

Chapitre 1

INTRODUCTION ET CONCEPTS FONDAMENTAUX

RÉSUMÉ

L'objet de ce chapitre est de présenter les grandes lignes de la méthodologie sur laquelle reposent les développements de cet ouvrage. Celle-ci est présentée dans le livre de Bernard ROY : *Méthodologie multicritère d'aide à la décision* (Economica, 1985) dont ce chapitre reprend le plan. On y aborde successivement :

- les concepts de décision, de processus de décision et d'aide à la décision (1.1) ;
- le concept d'action, point d'appui de l'aide à la décision (1.2) ;
- l'esprit dans lequel formuler l'aide à la décision avec la présentation de quatre problématiques de référence (1.3) ;
- les concepts de base et les principales structures utiles pour modéliser des préférences (1.4) ;
- la modélisation des conséquences des actions (1.5) ;
- le concept central de critère (1.6).

La section 1.7 aborde enfin le problème de l'agrégation des performances et de l'élaboration de recommandations qui constituent l'objet du présent ouvrage dont on introduit le plan.

Un glossaire, situé en fin de chapitre, réunit les principales définitions qui structurent la méthodologie résumée dans ce chapitre.

Depuis très longtemps, l'homme cherche à prendre appui sur l'abstraction, le raisonnement hypothético-déductif pour guider et justifier ses actes. Peu après la seconde guerre mondiale, on a vu apparaître et se multiplier des organismes d'études dont la fonction était d'analyser et de préparer des décisions de toutes sortes. Les entreprises, les administrations se sont ensuite dotées

progressivement de cellules, de services ayant une mission d'aide à la décision, souvent appelés services de Recherche Opérationnelle, et rassemblant des spécialistes venus de diverses disciplines. C'est de cette activité d'aide à la décision dont il sera question dans ce livre.

Dans la vie d'une organisation, nombreuses sont les situations dont la complexité et/ou les enjeux invitent à rechercher une **aide à la décision** allant au-delà de l'utilisation du "bon sens", de l'expérience ou de la mise en œuvre de techniques de calcul élémentaire. A titre d'exemple, mentionnons :

- des problèmes de production : ordonnancement de tâches sur une machine ou dans un atelier, gestion des approvisionnements, adaptation du fonctionnement d'une usine à une demande variable, organisation de tournées de distribution, planification des opérations d'entretien, choix d'une technologie ;
- des problèmes de mercatique : organisation d'un réseau de distribution, répartition et motivation de la force de vente, choix de supports pour une campagne publicitaire ;
- des problèmes de gestion du personnel : recrutement d'un ou de plusieurs candidats, mise en place d'un système d'évaluation ;
- des problèmes de gestion financière : évaluation de projets d'investissement, octroi de crédits bancaires, constitution d'un portefeuille de titres ;
- des problèmes de recherche-développement : sélection et évaluation de projets de recherche ;
- d'autres problèmes complexes : dépouillement d'un appel d'offres, localisation d'une nouvelle installation.

Notons que des problèmes plus stratégiques tels :

- restructurer un groupe, abandonner une activité ou racheter une société,
- mettre ou non en chantier un engin spatial réutilisable,
- instaurer ou non un contrôle des changes,
- définir une stratégie diplomatique et militaire dans une situation de crise

peuvent également bénéficier, mais de façon plus limitée, des concepts, modes de raisonnement et procédures dont il va être question. Sfez (1992) a souligné ces limites dans le cas de problèmes ayant cette ampleur : la variété et la complexité des logiques d'acteurs appelés à jouer un rôle dans le processus par lequel s'élabore la décision rendent ce genre de processus souvent peu contrôlables.

Sur quels concepts, modèles, procédures, méthodes, résultats prendre appui pour parvenir à une aide à la décision ? Tel est l'objet de ce livre. Celui-ci fait suite au livre de Roy (1985) *Méthodologie multicritère d'aide à la décision* (MMCAD) ¹. Il présente un certain nombre de modèles et méthodes s'appuyant sur la méthodologie introduite dans MMCAD. Il peut cependant être abordé indépendamment de MMCAD. A cette fin, ce chapitre rappelle les grandes lignes de la méthodologie de MMCAD après avoir défini précisément ce que nous entendons par aide à la décision ².

1.1 DÉCISION, PROCESSUS DE DÉCISION, AIDE À LA DÉCISION ³

On présente souvent la décision comme le fait d'un individu isolé (le "décideur") exerçant librement un choix entre plusieurs possibilités d'actions à un moment donné dans le temps. Sans nier toute pertinence à cette conception de la décision, il faut admettre qu'elle ne rend que très imparfaitement compte de la façon dont sont prises les décisions dans la plupart des organisations. Même si, en dernier ressort, la responsabilité d'une décision incombe à un individu clairement identifié, celle-ci est souvent la résultante d'interactions entre de multiples acteurs (cf. glossaire) au cours

¹ Nous emploierons systématiquement cette abréviation par la suite.

² On trouvera en annexe de ce chapitre quelques définitions importantes extraites de MMCAD et rassemblées dans un glossaire. Sauf mention contraire, la terminologie et les notations utilisées dans cet ouvrage seront conformes à celles de MMCAD.

³ Cf. MMCAD, chapitres 1, 2 et 4, dont cette section est inspirée.

d'un **processus de décision**. Parmi les divers acteurs, on appellera **intervenants** ceux qui, de par leur intervention, conditionnent directement la décision en fonction du système de valeurs dont ils sont porteurs. A leur côté figurent tous ceux (administrés, contribuables, etc.) qui, de façon normalement passive, subissent les conséquences de la décision, laquelle est seulement censée tenir compte de leurs préférences. Avec Sfez (1992), nous appellerons cette catégorie d'acteurs les **agis**.

La dynamique du processus de décision est jalonnée de temps forts où sont arrêtées de multiples options conditionnant ce que sera la décision globale. Celle-ci apparaît alors comme la synthèse des diverses options prises au cours du processus et l'acte de choix final n'englobe qu'une faible part de ce qui fait réellement la décision. Dans cet ouvrage, on admettra donc que le concept de décision est difficilement séparable de celui de processus de décision dans la mesure où c'est l'ensemble des temps forts dans le déroulement de ce processus qui détermine la décision globale.

Dans ce contexte, décider ou, de façon plus large, intervenir dans un processus de décision n'est qu'exceptionnellement trouver une solution à un problème. C'est, le plus souvent, imaginer des compromis, faire accepter un arbitrage dans une situation de conflit. Transformer un conflit en problème, c'est laisser croire qu'il existe une solution, c'est-à-dire une réponse que tous les acteurs doivent reconnaître comme juste. En général, un arbitrage ne peut éliminer une part d'arbitraire, un compromis une part de rapport de force. L'analyse multicritère et les procédures qui en dérivent, qui font l'objet de cet ouvrage, peuvent contribuer à réduire cette part et à la faire accepter.

C'est cette conception de la décision qui sous-tend la définition de l'aide à la décision que nous adopterons :

DÉFINITION 1.1.1¹ : L'aide à la décision est l'activité de celui qui, prenant appui sur des modèles² clairement explicités mais non nécessairement complètement formalisés, aide à obtenir des éléments de réponse aux questions que se pose un intervenant dans un processus de décision, éléments concourant à éclairer la décision et normalement à recommander³, ou simplement à favoriser, un comportement de nature à accroître la cohérence entre l'évolution du processus d'une part, les objectifs et le système de valeurs au service desquels cet intervenant se trouve placé d'autre part.

Ainsi définie, l'aide à la décision ne relève que de façon très partielle de la recherche d'une vérité. Les théories ou, plus simplement, les méthodologies, les concepts, les modèles, les techniques sur lesquels elle s'appuie et dont il va être question dans cet ouvrage ont, le plus souvent, une ambition différente : raisonner le changement que prépare un processus de décision de façon à accroître sa cohérence avec les objectifs et le système de valeurs de celui pour qui ou au nom de qui l'aide à la décision s'exerce.

Dans cet ouvrage, on appellera **décideur** l'intervenant dans le processus de décision que les modèles mis en œuvre cherchent à

¹ Tirée de MMCAD, chapitre 2.

² Cf. glossaire.

³ Ce mot est ici employé pour souligner l'idée qu'il est clair, aux yeux de l'homme d'étude comme à ceux du décideur, que ce dernier conserve son entière liberté face au comportement recommandé. Il s'agit là d'une terminologie différente de celle de MMCAD où il était question de "prescription", au sens médical du mot. Nous utiliserons ici "recommandation" et "recommander" comme synonymes de "prescription" et "prescrire" au sens où ces mots étaient utilisés dans MMCAD. Ce changement de terminologie est destiné à éviter des contre-sens. En effet, le mot "prescription" est généralement utilisé en anglais dans un sens contraignant fortement la liberté du décideur vis-à-vis du comportement prescrit (voir par exemple Watson (1981)). C'est dans ce sens plus fort que nous utiliserons le mot prescription dans cet ouvrage (sur ces problèmes terminologiques, voir Roy (1992)).

éclairer¹. L'**homme d'étude** est celui² qui prend en charge l'aide à la décision. Mettant en œuvre des modèles dans le cadre d'un processus de décision, il contribue à l'orienter et à le transformer. A ce titre il est un acteur particulier de ce processus. Son travail est conditionné par un certain **état d'avancement du processus de décision** (cf. glossaire). Analysant et réfléchissant sur une réalité qu'il influence par sa présence et son action, la "neutralité", l'"objectivité", la "validité" de son travail soulèvent des questions difficiles³. Sans chercher ici à leur donner une réponse définitive, précisons que, à notre sens, elles doivent s'analyser de façon sensiblement différente de celle traditionnelle-ment adoptée dans les sciences de la nature.

L'activité de l'homme d'étude se situe, d'après la définition 1.1.1, à la charnière de la réflexion et de l'action. Il doit à la fois concevoir des modèles et les mettre en œuvre au sein de processus de décision. Son activité est donc assez proche de celle d'un ingénieur. Elle vise moins à comprendre le réel qu'à agir sur celui-ci. L'ingénieur dispose, en général, de critères de validation simples de ses travaux en termes de bon fonctionnement, de performances, de durabilité, etc. Comme on va le voir, tel n'est pas le cas pour l'"ingénieur de la décision".

On pourrait être tenté de répondre à la question "qu'est-ce qu'une bonne aide à la décision ?" en admettant qu'une "bonne" aide à la décision est une aide à la décision qui "fonctionne". Il est vrai qu'il n'est jamais agréable, à un homme d'étude, de voir ses rapports "enterrés" et ses recommandations non directement suivies d'effet. Mais, lorsque c'est le cas, cela signifie-t-il pour autant que l'aide à la décision a échoué ? Nous ne le croyons pas. L'apport de l'aide à la décision ne se limite pas au contenu de la recommandation finale. On sait bien, en effet, le rôle crucial que peuvent jouer des personnes extérieures du fait des interrogations

¹ Celui-ci ne doit pas être confondu avec le demandeur de l'étude. Sur cette notion, voir MMCAD, chapitre 2.

