

Une introduction à l'aide à la décision

Denis Bouyssou
CNRS

bouyssou@lamsade.dauphine.fr



DB - StEtienne - 1

off the mark by Mark Parisi
www.offthemark.com



DB - StEtienne - 2

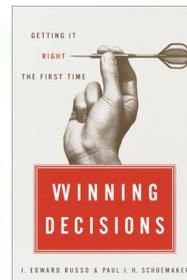
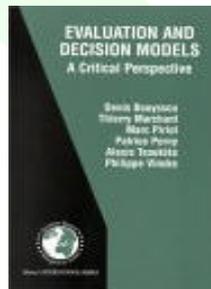
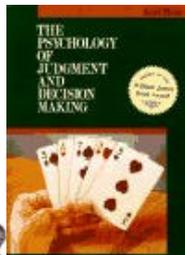
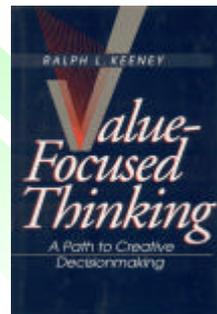
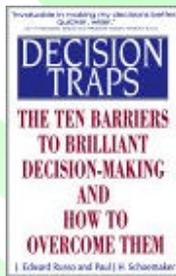
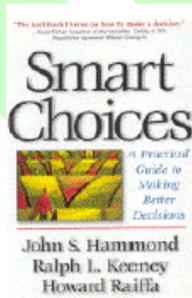
Objectifs

- **Décision et Aide à la décision**
- **Processus de décision et aide à la décision**
- **Typologie des approches**

Aide à la décision ¹ Ensemble de méthodes de calcul



DB – StEtienne - 3



DB – StEtienne - 4

Plan

- Approche classique de la décision
- Vers une autre approche
- Que peut-on attendre de l'aide à la décision
- Quels ont les principaux modèles ?

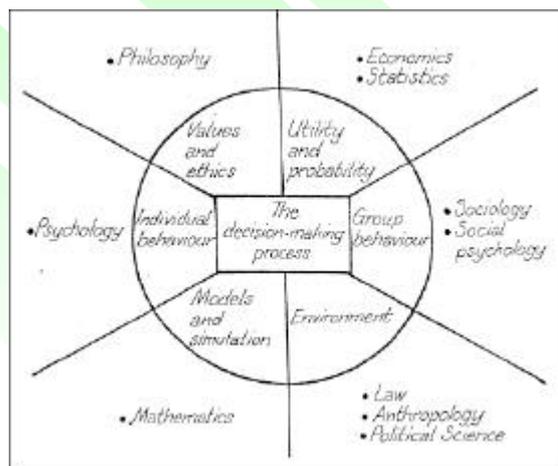


DB – StEtienne - 5



Décision ?

- Philosophie
- Économie
- Psychologie
- Sociologie
- Sciences Politiques
- Informatique
- Recherche Opérationnelle



⇒ Importance de se situer par rapport à une littérature vaste

DB – StEtienne - 6



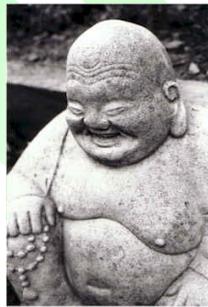
Décision ?

- **Vision « classique » (Catastrophe, Bifurcation)**
 - ⇒ « individu libre exerçant librement un choix entre diverses possibilités d'actions à un moment donné »
 - ⇒ Philosophie, Économie
- **Concept « culturellement marqué »**
- **Concept « philosophiquement » délicat**
- **Expérience des Sociologues des Organisations**
 - ⇒ À quoi un dirigeant passe t-il son temps ?
 - ⇒ H. Mintzberg « légendes et réalités »
- **Vision classique peu adaptée pour faire de l'aide à la décision dans un contexte organisationnel**



DB – StEtienne - 7

Difficulties with the classical view



DB – StEtienne - 8

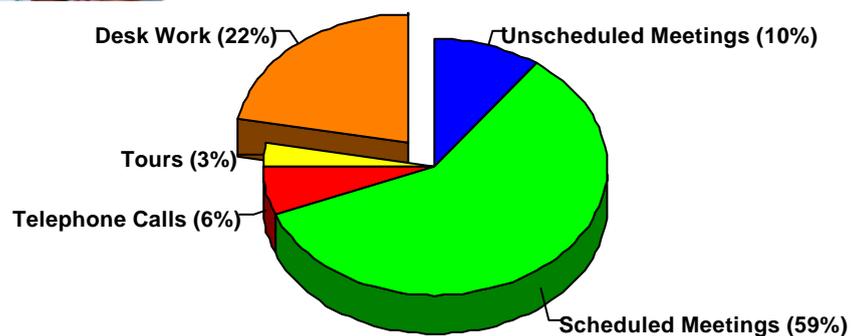
H. Mintzberg

Le Management : Voyage au centre des organisations

- **Planifier / Organiser (Fayol)**
- **Étude sur 160 managers (UK)**
 - ⇒ 1 moment tous les deux jours où l'on travaille en continu sur le même sujet durant 30 minutes
 - ⇒ 1 contact verbal sur 398 a un rapport avec l'organisation et/ou la planification
 - ⇒ en moyenne 583 activités différentes par période de 8 heures (50s / activité)



DB - StEtienne - 9



H. Mintzberg (1973), The Nature of Managerial Work



DB - StEtienne - 10

Le temps d'un dirigeant (France)

- 15 % transports
 - 5 % visites
 - 5 % RV individuels
 - 30 % réunions internes
 - 10 % réunions externes
 - 10 % repas
 - 15 % téléphone
 - 5 % courrier
 - 2 % écriture
 - 2 % lecture
 - 1 % réflexion solitaire (6 min./j)
 - 0 % utilisation de l'informatique
- Diagramme de regroupement des activités :
- 20 % : transports, visites, RV individuels
 - 55 % : réunions internes, réunions externes, repas
 - 25 % : téléphone, courrier, écriture, lecture, réflexion solitaire, utilisation de l'informatique



DB - StEtienne - 11

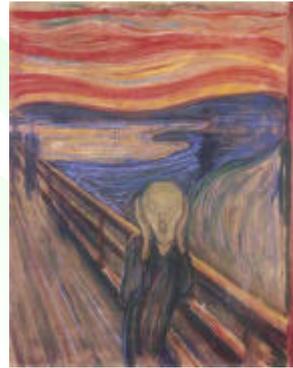
Décision

- **Définition informelle et provisoire [R. Howard] : « Décider c'est ce que l'on fait lorsqu'on ne sait pas quoi faire »**
 - ⇒ Critère : Angoisse - Hyper-vigilance
 - ⇒ Symptômes
 - Procrastination
 - Alternance enthousiasme / déprime
 - Gribouillage sur une feuille de papier / de calcul
 - Multiplication des réunions
 - ⇒ Complexité
 - Importance et variété des enjeux
 - Incertitude
 - Horizon temporel
 - Objectifs multiples et contradictoires
 - Conflits



DB - StEtienne - 12

Décisions



DB – StEtienne - 13

Décision

- **Décision** $\hat{=}$ **Processus de décision**
- **Durée**
- **Jalons**
 - \Rightarrow élaboration progressive d'options
 - \Rightarrow fragments de décision
- **Acteurs multiples**
 - \Rightarrow intervenants directs (individus, groupes)
 - \Rightarrow intervenants indirects : « agis » (public, consommateurs, etc.)
- **Tissu organisationnel**
 - \Rightarrow liens avec d'autres processus
 - \Rightarrow enjeux de pouvoirs



DB – StEtienne - 14

Décision

- **Décision = Ensemble des temps forts dans un processus de décision**
- **Acte de choix final**
 - ⇒ Dernier temps fort qui peut ne pas être le plus important !
 - ⇒ « Décideur »
 - assume la responsabilité
 - est souvent un « ratificateur »
- **Décider n'est que rarement « résoudre un problème »**
 - ⇒ intervenir dans un processus de décision
 - imaginer des compromis, faire accepter des arbitrages
 - motiver, communiquer, contrôler, fédérer, etc.
 - conduire le changement



