendant la définition du critère. Parler de préférence partielle implique la possibilité d'effectuer des comparaisons "toutes choses égales par ailleurs" sur les aspects non pris en compte dans l'axe de signification selon lequel s'effectuent les comparaisons. Cette hypothèse, souvent introduite de façon volontariste lorsque l'on adopte une approche multicritère, ne nous semble pas de nature à restreindre le champ d'application de cette approche pour le traitement de problèmes réels (cf. Roy et Bouyssou (1988, chap. 2)).

Il ressort de notre définition qu'un critère est un *modèle* permettant d'établir des relations de préférences entre actions. La *construction* de ce modèle a une importance cruciale. De même qu'en statistique, la mise en oeuvre de méthodes sophistiquées de traitement des données ne saurait compenser les faiblesses de la phase de collecte et de mise en forme des données, en matière d'aide à la décision, rien ne sert de mettre en oeuvre des techniques d'agrégation multicritère sophistiquées si la façon dont ont été construits les critères se révèle peu probante. Cette comparaison avec la statistique peut être poussée plus avant. S'il existe un certain nombre de techniques standards de traitement de différents types de données statistiques, il n'en va pas ainsi pour ce qui concerne la phase de recueil et de mise en forme de ces données. Le choix des variables statistiques, la définition de la population, la rédaction d'un questionnaire, le codage des données... sont autant d'options cruciales qui relèvent plus de l'art et de l'expérience du statisticien que de la "Science". Selon nous, il en va de même pour ce qui concerne la phase de construction des critères. Nous tenterons donc, dans la suite de ce cahier, de mettre davantage en garde contre cer-

taines erreurs et de présenter certaines techniques ayant fait leurs preuves que de fournir une méthodologie permettant de bâtir des critères dans tous les cas de figure.

b) Que doit-on rechercher lorsque l'on construit un critère ?

Lors de la construction d'un critère, l'homme d'étude doit chercher avant tout à faire en sorte que les acteurs du processus de décision reconnaissent le bien-fondé des comparaisons qui découlent de ce modèle. Ceci implique un certain nombre de conséquences importantes.

i- Les axes de signification autour desquels sont construits les critères doivent être compris et admis par tous les intervenants du processus de décision, même si ceux-ci divergent sur l'importance relative qu'ils souhaitent voir jouer à chacun d'entre eux. Ces axes de signification devront être suffisamment familiers à ces différents acteurs pour que ceux-ci acceptent de raisonner et de discuter sur cette base. Pouvoir associer à un axe de signification un critère s'exprimant dans une unité physique claire présente de nombreux avantages à cet égard.

ii- Le procédé permettant de définir l'évaluation de chaque action sur le critère doit être compris et admis par tous les acteurs du processus de décision. La recherche d'un procédé simple et transparent doit donc être une préoccupation importante de l'homme d'étude. De plus, il convient d'éviter, autant que possible, d'inclure dans la définition des critères des éléments fortement liés à un système de valeur particulier, éléments qui pourraient inciter certains acteurs à mettre en doute la probance des comparaisons effectuées sur la base du critère ainsi construit.

iii- Le choix d'un critère doit se faire en prenant en compte la qualité des "données" qui seront utilisées pour parvenir à évaluer les diverses actions sur le critère. Lorsque celles-ci sont entachées d'imprécision, d'incertitude et/ou d'indétermination, la façon de construire le critère ne doit pas conduire à faire "dire" à ces données plus que ce qu'elles contiennent.

c) Critères, conséquences et axes de signification.

Avant de parler de critères, il est naturel de chercher à modéliser les conséquences des diverses actions. Il est généralement difficile de raisonner la comparaison des actions directement sur la base d'un modèle plus ou moins détaillé de leurs conséquences. En effet, ces conséquences sont souvent nombreuses, plus ou moins bien cernées et/ou définies. De plus, l'évaluation des actions sur ces conséquences comporte généralement une part importante d'imprécis, d'incertain et de mal déterminé (cf. Roy (1988) et Bouyssou (1988)). Le critère apparaît alors comme un outil permettant de synthétiser un ensemble d'évaluations complexes sur un ensemble de conséquences se rattachant à un même axe de signification. Ainsi, on pourra chercher à bâtir, dans un problème de localisation industrielle, un critère "dommages causés à l'environnement" en regroupant diverses conséquences comme l'"impact sur la faune", l'"impact sur la flore", etc.

Construire un critère suppose que l'on a cerné un axe de signification lié à un point de vue selon lequel on souhaite effectuer des comparaisons. Déterminer ces axes est un problème important dans une approche multicritère. Pour cela, diverses façons de faire ont été proposées. Roy (1985) préconise de définir les axes de signification à partir d'une analyse de l'ensemble des conséquences des actions en considérant diverses classes de conséquences, cette analyse tenant compte de la "culture" des divers acteurs concernés. Keeney et Raiffa (1976), Keeney (1988), Saaty (1985), Belton (1989) préconisent, pour leur part, de raisonner de manière "hiérarchique" en décomposant de manière progressive un point de vue unique ("rentabilité sociale", "bien-être", etc.) en "sous-points de vue", eux-mêmes décomposés à leur tour et ainsi de suite. Notons que, dans le cadre de cette dernière approche, il est courant de parler de critères, de sous-critères, etc. selon le niveau de la hiérarchie auquel on se situe. Pour notre part, nous réserverons l'appellation "critère" aux fonctions se rattachant aux axes de signification définis aux niveaux supérieurs de la hiérarchie. Mentionnons enfin que ces deux façons de faire ne sont pas exclusives.