² Non nécessairement mais fréquemment distinct du décideur.

³ Voir à ce sujet Roy (1992).

qu'elles soulèvent ou même de leur seule présence dans certains processus de décision. Même si une aide à la décision est presque toujours présentée comme devant fournir une recommandation, elle peut être aussi un instrument stratégique utilisé par certains acteurs pour argumenter, retarder, modifier, voire occulter. Il est donc bien souvent difficile de dire si une aide à la décision particulière a ou non "fonctionné".

On peut également considérer qu'une "bonne" aide à la décision est une aide qui conduit à de "bonnes" décisions, voire à une décision "optimale". Cependant, la reconnaissance de la complexité des processus de décision, des rationalités multiples qui s'y côtoient, des conflits qui s'y déroulent et des transformations qui s'y opèrent ne peuvent que faire douter de la possibilité de toujours prouver qu'une décision est ou non la meilleure : meilleure pour qui ? , selon quels critères ? , à quel moment dans le temps ? , etc. Il y a, selon nous, un arbitraire certain à vouloir justifier l'aide à la décision en postulant l'existence d'une "vérité" vers laquelle l'homme d'étude devrait tendre. Aucune démarche objective fondée sur la seule raison ne peut démontrer l'optimalité ni même le bien-fondé d'un système de valeurs ou d'un mode d'anticipation de l'avenir. L'influence de la personnalité des acteurs impliqués dans un processus de décision échappe à l'analyse scientifique par beaucoup d'autres aspects, notamment par les projets à long terme dont ils sont porteurs, leur capacité à concevoir des possibles et à en évaluer les conséquences, à remettre en question certaines de leurs convictions ainsi qu'à ébranler celles d'autrui, leur aptitude à agir sur les perceptions et représentations du réel, la façon dont ils ressentent et lèvent certaines ambiguïtés, leur habileté à créer des situations plus ou moins difficilement réversibles, etc. Pour autant, il n'en demeure pas moins qu'une aide à la décision méthodique, fondée sur des concepts et procédures appropriés, peut jouer et joue un rôle important et bénéfique dans la conduite des processus de décision.

Nous pensons donc qu'il y a place pour une science de l'aide à la décision. Grâce à des concepts rigoureux, des modèles bien formalisés, des procédures de calcul précises, des résultats d'ordre axiomatique, on est en mesure d'éclairer les décisions en faisant ressortir ce qui est objectif de ce qui l'est moins, en séparant les

conclusions robustes des conclusions fragiles, en dissipant certaines formes de malentendu dans la communication, en évitant le piège de raisonnements illusoire, en mettant en évidence certains résultats contre-intuitifs, etc. Cette science, encore naissante, de l'aide à la décision ne peut véritablement porter ses fruits que si une attention toute particulière est accordée aux conditions d'insertion dans le processus de décision des démarches, outils, des résultats qu'elle produit.

Dans ce cadre, il est proposé, dans MMCAD, une méthodologie d'aide à la décision à quatre niveaux. A chacun de ces niveaux, l'homme d'étude est confronté aux interrogations suivantes :

Niveau I : Objet de la décision et esprit de la recommandation

- Sous quelle forme convient-il de modéliser la décision ?
- Comment différencier les diverses possibilités d'action ?
- Où placer la frontière entre ce qui est possible et ce qui ne l'est pas ?
- Dans quel esprit élaborer les modèles ?
- Quelle forme doit prendre une, éventuelle, recommandation ?

Niveau II : Analyse des conséquences et élaboration de critères

- En quoi, sous la forme où elle a été modélisée, la décision conditionne-t-elle l'évolution du processus ?
- Quelles sont les conséquences des décisions possibles susceptibles d'interférer avec les objectifs et systèmes de valeurs d'un intervenant quel qu'il soit ?
- Parmi les conséquences ainsi explicitées, lesquelles doivent être formalisées et comment ?
- Jusqu'à quel point chacune est-elle discriminante pour éclairer la décision compte-tenu, notamment, des facteurs d'imprécision, d'incertitude, d'indétermination ?
- Comment construire des critères capables de prendre en compte ces conséquences et ces facteurs ?

Niveau III : Modélisation des préférences globales et approches opérationnelles pour l'agrégation des performances

- Parmi la variété (généralement grande) qui s'offre pour définir des critères, comment sélectionner celui (analyse monocritère) ou ceux (analyse multicritère) qui permettent d'appréhender "au mieux", en vue de l'aide à la décision, la totalité des conséquences ?
- Que convient-il d'exiger d'une telle famille de critères (éventuellement réduite à un seul) pour qu'elle joue son rôle dans le travail d'étude proprement dit tout en constituant une base de dialogue acceptable par les divers intervenants dont le décideur se préoccupe ?
- Comment convient-il, dans le cas d'une analyse multicritère, d'agrèger les performances d'une action sur les divers critères pour la déclarer bonne ou mauvaise, meilleure ou pire qu'une autre ?
- Quelles informations ayant trait, par exemple, à l'importance relative des critères est-il opportun de faire intervenir et comment ?

Niveau IV : Procédures d'investigation et élaboration de la recommandation

- Comment tirer parti du travail qui a été fait aux niveaux précédents pour fournir des réponses, voire élaborer une recommandation ?
- Quelles procédures de traitement mettre en œuvre ?
- Comment analyser les résultats pour en tirer des conclusions ?
- Ces conclusions sont-elles robustes ?
- Peut-on élaborer une recommandation finale ou faut-il remettre en question certaines des options prises aux niveaux antérieurs ?
- Selon quelles modalités convient-il de communiquer la recommandation finale aux personnes concernées en vue de garantir une bonne insertion dans le processus de décision (question qui revêt une importance toute particulière lorsqu'une procédure recommandée doit faire l'objet d'une utilisation répétitive) ?

Ces quatre niveaux ne se succèdent pas nécessairement selon une séquence I, II, III, IV. Certaines des options du niveau I (ou II) peuvent fort bien n'être prises qu'à la lumière des réflexions se situant au niveau III. Les premiers résultats obtenus au niveau IV peuvent conduire à remettre en cause des options se situant au niveau I. Soulignons à nouveau que l'aide à la décision ne se réduit pas à la seule recommandation finale. Elle est aussi apportée tout au long d'un cheminement plus ou moins complexe entre les différents niveaux par les questions soulevées par l'homme d'étude ou même, parfois, par sa seule présence.

Dans MMCAD sont principalement abordés les deux premiers niveaux de cette méthodologie. A ce stade, les concepts d'actions, de problématique, de préférence, de conséquences, de critères sont cruciaux. On les présentera brièvement dans les sections suivantes de ce chapitre.

Prenant appui sur ces concepts, cet ouvrage aborde les niveaux III et IV en présentant et analysant un certain nombre de modèles et méthodes pour comparer des actions et élaborer une recommandation.

1.2 CONCEPT D'ACTION ET ENSEMBLE DES ACTIONS POTENTIELLES ¹

Les éléments de réponse qu'un décideur attend de l'aide à la décision ont généralement trait aux diverses **actions** (cf. glossaire) qu'il peut envisager dans la perspective du ou des temps forts à venir. Selon la nature des problèmes, ces actions peuvent se présenter de diverses manières :

- projets d'investissement (cf. chapitre 10),
- sites pour une localisation (cf. chapitre 9),
- réponses à un appel d'offres (cf. chapitre 8),
- plans d'aménagement (cf. MMCAD, exemple 4),
- plans de production (cf. MMCAD, exemple 11),

¹ Cf. MMCAD, chapitre 5 dont cette section est inspirée. Voir aussi Bana e Costa (à paraître).

- plans de développement (cf. MMCAD, exemple 7),
- etc.

Au lieu d'action, on parle aussi, selon les contextes, d'**alternative** ou de **solution**. Les caractéristiques des actions sont contingentes à un état d'avancement du processus de décision au sein duquel elles apparaissent comme autant de contributions éventuelles à une décision globale.

Remarquons que, de par sa définition, le concept d'action n'incorpore aucune idée de faisabilité ou de réalisme.

Pour la clarté du travail d'aide à la décision, il est utile d'introduire les distinctions suivantes ¹ :

- à côté d'**actions réelles** issues d'un projet complètement élaboré susceptible d'être mis à exécution, on est souvent amené à considérer, dans l'aide à la décision, des **actions fictives**, ce qualificatif de fictif servant à souligner le fait que l'action correspond à un projet idéalisé, incomplètement élaboré ou encore construit dans l'imagination ;

- aux **actions réalistes** correspondant à un projet dont la mise à exécution peut être raisonnablement envisagée s'opposent des actions plus ou moins **irréalistes** : celles-ci peuvent, par exemple, correspondre à la satisfaction d'objectifs incompatibles tout en constituant un bon support de discussion et de raisonnement.

Il est clair qu'une action fictive peut être réaliste ou non réaliste.

La notion de "possible" est introduite avec l'idée d'action potentielle. Une **action potentielle** (cf. glossaire) est une action réelle ou fictive provisoirement jugée réaliste par un acteur au moins ou présumée telle par l'homme d'étude en vue de l'aide à

¹ Nous ferons parfois référence à une catégorie particulière d'actions fictives (réalistes ou non) : les actions idéales. Par là, on désigne toute action dont on considère qu'elle correspond rigoureusement à la description qu'on en donne et tout spécialement pour ce qui concerne les conséquences de sa mise à exécution.

la décision ; l'ensemble des actions potentielles sur lequel l'aide à la décision prend appui au cours d'une phase d'étude est noté A.

La définition de cet ensemble A des actions potentielles soulève parfois des difficultés importantes pour poser une frontière, même provisoire, entre ce qui est envisageable ou possible et ce qui ne l'est pas¹. Précisons que cet ensemble A prend généralement l'une des deux formes suivantes :

- une liste $\{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ d'actions potentielles (définition en extension) ;
- un sous-ensemble de \mathbb{R}^m lorsque chaque action potentielle est définie par la donnée de m variables réelles x_1, x_2, \dots, x_m sur lesquelles pèsent un certain nombre de contraintes (définition en compréhension).

Le premier cas se rencontre, par exemple, dans un problème de financement de projets de recherche où l'on doit faire le choix de sélectionner un ou plusieurs projets parmi les propositions faites. Le second est fréquent dans les problèmes de production, un plan de production étant défini par la donnée d'un certain nombre de variables (sortie de stocks, nombre d'unités produites, composition des produits, etc.).

On a souvent tendance à considérer cet ensemble A comme stable, c'est-à-dire non susceptible d'évoluer du fait de modification de l'environnement et/ou du fait de l'étude elle-même. Cette conception de A est souvent fort réductrice, même si elle simplifie la tâche de l'homme d'étude. Souvent, contribuer à faire évoluer A est une aide importante à la décision (cf. glossaire : propriétés de l'ensemble des actions potentielles).