DB – StEtienne - 15

Trois attitudes classiques

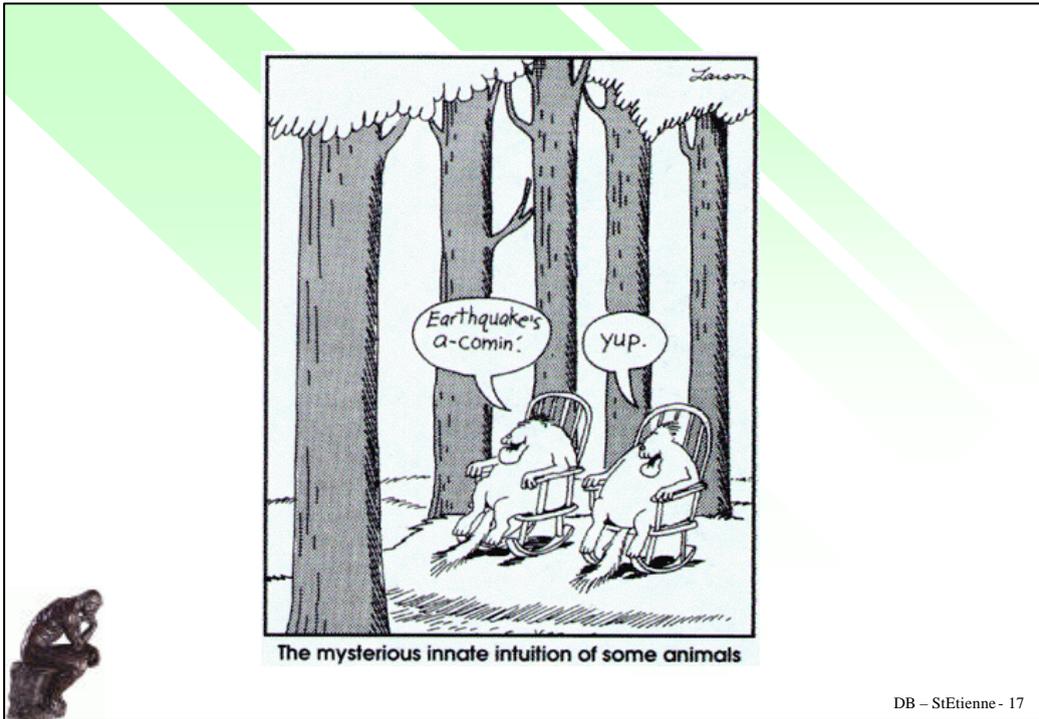
- **Augure (Intuition/Charisme/Expertise/Autorité)**
- **Sacrifice rituels**
- **Études**

⇒ Se décharger de son angoisse sur quelqu'un d'autre

Outils d'aide à la décision = Outils de gestion de l'angoisse



DB – StEtienne - 16



Aide à la décision ?

- Une méthode « générale » pour prendre de « bonnes décisions »

Exemple

⇒ Choix 1 : [Pile] 1000 F [Face] 0 F

⇒ Choix 2 : [Pile Pile] 5000 F [Sinon] 0 F

Exemple

⇒ Choix d'un nouvel emploi, choix médical délicat

- « Bonne décision »

⇒ bonne dans quel état ? bonne pour qui ?

⇒ bonne selon quels critères ? bonne à quel moment ?

- « Bon processus de décision »

⇒ cohérence, conviction, communication



DB - StEtienne - 18

Exemple : jet de dé

	1	2	3	4	5	6
a	0	100	200	300	400	500
b	100	200	300	400	500	0

	1	2	3	4	5	6
a	10	110	210	310	410	510
b	100	200	300	400	500	0



DB – StEtienne - 19

Aide à la décision ?

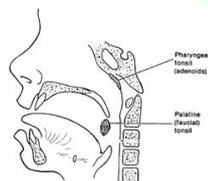
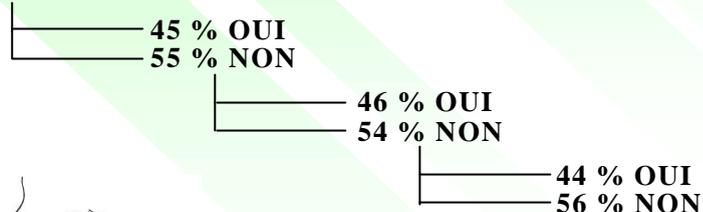
- **Comment des individus compétents arrivent-ils à des décisions ?**
 - ⇒ Sociologie des organisations
 - ⇒ Psychologie
- **Nécessaire à une bonne insertion dans un processus de décision... mais**
- **Les décisions ainsi observées peuvent-elles être prises comme « modèles » ?**
 - ⇒ Intuition ?



DB – StEtienne - 20

Exemple New England Journal of Medecine

Amygdalectomie
389 enfants



DB - StEtienne - 21

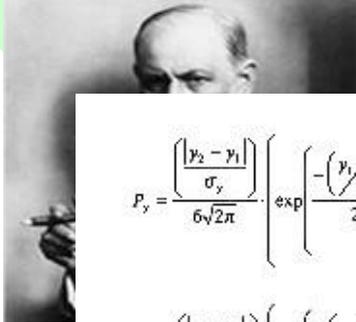
Aide à la décision

- **Définition (B. Roy) : « L'aide à la décision est l'activité de celui qui, en prenant appui sur des *modèles*, aide à obtenir des *éléments de réponse* aux questions que se pose un intervenant dans un *processus de décision*, éléments concourant à éclairer le décision et à recommander un comportement de nature à accroître la cohérence entre l'évolution du processus et les objectifs de cet intervenant »**

- ⇒ Modèles
- ⇒ Éléments de réponse : « Solution Optimale » ou « Bonne décision » est absent
- ⇒ Processus de décision



DB - StEtienne - 22



$$P_y = \frac{\left(\frac{|y_2 - y_1|}{\sigma_y}\right)}{6\sqrt{2\pi}} \cdot \left(\exp\left[\frac{-\left(\frac{y_1}{\sigma_y}\right)^2}{2}\right] + 4 \cdot \exp\left[\frac{-\left(\frac{y_1 + y_2}{2\sigma_y}\right)^2}{2}\right] + \exp\left[\frac{-\left(\frac{y_2}{\sigma_y}\right)^2}{2}\right] \right)$$
$$P_x = \frac{\left(\frac{|x_2 - x_1|}{\sigma_x}\right)}{6\sqrt{2\pi}} \cdot \left(\exp\left[\frac{-\left(\frac{x_1}{\sigma_x}\right)^2}{2}\right] + 4 \cdot \exp\left[\frac{-\left(\frac{x_1 + x_2}{2\sigma_x}\right)^2}{2}\right] + \exp\left[\frac{-\left(\frac{x_2}{\sigma_x}\right)^2}{2}\right] \right)$$



Modèles formalisés

- **Inconvénients**
 - ⇒ Lourdeur
 - ⇒ Opacité
- **Avantages**
 - ⇒ Outil de communication (langage non ambigu)
 - ⇒ Outil de structuration (aspects cruciaux)
 - ⇒ Outil d'exploration (robustesse et sensibilité)
- **Exemple : choisir son vin**



Outils d'aide à la décision

- **S'insèrent dans un processus de décision : stratégie d'utilisation du modèle (éclairage, communication, justification, couverture, etc.)**
- **Processus d'aide à la décision**
- **Usage « ex ante »**
 - ⇒ y voir clair
 - ⇒ étayer son jugement
- **Usage « ex post »**
 - ⇒ se couvrir
 - ⇒ convaincre les autres
 - ⇒ torpiller un projet
 - ⇒ retarder le processus



DB – StEtienne - 27

Processus d'aide à la décision

- **Acteurs**
 - ⇒ homme d'étude (analyste)
 - ⇒ « décideur »
 - ⇒ demandeur
 - ⇒ autres acteurs
- **L'étude n'est qu'une étape d'un processus de décision**
 - ⇒ pas la dernière, en général
 - ⇒ pas nécessairement la plus importante
- **Neutralité de l'homme d'étude ?**
 - ⇒ Présence, Questions (Ethnologie)
- **Objectivité de l'homme d'étude ?**
 - ⇒ Vérité ?



DB – StEtienne - 28

Comment juger de la validité ?

- **Améliore la qualité des décisions**
 - ⇒ Qu'est-ce qu'une bonne décision ?
- **Adoption des recommandations**
 - ⇒ l'étude a modifié le déroulement du processus
- **« Qualité » du processus de décision**
 - ⇒ Ingénierie de la décision
- **Plusieurs voies possibles !**
 - ⇒ Pas forcément concordantes au niveau des recommandations !



DB – StEtienne - 29

Que peut-on attendre de l'aide à la décision ?