Un autre problème important dans une approche multicritère concerne le choix d'une famille de critères. Nous reviendrons longuement sur ce point en conclusion. Mentionnons cependant dès à présent que, pour des raisons tenant à la fois à des problèmes cognitifs (cf. Miller

(1957)) et à la nécessité de modéliser des informations inter-critères si l'on souhaite mettre en oeuvre des procédures formalisées d'agrégation multicritères, il nous semble qu'au-delà d'une douzaine de critères (de niveau supérieur si les critères ont été construits de manière hiérarchique) il est difficile que la famille de critères puisse jouer pleinement son rôle.

d) Pouvoir discriminant d'un critère.

Jusqu'à présent, nous n'avons pas précisé la nature des comparaisons entre actions potentielles que permet la construction d'un critère. Le modèle le plus classique revient à supposer que¹ pour tout $a, b \in A$:

$$\begin{aligned} a P_g b &\Leftrightarrow g(a) > g(b) \text{ et} \\ a I_g b &\Leftrightarrow g(a) = g(b), \end{aligned}$$

où P_g (resp. I_g) est une relation binaire au contenu sémantique "est strictement préféré (resp. indifférent) à relativement aux seules conséquences prises en compte dans la définition de g ". On parle alors de "vrai-critère". Dans ce type de modèle, toute différence, aussi faible soit-elle, est révélatrice d'une situation de préférence stricte. Or, comme on le verra, les évaluations $g(a)$ et $g(b)$ sont souvent obtenues d'une façon qui n'est pas exempte d'arbitraire à partir de "données" entachées d'incertitude et d'imprécision. Lorsque tel est le cas, le modèle du vrai-critère peut conduire à des situations préférentielles peu probantes. De fait, il est souvent raisonnable d'admettre que de "petits" écarts $g(a) - g(b)$ traduisent également une indifférence entre a et b . Un tel mode de comparaison revient à considérer que :

$$\begin{aligned} a P_g b &\Leftrightarrow g(a) - g(b) > q \\ a I_g b &\Leftrightarrow |g(a) - g(b)| \leq q, \end{aligned}$$

où q est un seuil dit d'indifférence représentant le plus grand écart $g(a) - g(b)$ compatible avec une situation d'indifférence entre a et b . On parle alors de "quasi-critère". Dans ce modèle, tout écart légèrement supérieur à q est révélateur d'une situation de préférence stricte, ce qui peut paraître discutable dans certaines situations (cf. Bouyssou et Roy (1987)). Pour éviter un tel passage brusque de l'indifférence à la préférence stricte, il est commode d'introduire une zone d'hésitation

¹ Le sens de l'inégalité étant purement conventionnel et non restrictif.

entre l'indifférence et la préférence stricte, notée Q_g , appelée généralement "préférence faible". On obtient alors le modèle du "pseudo-critère" caractérisé par deux seuils¹, un seuil de préférence p et un seuil d'indifférence q :

$$a P_g b \Leftrightarrow g(a) - g(b) > p,$$

$$a Q_g b \Leftrightarrow q < g(a) - g(b) \leq p,$$

$$a I_g b \Leftrightarrow |g(a) - g(b)| \leq q.$$

Donner une valeur à ces deux seuils n'est généralement pas une tâche aisée (cf. Bouyssou et Roy (1987)). Notons néanmoins que, dans bien des situations, toute valeur raisonnable non nulle pour p et q conduit à un modèle de préférence qui semble plus probant que celui qui aurait été obtenu en posant : $p = q = 0$ comme c'est le cas avec le modèle du vrai-critère. Malgré cela, ce modèle reste utilisé de façon dominante². Le fait que son arbitraire puisse être "tempéré" par des analyses de sensibilité ne doit cependant pas faire oublier qu'une famille de critères ne peut jouer pleinement son rôle que si les comparaisons entre actions potentielles qui en découlent ne soulèvent pas de contestations importantes. On voit alors tout l'intérêt que peut présenter, dans certaines situations, le modèle du pseudo-critère, la faible probance des comparaisons effectuées à l'aide du modèle du vrai-critère pouvant amener certains acteurs à rejeter en bloc la famille de critères. Remarquons de plus que l'utilisation de critères munis de seuils a une importance cruciale si l'on souhaite utiliser par la suite une méthode d'agrégation de ces critères fondée sur une logique "non compensatoire"³ comme c'est le cas avec les méthodes de type ELECTRE (Roy (1989), Vanderpooten (1989)), TACTIC (Vansnick (1987)) ou ORESTE (Roubens et Pastjin (1989)).

¹ Rien n'empêche de considérer que ces seuils peuvent varier le long de l'échelle du critère. Lorsque c'est le cas, on attachera, par convention, le seuil à l'action la moins préférée. On a alors :

$$a P_g b \Leftrightarrow g(a) - g(b) > p(g(b)),$$

$$a Q_g b \Leftrightarrow q(g(b)) < g(a) - g(b) \leq p(g(b)),$$

$$a I_g b \Leftrightarrow g(a) - g(b) \leq q(g(b)) \text{ et } g(b) - g(a) \leq q(g(a)).$$

² Il faudrait, sans doute, en rechercher les raisons dans la "culture" traditionnelle de la Recherche Opérationnelle et du Calcul Economique.

³ Sur cette notion, nous renvoyons à Bouyssou et Vansnick (1986).

III- Un exemple : construction d'un critère "niveau de bruit" pour comparer des sites en vue de l'implantation d'un aéroport.