Remarquons enfin que rien dans la définition d'une action n'indique qu'elle doive nécessairement être exclusive de toutes les autres. Lorsque c'est le cas, elle sera dite globale. Dans le cas

¹ Pour cette raison notamment, le qualificatif de potentiel n'est pas toujours synonyme de possible ou réalisable.

contraire, elle sera dite fragmentaire (cf. glossaire : action globale et action fragmentaire). On peut concevoir un exemple simple d'action fragmentaire dans un problème d'octroi de crédits par un banquier. S'il est raisonnable de considérer chaque dossier de demande de crédit comme un point d'application possible d'une aide à la décision - et donc comme une action - accepter un dossier de crédit n'implique pas de rejeter tous les autres.

Par des regroupements convenables d'actions fragmentaires, on peut cerner des configurations mutuellement exclusives qui, si elles sont prises comme actions, conduisent à substituer des actions globales aux actions fragmentaires initiales. De par leur globalité, ces nouvelles actions ne constituent pas nécessairement des points d'applications opérationnels dans l'aide à la décision. La qualité de l'insertion dans le processus de décision peut s'en trouver compromise. Ces configurations sont, en outre, plus complexes qu'une simple juxtaposition des fragments qui la composent. Enfin, le passage d'une conception naturellement fragmentée à une conception globalisée quelque peu artificielle accroît considérablement le nombre des actions et, surtout, complique le diagnostic de faisabilité. Il peut donc y avoir un réel intérêt à raisonner sur des actions fragmentaires.

1.3 PROBLÉMATIQUES D'AIDE À LA DÉCISION¹

Dans de très nombreux contextes impliquant décision, on entend fréquemment les principaux responsables parler de "solution optimale". Soulignons que, pour parler d'optimum, il faut pouvoir modéliser la situation de telle sorte que :

- chaque solution envisagée soit exclusive de toutes les autres ;
- l'ensemble des solutions considérées soit fixé une fois pour toutes ;
- les solutions puissent être ordonnées de façon incontestable de la plus mauvaise à la meilleure.

¹ Cf. MMCAD, chapitre 6, dont cette section est inspirée. Nous reviendrons en détail sur ce sujet au 6.1. Voir aussi Bana e Costa (à paraître).

L'ensemble A des actions potentielles ne doit pas toujours être regardé comme un ensemble de solutions jouissant de ces caractéristiques. C'est pourquoi, en matière d'aide à la décision, il est préférable, dans bien des cas, de chercher, au moins au départ, à formuler le problème en termes moins restrictifs. Dans cette optique, quatre **problématiques de référence** (dont les principales caractéristiques sont indiquées au tableau 1.3.1 et les définitions rappelées dans le glossaire) doivent être considérées.

La première (P.α) consiste à formuler le problème en termes de meilleur choix mais sans s'imposer d'aboutir à la mise en évidence d'une solution réputée optimale (l'optimisation en est donc un cas particulier). La seconde (P.β) correspond à une pratique courante : celle de l'examen (examens médicaux, examens scolaires, ...). La problématique P.γ procède d'une autre optique : celle du concours aboutissant à un classement (non nécessairement complet). Il convient enfin d'isoler la problématique P.δ car, même si elle peut apparaître sous une forme plus ou moins développée comme lieu de passage obligé pour chacune des trois précédentes, elle peut aussi constituer une fin en soi.

Précisons enfin que la manière de formuler le problème n'a pas seulement pour objet de préciser la nature de ce qui est recherché relativement à l'ensemble A des actions potentielles mais aussi l'esprit dans lequel la recommandation dont il a été question plus haut mérite d'être conçue. En particulier, s'agit-il d'une optique seulement tactique qui ne concerne que les éléments de l'ensemble des actions potentielles ou s'agit-il au contraire d'une optique plus stratégique qui vise à élaborer une méthodologie ou à mettre en place une procédure destinée à une utilisation répétitive et/ou automatisée ?

1.4 MODÉLISATION DES PRÉFÉRENCES

Aider à la décision suppose de prendre en compte les valeurs et les préférences d'un ou de plusieurs acteurs dans un processus de décision. Cette section rappelle brièvement quelques outils

utiles pour ce faire ¹.

Tableau 1.3.1 : Les quatre problématiques de référence (extrait de MMCAD, chapitre 6)

Problématique	Objectif	Résultat
P.α	Eclairer la décision par le choix d'un sous-ensemble aussi restreint que possible en vue d'un choix final d'une seule action, ce sous-ensemble contenant des "meilleures" actions (optimums) ou, à défaut, des actions "satisfaisantes" (satisfecums).	Un choix ou une procédure de sélection
P.β	Eclairer la décision par un tri résultant d'une affectation de chaque action à une catégorie, les catégories étant définies a priori en fonction de normes ayant trait à la suite à donner aux actions qu'elles sont destinées à recevoir.	Un tri ou une procédure d'affectation
P.γ	Eclairer la décision par un rangement obtenu en regroupant tout ou partie (les "plus satisfaisantes") des actions en classes d'équivalence, ces classes étant ordonnées, de façon complète ou partielle, conformément aux préférences.	Un rangement ou une procédure de classement
P.δ	Eclairer la décision par une description, dans un langage approprié, des actions et de leurs conséquences.	Une description ou une procédure cognitive

1.4.1 Généralités

De même que dans MMCAD, on admettra que les quatre **situations fondamentales incompatibles d'indifférence, de**

¹ Voir MMCAD, chapitre 7 dont cette section est inspirée. Voir aussi Roubens et Vincke (1985) et Fishburn (1970a).

préférence stricte, de préférence faible¹ et d'**incomparabilité**² (définies au tableau 1.4.1) conviennent pour asseoir une représentation réaliste des préférences d'un acteur Z ; quelles que soient les actions potentielles en cause, le point de vue adopté pour les comparer et l'information disponible, Z ou l'homme d'étude jugeant au nom de Z, peut concevoir un modèle satisfaisant qui, pour élaborer ou rendre compte des préférences de Z, fasse correspondre à chaque paire d'actions potentielles soit une seule, soit un regroupement de deux ou trois des quatre situations fondamentales.

Parmi les regroupements possibles de ces quatre situations fondamentales, certains présentent un intérêt tout particulier. Ils sont présentés au tableau 1.4.2.

D'après les propriétés des relations fondamentales indiquées au tableau 1.4.1, \sim est symétrique, $>$ est asymétrique, J, K et S ne sont nécessairement ni symétriques, ni asymétriques (cf. 1.4.2).

A l'aide des relations fondamentales ou regroupées, on espère parvenir à un modèle satisfaisant des préférences d'un acteur. C'est l'objet de la définition suivante (cf MMCAD, chapitre 7) :

DÉFINITION 1.4.1 : Etant donné neuf relations binaires I, R, \sim , P, Q, $>$, J, K, S définies sur un ensemble A d'actions potentielles, nous dirons qu'elles constituent un **système relationnel de préférences** (s.r.p.) d'un acteur Z sur A si :

¹ L'affirmation "a faiblement préférée à b" traduit le fait que Z ou l'homme d'étude qui juge en son nom s'estime en mesure d'affirmer que "b n'est pas préférée à a" tout en hésitant entre "a est strictement préférée à b" et "a est indifférente à b", les éléments dont il dispose pour trancher entre ces deux dernières possibilités ne lui paraissant pas suffisamment probants.

² Certains ont tendance à contester l'intérêt de l'incomparabilité en faisant valoir qu'elle est nécessairement évacuée par toute décision. Cette contestation repose sur un malentendu : il importe de ne pas perdre de vue que l'affirmation "a et b sont incomparables" traduit un refus de prendre position au niveau de la modélisation des préférences sur la comparaison des valeurs respectives de a et de b.

Tableau 1.4.1 : Modélisation des quatre situations fondamentales de préférences dans la comparaison de deux actions potentielles (extrait de MMCAD, chapitre 7)

Situation	Définition	Relation binaire (propriétés)
Indifférence	Elle correspond à l'existence de raisons claires et positives qui justifient une équivalence entre les deux actions.	I : relation symétrique réflexive
Préférence stricte	Elle correspond à l'existence de raisons claires et positives qui justifient une préférence significative en faveur de l'une (identifiée) des deux actions.	P : relation asymétrique (irréflexive)
Préférence faible	Elle correspond à l'existence de raisons claires et positives qui infirment une préférence stricte en faveur de l'une (identifiée) des deux actions mais ces raisons sont insuffisantes pour en déduire soit une préférence stricte en faveur de l'autre, soit une indifférence entre ces deux actions (ces raisons ne permettent donc pas d'isoler l'une des deux situations précédentes comme étant la seule appropriée).	Q : relation asymétrique (irréflexive)
Incomparabilité	Elle correspond à l'absence de raisons claires et positives justifiant l'une des trois situations précédentes.	R : relation symétrique irréflexive

1°) En accord avec les définitions et propriétés des tableaux 1.4.1 et 1.4.2, elles peuvent être prises comme représentation des préférences de Z vis-à-vis des actions de A.

2°) Elles sont exhaustives : pour une paire quelconque d'actions, une au moins est vérifiée.

3°) Elles sont mutuellement exclusives¹ : pour une paire d'actions quelconques, deux relations distinctes ne sont jamais vérifiées.

1.4.2 Principales structures de préférences

On a vu que le concept de relation binaire était crucial pour modéliser des préférences. Nous rappelons ici quelques structures remarquables de ces relations ayant un intérêt particulier en modélisation des préférences.

Soit H une relation binaire² sur un ensemble B . Parmi les propriétés les plus classiques que H peut posséder, mentionnons :

- (1) réflexivité : $\forall a \in B, a H a$;
- (2) irreflexivité : $\forall a \in B, \text{Non } [a H a]$;
- (3) symétrie : $\forall a, b \in B, a H b \Rightarrow b H a$;
- (4) asymétrie : $\forall a, b \in B, a H b \Rightarrow \text{Non } [b H a]$;
- (5) transitivité : $\forall a, b, c \in B, [a H b \text{ et } b H c] \Rightarrow a H c$;

¹ La condition 3 stipule que si H_1 et H_2 sont deux relations distinctes parmi les neuf, alors :

- $[a H_1 b \text{ et } b H_2 a]$ est exclu : cette condition découle en fait des définitions des tableaux 1.4.1 et 1.4.2 sauf dans des cas exceptionnels qu'il n'est pas restrictif d'exclure ;

- $[a H_1 b \text{ et } a H_2 b]$ est exclu : cette condition peut, par contre, sembler restrictive puisque $[a P b \text{ et } a > b]$ ou $[a > b \text{ et } a J b]$ ou encore $[a I b \text{ et } a S b]$ caractérisent des situations cohérentes.