- **Faire ressortir ce qui est objectif de ce qui l'est moins**
- **Séparer les conclusions robustes des conclusions fragiles**
- **Dissiper certaines formes de malentendu dans la communication**
- **Cohérence des raisonnements**
- **Effets contre-intuitifs, pervers**
- **Débat, concertation, coordination**
- **Accord partiels**
- **Interrogation sur les finalités**



DB – StEtienne - 30

Objections possibles

- **On est bon**
 - ⇒ communication/argumentation ?
 - ⇒ Inné/acquis ?
- **Il suffit de consulter des « experts »**
 - ⇒ New England Journal of Medicine
 - ⇒ Comment l'expert réfléchit-il ?
 - ⇒ Qu'est-ce qu'un expert ?
 - Faits / Valeurs
- **On va faire une réunion de haut niveau pour en parler**
 - ⇒ Asch
 - ⇒ Group Think



DB – StEtienne - 31

Exemple

Vous êtes confronté au *double* problème de décision suivant :

Problème 1. Vous avez le choix entre :

- Option A = un gain certain de 1200 FF
- Option B = gain de 5000 FF avec une probabilité de 25%
gain nul avec une probabilité de 75%

Problème 2. Vous avez le choix entre :

- Option C = une perte certaine de 3750 FF
- Option D = perte de 5000 FF avec une probabilité de 75 %
perte nulle avec une probabilité de 25%

- Indiquez votre choix dans chacun de ces deux problèmes



DB – StEtienne - 32

Je n'en ai pas besoin

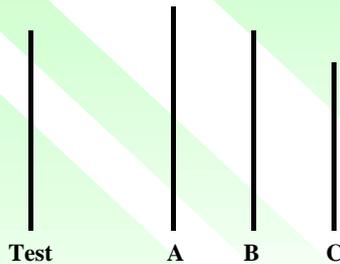
- OK mais :

- ⇒ Comment convaincre votre patron ?
- ⇒ Comment éviter d'être le bouc-émissaire ?



DB - StEtienne - 35

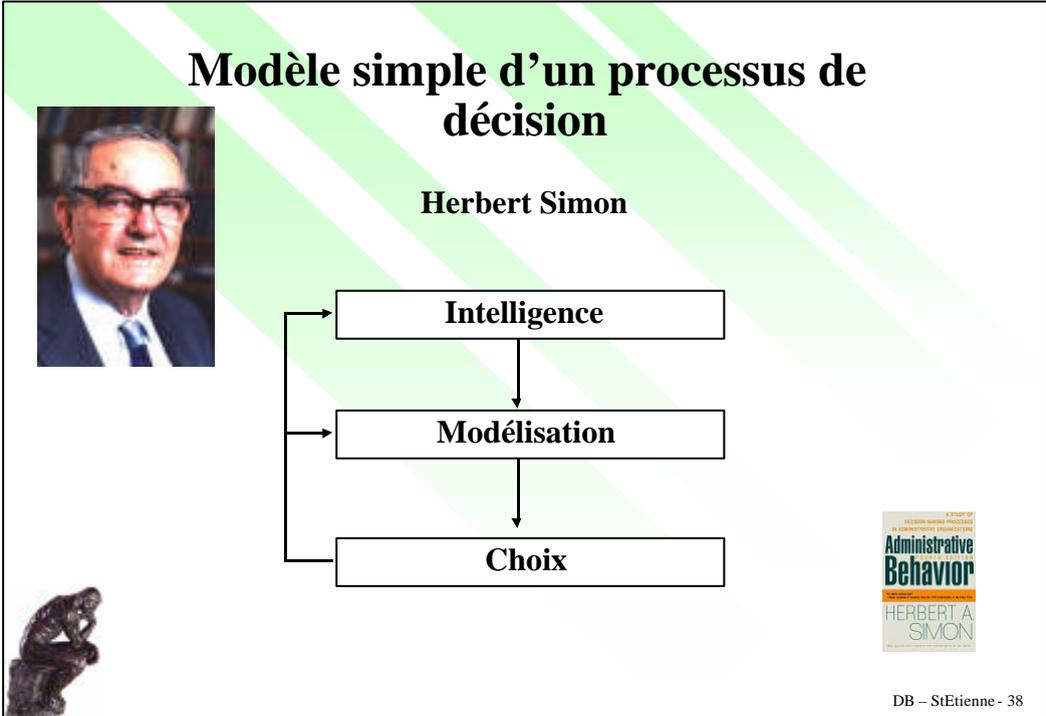
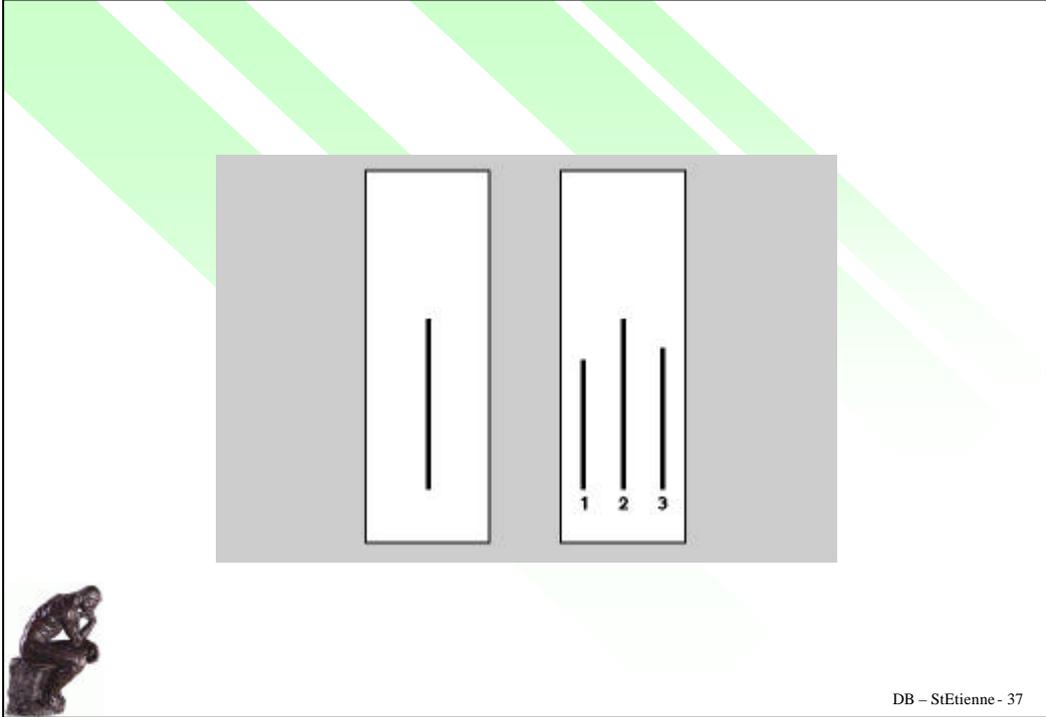
Expérience de Asch



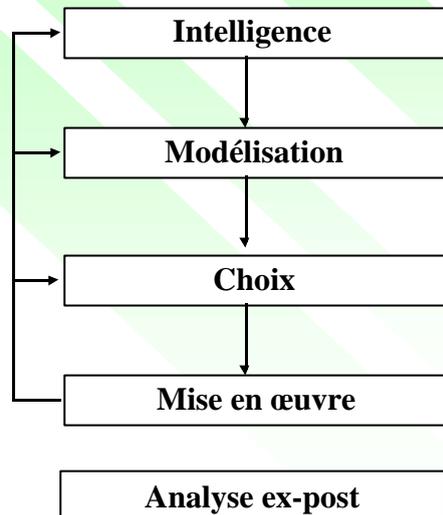
- 99% de réponses correctes
- 1 personne dit A : erreur 3%
- 2 personnes disent A : erreur 13 %
- 3 personnes disent A : erreur 33 %
- Bonus pour groupe : erreur 47 %



DB - StEtienne - 36



Modèle d'un processus de décision



DB - StEtienne - 39

Intelligence

- **Reconnaissance d'un « problème », d'une « situation décisionnelle »**
- **Valeurs - Objectifs**
- **Frontières**
- **Actions possibles sur le système**

DB - StEtienne - 40

Reconnaissance

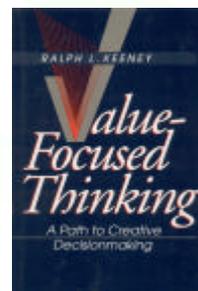
- **Systemes d'information**
 - ⇒ EIS
 - ⇒ Contrôle de Gestion / Tableau de bord
 - ⇒ Veille / Prospective
- **Signaux**
 - ⇒ adéquats
 - ⇒ au moment adéquat



DB - StEtienne - 41

Valeurs - Objectifs

- « Decision-Making is what you do to satisfy objectives »
(R.L. Keeney)
- **Objectifs**
 - ⇒ guident la recherche d'information
 - ⇒ aident à la communication
 - ⇒ permettent l'évaluation
 - ⇒ évitent les débats stériles
- **Exemples**
 - ⇒ lutte contre la toxicomanie
 - ⇒ décision personnelles