Supposons que l'on cherche à bâtir un critère visant à prendre en compte l'impact, en termes de bruit, de la construction d'un aéroport sur les populations riveraines dans une étude dont l'objectif est de prescrire un ou plusieurs sites possibles pour l'implantation d'un nouvel aéroport.

L'objectif présidant à la construction du critère "impact sur la population" est d'associer un chiffre à chaque site étudié de telle sorte que ce chiffre puisse, au moins, permettre de déterminer si, du point de vue de l'impact sur les populations riveraines, tel site peut, ou non, être considéré préférable à tel autre. On supposera que, bien que cette étude se déroule dans un contexte relativement conflictuel où interviennent de nombreux acteurs (pouvoirs publics, autorités locales, compagnies aériennes, associations de défense, opinion publique), il y a un consensus entre ces acteurs pour voir cet aspect du problème jouer un rôle dans le choix d'un site.

La construction de ce critère intervient à un stade d'avancement du processus de décision où une étude technique préalable a retenu, pour une évaluation plus détaillée, une dizaine de sites possibles. En 1988, moment de l'étude, on prévoit que la décision définitive du choix d'un site interviendra d'ici un à deux ans, la construction devant débuter dans cinq ans pour une mise en service d'ici une dizaine d'années.

Pour construire un tel critère, on peut penser que l'homme d'étude cherchera tout d'abord à estimer le nombre d'habitants qui seraient, à l'heure actuelle, affectés par la construction d'un aéroport sur les différents sites. Selon le temps disponible, il pourra soit compter sur des cartes, à une échelle appropriée, le nombre de maisons autour du site et multiplier ce nombre par un nombre moyen d'habitants résidant dans la région dans différents type d'habitats, soit effectuer des études sur place. Il est clair que, quel que soit le procédé de comptage retenu, l'estimation sera affectée d'une grande marge d'imprécision. Cette imprécision due au comptage est cependant d'une importance limitée au regard de multiples sources d'indétermination affectant la construction du critère. En particulier, tout mode de calcul amène à prendre position (explicitement ou implicitement) sur les problèmes suivants.

i- Où placer la frontière entre "près" et "loin" du site ? Dans dix ans, les avions seront-ils plus ou moins bruyants que ceux circulant à l'heure actuelle ? Le problème du "bruit" aura-t-il acquis plus d'importance qu'aujourd'hui de telle sorte que des riverains "lointains" pourraient, dans dix ans, s'estimer concernés par ce problème ?

ii- La gêne causée aux riverains par le bruit dépend fortement de la position de ceux-ci par rapport aux couloirs aériens et à l'orientation des pistes du nouvel aéroport. Or, de telles informations ne sont probablement pas encore disponibles à ce stade de l'étude. Retiendra-t-on alors une moyenne en prenant en compte les hypothèses qui, aujourd'hui, apparaissent les plus plausibles ou fera-t-on le pari de négliger ce phénomène pour le moment ?

iii- Comment définir ce qu'est un riverain de l'aéroport ? En particulier, dans le comptage des riverains de 1988, doit-on donner un poids particulier (en plus ou en moins ?) aux résidences secondaires ? Fera-t-on l'hypothèse que les écoles, les hôpitaux etc. présents actuellement aux abords des sites seront déplacés ou, au contraire, doit-on les intégrer avec un poids plus fort dans le comptage ?

iv- Est-il possible de faire l'hypothèse que, sur tous les sites, l'évolution du nombre de riverains durant la période séparant l'étude de la mise en service de l'aéroport sera identique ? Faut-il, au contraire, prendre en compte le fait qu'un site localisé loin de l'agglomération desservie verra sa population croître moins vite qu'un site plus près du centre ? Si oui, faut-il envisager plusieurs scénarii pour l'évolution de la population autour de chacun des sites ? Faut-il intégrer aux calculs les effets prévisibles (déménagements des riverains actuels, installations des employés de l'aéroport et de nouvelles entreprises, dynamisation de la région) de l'annonce de la construction ? Faut-il prendre en compte le fait que la création d'un aéroport entraînera, sur certains sites, la mise en service de nouveaux moyens de transports terrestres nécessaires à sa desserte qui sont, eux aussi, créateurs de nuisance sonores ?

v- Comment intégrer, dans la mesure de l'impact, la plus ou moins grande proximité des riverains à la source de nuisance ? La technique classique consistant à définir des "zones de bruits" et à affecter à chaque "habi-

tant" d'une zone donnée un poids fonction de la distance¹ entre la zone et la source de bruit fournit-elle une solution acceptable ?

Bâtir le critère consiste alors à intégrer ces chiffres et ces hypothèses dans un procédé permettant de calculer une valeur pour chaque site. Selon les options retenues, on pourra aboutir à des critères du type :

$$g(s) = \sum_{i=1}^n w_i h_i(s) \text{ ou}$$

$$g(s) = \sum_{i=1}^n w_i h_i(s) (1 + \alpha_i)^d \text{ ou encore}$$

$$g(s) = \sum_{k=1}^{m^s} \left[\sum_{i=1}^n w_i h_i(s) (1 + \alpha_i(k))^d \right] P(E_k)$$

où l'on a retenu n zones de bruits autour de chaque site, w_i étant le poids affecté aux habitants de la zone i , $h_i(s)$ étant le nombre d'habitants (éventuellement corrigé pour prendre en compte les habitants "privilégiés") de cette zone en 1988 pour le site s , α_i étant le taux de croissance annuel prévu de la population dans la zone i jusqu'à la mise en service de l'aéroport (pour les d années à venir), $\alpha_i(k)$ étant le taux annuel de croissance retenu pour la population de la zone i du site s dans le scénario E_k de probabilité $P(E_k)$, m^s scénarii étant retenus pour le site s . Notons que ces modes de calcul peuvent se compliquer si l'on envisage, par exemple, divers scénarii concernant l'orientation des pistes ou différentes dates possibles de mise en service.