Le lecteur vérifiera sans peine que, dans toutes les situations cohérentes du type ci-dessus, il est toujours possible d'adopter une modélisation équivalente ne mettant en jeu qu'une relation au lieu de deux. Ainsi, dans les exemples ci-dessus :

- $[a P b \text{ et } a > b]$ peut être remplacé par $a P b$;
- $[a > b \text{ et } a J b]$ peut être remplacé par $a Q b$;
- $[a I b \text{ et } a S b]$ peut être remplacé par $a I b$.

Cette condition 3 est donc introduite en vue de restreindre l'acceptation du signe s.r.p. à des systèmes relationnels qui ne soient ni contradictoires avec les définitions des neuf relations, ni surchargés par des redondances ou des complications inutiles.

² c'est-à-dire que H est un sous-ensemble de $B \times B$. En accord avec un usage bien établi, on écrira $a H b$ au lieu de $(a, b) \in H$.

Tableau 1.4.2 : Situations et relations regroupées intervenant dans la modélisation des préférences relativement à deux actions potentielles a, a'

Situation	Définition	Relation binaire (propriétés)
Non préférence	Elle correspond à l'absence de raisons claires et positives qui justifieraient une préférence stricte ou une préférence faible en faveur de l'une quelconque des deux actions et regroupe par conséquent, sans possibilité de les différencier, les situations d'indifférence et d'incomparabilité.	$a \sim a' \Leftrightarrow (a I a' \text{ ou } a R a')$
Préférence (au sens large)	Elle correspond à l'existence de raisons claires et positives qui justifient une préférence stricte ou faible en faveur de l'une (identifiée) des deux actions et regroupe par conséquent, sans possibilité de les différencier, les situations de préférence stricte et de préférence faible.	$a > a' \Leftrightarrow (a P a' \text{ ou } a Q a')$

- (6) Ferrers : $\forall a, b, c, d \in B, [a H b \text{ et } c H d] \Rightarrow [a H d \text{ ou } c H b]$;
- (7) quasi-transitivité : $\forall a, b, c, d \in B, [a H b \text{ et } b H c] \Rightarrow [a H d \text{ ou } d H c]$;
- (8) complétude : $\forall a, b \in B, a H b \text{ ou } b H a$.

Ces propriétés ne sont pas sans liens. A titre d'exemple, on notera qu'une relation irreflexive et quasi-transitive est obligatoirement transitive.

Soit H_1, H_2, \dots, H_k , k relations binaires sur un ensemble B . On dit que ces k relations sont :

- (9) mutuellement exclusives : $\forall a, b \in B, \forall i \in \{1, 2, \dots, k\}, a H_i b \Rightarrow [\text{Non}(a H_j b) \text{ et } \text{Non}(b H_j a), \forall j \neq i]$;
- (10) exhaustives : $\forall a, b \in B, \exists i \in \{1, 2, \dots, k\}$ tel que $a H_i b$ ou $b H_i a$.

a) Préordre complet

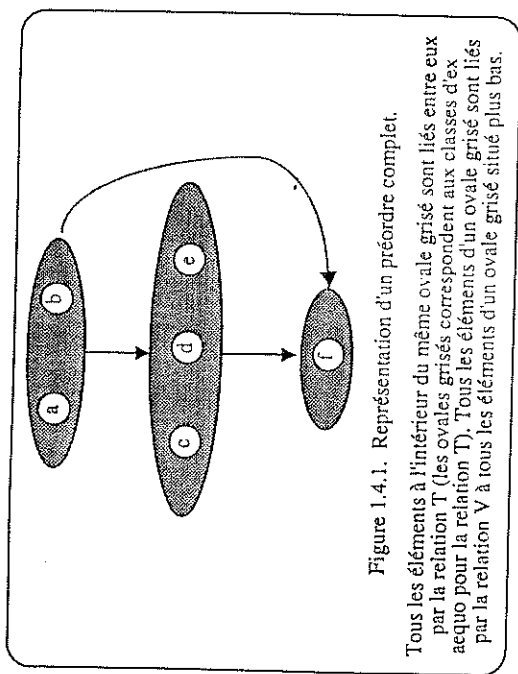
Un couple de relations binaires (T, V) sur un ensemble B est un préordre complet si :

- T et V sont exhaustives et mutuellement exclusives ;
- V est asymétrique et transitive ;
- T est symétrique et transitive.

La structure de préordre complet correspond à la notion intuitive de classement avec possibilité d'ex æquo (cf. figure 1.4.1). Une relation T sur un ensemble B est une **relation d'équivalence** si T est réflexive, symétrique et transitive. Un préordre complet (T, V) tel que $V = \emptyset$ est donc une relation d'équivalence particulière (à une seule classe). Un préordre complet (T, V) où T est réduite aux boucles (c'est-à-dire que T n'est vérifiée qu'entre deux actions identiques) est appelé un **ordre complet**, ce qui correspond à la notion intuitive de classement sans possibilités d'ex æquo.

Présomption de préférence	K-préférence	Surclassement
Elle correspond à l'existence de raisons claires et positives qui justifient la préférence faible, si faible soit-elle, en faveur de l'une (identifiée) des deux actions ou, à la limite, l'indifférence entre elles deux mais sans qu'aucune séparation significative ne soit établie entre les situations de préférence faible et d'indifférence.	Elle correspond soit à l'existence de raisons claires et positives qui justifient soit la préférence stricte en faveur de l'une (identifiée) des deux actions, soit l'incomparabilité de ces deux actions mais sans qu'aucune séparation significative ne soit établie entre ces deux situations.	Elle correspond à l'existence de raisons claires et positives qui justifient soit une préférence, soit une présomption de préférence en faveur de l'une (identifiée) des deux actions mais sans qu'aucune séparation significative ne soit établie entre les situations de préférence stricte, de préférence faible et d'indifférence.
$J \text{ a}' \uparrow (a \text{ Q}' \text{ ou } a \text{ I } a)$	$K \text{ a}' \uparrow (a \text{ P}' \text{ ou } a \text{ R } a)$	$S \text{ a}' \uparrow (a \text{ P}' \text{ ou } a \text{ Q}' \text{ ou } a \text{ I } a)$

On vérifiera sans peine que (T, V) est un préordre complet si et seulement si la relation $H = T \cup V$ est complète et transitive ¹.



L'intérêt de la structure de préordre complet est liée au résultat classique suivant :

RÉSULTAT 1.4.1 : Un préordre complet (T, V) sur un ensemble B peut toujours, dans les problèmes réels ², être représenté par une fonction g à valeur réelle définie sur B de telle sorte que, $\forall a, a' \in B$:

¹ Rappelons que $T \cup V$ est une relation binaire sur B définie par $a T \cup V b \Leftrightarrow a T b$ ou $a V b$. Rappelons également que T.V est une relation binaire sur B définie par $a T.V b \Leftrightarrow \exists c \in B$ tel que $a T c$ et $c V b$.

² En toute rigueur, il existe des cas d'impossibilité mais ceux-ci correspondent à des situations pathologiques, concernant uniquement le cas où B est infini, qui ne se rencontrent jamais dans les problèmes réels. Cette remarque vaut pour tous les résultats présentés dans cette section. Pour plus de précisions, voir Fishburn (1970a).

$$\left. \begin{aligned} a' T a &\Leftrightarrow g(a') = g(a) \\ a' V a &\Leftrightarrow g(a') > g(a). \end{aligned} \right\} \text{(r.1.4.1 } ^1)$$

Conformément aux propriétés indiquées aux tableaux 1.4.1 et 1.4.2, on peut ainsi vouloir bâtir des s.r.p. (I, P) , (\sim, P) , $(\sim, >)$ ou $(I, >)$ ayant une structure de préordre complet. Ceci suppose :

- l'absence d'incomparabilité ;
- la transitivité de P (ou $>$) et de I (ou \sim).

Il est facile de montrer ² qu'imposer la transitivité de I ou de \sim conduit souvent à une modélisation des préférences peu réaliste. Ceci justifie l'introduction des structures présentées au b).

b) *Quasi-ordre et ordre d'intervalle*

Un couple de relations binaires (T, V) sur un ensemble B est un ordre d'intervalle si :

- T et V sont exhaustives et mutuellement exclusives ;
- T est symétrique ;
- V est asymétrique ;
- $\forall a, b, c, d \in B, [a V b, b T c \text{ et } c V d] \Rightarrow a V d$.

Si, de plus, on a :

$$\forall a, b, c, d \in B, [a V b \text{ et } b V c] \Rightarrow \text{Non}[a T d \text{ et } d T c],$$

(T, V) est un quasi-ordre.

On vérifiera sans peine que (T, V) est un ordre d'intervalle si et seulement si $H = T \cup V$ est complète et de Ferrers. De même, (T, V) est un quasi-ordre si et seulement si $H = T \cup V$ est complète, de Ferrers et quasi-transitive.

Ces deux structures consistent à admettre que la relation symétrique n'est pas parfaitement transitive en raison de phénomènes de seuils. Ceci est illustré par les deux résultats suivants :

¹ A chacune des relations susceptibles de donner lieu à renvoi est associée une référence faisant suivre la lettre "r" du numéro du chapitre, de la section et enfin d'un numéro d'ordre au sein de celle-ci.

² Cf. MMCAD, 7.2.

RÉSULTAT 1.4.2 : Un quasi-ordre (T, V) sur un ensemble B peut toujours, dans les problèmes réels, être représenté par une fonction g à valeurs réelles définie sur B de telle sorte que :

$$\left. \begin{aligned} a' T a &\Leftrightarrow -q \leq g(a') - g(a) \leq q \\ a' V a &\Leftrightarrow g(a') > g(a) + q, \end{aligned} \right\} \quad (r.1.4.2)$$

q désignant une constante non négative appelée seuil d'indifférence.

RÉSULTAT 1.4.3 : Un ordre d'intervalle (T, V) sur un ensemble B peut toujours, dans les problèmes réels, être représenté par deux fonctions g et q , g étant à valeurs réelles, définie sur B et q une fonction de \mathbf{R} dans \mathbf{R} de telle sorte que :

$$a' T a \Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} g(a') - g(a) &\leq q(g(a)) \text{ et} \\ g(a) - g(a') &\leq q(g(a')) \end{aligned} \right. \quad (r.1.4.3)$$

$$a' V a \Leftrightarrow g(a') - g(a) > q(g(a))$$

où la fonction-seuil q est telle que :

$$q(g(a)) \geq 0, \forall a \in B.$$

Il est facile de montrer qu'un préordre complet est un quasi-ordre à seuil d'indifférence nul. De même, un quasi-ordre est un ordre d'intervalle à seuil constant. Notons que, dans les problèmes réels, si un ordre d'intervalle admet une représentation (r.1.4.3) telle que, $\forall a, a' \in B$,

$$g(a) > g(a') \Rightarrow g(a) + q(g(a)) \geq g(a') + q(g(a')) \quad (r.1.4.4^1)$$

on peut montrer qu'il admet également une représentation à seuil constant de type (r.1.4.2) et est donc un quasi-ordre.