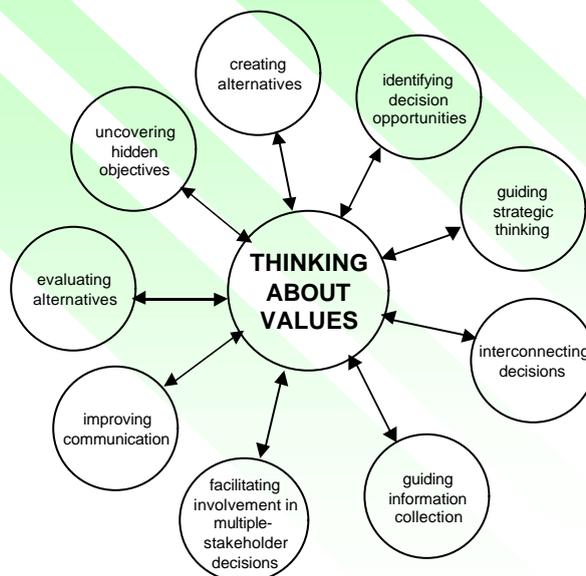
DB - StEtienne - 42

Valeurs - Objectifs

- Objectifs de « fins »
 - ⇒ Pourquoi ?
 - ⇒ évaluation
- Objectifs de « moyens »
 - ⇒ Comment ?
 - ⇒ actions



DB – StEtienne - 43

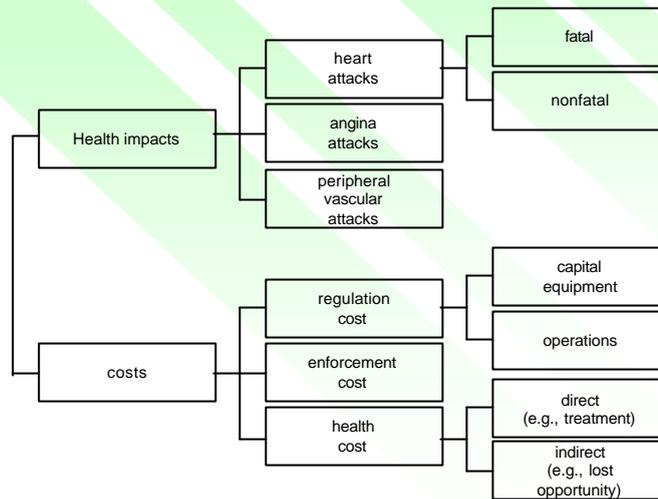


Adapted from Keeney, 1992



DB – StEtienne - 44

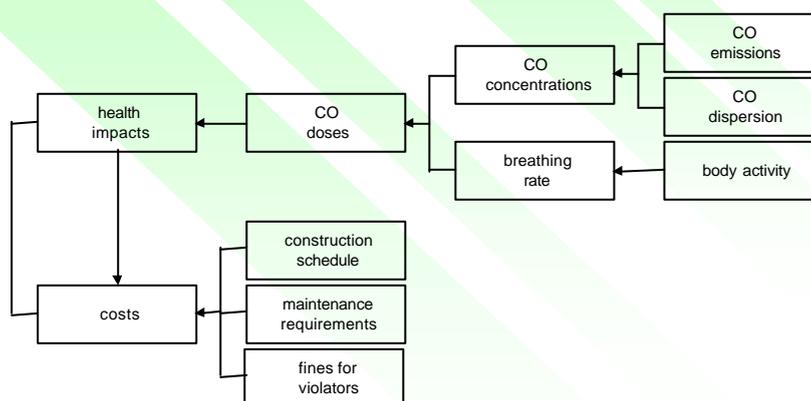
Fundamental Objectives Hierarchy CO Air Quality Standards



Adapted from Keeney, 1992

DB - StEtienne - 45

Means-Ends Objectives Network CO Air Quality Standards



Adapted from Keeney, 1992

DB - StEtienne - 46

Frontières

- **Un modèle est une *nécessaire* simplification**
- **Frontières**
 - ⇒ Temps
 - ⇒ Lieu
 - ⇒ Personnes
 - ⇒ Décisions liées
- **Exemples**
 - ⇒ Ascenseurs
 - ⇒ Juste-à-temps



DB – StEtienne - 47

Exemple (Kahneman/Tversky)

- **Vous avez décidé d'aller au concert. A l'avance, vous avez acheté votre billet pour 200 francs. A l'entrée de la salle, vous vous rendez compte que vous avez perdu le billet ! Il est impossible de le récupérer. Heureusement, il reste des places disponibles !**
- **Seriez-vous prêt à payer 200 francs supplémentaires pour acheter un nouveau billet ? (on supposera que vous avez de quoi payer sur vous)**
- **38 % n'achètent pas**



DB – StEtienne - 48

Exemple (Kahneman/Tversky)

- Vous avez décidé d'aller au concert. Le billet coûte 200 francs. Vous comptez l'acheter le soir même (il y a des places disponibles). Arrivé sur place vous vous rendez compte que vous avez perdu le billet de 200 francs que vous aviez dans votre portefeuille. Heureusement, il y a un guichet automatique en face et vous avez une carte bleue !
- Seriez-vous prêt à payer 200 francs pour acheter un billet pour ce concert ?
- 17 % n'achètent pas
- Argent perdu est « hors frontière »



DB – StEtienne - 49

Ensemble d'actions

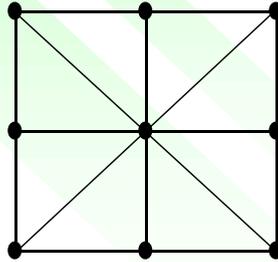
- « Soit A un ensemble *exhaustif* d'actions *mutuellement exclusives* »
- Méthodes de créativité
- R.L. Keeney
 - ⇒ « your decision cannot be better than your best alternative »
 - ⇒ « you can never choose an alternative you haven't considered »



DB – StEtienne - 50

Problème

- Joindre ces 9 points par quatre droites sans lever le crayon du papier



DB - StEtienne - 51

Problème : Compléter la ligne du bas

1
11
21
1211
111221
312211



DB - StEtienne - 52

Tueurs

- **Business as usual : budgets**
- **Biais en faveur du statu-quo**
 - ⇒ Ne rien faire : laisser le temps/les autres décider à sa place
- **Peur du ridicule**
 - ⇒ brainstorming



DB – StEtienne - 53

Remèdes

- **Se servir de ses objectifs : Comment ?**
- **Augmenter ses niveaux d'aspiration**
- **Se méfier des contraintes**
- **Laisser du temps au temps**
- **Modifier / Améliorer**

- **Test :**
 - « Y-a-il au moins une action réellement satisfaisante ? »



DB – StEtienne - 54



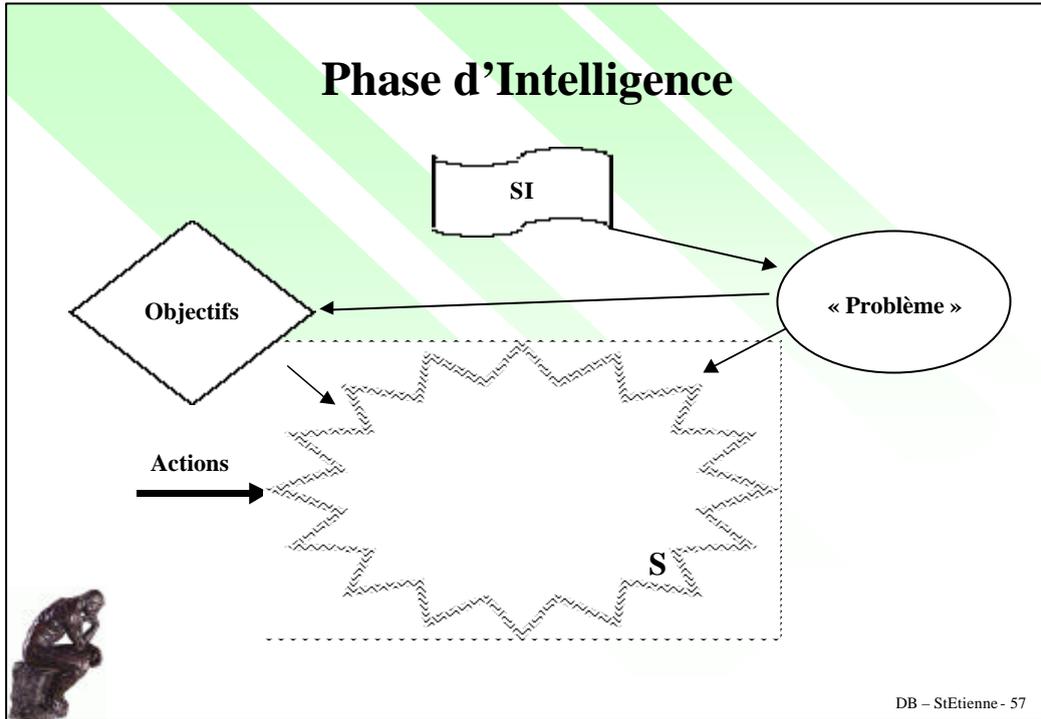
Difficultés

- **L'ensemble des actions n'est pas nécessairement *stable***
 - ⇒ apparition / disparition / modification d'actions au cours du processus
- **Faisabilité**
 - ⇒ frontière réalisable / non réalisable est souvent floue
- **Les actions peuvent ne pas être naturellement « mutuellement exclusives »**
 - ⇒ recrutement
 - ⇒ choix de portefeuille
 - ⇒ choix de projets de RD