Même si nous avons volontairement "compliqué" à loisir cet exemple et si bon nombre de problèmes soulevés ne seraient probablement pas abordés en pratique, faute de temps ou parce que les divers sites ne se différencient pas sur ces aspects, on mesure l'ampleur des problèmes que peut soulever, dans certains cas, la construction d'un critère.

Construire un critère demande un travail important au cours duquel de nombreuses options cruciales sont prises. De plus, il est souvent impossible d'éviter d'introduire, dans la définition d'un critère, une part non négligeable d'arbitraire. Dans notre exemple, cet arbitraire concerne un certain nombre de problèmes précis dont la solution ne semble pas, a priori, dépendante d'un système de valeur particulier. On

¹ généralement inversement proportionnel à cette distance ou à son carré.

peut donc espérer, en dépit de l'arbitraire, parvenir à un consensus autour d'une définition précise du critère. C'est là, selon nous, un des avantages qu'il y a à adopter une approche multicritère. Vouloir au contraire bâtir, dès le début de l'étude, un critère unique ne permet pas, en général d'atteindre un tel consensus, des éléments fortement dépendants d'un système de valeur particulier étant inextricablement mêlés, dans une formulation souvent complexe, à une foule d'autres options.

Dans notre exemple, la construction d'un critère oblige l'homme d'étude à gérer des données entachées d'imprécision, d'incertitude et, surtout, d'indétermination. Quelle que soit la forme finalement retenue pour le critère "impact sur la population", il faut reconnaître que celui-ci ne fournira qu'un "ordre de grandeur" de ce que l'on cherche à cerner (sans qu'il soit d'ailleurs possible de donner un contenu précis à ce que l'on souhaiterait "idéalement" mesurer). Il est important de ne pas perdre de vue cet aspect dans la suite de l'étude, ce qui explique l'intérêt de modèles tels que celui du pseudo-critère. Dans notre exemple, quelle que soit la forme du critère retenu, considérer qu'un site s est significativement meilleur que s' sur le plan de l'impact sur la population dès lors que la différence $g(s) - g(s')$ est positive, c'est s'exposer au risque de voir certains acteurs mettre en doute la probance de ce modèle. Sans entrer dans le détail des raisonnements qui pourraient permettre de donner une valeur aux seuils p et q dans ce cas précis, il semble clair que toute valeur non invraisemblable non nulle (par exemple, $p(g(s)) = 0,2g(s)$ et $q(g(s)) = 0,1g(s)$) apparaît plus "raisonnable" que de poser $p = q = 0$.

IV- Quelques techniques de construction de critères.

Comme nous l'avons déjà signalé, cette section n'est et ne saurait être un catalogue de techniques standards où l'on viendrait chercher une "solution" à un problème de construction de critères. Plus modestement, nous avons tenté de distinguer quelques cas simples de construction de critères permettant de faire ressortir un certain nombre de points fondamentaux. Pour plus de détails sur ces diverses techniques, le lecteur pourra se reporter à Roy (1985, chap. 9) ainsi qu'à Bouyssou et Roy (1987).

a) cas où l'on cherche à bâtir un critère se fondant sur une conséquence unique.

Considérons un critère g ne visant à prendre en compte qu'une unique conséquence, par exemple le coût d'un matériel lors du dépouillement d'un appel d'offre (cf. Renard (1987)).

Supposons tout d'abord que, dans l'évaluation des actions potentielles sur cette conséquence unique, on décide de considérer les éventuels éléments d'imprécision et/ou d'incertitude comme négligeables. Dans un tel cas, il est naturel de chercher à bâtir un critère, considéré comme un vrai-critère, en posant pour toute action $a \in A$:

$$g(a) = c(a),$$

$c(a)$ étant l'évaluation de l'action a sur la conséquence c .

Cette façon de faire présente l'avantage de la simplicité et débouche sur un critère qui s'exprime généralement dans une unité physique claire. Rien ne garantit cependant que, si l'on considère quatre actions $a, b, c, d \in A$ telles que :

$$g(a) - g(b) = g(c) - g(d),$$

on puisse en "déduire" que l'"écart" existant entre a et b est du même ordre que celui existant entre c et d (par exemple, passer d'un échelon "mauvais" à un échelon "moyen" n'est pas forcément équivalent à passer d'un échelon "bon" à un échelon "excellent").

Il est facile de montrer que toute transformation monotone strictement croissante de g est également un critère. On pourra donc être amené, en particulier si l'on souhaite mettre ultérieurement en oeuvre des méthodes de type utilité additive (cf. Vansnick (1989)), à rechercher, parmi l'ensemble des transformations monotones strictement croissantes de g , une transformation χ pour laquelle il semblera fondé de comparer les écarts de préférence comme $\chi(g(a)) - \chi(g(b))$ et $\chi(g(c)) - \chi(g(d))$.