Conformément aux propriétés indiquées aux tableaux 1.4.1 et 1.4.2, on peut ainsi vouloir bâtir des s.r.p. (I, P) , (I, \succ) , (\sim, P) , (\sim, \succ) ayant une structure d'ordre d'intervalle ou de quasi-ordre.

c) Préordre partiel

Un triplet de relations (T, V, W) sur un ensemble B est un préordre partiel si :

- T, V, W sont exhaustives et mutuellement exclusives ;
- W est symétrique et irreflexive ;

¹ On vérifiera facilement que cette condition est équivalente à : $\forall a, a' \in A :$
 $[q(g(a)) - q(g(a'))]/[g(a) - g(a')] \geq -1.$

1.4.2 d)

- T est symétrique et réflexive ;
- V est asymétrique ;
- $(T \cup V)$ est transitive.

La structure de préordre partiel généralise la structure de préordre complet pour admettre l'idée d'incomparabilité dans le classement tout en gardant celle de transitivité. Un préordre partiel tel que, $\forall a, b \in B, a T b \Leftrightarrow a = b$ est appelé un **ordre partiel**. Il est facile de vérifier qu'une structure de préordre partiel telle que $W = \emptyset$ est un préordre complet. De même, on vérifiera que T est une relation d'équivalence dans une structure de préordre partiel telle que $V = \emptyset$.

On vérifiera sans peine que (T, V, W) est un préordre partiel si et seulement si la relation $H = T \cup V$ est réflexive et transitive. On a :

RÉSULTAT 1.4.4 : Un préordre partiel (T, V, W) sur B peut toujours, dans les problèmes réels, être représenté par une fonction g à valeurs réelles définie sur B de telle sorte que :

$$\left. \begin{aligned} a' T a &\Rightarrow g(a') = g(a) \\ a' V a &\Rightarrow g(a') > g(a). \end{aligned} \right\} \quad (r.1.4.5)$$

En matière de modélisation des préférences, les s.r.p. pouvant avoir une structure de préordre partiel sont du type :

$$(I, P, R), (I, \succ, R), (\sim, P, R) \text{ ou } (\sim, \succ, R).$$

On peut (voir Roubens et Vincke (1985) et MMCAD, 7.2.3) généraliser de même les structures de quasi-ordre et d'ordre d'intervalle pour faire apparaître d'éventuelles incomparabilités. On parle alors de quasi-ordres partiels et d'ordres d'intervalle partiels.

d) Pseudo-ordre

Un triplet de relations (T, V, W) sur un ensemble B est un pseudo-ordre si :

- T, V, W sont exhaustives et mutuellement exclusives ;

- T est symétrique et réflexive ;
- V est asymétrique ;
- W est asymétrique ;
- $(T, V \cup W)$ a une structure de quasi-ordre ;
- (V, V) a une structure de quasi-ordre (avec $a' \nabla a \Leftrightarrow [\text{Non}(a' \nabla a)]$ et $\text{Non}(a \nabla a')$);
- $V \cdot T \cdot W \subset V$;
- $W \cdot T \cdot V \subset V$;
- $T \cdot W \cdot V \subset V$;
- $V \cdot W \cdot T \subset V$.

Cette structure plus complexe correspond intuitivement à un quasi-ordre (T, V) où l'on a "inséré", de manière adéquate, la relation W. Cette insertion correspond, pour la modélisation des préférences, à celle de la préférence faible $(W = Q)$ entre l'indifférence $(T = I)$ et la préférence stricte $(V = P)$.

RÉSULTAT 1.4.5 : Un pseudo-ordre (T, V, W) sur B peut toujours, dans les problèmes réels, être représenté par trois fonctions g, p, q , g étant à valeurs réelles définie sur B, p et q des fonctions de \mathbf{R} dans \mathbf{R} , de telle sorte que :

$$a' T a \Leftrightarrow \begin{cases} g(a') - g(a) \leq q(g(a)) \text{ et} \\ g(a) - g(a') \leq q(g(a')) \end{cases} \quad (r.1.4.6)$$

$$a' W a \Leftrightarrow g(a) + q(g(a)) < g(a') \leq g(a) + p(g(a))$$

$$a' V a \Leftrightarrow g(a') > g(a) + p(g(a))$$

où les fonctions-seuils q et p sont telles que, $\forall a, a' \in B$:

$$p(g(a)) \geq q(g(a)) \geq 0$$

$$g(a') > g(a) \Rightarrow \begin{cases} g(a') + q(g(a')) \geq g(a) + q(g(a)) \text{ et} \\ g(a') + p(g(a')) \geq g(a) + q(g(a)). \end{cases}$$

Notons qu'il est toujours possible de choisir une représentation d'un pseudo-ordre de telle sorte qu'une des deux fonctions-seuils soit constante. On voit donc qu'un quasi-ordre est un pseudo-ordre particulier où $W = \emptyset$.

En matière de modélisation des préférences, on peut vouloir bâtir des s.r.p. du type (I, P, Q) ayant une structure de pseudo-ordre.

e) Relations de préférence floues

On verra, au chapitre 5, que l'on peut modéliser des préférences autrement que par des relations binaires "nettes" comme on vient de le faire. On peut en effet être amené, pour chaque relation H du s.r.p. considéré, à apprécier, sur une échelle de 0 à 1, la plus ou moins grande crédibilité de l'acceptation (comme reflet d'une conviction ou encore comme hypothèse de travail) d'une assertion telle que a H b. C'est la force des arguments que l'on peut avancer en faveur de cette assertion qui doit permettre d'en apprécier la crédibilité. Nous renvoyons au 5.3.2 sur ce point.

1.4.3 Modélisation des préférences sur des "écarts"

On a supposé jusqu'à présent que la modélisation des préférences d'un acteur ne faisait intervenir que des jugements portés sur des couples d'actions (a, b). On peut parfois vouloir aller plus loin et porter un jugement sur l'écart a \ominus b (ou, de façon identique, la **mutation** b \rightarrow a) existant entre deux actions. Ainsi, on peut vouloir se prononcer sur des questions du type :

- "l'écart existant entre a et b est-il plus grand que celui existant entre c et d" ou encore
- "la transformation de l'action a en action b procure-t-elle un accroissement de satisfaction supérieur à celui que procure la transformation de c en d".

Ces préférences entre écarts peuvent être modélisées en bâtissant un s.r.p. sur $A \times A$. Afin de distinguer les relations binaires sur A et sur $A \times A$, on note $I^*, P^*, Q^*, R^*, \sim^*, \succ^*, J^*, K^*, S^*$ ces dernières.

On peut être ainsi amené à s'intéresser à des s.r.p. (S^*, R^*) admettant une représentation du type :

$$g(a) - g(b) \geq g(c) - g(d) \Rightarrow a \ominus b S^* c \ominus d$$

ou encore à des s.r.p. (I^*, P^*) pour lesquels :

$$a \ominus b P^* c \ominus d \Leftrightarrow g(a) - g(b) > g(c) - g(d)$$

$$a \ominus b I^* c \ominus d \Leftrightarrow g(a) - g(b) = g(c) - g(d).$$

Nous reviendrons longuement sur ces questions au 4.4. Mentionnons dès à présent qu'il est indispensable de raisonner l'éventuel s.r.p. sur $A \times A$ en liaison avec le s.r.p. sur A. Ainsi, il peut sembler raisonnable de postuler :

$$(a \ominus b) H^* (c \ominus d) \Leftrightarrow a H b, \forall H \in \{I, R, \succ, P, Q, \sim, J, K, S\}.$$

1.5 MODÉLISATION DES CONSÉQUENCES ¹

Quelle que soit la manière dont on envisage d'éclairer une décision, il est nécessaire de s'intéresser aux **conséquences** (cf. glossaire) qu'entraîne la mise à exécution de chacune des actions de A. Ces conséquences sont, en général, multiples. Elles s'apprécient en des termes fort variés (monétaires, temporels, spatiaux, de confort, d'image, ...). C'est en prenant appui sur l'évaluation de ces conséquences que les actions peuvent être comparées en termes de préférence, d'indifférence, etc.

La méthodologie proposée dans MMCAD conduit à ² analyser les conséquences des actions de A par rapport à un ensemble de \bar{n} **dimensions** (cf. glossaire), appelé "spectre des conséquences" (cf. glossaire) tel que :

— chacune de ces dimensions soit suffisamment bien identifiée dans son contenu pour que les différents acteurs en comprennent la signification ;

— il soit possible d'associer, à chaque dimension $i = 1, 2, \dots, \bar{n}$, une **échelle de préférence** E_i , les différents échelons de cette échelle étant définis de manière à refléter un ordre complet partagé par tous les acteurs (cf. glossaire) ;

— il soit possible d'associer, à chaque dimension $i = 1, 2, \dots, \bar{n}$, un **indicateur d'état** γ_i associant, à chaque action $a \in A$, un sous-ensemble ³ $\gamma_i(a)$ de l'échelle de préférence E_i associée, ce sous-ensemble contenant celui (ou ceux) des échelons de E_i qui se réaliseront si l'action a est mise à exécution ;

¹ Cf. MMCAD, chapitre 8 dont cette section est inspirée.

² Les concepts présentés dans cette section sont illustrés aux chapitres 8, 9 et 10 présentant des cas concrets. Le lecteur qui éprouverait le besoin de mieux comprendre leur signification concrète peut, dès à présent, commencer la lecture de ces trois chapitres.

³ ce sous-ensemble étant éventuellement réduit à un seul échelon pour toutes les actions. On parle alors d'indicateur d'état ponctuel.

— il soit possible d'associer, à chaque dimension $i = 1, 2, \dots, \bar{n}$ et à chaque action $a \in A$, un **indicateur de dispersion** (cf. glossaire) δ_i^a permettant d'apprécier la plus ou moins grande vraisemblance des échelons de $\gamma_i(a)$ si a est mise à exécution ; l'indication de cette vraisemblance peut prendre la forme d'une distribution de probabilités ; elle est parfois purement ordinale.

Cette méthodologie conduit donc à modéliser les conséquences de la mise à exécution d'une action potentielle sous la forme d'un modèle $\Gamma(a) = \{(\gamma_i(a), \delta_i^a), i = 1, 2, \dots, \bar{n}\}$. On notera $\Gamma(A)$ l'ensemble des modèles correspondant aux actions de A. Dans les problèmes réels, l'élaboration d'un tel modèle n'est, en général, pas une tâche aisée. Elle doit être guidée par les trois principes suivants :

i) Principe d'intelligibilité

Les composantes de $\Gamma(A)$ doivent cerner, de façon aussi directe que possible, les diverses conséquences telles que les acteurs les conçoivent ou sont aptes à les comprendre en étroite relation avec les échelles de préférence.

ii) Principe d'universalité

Ces composantes doivent être rattachées à des dimensions reflétant ce qu'il y a de fondamental et d'unanime dans les jugements de préférence ayant trait aux actions de A.

iii) Principe de fiabilité

Le modèle $\Gamma(A)$ doit explicitement faire apparaître le degré de fiabilité (niveau de précision, de signification, de validité) de ses composantes les plus importantes et ce en fonction de l'action a considérée.