DB - StEtienne - 56

Phase d'Intelligence



DB – StEtienne - 57

Modélisation

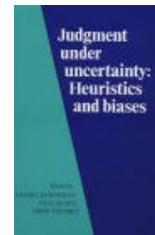
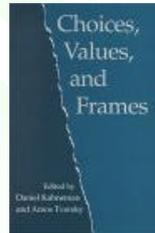
- **Décrire / prévoir l'état du système si on lui applique une action**
- **Exemples**
 - ⇒ plan de trésorerie
 - ⇒ plan de financement
 - ⇒ prévision de ventes
- **Choix d'un premier emploi**
 - ⇒ niveau de salaire
 - ⇒ temps de transport
 - ⇒ couverture sociale
 - ⇒ déplacements
 - ⇒ pérennité
 - ⇒ intérêt



DB – StEtienne - 58

Difficultés

- Concevoir un *modèle* adéquat de l'état futur du système
 - ⇒ Système complexe
 - ⇒ Effets multiples des décisions
 - ⇒ Incertitude (« La décision ne dispose que pour l'avenir »)
- Quel degré de détail ?
- Quelle précision ?
- Quel type de description ?
 - ⇒ verbale
 - ⇒ chiffrée



DB – StEtienne - 59

Pièges

- Ne pas se servir de ses objectifs / Ne pas en avoir
- Fétichiser l'objectivité
 - ⇒ Renoncer à prendre en compte une conséquence faute de « données »
 - ⇒ Hard vs. Soft
- Ne pas modéliser l'incertitude / l'imprécision
- Confondre le savoir des experts avec leurs valeurs
 - ⇒ médecins
- Que sais-je ?
- Que faudrait-il savoir ?



DB – StEtienne - 60

Modélisation : Points Cruciaux

- Que sais-je ?
- Que faudrait-il savoir ?

- Points de référence pour évaluer l'état du système
- Unité de « mesure »
 - ⇒ nature de la mesure
 - ⇒ absolue/relative



DB – StEtienne - 61



DB – StEtienne - 62

Exemple (Kahneman/Tversky)

- **Expérience faite auprès de 167 médecins**
- **Choix d'un traitement d'un cancer du poumon**
 - ⇒ Chirurgie
 - ⇒ Radiologie
- **Données sur les chances de survie**
 - ⇒ 2 groupes



DB - StEtienne - 63

50 % des médecins du Groupe 1 préfèrent la chirurgie



DB - StEtienne - 64

84 % des médecins du Groupe 2 préfèrent la chirurgie



DB - StEtienne - 65

Unités de mesure

- **Décisions de santé**
 - ⇒ Nombre de morts
 - ⇒ Nombre d'années de vie perdues
 - ⇒ Nombre d'années de vie de « bonne qualité » perdues
 - QUALY, HYE
- ⇒ Modèle



DB - StEtienne - 66

Absolu/Relatif

- Situation A

Montre = 350 FRF

A deux stations de métro il y a la même montre (même SAV, même garantie) à 200 FRF

Question : Allez-vous vous déplacer ? (90% OUI)

- Situation B

Caméscope = 4000 FRF

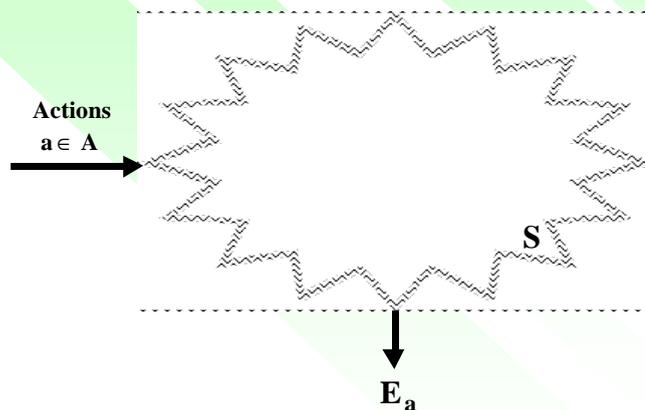
A deux stations de métro il y a le même caméscope (même SAV, même garantie) à 3850 FRF

Question : Allez-vous vous déplacer ? (50% OUI)



DB - StEtienne - 67

Phase de Modélisation



Modèle adéquat de l'état du système si on lui applique $a \in A$



DB - StEtienne - 68

Phase de Choix

a $\hat{I} A \textcircled{R} \ll E_a \gg$

b $\hat{I} A \textcircled{R} \ll E_b \gg$

c $\hat{I} A \textcircled{R} \ll E_c \gg$

- Retenir l'action qui donne au système l'état « le plus désirable » / Objectifs
- La complexité de cette phase dépend de la nature de :
 - ⇒ A (Ensemble des actions)
 - ⇒ S (Système étudié)
 - ⇒ Structure des objectifs
 - ⇒ E_x (description de l'état du système)
 - précision / imprécision
 - certitude / incertitude
 - temps
 - 1 avis / plusieurs avis
 - 1 critère / plusieurs critères



DB – StEtienne - 69

Exemple Choix de projets d'investissement

- Intelligence
 - ⇒ type de projets
 - ⇒ période d'évaluation
 - ⇒ recensement des projets possibles
- Modélisation : flux de trésorerie $v(a) = (v_0(a), v_1(a), \dots, v_T(a))$
- Choix : VAN (VNP) ou TRI

$$VAN(a) = \sum_{t=0}^T \frac{v_t(a)}{(1+r)^t}$$



DB – StEtienne - 70

Problèmes

- **Actions non exclusives**
- **Choix ou autre formulation ?**
 - ⇒ diagnostic d'entreprise
 - ⇒ sélection de candidats

 - ⇒ Ranger les actions
 - ⇒ Trier les actions
 - ⇒ Description
 - ⇒ autres ?



DB - StEtienne - 71

Difficultés : Choix

- **Nombre très grand d'actions possibles**
- **Décisions interdépendantes**
 - ⇒ ressources
 - ⇒ temps
- **Incertitude**
- **Temps**
- **Critères multiples**
- **Rétroaction du système**
- **Décision de groupe**



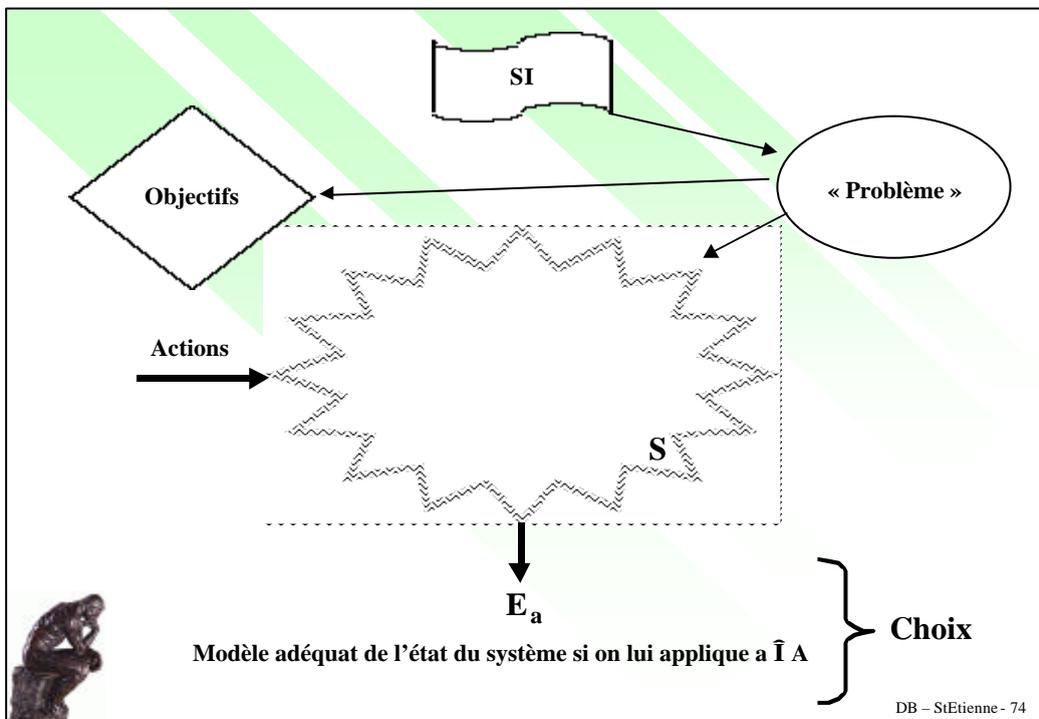
DB - StEtienne - 72

Pratique

- Toutes les difficultés sont \pm présentes !
- La modélisation mettra l'accent sur tel ou tel point selon le contexte
- Le travail correspondant aux phases d'intelligence et de modélisation peut parfois être suffisant