Une autre situation classique est celle où l'évaluation des actions potentielles sur l'unique conséquence fait intervenir une évaluation la plus probable $c(a)$, une évaluation par excès $c^+(a)$ et une évaluation par défaut $c^-(a)$, cas où chaque évaluation est entourée d'une marge d'imprécision qui n'est pas forcément symétrique (que l'on songe à l'imprécision

sion entourant un devis par exemple). Dans cette situation, il semble raisonnable de poser encore une fois :

$$g(a) = c(a).$$

Faute d'informations supplémentaires, on ne peut cependant plus considérer qu'une différence faible entre $g(a)$ et $g(b)$ traduit une préférence stricte. Une façon naturelle de procéder revient à considérer qu'il y a une préférence stricte de a sur b seulement si $c^-(a) > c^+(b)$, cas où les deux intervalles d'imprécision sont disjoints¹. Si l'on fait croître $c(b)$, les deux intervalles vont se chevaucher progressivement. Il est raisonnable² d'admettre que ce chevauchement traduit une indifférence dès lors que l'évaluation la plus probable de chaque action est comprise dans l'intervalle d'imprécision de l'autre action. La situation intermédiaire correspond alors à une zone d'hésitation que l'on peut interpréter comme une préférence faible.

On peut montrer (cf. Roy (1985, chap. 9)) que, dès lors que les écarts $c^-(a) - c(a)$ et $c^+(a) - c(a)$ ne dépendent de l'action a qu'au travers de $c(a)$ (on parle alors de "seuils d'imprécision intrinsèques"), le mode de comparaison que nous venons de présenter peut être modélisé à l'aide d'un pseudo-critère. Il pourra être intéressant pour le lecteur de vérifier que si, pour toute action $a \in A$, on a :

$$c^-(a) = c(a) - (\alpha' + \beta'g(a)) \quad \text{et} \quad c^+(a) = c(a) + (\alpha + \beta(g(a))),$$

alors ce mode de comparaison aboutit à définir un pseudo-critère tel que, pour tout $a \in A$,

$$g(a) = c(a),$$

$$p(g(a)) = [\alpha + \alpha' + (\beta + \beta')g(a)] / (1 - \beta'),$$

$$q(g(a)) = \text{Min} [\alpha + \beta g(a) ; (\alpha' + \beta'g(a)) / (1 - \beta')].$$

Un autre cas fréquemment rencontré en pratique est celui où l'évaluation de chaque action sur la conséquence unique se présente sous forme distributionnelle. En d'autres termes, construire un critère sur la base de cette conséquence revient à comparer des "distributions" sur l'échelle de la conséquence. La nécessité de prendre en compte de telles distributions peut tenir :

¹ Rappelons que le sens de l'inégalité est purement conventionnel.

² Mais on peut envisager d'autres conventions (cf. Siskos et Hubert (1983)).

- au fait que l'évaluation varie dans le temps (problème classique de l'"actualisation"),
- au fait que l'évaluation varie dans l'espace (évaluation sur une conséquence d'un ouvrage linéaire : autoroute (cf. Marchet et Siskos (1979)), ligne électrique à très haute tension (cf. Grassin (1986)), distribution de la population riveraine entre les diverses zones de bruit dans l'exemple de l'aéroport),
- à la présence d'incertitude, l'évaluation d'une action sur une conséquence étant appréciée par référence à une distribution de vraisemblance, de plausibilité ou de probabilité.

Une technique classique pour bâtir un critère consiste alors à résumer la distribution par un nombre unique (on parle alors de technique de "ponctualisation"). Ce nombre est obtenu, en général, en effectuant une moyenne arithmétique pondérée. Pour résumer l'évaluation distributionnelle d'une action a sur une conséquence, c'est-à-dire une évaluation prenant la forme d'une masse $f_a(x)$ associée à chaque échelon x de la conséquence, on pose alors :

$$g(a) = \int u(x) f_a(x) dx. \quad (1)$$

Le problème de l'actualisation est classique et est généralement résolu par ponctualisation. Il revient à considérer une distribution monétaire sur une échelle de temps qui est généralement résumée en utilisant un critère du type "valeur présente"¹ :

$$g(a) = \sum_{k=1}^n h_a(k)/(1+i)^k,$$

où $h_a(k)$ est le flux que génère l'action a à la période k et i un coefficient dit "taux d'actualisation" visant à prendre en compte le fait que l'importance à accorder à un flux doit être modulée en fonction de la période où survient ce flux². En posant $u(x) = 1/(1+i)^x$, on retrouve bien la formulation générale de ponctualisation (1).

¹ ou encore un critère fondé sur le "taux de rendement interne".

² Ce type de critère est souvent justifié pour ce qui concerne des conséquences monétaires par l'existence d'un marché financier où l'on peut prêter et emprunter sans restriction à un taux d'intérêt i . Notons néanmoins qu'une telle opération peut se justifier pour d'autres types de conséquences et indépendamment de l'existence de marchés "financiers" (cf. par exemple, Koopmans (1972)).

Pour ce qui concerne la distribution dans l'espace, on aura remarqué que le procédé utilisé au III pour résumer, par un chiffre unique, une distribution de population entre différentes zones de bruit est un cas particulier de (1) où on a défini la fonction u en accordant un poids à chaque zone en fonction de son éloignement au site. Une technique similaire a été utilisée par Grassin (1986) et Marchet et Siskos (1979).

