

Travaux Dirigés n° 2 : Régression linéaire simple – partie I

Objectifs : revoir le modèle de régression linéaire simple vu en cours. Savoir calculer et interpréter une droite de régression estimée par moindres carrés ordinaires.

1 Partie 1 : questions de cours

1.1 Exercice 1

Rappeler l'équation de l'estimateur de la pente $\hat{\beta}_2$ et montrer que :

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\text{cov}(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\text{var}(\mathbf{x})}$$

1.2 Exercice 2

Montrer que :

$$\hat{\beta}_2 = \beta_2 + \frac{\sum (x_i - \bar{x}) \varepsilon_i}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

2 Partie 2 : pratique de la régression

2.1 Exercice 1

L'étude statistique ci-dessous porte sur les poids respectifs des pères et de leur fil aîné.

Père	65	63	67	64	68	62	70	66	68	67	69	71
Fils	68	66	68	65	69	66	68	65	71	67	68	70

Voici les résultats numériques que nous avons obtenus :

$$\sum_{i=1}^{12} p_i = 800, \quad \sum_{i=1}^{12} p_i^2 = 53418, \quad \sum_{i=1}^{12} p_i f_i = 54107, \quad \sum_{i=1}^{12} f_i = 811, \quad \sum_{i=1}^{12} f_i^2 = 54849$$

1. Calculez la droite des moindres carrés du poids des fils en fonction du poids des pères.
2. Calculez la droite des moindres carrés du poids des pères en fonction du poids des fils.
3. Montrer que le produit des pentes des deux droites est égal au carré du coefficient de corrélation empirique entre les p_i et les f_i .

2.2 Exercice 2

Douze personnes sont inscrites à une formation. Au début de la formation, ces stagiaires subissent une épreuve A notée sur 20. A la fin de la formation, elles subissent une épreuve B de niveau identique. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

Epreuve A	3	4	6	7	9	10	9	11	12	13	15	4
Epreuve B	8	9	10	13	15	14	13	16	13	19	6	19

1. Représenter le nuage de points. Déterminer la droite de régression. Calculer le coefficient de corrélation empirique. Commenter.
2. Deux stagiaires semblent se distinguer des autres. Les supprimer et déterminer la droite de régression sur les dix points restants. Calculer le coefficient de corrélation empirique. Commenter.