DB - StEtienne - 73



DB - StEtienne - 74

Techniques « classiques » Problèmes « génériques »

- Nombre très grand d'actions possibles
- Décisions interdépendantes

Programmation Mathématique

Optimisation Combinatoire

- Incertitude

Théorie bayésienne de la décision



DB – StEtienne - 75

Techniques « classiques »

- Temps
- Programmation Dynamique - Contrôle Optimal*

Développement durable

- Rétroaction du système

Théorie des Jeux

- Décision de groupe

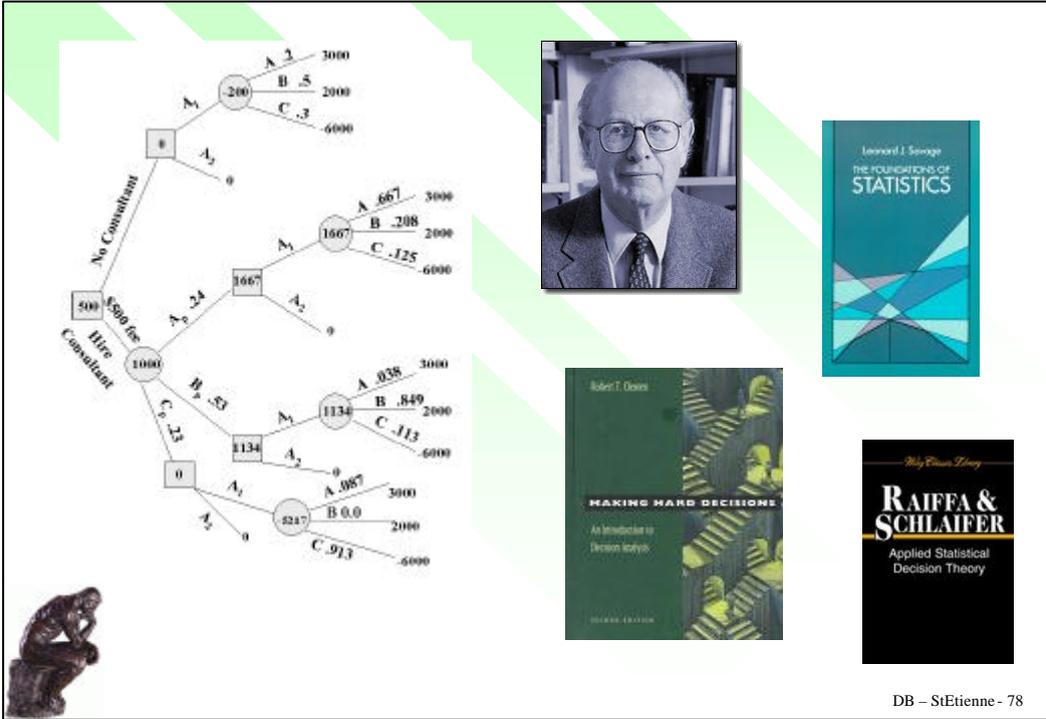
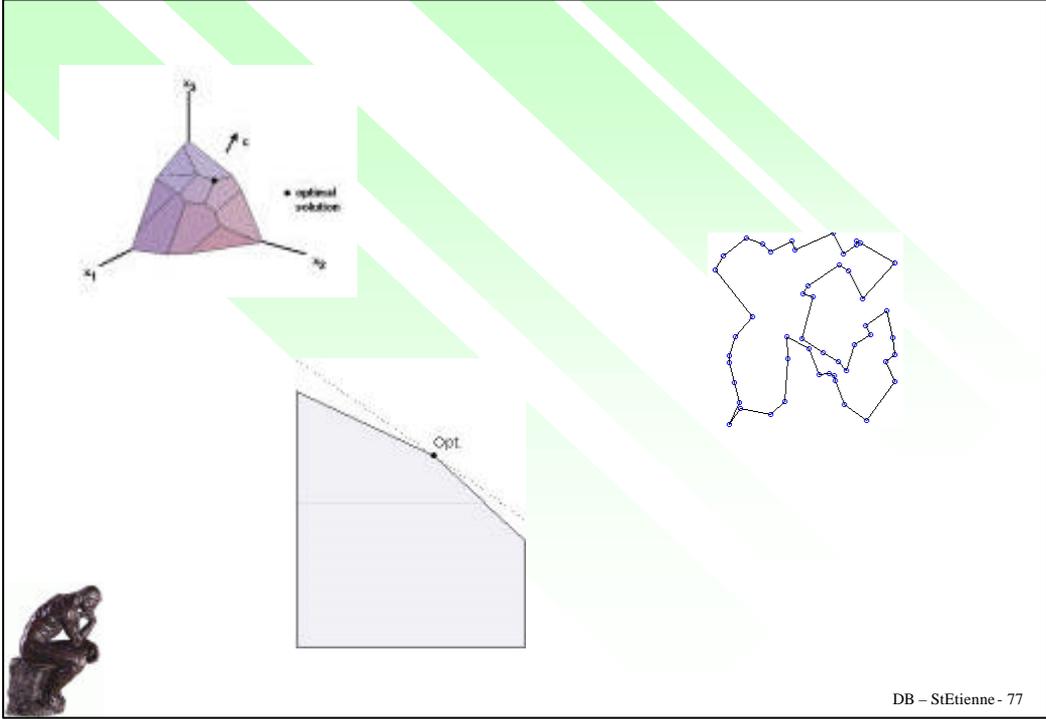
Théorie du Choix Social - Négociation

- Critères multiples

Analyse Multicritère



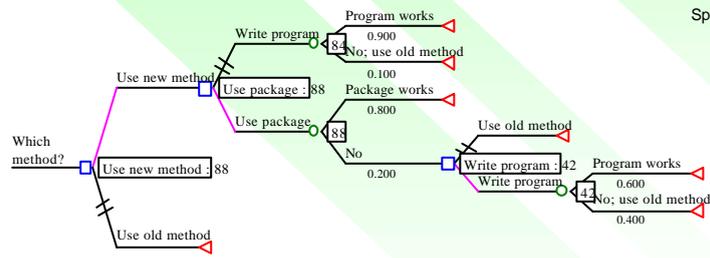
DB – StEtienne - 76



	Jesus' claims false	Jesus' claims true
I accept	some disappointment	infinite reward
I reject	no big deal	consider carefully!!! don't let it happen