1.6 CRITÈRES

1.6.1 Généralités

Face à un modèle d'évaluation $\Gamma(A)$, les préférences d'un acteur impliqué dans un processus de décision ne sont pas nécessairement toujours rigoureusement définies a priori et stables. L'appréciation de certaines des conséquences peut être plus ou moins bien étayée ; d'autres peuvent être hypothétiques et décrites en termes probabilistes. Le jugement de préférence peut varier selon l'importance plus ou moins grande que l'acteur accorde à tel ou tel aspect des conséquences. Ce jugement apparaît donc fréquemment comme la résultante d'aspects conflictuels qui s'affrontent, tant dans l'esprit d'un acteur donné qu'entre acteurs différents au sein du processus de décision. Aider à décider, c'est, en tout premier lieu, aider à clarifier la formation, la transformation et l'argumentation des préférences. A ce niveau, le concept-clé est celui du **critère**.

Pour l'essentiel, un critère vise à résumer, à l'aide d'une fonction, les évaluations d'une action sur diverses dimensions pouvant se rattacher à un même "axe de signification", ce dernier étant la traduction opérationnelle d'un "point de vue" au sens usuel du terme. C'est ainsi que l'on peut chercher à définir un critère "dommages causés à l'environnement" en regroupant les dimensions impact sur la faune, sur la flore, sur la qualité de l'air, etc.

Lorsque le spectre des conséquences n'est pas trop complexe, on peut vouloir expliciter d'emblée un critère unique appréhendant toutes les conséquences pertinentes. Une telle **analyse monocritère** suppose que l'on puisse valoriser chaque action potentielle sur un axe de signification unique choisi a priori. Ce dernier peut avoir un sens plus ou moins concret : bénéfice, taux de rentabilité, gain pour la collectivité, utilité pour un décideur. Ce premier mode d'analyse impose en particulier de chiffrer chacune des conséquences dans une unité commune, propre à l'axe de signification choisi. Trois écueils sont alors à éviter :

- exclusion du chiffrage (plus ou moins consciemment) ceux des aspects des conséquences qui se laissent mal appréhender dans un tel système de représentation,

- recourir à des prix de référence, des taux d'équivalence, des barèmes de conversion, ... à la fois nécessaires pour ramener des conséquences hétérogènes à une unité commune mais difficiles à évaluer de façon objective ou
- aboutir à une formule complexe, fondée sur une logique obscure et peu propice à la communication.

Lorsque l'hétérogénéité des conséquences est telle que les écueils précédents ne peuvent être évités, il est préférable de procéder à une **analyse multicritère**. Celle-ci consiste à expliciter une famille de plusieurs critères, chacun d'eux n'appréhendant qu'une catégorie relativement homogène de conséquences.

Chacun de ces critères doit évidemment éviter les écueils ci-dessus. La famille qu'ils constituent doit d'autre part satisfaire à un certain nombre d'exigences techniques (cf. chapitre 2). Elle doit enfin être intelligible pour les différents acteurs que l'aide à la décision concerne et acceptée par eux comme base de travail. Lorsqu'il en est ainsi, elle peut constituer un instrument de communication à partir duquel se raisonne, se transforme, s'argumentent les préférences.

Rien n'interdit cependant que, dans une étape ultérieure de la modélisation (cf. chapitre 4), les n critères d'une famille F soient agrégés en un seul plus complexe. Il importe de ne pas confondre cette dernière façon de faire (qui ne fait pas l'économie d'une famille de critères) avec l'analyse monocritère qui mélange et amalgame, très tôt dans l'analyse, ce qui est de l'ordre des conséquences reconnues par tous avec ce qui relève de leur traitement en vue de les réduire à une unité commune par une procédure comptable, inévitablement emprunte d'arbitraire et généralement influencée par un système de valeurs particulier.

La littérature "multicritère" a connu un extraordinaire accroissement depuis le début des années 1970¹. On a souvent cherché à expliquer ce développement (cf. Zeleny (1982) ou Schärflig (1985)) en faisant remarquer que la réalité elle-même était multicritère et que toute décision impliquait de "peser le pour et le contre". Dans ce cadre, le "monocritère" n'apparaît que comme un cas limite et dégénéré du "multicritère". Sans nier toute valeur à cet argument, nous croyons cependant que la raison d'être de ce type d'aide à la décision est ailleurs². Admettre ce point de vue reviendrait à nier toute utilité, pour aider à la décision, aux modèles "monocritères" : calcul économique, techniques classiques de la recherche opérationnelle ou de la gestion financière, etc. Ceux-ci ont pourtant fait, souvent, la preuve de leur efficacité³. Adopter un modèle monocritère, ce n'est pas postuler que, "dans la réalité", un seul critère est à l'œuvre mais c'est, plus simplement, vouloir aider à la décision en n'exhibant explicitement qu'un seul critère. Au sein de ces modèles, la prise en compte de points de vue multiples s'effectue de diverses façons (même si c'est imparfaitement à notre sens) : conversion de toutes les conséquences dans une unité unique, analyses de sensibilité, utilisation de la dialectique subtile existant entre objectifs et contraintes, etc. Nous ne croyons pas, de plus, qu'en l'absence de tout critère permettant de définir un "bon" modèle d'aide à la décision, l'"imitation de la réalité" puisse fonder solidement une démarche d'aide à la décision⁴. De fait, il y a

¹ On pourra consulter, pour s'en convaincre, les bibliographies de Zeleny (1982), Achilles et al. (1979), Siskos et al. (1983), Vincke (1989). On trouvera, à la fin de cet ouvrage, une bibliographie spécifique consacrée à des cas d'application des méthodes multicritères.

² C'est pourquoi nous employons l'expression "aide multicritère à la décision" de préférence à "aide à la décision multicritère".

³ On entend par là que leur mise en œuvre a permis, souvent, d'apporter une aide à la décision qui a convaincu.

⁴ En d'autres termes, ce n'est pas parce que les processus de décision sont perçus comme complexes et comme faisant intervenir de multiples dimensions qu'il est toujours nécessaire de reproduire cette "complexité" dans les modèles d'aide à la décision.

selon nous à la base de toute démarche d'aide multicritère à la décision, un "acte de foi" consistant à croire que bâtir explicitement plusieurs critères peut avoir un "rôle positif" dans le processus de modélisation. C'est cet axe de foi qui, à notre sens, permet d'entrer dans ce qu'on a pu appeler un "nouveau paradigme" pour l'aide à la décision¹. Bien entendu, nombreux sont les arguments tendant à montrer que cet "acte de foi" n'est pas déraisonnable. Mais ces arguments ne sont pas des "preuves" et il est important de garder à l'esprit qu'ils sont uniquement des éléments permettant de se forger une conviction. L'aide multicritère à la décision n'est pas destinée à supplanter définitivement les approches monocritères. Elle constitue une autre façon de faire de l'aide à la décision qui, si elle semble échapper à certaines difficultés rencontrées avec une approche monocritère, soulève également des problèmes et des questions.

Parmi les arguments qui ont emporté notre conviction, mentionnons dès à présent :

a) Dans la plupart des processus de décision, aussi complexes et conflictuels soient-ils, il est souvent possible de mettre à jour un certain nombre d'"axes de signification" concrets, communs aux différents acteurs, autour desquels ils justifient, transforment et argumentent leurs préférences. Bâtir différents critères autour de ces axes de signification, c'est alors tenter de modéliser ce qui peut apparaître comme la partie stable de la perception du problème qu'ont ces acteurs ; c'est là le rôle de ce niveau intermédiaire (et parfois terminal) de modélisation que constitue l'élaboration du "tableau de performances"² incluant, au contraire d'un critère unique, le moins possible de jugements dépendant d'un système de valeurs particulier et constituant donc souvent une base de dialogue irremplaçable entre acteurs.

b) Construire plusieurs critères permet à l'homme d'étude de gérer, au niveau de chaque axe de signification, les éléments

¹ Cf. Roy (1988a).

² Cf. 1.7 et glossaire.

d'incertitude, d'imprécision, de mauvaise définition affectant les "données" du problème¹. On peut alors mettre en œuvre des techniques plus simples et efficaces que dans une approche monocritère pour gérer ces phénomènes et ainsi parvenir à une "carte" moins arbitraire, plus riche et néanmoins plus lisible d'un "territoire" complexe.

c) Construire plusieurs critères, c'est admettre qu'une décision sera inévitablement le résultat d'un compromis entre plusieurs objectifs conflictuels. Mais tous les acteurs n'ont pas la même vision de ce compromis. Un acteur particulier peut même avoir des difficultés à élaborer sa propre conviction parce que ses préférences sont mouvantes et/ou insuffisamment structurées. Ceci doit amener l'homme d'étude à changer d'attitude vis-à-vis de sa recommandation et ainsi lui permettre d'éviter certains écueils fréquemment rencontrés avec une approche monocritère. Etant condamné à travailler dans le cadre d'un problème "mal posé", il ne peut espérer emporter une conviction du fait de la sophistication des techniques de calcul qu'il utilise. Sa recommandation qui peut dès lors, comme on l'a vu, prendre d'autres formes que la simple recherche d'un optimum, n'acquerra de probance que s'il y a une réelle insertion dans le processus de décision. Le modèle est, dans ce cadre, un support à la réflexion, à la négociation, à la créativité² tolérant les ambiguïtés, les hésitations et les retours en arrière.

Tels sont, selon nous, les principaux "avantages" à entrer dans un "paradigme multicritère" en matière d'aide à la décision. Nous ne concevons pas cette "nouvelle" aide à la décision comme permettant d'apporter une "réponse scientifique" à des "problèmes de société". Y recourir ne comporte d'ailleurs pas que des avantages. On peut notamment lui reprocher de procéder d'un schéma trop analytique pour pouvoir éclairer des grandes

¹ Voir Roy (1988b), Bouyssou (1989).

² Notons par exemple que recourir à une modélisation multicritère permet d'éviter d'éliminer arbitrairement des solutions possibles comme c'est par exemple le cas dans un modèle monocritère où certaines contraintes jouent le rôle d'objectifs déguisés.

décisions stratégiques¹. Quitter le domaine des "problèmes mathématiquement bien posés", c'est aussi, souvent, prêter le flanc à des critiques ayant pour thème la "manipulation", le "manque d'objectivité", la "pseudo-scientificité", etc. De fait, il y a certainement, à la base d'une "bonne" aide multicritère à la décision, une part importante d'"art de la mise en œuvre" et d'"honnêteté intellectuelle" qui ne se laisse que difficilement enfermer dans le cadre d'un travail académique.