Lorsque $f_a(x)$ est de nature probabiliste, le critère de ponctualisation défini par (1) correspond au critère de l'"espérance d'utilité". Quand l'échelle de la conséquence est un sous-ensemble de $\mathbb{R}$, poser $u(x) = x$ dans la formule (1) revient à bâtir un critère de type espérance mathématique. On sait néanmoins que fonder des comparaisons en utilisant un tel critère ne permet pas de prendre en compte des éléments, souvent cruciaux, tels l'aversion pour le risque, le risque de ruine, etc. L'introduction d'une fonction u , appelée dans ce cadre fonction d'utilité au sens de von Neumann-Morgenstern, permet de prendre en compte de tels phénomènes. Pour mieux faire comprendre l'intérêt d'introduire une telle fonction, supposons qu'un des acteurs du processus de décision se déclare "adversaire du risque" en ce qui concerne l'argent, c'est-à-dire avoir une préférence très marquée pour la sécurité. Par exemple, il estime qu'un investissement rapportant avec certitude¹ 500 000 est préférable à un investissement susceptible de rapporter, avec des probabilités égales, soit 2 000 000 soit 0 et cela même si l'espérance de profit du deuxième investissement (1 000 000) est bien supérieure à celle du premier. Pour bâtir un critère permettant de prendre en compte un tel comportement, il suffira de choisir la fonction u de telle sorte que :

$$u(500\ 000) > \frac{1}{2}f(0) + \frac{1}{2}f(2\ 000\ 000).$$

Il existe un certain nombre de techniques classiques de questionnement permettant de bâtir la fonction u en liaison avec ce que l'on est en mesure de percevoir des attitudes fondamentales de la personne questionnée vis-à-vis du risque (cf. Keeney et Raiffa (1976, chap 4)). Ce mode de construction de critère présente bien des aspects intéres-

¹ Toutes les données monétaires sont exprimées en ECU (European Currency Unit).

sants¹ et a été souvent employé en pratique (voir par exemple Keeney et Nair (1977)).

On sait qu'il existe une théorie (la théorie de l'utilité espérée) visant à justifier l'utilisation d'un tel critère au travers d'une analyse axiomatique des comportements compatibles avec une formulation de type (1). Notons que l'existence d'une telle théorie ne contraint pas l'homme d'étude à opter pour une formulation de type (1) s'il estime qu'un autre mode de construction de critère conduit à des comparaisons plus probantes². De plus, la richesse de la formulation de l'utilité espérée (1) ne doit pas faire oublier qu'elle est fondée sur la prise en compte de distributions de probabilité qui sont rarement les seules envisageables et sur une fonction u déterminée à l'aide d'un processus de questionnement dont il est légitime de se demander s'il n'a pas eu une influence importante sur la fonction obtenue (cf. McCord et de Neufville (1983)). Il est donc souvent prudent de ne pas considérer que les critères ainsi bâtis sont nécessairement des vrai-critères et de leur adjoindre un ou deux seuils de discrimination.

Soit parce qu'il apparaît difficile de définir la fonction u , soit parce que l'on ne souhaite pas résumer un ensemble d'informations complexes par un nombre unique, on peut renoncer à utiliser un critère de ponctualisation et résumer une évaluation distributionnelle en utilisant plusieurs critères. On parle alors d'"éclatement" de la conséquence. Lorsque la distribution est de nature probabiliste, on peut, par exemple, envisager de recourir à deux critères : un indicateur de tendance centrale (espérance mathématique mais aussi médiane ou mode) et un indicateur complémentaire concernant la dispersion de la distribution (variance ou écart type, semi-variance, intervalle inter-quartile, probabilité de ruine, probabilité de ne pas atteindre un certain niveau, cf. Colson et Zeleny (1980) ou Fishburn (1977)).

¹ Par exemple, on montre facilement qu'il est possible d'interpréter la forme de la fonction u (concavité ou convexité) en termes de goût ou d'aversion pour le risque (cf. Pratt (1964)).

² Ceci est d'autant plus vrai qu'il existe de nombreuses controverses sur la théorie de l'utilité espérée portant à la fois sur sa capacité à rendre compte de comportements couramment observés, sur la nature des processus de questionnement utilisés pour bâtir les fonctions u et sur son caractère normatif (cf. pour un exposé récent de ces controverses Munier (1988)).

Un autre procédé consiste à considérer que la source de l'évaluation distributionnelle tient à l'existence de plusieurs scénarii et à bâtir un critère par scénario, repoussant à une phase ultérieure de l'étude le problème de leur éventuelle agrégation (cf. Teghem et Kunsch (1985)).

b) cas où l'on cherche à bâtir un critère se fondant sur plusieurs conséquences.

Soit du fait de la taille de l'ensemble des conséquences, soit parce que l'on cherche à bâtir un "sous-critère" en utilisant une technique hiérarchique, soit encore parce que les acteurs du processus de décision ont coutume de raisonner en utilisant des concepts incluant plusieurs conséquences, l'homme d'étude est souvent amené à chercher à bâtir un critère "sous-agrégant" plusieurs conséquences. Ce faisant, il importe de garder à l'esprit que le résultat de cette sous-agrégation devra être accepté par tous, être suffisamment transparent pour pouvoir être interprété et discuté facilement. C'est dire qu'une telle sous-agrégation devra concerner un sous-ensemble de conséquences de taille relativement restreinte afin de garder une certaine simplicité au modèle. De plus, ces conséquences devront être "suffisamment proches" les unes des autres pour que leur agrégation ne nécessite pas l'introduction de paramètres prêtant à contestation.

A priori, on peut utiliser, pour bâtir un tel critère, toute méthode multicritère conduisant à l'établissement d'un critère unique de synthèse. Cependant, compte tenu de la proximité des diverses conséquences et de l'exigence de transparence du modèle, on retient généralement pour ce faire des méthodes relativement simples : technique lexicographique, somme pondérée, somme des rangs, etc. ou une combinaison ad-hoc de ces méthodes.