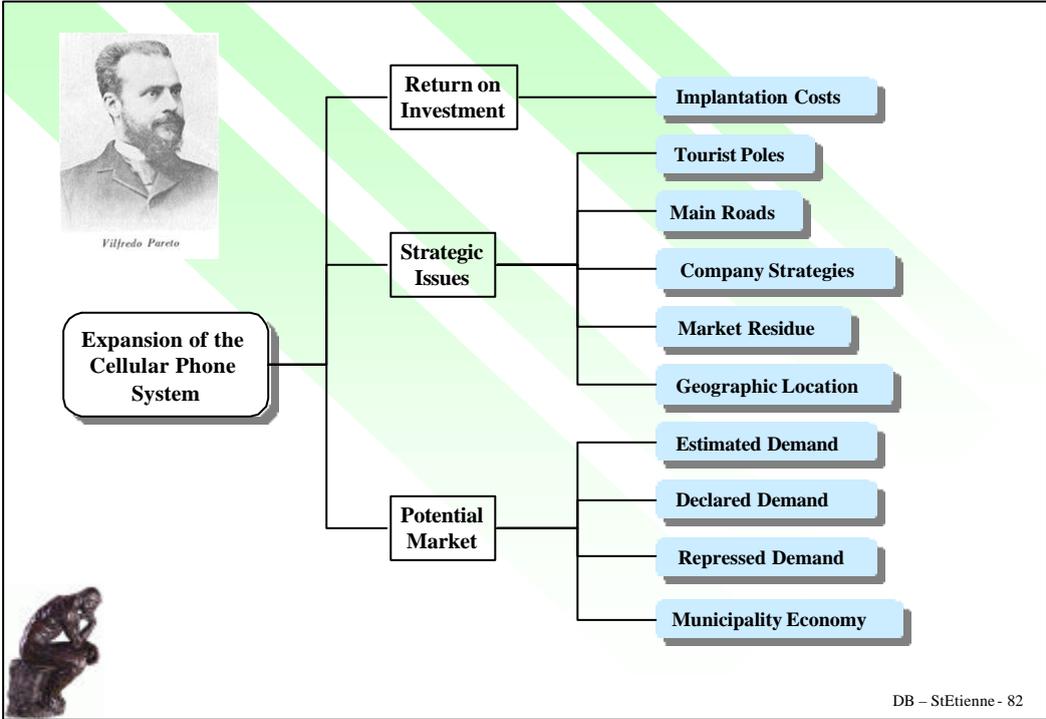
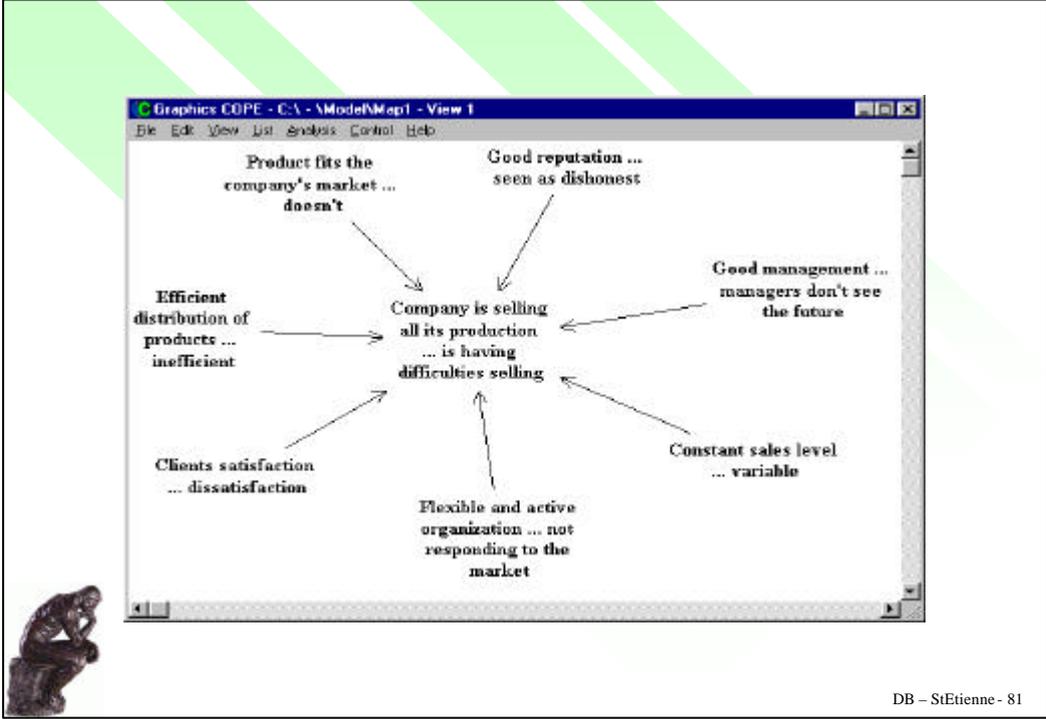


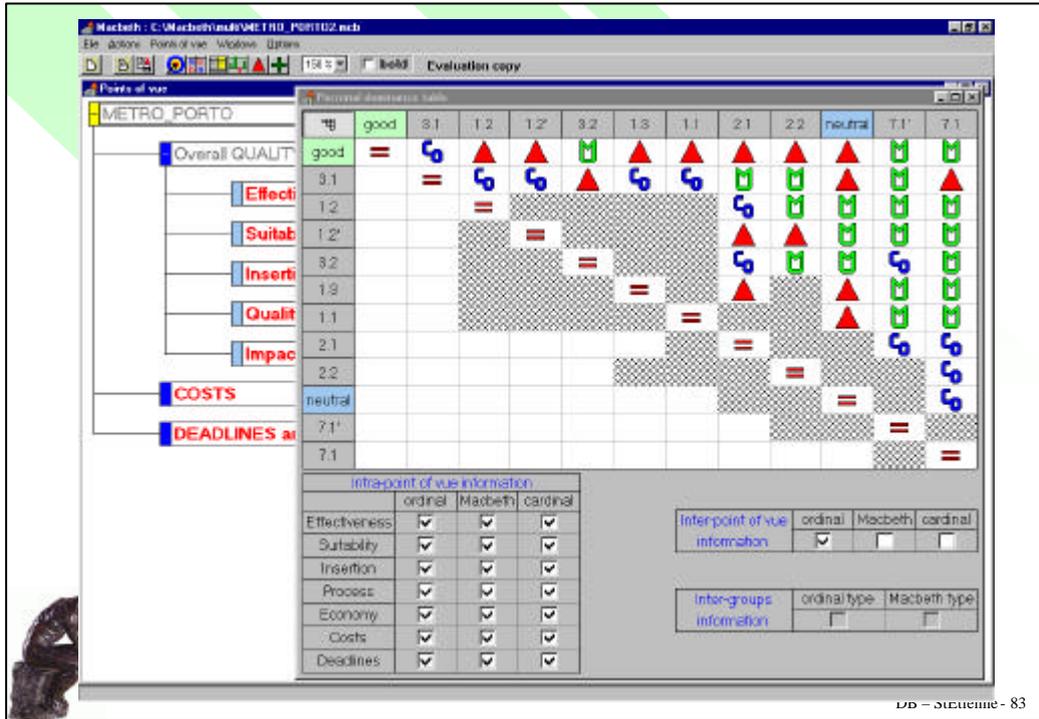

DB – StEtienne - 79



	Speed 92	Flexibility 92	Accuracy 92	Cost 92
Use new method	21	21	21	21
Use package	100	100	100	100
Use old method	24	24	24	24
Write program	70	70	70	70
Use old method	0	0	0	0
Write program	32	32	32	32

DB – StEtienne - 80





DB – StEtienne - 83



DB – StEtienne - 84

Cas particulier : Optimisation

- L'ensemble A est stable et global
- Le système et/ou mes préférences sont telles que E_x peut être « résumé » par une unique *mesure de performance*
- Exemples
 - ⇒ Profit
 - ⇒ CA
 - ⇒ Qualité
 - ⇒ Emplois

$a \hat{\in} A \quad \textcircled{R} \quad E_a \quad \textcircled{R} \quad f(a)$

E_a préféré à $E_b \quad \hat{U} \quad f(a) > f(b)$

E_a indifférent à $E_b \quad \hat{U} \quad f(a) = f(b)$



DB - StEtienne - 85

Optimisation

- Choisir une décision $a \hat{\in} A$ rendant
{Maximum ou Minimum}
la fonction de performance $f(a)$

$\underset{a \hat{\in} A}{\text{Max}} f(a)$

ou

$\underset{a \hat{\in} A}{\text{Min}} f(a)$

- Optimiser = Maximiser ou Minimiser
(selon la nature de $f(a)$)



DB - StEtienne - 86

Définition

« Résoudre »

$$\text{Max}_{a \in \hat{A}} f(a)$$

signifie

« Trouver, si elle existe, une action $a^* \in \hat{A}$ telle que :
 $f(a^*) \geq f(a), \forall a \in \hat{A}$ »

- Variantes

- ⇒ trouver *toutes* les actions optimales
- ⇒ trouver de « bonnes actions »
- ⇒ trouver des « actions robustes »

- Difficulté

- ⇒ A fini et petit
- ⇒ A fini
- ⇒ A infini



DB – StEtienne - 87

« Décision Optimale » contingente à :

- Objectifs
- S : Système
- A : ensemble des actions
- E_a : Description des conséquences

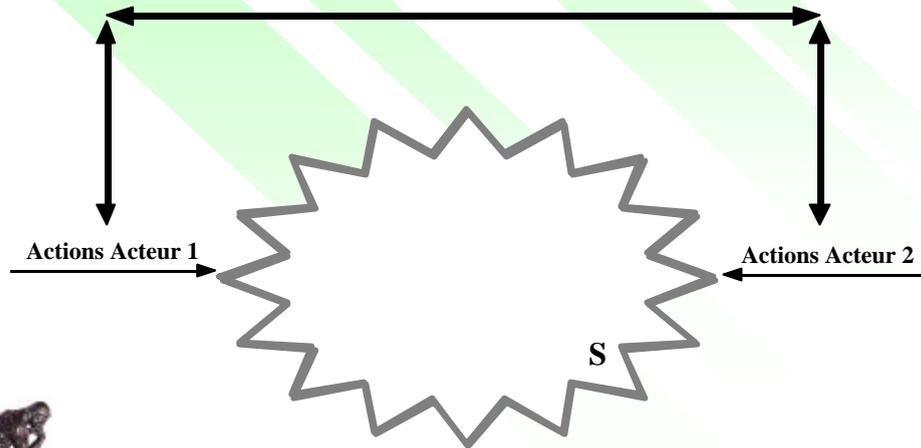
- Le modèle est une *aide* à la décision :
 - ⇒ discuter/modifier la solution obtenue
 - ⇒ intégrer des aspects non pris en compte
 - ⇒ Redéfinir S, A ou E_a



- Dans de nombreux cas l'idée même de « décision optimale » n'a pas de sens !!