1.6.2 Définitions et techniques de construction²

Formellement, un critère g est une fonction à valeurs réelles définie sur l'ensemble A des actions potentielles de telle sorte qu'il soit possible de raisonner ou de décrire le résultat de la comparaison de deux actions a et b à partir des deux nombres $g(a)$ et $g(b)$. De façon plus précise (cf. glossaire), un critère g est un modèle à partir duquel on reconnaît pouvoir fonder la proposition³ :

$$g(b) \geq g(a) \Rightarrow b S_g a \quad (r.1.6.1)$$

où S_g est une relation binaire au contenu sémantique "au moins aussi bon que, relativement aux évaluations sur les seules dimensions prises en compte"⁴ dans la définition de g " (cf. glossaire). Au critère g est associée une échelle E_g , ensemble ordonné des valeurs a priori possibles que peut prendre g .

¹ Cf. Roy et Bouyssou (1988).

² Cf. MMCAD, 9.1 et 9.2.

³ le sens de l'inégalité étant purement conventionnel et non restrictif. Dans cet ouvrage, on supposera toujours, sauf mention contraire, que la préférence croît avec les valeurs des critères.

⁴ Ceci sous-entend la possibilité de pouvoir raisonner toutes choses égales par ailleurs sur l'axe de signification du critère. Nous reviendrons sur ce point au 2.4. Lorsqu'on s'intéressera à un critère g_i , on s'autorisera à noter la relation binaire associée S_i au lieu de S_g .

Lors de la construction d'un critère, l'homme d'étude doit chercher avant tout à faire en sorte que les acteurs du processus de décision reconnaissent le bien-fondé des comparaisons qui découlent de ce modèle. Ceci implique un certain nombre de conséquences importantes.

a) Les axes de signification autour desquels sont construits les critères doivent être compris et admis par tous les intervenants du processus de décision, même si ceux-ci divergent sur l'importance relative du rôle qu'ils souhaitent voir jouer à chacun d'entre eux. Ces axes de signification devront être suffisamment familiers à ces différents acteurs pour que ceux-ci acceptent de raisonner et de discuter sur cette base. Pouvoir associer à un axe de signification un critère s'exprimant dans une unité physique claire présente de nombreux avantages à cet égard.

b) Le procédé permettant de définir l'évaluation de chaque action sur le critère doit être compris et admis par tous les acteurs du processus de décision. La recherche d'un procédé simple et transparent doit donc être une préoccupation importante de l'homme d'étude. De plus, il convient d'éviter, autant que possible, d'inclure, dans la définition des critères, des éléments fortement liés à un système de valeurs particulier, éléments qui pourraient inciter certains acteurs à mettre en doute la probance des comparaisons effectuées sur la base du critère ainsi construit.

c) Le choix d'un critère doit se faire en prenant en compte la qualité des "données" de $\Gamma(A)$ utilisées pour parvenir à évaluer les diverses actions sur le critère. Lorsque celles-ci sont entachées d'imprécision, d'incertitude et/ou d'indétermination, la façon de construire le critère ne doit pas conduire à faire "dire" à ces données plus que ce qu'elles contiennent.

Il est bien difficile de présenter une méthodologie précise conduisant, sur la base de $\Gamma(A)$, à :

- choisir les axes de signification pertinents et
- construire un (ou plusieurs) critère(s) sur chacun de ces axes.

Le choix des axes de signification pertinents pour comparer les actions dépend fortement de la nature du problème considéré. On verra de plus, au chapitre 2, que ce choix est conditionné par certaines exigences techniques sur la famille de critères. Notons cependant que ce choix peut être utilement raisonné en :

- analysant les diverses dimensions de $\Gamma(A)$ et en les regroupant de façon judicieuse et/ou
- raisonnant de manière "hiérarchique" en décomposant, de manière progressive, un point de vue unique ("rentabilité sociale", "bien-être", etc.) en "sous-points de vue", eux-mêmes décomposés à leur tour et ainsi de suite¹.

Le procédé permettant d'évaluer l'ensemble des actions sur un critère donné dépend de l'axe de signification de ce dernier². Lorsque celui-ci recouvre une dimension i unique³ sur laquelle toutes les actions sont évaluées de façon ponctuelle, on pourra poser $g(a) = \gamma_i(a)$, $\forall a \in A$. Lorsque l'on est confronté à des évaluations non ponctuelles sur une dimension unique, une technique classique pour bâtir un critère consiste à tenter de résumer cette distribution par un nombre unique ; on parle alors de "**ponctualisation**". Lorsque l'indicateur de modulation δ_i sur cette dimension possède de "bonnes propriétés de cardinalité", une façon simple d'obtenir ce nombre consiste à réaliser une moyenne pondérée du type :

$$g(a) = \sum_{e \in E_i} f(e) \cdot \delta_i(e). \quad (r.1.6.2)$$

¹ Cette dernière façon de faire est traditionnelle chez les tenants de la théorie de l'utilité, cf. Keeney et Raiffa (1976) et Keeney (1988).

² Sur ces questions, nous renvoyons à MMCAD, chapitre 9 et à Bouyssou (1990).

³ On peut toujours supposer que l'échelle E_i associée à cette dimension est incluse dans \mathbb{R} moyennant un éventuel codage (voir glossaire) des divers échelons respectant l'ordre de préférence sous-jacent.

On constatera facilement que les techniques classiques de l'actualisation de flux financiers (cas d'une conséquence dispersée dans le temps) ou de l'utilité espérée (cf. 4.5, cas d'une dispersion probabiliste ; dans ce dernier cas, la fonction f vise à prendre en compte des phénomènes liés au goût ou à l'aversion pour le risque) sont des cas particuliers de (r.1.6.2).

Soit parce qu'il apparaît difficile de définir la fonction f , soit parce que l'on ne souhaite pas résumer un ensemble d'informations complexes par un nombre unique, on peut renoncer à utiliser un critère de ponctualisation et résumer une évaluation distributionnelle en utilisant plusieurs critères. On parle alors d'"**éclatement**" de la dimension. Lorsque la distribution est de nature probabiliste, on peut, par exemple, envisager de recourir à deux critères : un indicateur de tendance centrale (espérance mathématique mais aussi médiane ou mode) et un indicateur complémentaire concernant la dispersion de la distribution (variance ou écart-type, semi-variance, intervalle inter-quartile, probabilité de ruine, probabilité de ne pas atteindre un certain niveau¹).

Un autre procédé consiste à considérer que la source de l'évaluation distributionnelle tient à l'existence de plusieurs scénarii et à bâtir un critère par scénario, repoussant à une phase ultérieure de l'étude le problème de leur éventuelle agrégation².

Lorsque l'on cherche à bâtir un critère prenant en compte plusieurs dimensions du modèle $\Gamma(A)$, on parle alors de sous-agrégation.

Ce faisant, il importe de garder à l'esprit que le résultat de cette sous-agrégation devra être accepté par tous, être suffisamment transparent pour pouvoir être interprété et discuté facilement. C'est dire qu'une telle sous-agrégation devra concerner un ensemble de dimensions de taille relativement restreinte afin de garder une certaine simplicité au modèle. De plus, ces dimensions

¹ Voir par exemple Colson et Zeleny (1980) et Fishburn (1977b).

² Voir par exemple Teghem et Kunsch (1985).

devront être "suffisamment proches" les uns des autres pour que leur agrégation ne nécessite pas l'introduction de paramètres prêtant à contestation.

A priori, on peut utiliser, pour bâtir un tel critère, toute méthode d'agrégation conduisant à l'établissement d'un critère unique de synthèse (cf. chapitre 4). Cependant, compte tenu de la proximité des diverses conséquences et de l'exigence de transparence du modèle, on retient généralement, pour ce faire, des méthodes relativement simples : technique lexicographique, somme pondérée, somme des rangs, etc. ou une combinaison ad hoc de ces méthodes (cf. 3.2).

1.6.3 Pouvoir discriminant d'un critère¹

En raison du contenu sémantique de la relation S_g , la proposition $b \in S_g$ a recouvert des situations allant de l'indifférence ($b \in I_g$) à la préférence stricte ($b \in P_g$). Pour les séparer, le modèle le plus classique revient à supposer que, pour tout $a, b \in A$:

$$\left. \begin{array}{l} a \in P_g \iff b \in S_g(a) > g(b) \text{ et} \\ a \in I_g \iff b \in S_g(a) = g(b) \end{array} \right\} \quad (\text{r.1.6.3})$$

où P_g (resp. I_g) est une relation binaire au contenu sémantique "est strictement préférée (resp. indifférente) à, relativement aux seules conséquences prises en compte dans la définition de g ". On parle alors de "**vrai-critère**". Le s.r.p. (I_g, P_g) est alors un préordre complet. Dans ce type de modèle, toute différence, aussi faible soit-elle, est révélatrice d'une situation de préférence stricte. Or, les évaluations $g(a)$ et $g(b)$ sont obtenues d'une façon qui n'est pas toujours exempte d'arbitraire à partir des données de $\Gamma(a)$ et $\Gamma(b)$ souvent entachées d'imprécision, d'incertitude et/ou de mauvaise détermination. Le modèle du vrai-critère peut donc parfois conduire à des situations préférentielles peu probantes. De fait, il est souvent raisonnable d'admettre que de "petits" écarts $g(a) - g(b)$ traduisent également une indifférence entre a et b . Un

¹ Cf. MMCAD, 9.3.

tel mode de comparaison revient à considérer que, lorsque $g(a) \geq g(b)$:

$$\left. \begin{aligned} a P_g b &\Leftrightarrow g(a) - g(b) > q(g(b)) \\ a I_g b &\Leftrightarrow g(a) - g(b) \leq q(g(b)) \end{aligned} \right\} \quad (r.1.6.4)$$

où $q(g(\cdot))$ est un seuil dit **d'indifférence** représentant le plus grand écart $g(a) - g(b)$ compatible avec une situation d'indifférence entre a et b . Pour des raisons de cohérence, cette fonction-seuil doit être telle que la fonction $g(a) + q(g(a))$ soit monotone non décroissante en $g(a)$. On parle alors de "**quasi-critère**" et le s.r.p. (I_g, P_g) est alors un quasi-ordre.

Dans le modèle du quasi-critère, tout écart légèrement supérieur au seuil d'indifférence est révélateur d'une situation de préférence stricte, ce qui peut paraître discutable dans certaines situations. Pour éviter un tel passage brusque de l'indifférence à la préférence stricte, il est commode d'introduire un modèle à deux seuils laissant place à une zone de préférence faible (Q_g) traduisant une hésitation entre l'indifférence (I_g) et la préférence stricte (P_g). C'est le modèle du **pseudo-critère** dans lequel, lorsque $g(a) \geq g(b)$, on a :

$$\left. \begin{aligned} a P_g b &\Leftrightarrow g(a) - g(b) > p(g(b)), \\ a Q_g b &\Leftrightarrow q(g(b)) < g(a) - g(b) \leq p(g(b)), \\ a I_g b &\Leftrightarrow g(a) - g(b) \leq q(g(b)), \end{aligned} \right\} \quad (r.1.6.5)$$

le seuil d'indifférence $q(g(\cdot))$ et le seuil de préférence $p(g(\cdot))$ vérifiant tous deux la condition de cohérence introduite pour le seuil d'indifférence du quasi-critère (cf. glossaire). Avec le modèle du pseudo-critère, le s.r.p. (I_g, Q_g, P_g) est un pseudo-ordre.