A titre d'exemple, Roy et al (1986), pour bâtir un critère autour d'un axe de signification visant à cerner la gêne encourue par les usagers d'une station de métro, ont choisi de sous agréger les conséquences :

- gêne bioclimatique,
- gêne acoustique,
- gêne due à l'absence de mécanisation des accès,
- gêne due à la durée des correspondances,

- gêne due à la densité de voyageurs dans les trains,

en évaluant chaque station sur échelle à trois échelons pour toutes ces conséquences :

0 : "on ne connaît pas de problème",

1 : "il y a un problème de faible importance",

2 : "il y a un problème grave",

et en retenant, pour définir l'évaluation d'une station sur le critère, la somme des évaluation sur les cinq conséquences, cette somme étant parfois modifiée de façon ad-hoc pour prendre en compte certaines situations particulières.

V- Conclusion

La phase de construction des critères intervient chronologiquement à l'issue de la phase de cadrage du travail d'étude conduisant à définir l'ensemble des actions, la problématique de l'étude et la stratégie d'intervention dans le processus de décision. Ces deux phases cruciales représentent, en pratique, l'essentiel du travail de l'homme d'étude.

A l'issue de la phase de construction de critères, une action a , c'est-à-dire, souvent, un projet complexe et encore mal défini, ne sera prise en compte¹ qu'au travers du vecteur $(g_1(a), g_2(a), \dots, g_n(a))$. S'il est essentiel, comme nous l'avons vu dans les sections précédentes, que chaque composante de ce vecteur constitue un modèle compris et accepté par tous, il est non moins essentiel que ce vecteur, dans son ensemble, constitue une représentation fidèle de l'action a . C'est à ces deux conditions que l'application d'une méthode multicritère peut avoir un sens véritable en matière d'aide à la décision.

Nous avons déjà insisté sur deux qualité fondamentales que doit posséder une famille de critère :

- être "lisible", c'est-à-dire contenir un nombre suffisamment restreint de critères pour qu'il soit possible de raisonner sur cette base et,

¹ Il est en effet rare, une fois les critères construits, que l'on revienne aux "données de départ", c'est-à-dire l'évaluation sur les diverses conséquences.

éventuellement, de modéliser des informations inter-critères nécessaires à la mise en oeuvre d'une méthode d'agrégation,

- être "opérationnelle", c'est-à-dire être acceptée comme base de travail pour la suite de l'étude.

Ces deux exigences sont cependant insuffisantes pour que l'on puisse considérer qu'une famille de critères joue véritablement son rôle. Comme le font remarquer Roy et Bouyssou (1988, chap. 2), une famille de critères doit également satisfaire à un certain nombre d'exigences techniques qui en font ce qu'ils ont appelé une "famille cohérente de critères". On peut résumer ces exigences comme suit :

- exigence d'exhaustivité : aucun critère ne doit être "oublié". Cette exigence impose en particulier que si pour tout $i = 1, 2, \dots, n$, $g_i(a) = g_i(b)$, a et b doivent être considérées comme indifférentes par tous les acteurs du processus de décision,
- exigence de cohésion : les préférences modélisées sur chacun des critères doivent être cohérentes avec les préférences globales exprimées sur les actions. Cette exigence impose en particulier que, si a est jugée globalement meilleure que b , il en ira de même pour une action c dont les performances sont au moins aussi bonnes que celles de a sur tous les critères.
- exigence de non-redondance : pour des raisons d'économie évidente, cette exigence impose de ne pas retenir de critères superflus, c'est-à-dire dont la suppression ne remettrait en cause aucune des deux exigences précédentes.

Bien souvent, l'obtention d'une famille de critères lisible, opérationnelle et cohérente amène l'homme d'étude à revoir la définition de certains des critères, à en introduire de nouveaux, à effectuer des regroupements, etc. Le choix d'une famille de critères rétro-agit fréquemment sur la façon de bâtir chacun d'entre eux.

Mentionnons enfin que la notion de famille cohérente est loin d'épuiser l'ensemble des "bonnes propriétés" que l'on souhaiterait souvent voir posséder par la famille de critères (cf. Roy et Bouyssou (1988, chap 2)). Par exemple, il est naturel de chercher à travailler avec une famille de critères où il est légitime de raisonner "toutes choses égales par ailleurs" sur toute sous-famille de critères (et non plus seulement sur chaque axe de signification) et où il n'existe pas de

dépendances fonctionnelles trop importantes entre critères. Sans entrer dans le détail de ces problèmes, mentionnons qu'il n'est cependant pas toujours possible de bâtir une famille de critères satisfaisant à ces deux exigences sans remettre en cause le caractère lisible et opérationnel de la famille. Lorsque tel est le cas, la tâche de l'analyste est singulièrement compliquée dans la phase d'agrégation (soit parce qu'il ne peut plus alors recourir à des méthodes d'agrégation fondées sur une addition, ce qui est le cas de la plupart des méthodes, soit parce que l'agrégation ultérieure risque d'être critiquée par certains acteurs faisant valoir un "double compte" de certains facteurs).