DB – StEtienne - 88

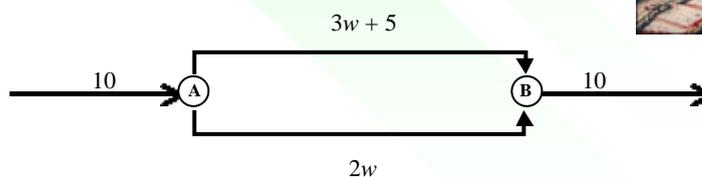
Exemple : rétroaction



DB - StEtienne - 89

Exemple : « Compétition » dans un réseau routier

- Réseau routier : point A vers point B
 - ⇒ 10 Kusagers
 - ⇒ 2 itinéraires
 - ⇒ temps de transport sur un itinéraire (« coût ») = $f(\text{nb. d'usagers sur l'itinéraire})$



DB - StEtienne - 90

The composite image includes a game tree diagram, three book covers, and a small sculpture of a thinker.

Game Tree Diagram:

- Root node: **N** (Player N)
- Branches from **N**:
 - Left branch: labeled **5**, leading to node **1a**
 - Right branch: labeled **.5**, leading to node **1b**
- From node **1a**:
 - Branch **Sa** leads to terminal node **(5,4)**
 - Branch **Ga** leads to a node in an information set
- From node **1b**:
 - Branch **Sb** leads to terminal node **(3,3)**
 - Branch **Gb** leads to a node in the same information set
- The two nodes in the information set are connected by a dashed line labeled **2**.
- From the information set nodes:
 - Left node:
 - Branch **l** leads to terminal node **(6,0)**
 - Branch **r** leads to terminal node **(0,2)**
 - Right node:
 - Branch **l** leads to terminal node **(0,4)**
 - Branch **r** leads to terminal node **(5,3)**

Books:

- Theory of Games and Economic Behavior* by John von Neumann and Oskar Morgenstern
- Game Theory* (cover with a rainbow arch)
- GAMES AND DECISIONS: Introduction and Critical Survey* by R. Duncan Luce and Howard Raiffa

DB - StÉtienne - 91

Régulation libérale

- **Les usagers (informés) choisissent librement leur itinéraire en fonction de leur rapidité relative**
- **Équilibre (Loi dite de « Wardrobe ») :**
 - ⇒ coût des deux itinéraires identique
 - ⇒ $3w + 5 = 2(10-w) \Rightarrow w = 3$
 - ⇒ **3 Kusagers sur l'itinéraire du haut (coût = 14)**
 - ⇒ **10 - 3 = 7 Kusagers sur l'itinéraire du bas (coût = 14)**
- **Chaque usager paye un « coût » de 14**
- **Coût social = 140**

DB - StÉtienne - 92

Régulation bureaucratique

- Un régulateur installé au point A impose aux usagers un itinéraire de manière à minimiser le temps passé par la collectivité dans le réseau de transport

$$CT(w) = w(3w + 5) + 2(10 - w)^2 = 5w^2 - 35w + 200$$

- Minimisation

$$CT'(w) = 10w - 35 = 0 \Rightarrow w = 3,5$$

⇒ 3,5 Kusagers sur l'itinéraire du haut payant chacun un coût de :

$$(3 \cdot 3,5 + 5) = 15,5$$

⇒ 6,5 Kusagers sur l'itinéraire du bas payant chacun $2 \cdot 6,5 = 13$

- Coût social = $3,5(3 \cdot 3,5 + 5) + 2(10 - 3,5)^2 = 138,75$



- Efficacité vs. Justice ??

DB - StEtienne - 93

Amélioration d'un réseau

- A vers B

⇒ 6 Kusagers

⇒ 2 itinéraires (via C ou D)

⇒ Information Parfaite

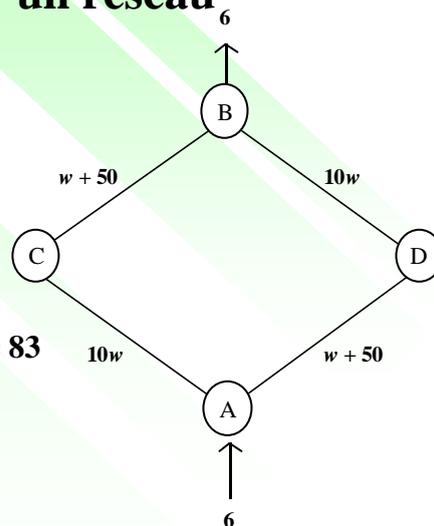
- Régulation Libérale

⇒ 3 Kusagers sur ACB

⇒ 3 Kusagers sur ADB

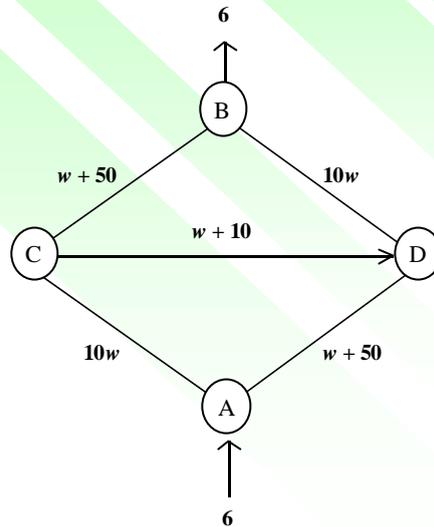
- Coût par usager = $10 \cdot 3 + 50 + 3 = 83$

- Coût social = $83 \cdot 6 = 498$



DB - StEtienne - 94

Travaux



DB - StEtienne - 95

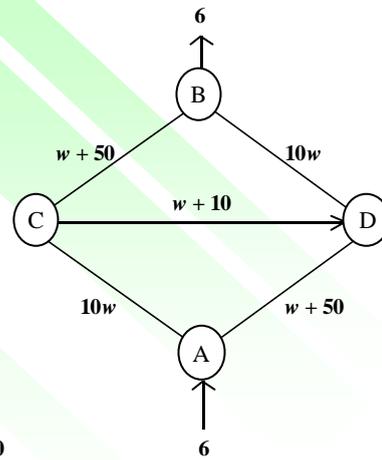
- **3 itinéraires possible de A à B :**

- ⇒ A C B (w_1 usagers)
- ⇒ A D B (w_2 usagers)
- ⇒ A C D B (w_3 usagers)

- **Hypothèse : Information parfaite**

- **Coût par usager :**

- ⇒ A C B: $c(1) = 10(w_1 + w_3) + (w_1 + 50) = 11w_1 + 10w_3 + 50$
- ⇒ A D B: $c(2) = (w_2 + 50) + 10(w_2 + w_3) = 11w_2 + 10w_3 + 50$
- ⇒ A C D B: $c(3) = 10(w_1 + w_3) + (10 + w_3) + 10(w_2 + w_3) = 10w_1 + 10w_2 + 21w_3 + 10$

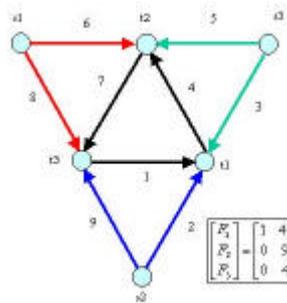
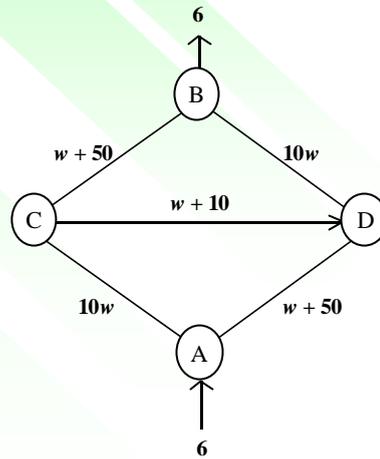


DB - StEtienne - 96

● **Équilibre :**

$\Rightarrow 11w_1 + 10w_3 + 50 = 10w_1 + 10w_2 + 21w_3 + 10$
 $\Rightarrow 11w_2 + 10w_3 + 50 = 10w_1 + 10w_2 + 21w_3 + 10$
 $\Rightarrow w_1 + w_2 + w_3 = 6$

- **Solution :** $w_1 = w_2 = w_3 = 2$
- **Coût par itinéraire = 92**
- **Coût social = $6 \cdot 92 = 552 > 498$!**



F_1	1	4	0	x_1
F_2	0	9	0	x_2
F_3	0	4	1	x_3