REFERENCES

- Allais M. (1953), Le comportement de l'homme rationnel devant le risque, critique des postulats et axiomes de l'école américaine. *Econometrica*, Vol. 21, pp. 503-46.
- Belton, V. (1989), *Proceedings of the third international summer school on MCDA*, C. Bana e Costa (Ed.), Forthcoming.
- Bouyssou D. (1984), Expected utility theory and decision-aid : a critical survey. In O. Hagen and F. Wenstøp (Eds.), *Progress in utility and risk theory*. Dordrecht : Reidel, Pp 181-216.
- Bouyssou D. (1988), *Modelling uncertainty, imprecision and inaccute determination using multiple criteria*. Cahier du LAMSADE n° 88, Université de Paris-Dauphine.
- Bouyssou D., B. Roy, (1987), La notion de seuils de discrimination en analyse multicritère. *INFOR*, Vol.25, pp. 302-313.
- Bouyssou D., J.C. Vansnick, (1986), Noncompensatory and generalized noncompensatory preference structures. *Theory and Decision*, Vol. 21, pp. 251-266.
- Colson G., M. Zeleny, (1980), Multicriterion concept of risk under incomplete information. *Computers and Operations Research*, Vol.7, pp. 125-143.
- Fishburn, P.C. (1970), *Utility theory for decision making*. New-York : Wiley.
- Fishburn, P.C. (1977), Mean-Risk analysis with risk associated with below-target returns. *American Economic Review*, Vol. 67, pp. 116-126.
- Grassin N. (1986), Constructing criteria "population" for the comparison of different options of high voltage line routes. *EJOR*, Vol. 26, pp. 42-47.
- Keeney, R.L. (1988), Structuring objectives for problems of public interest, *Operations Research*, Vol. 36, pp. 396-405.
- Keeney R.L., K. Nair (1977), Selecting nuclear power plant sites on the Pacific Northwest using decision analysis, in Bell D.E, Keeney R.L. et Raiffa H. (Eds.), *Conflicting objectives in decision*, New-York : Wiley.
- Keeney R.L., H. Raiffa (1976), *Decisions with multiple objectives - Preferences and value tradeoffs*, New-york : Wiley.
- Koopmans, T.C. (1972), Representation of preference orderings over time. In C.B. McGuire and R. Radner (Eds.) *Decision and Organization*, Amsterdam : North Holland.
- Marchet, J.C., Siskos, J. (1979), Aide à la décision en matière d'environnement : application au choix de tracé autoroutier. *Sistemi Urbani*, Vol. 2, pp. 65-95.
- McCord, M., R. de Neufville (1983), Fundamental deficiency of expected utility analysis. In French, S., Hartley, R., Thomas, L.C., and White, D.J. (Eds) *Multiobjective decision-making*. London : Academic Press, Pp 279-305.
- Miller G.A. (1956), The magical number seven plus or minus two - Some limits on our capacity for processing information. *The Psychological Review*, Vol. 63, pp. 81-97.

- Munier B. (1988), *Risk, Decision and Rationality*, Dordrecht : Reidel.
- von Neumann, J., O. Morgenstern (1947), *Theory of games and economic behaviour*, 2nd edition, Princeton : Princeton University Press.
- Pratt, J.W. (1964), Risk aversion in the small and in the large. *Econometrica*, Vol. 32, pp.122-136.
- Roubens, M., H. Pastjin (1989), *Proceedings of the third international summer school on MCDA*, C. Bana e Costa (Ed.), Forthcoming.
- Roy, B. (1985), *Méthodologie multicritère d'aide à la décision*. Paris : Economica.
- Roy, B. (1988), Main sources of inaccurate determination, uncertainty and imprecision in decision models. In B. R. Munier, M. F. Shakun (Eds.), *Compromise, negotiation and group decision*, Dordrecht : Reidel. Pp. 43-62.
- Roy, B. (1989), *Proceedings of the third international summer school on MCDA*, C. Bana e Costa (Ed.), Forthcoming.
- Roy, B., D. Bouyssou (1986), Comparison of two decision-aid models applied to a nuclear power plant siting example, *EJOR*, Vol. 25, pp. 200-215.
- Roy, B., D. Bouyssou (1988), *Aide Multicritère à la Décision : Méthodes et Cas*, ouvrage en préparation, Chapitre 2 "Famille cohérente de critères, dépendances et conflits entre critères", Document du LAMSADE n° 37, Chapitre 3 "Conflits entre critères et procédures élémentaires d'agrégation multicritère", Document du LAMSADE n° 41, Chapitre 4 "Procédures d'agrégation conduisant à un critère unique de synthèse", Document du LAMSADE n° 49, Université de Paris-Dauphine.
- Roy, B., M. Présent, D. Silhol (1986), A programming method for determining which Paris metro stations should be renovated, *EJOR*, Vol. 24, pp. 318-334.
- Saaty, T.L. (1980), *The analytic hierarchy process*, New-York : McGraw-Hill.
- Siskos, J., Ph. Hubert (1983), Multicriteria analysis of the impact of energy alternatives : a survey and a new comparative approach, *EJOR*, Vol. 13, pp. 278-299.
- Teghem, J. Jr., P. Kunsch (1985), Multi-objective decision making under uncertainty : an example for power system. In Y. Haimès, V. Chankong (Eds.), *Decision Making with multiple objectives*, Berlin : Springer Verlag. Pp. 443-456.
- Vanderpooten, D. (1989), *Proceedings of the third international summer school on MCDA*, C. Bana e Costa (Ed.), Forthcoming.
- Vansnick, J.C. (1986), On the problem of weights in multiple criteria decision-making (the noncompensatory approach), *EJOR*, Vol. 24, pp. 288-94.
- Vansnick, J.C. (1989), *Proceedings of the third international summer school on MCDA*, C. Bana e Costa (Ed.), Forthcoming.
- Vincke, Ph. (1989), *Proceedings of the third international summer school on MCDA*, C. Bana e Costa (Ed.), Forthcoming.
- Zeleny M. (1982), *Multiple criteria decision making*, New-York : McGraw-Hill.