On vérifiera sans peine qu'un quasi-critère est un pseudo-critère tel que $q(g(a)) = p(g(a))$, $\forall a \in A$ et qu'un vrai-critère est un pseudo-critère tel que $q(g(a)) = p(g(a)) = 0$, $\forall a \in A$.

Avec le modèle du pseudo-critère, donner une valeur aux deux seuils n'est pas toujours une tâche aisée¹. Notons néanmoins que, dans bien des situations, toute valeur raisonnable non nulle pour p et q conduit à un modèle de préférence qui semble plus probant que celui qui aurait été obtenu en les considérant comme nuls, ce qui est, de fait, le cas dans le modèle du vrai-critère. Le fait qu'un tel manque de probance puisse être "tempéré" par des analyses de sensibilité ou de robustesse ne doit cependant pas faire oublier qu'un critère ne peut jouer pleinement son rôle que si les comparaisons entre actions potentielles qui en découlent ne soulèvent pas de contestations importantes. On voit alors tout l'intérêt que peut présenter, dans certaines situations, le modèle du pseudo-critère, la faible probance des comparaisons effectuées à l'aide du modèle du vrai-critère pouvant amener certains acteurs à rejeter en bloc la famille de critères. Remarquons de plus que l'utilisation de critères munis de seuils a une importance cruciale si l'on souhaite utiliser par la suite une méthode d'agrégation de ces critères de type ELECTRE (cf. chapitre 5).

Illustrons, sur un cas simple que nous rencontrerons aux chapitres 8 et 9, comment on peut donner une valeur aux seuils de préférence et d'indifférence dans le modèle du pseudo-critère. Considérons un critère prenant en compte une unique dimension sur laquelle chaque action $a \in A$ est repérée par² une évaluation la plus probable $c(a)$, une évaluation par excès $c^+(a)$ et une évaluation par défaut $c^-(a)$, cas où chaque évaluation est entourée d'une marge de dispersion qui n'est pas forcément symétrique (que l'on songe à l'imprécision entourant un devis par exemple). Dans cette situation, il semble raisonnable de définir le critère en posant $g(a) = c(a)$.

¹ Sur ce point, nous renvoyons à MMCAD, 9.3 et à Bouyssou et Roy (1987).

² Dans le formalisme introduit plus haut, ceci peut s'interpréter : $\gamma_i(a) = [c^-(a) ; c^+(a)]$ et

$$\delta_i^*(e) = \begin{cases} 1 & \text{si } e \in \gamma_i(a) \text{ et } e \neq c(a), \\ k > 1 & \text{si } e = c(a), \\ 0 & \text{si } e \notin \gamma_i(a). \end{cases}$$

Ceci peut s'interpréter également comme un indicateur d'état ponctuel ($\gamma_i = c$) avec deux seuils de dispersion : $c - c^-$ et $c^+ - c$.

Faute d'informations supplémentaires, on ne peut cependant pas considérer qu'une différence faible entre $g(a)$ et $g(b)$ traduit une préférence stricte. Une façon naturelle de procéder revient à considérer qu'il y a une préférence stricte de a sur b seulement si $c^+(a) > c^+(b)$, cas où les deux intervalles de dispersion sont disjoints. Si l'on fait croître $c(b)$, les deux intervalles vont se chevaucher progressivement. Il est raisonnable¹ d'admettre que ce chevauchement traduit une indifférence dès lors que l'évaluation la plus probable de chaque action est comprise dans l'intervalle de dispersion de l'autre action. La situation intermédiaire correspond alors à une zone d'hésitation que l'on peut interpréter comme une préférence faible.

On peut montrer (cf. MMCAD, 9.3) que, dès lors que les écarts $c^-(a) - c(a)$ et $c^+(a) - c(a)$ ne dépendent de l'action a qu'au travers de $c(a)$ (on parle alors de "seuils de dispersion intrinsèques"), le mode de comparaison que nous venons de présenter peut être modélisé à l'aide d'un pseudo-critère. Il pourra être intéressant pour le lecteur de vérifier que si, pour toute action $a \in A$, on a :

$$c^-(a) = c(a) - (\alpha' + \beta' \cdot c(a)) \text{ et } c^+(a) = c(a) + (\alpha + \beta \cdot c(a)),$$

alors ce mode de comparaison aboutit à définir un pseudo-critère tel que, pour tout $a \in A$:

$$\begin{aligned} g(a) &= c(a), \\ p(g(a)) &= [\alpha + \alpha' + (\beta + \beta') \cdot g(a)] / (1 - \beta'), \\ q(g(a)) &= \min[\alpha + \beta \cdot g(a); (\alpha' + \beta' \cdot g(a)) / (1 - \beta')]. \end{aligned} \quad (\text{r.1.6.6})$$

1.6.4 Graduations

Notons que rien dans la définition d'un critère (ou même d'un pseudo-critère ou d'un vrai-critère) n'implique que les écarts entre performances soient pertinents pour comparer des écarts de préférence (ou mutations, cf. 1.4.3). Dans certaines situations, on peut avoir intérêt (cf. 4.4) à manipuler des critères où tel est le cas. On dira qu'un critère est une graduation lorsque :

¹ Mais on peut envisager d'autres conventions (cf. Siskos et Hubert (1983)).

$$g(a) - g(b) \geq g(c) - g(d) \Rightarrow (g(a) \ominus g(b)) \mathbb{I}_g^*(g(c) \ominus g(d)), \quad (\text{r.1.6.7})$$

\mathbb{I}_g^* étant une relation binaire entre écarts de préférence au contenu sémantique "correspond à un écart de préférence au moins aussi grand que sur les dimensions prises en compte dans la définition du critère g ".

On peut vouloir comparer, de façon plus fine encore, les écarts de préférence que ce qui est fait avec (r.1.6.7), par exemple en imposant que :

$$\begin{aligned} g(a) - g(b) > g(c) - g(d) &\Leftrightarrow (g(a) \ominus g(b)) \mathbb{I}_g^*(g(c) \ominus g(d)) \\ g(a) - g(b) = g(c) - g(d) &\Leftrightarrow (g(a) \ominus g(b)) \mathbb{I}_g^*(g(c) \ominus g(d)) \} \end{aligned} \quad (\text{r.1.6.8})$$

ou encore que les rapports $[g(a) - g(b)]/[g(c) - g(d)]$ sont eux-mêmes significatifs en termes de rapports entre écarts de préférences¹.

1.7 AGRÉGATION DES PERFORMANCES ET ÉLABORATION DE LA RECOMMANDATION

Lorsque :

- les actions potentielles ont été conçues dans une conception globalisée,
- l'ensemble A des actions potentielles peut être considéré comme stable et
- l'analyse des conséquences des actions a conduit à la construction d'un seul critère,

on peut, dans le cadre d'une problématique α , vouloir résoudre le problème :

$$\text{chercher } a^* \in A \text{ telle que } g(a^*) = \underset{a \in A}{\text{Max}} g(a).$$

On parle alors d'optimisation. Lorsque A est fini et comporte peu d'actions, la résolution de ce problème est triviale. Il en va tout différemment lorsque A est infini (par exemple lorsque A est un sous-ensemble de \mathbb{R}^m) ou lorsque le cardinal de A interdit toute recherche d'un optimum par simple énumération (cas des problèmes dits combinatoires). Il faut alors recourir à des

¹ Sur ces questions, on pourra se reporter à MMCAD, 9.4.

techniques spécifiques (programmation linéaire, non linéaire, dynamique, théorie des graphes) qui font partie de ce que l'on a coutume d'appeler la Recherche Opérationnelle.

Dans le cas, fréquent, où l'analyse des conséquences des actions potentielles a conduit à construire plusieurs critères, l'aide à la décision ne peut plus se formuler aussi simplement. C'est l'objet du présent ouvrage.

Il est commode, avec plusieurs critères, de résumer le résultat de l'analyse des conséquences dans un **tableau de performances** (cf. glossaire) comme indiqué au tableau 1.7.1.

Au chapitre 2, on s'interrogera sur les propriétés qu'il faut donner à la famille de critères pour qu'elle puisse pleinement jouer son rôle en matière d'aide à la décision. Ceci nous conduira à définir le concept de "famille cohérente de critères". On s'interrogera de plus sur un certain nombre de propriétés permettant à la famille d'être facilement manipulable.

Tableau 1.7.1 : Tableau des performances

Critères	g_1	g_2	...	g_j	...	g_n
Seuils	p_1	p_2	...	p_j	...	p_n
Actions	q_1	q_2	...	q_j	...	q_n
a_1
a_2
.
.
a_i	$g_j(a_i)$
.
.
a_n

Sur la base d'un tableau des performances correspondant à une famille cohérente de critères, le problème consiste à savoir sur la base de quels raisonnements, calculs, déductions on peut

affirmer : "l'action a est au moins aussi bonne que l'action b" en prenant en compte tous les critères figurant dans ce tableau. C'est ce que l'on appelle le **problème de l'agrégation des performances** (voir glossaire).

Ce problème fait l'objet du chapitre 3. On y présente divers raisonnements visant à bâtir une préférence globale, c'est-à-dire une préférence prenant en compte l'ensemble des critères de la famille. On y introduit le concept fondamental de Procédure d'Aggrégation Multicritère. Ces procédures d'agrégation visent à enrichir la relation de dominance Δ_F définie, pour une famille¹ de critères $F = \{g_1, g_2, \dots, g_n\}$, par :

$$a \Delta_F b \Leftrightarrow g_i(a) \geq g_i(b), \forall i \in F. \quad (r.1.7.1)$$

Elles s'insèrent dans l'une ou l'autre des trois approches opérationnelles (cf. glossaire) pour l'agrégation des performances présentées au tableau 1.7.2.

Que l'on ait recours à l'une ou l'autre de ces approches opérationnelles, on peut élaborer le (ou les) modèle(s) d'aide à la décision de diverses façons. Rappelons ici une distinction, sur laquelle nous reviendrons, qui est souvent éclairante. Celle-ci conduit à distinguer deux démarches dans l'élaboration d'un modèle d'aide à la décision :

- Une démarche descriptive dans laquelle le modèle d'aide à la décision est élaboré en faisant l'hypothèse qu'il existe, dans l'esprit des intervenants pour qui s'exerce l'aide, un système de préférences qu'il s'agit d'appréhender de la manière la plus fidèle possible, sans le perturber. C'est cette description d'un système de préférences, souvent réalisée au moyen d'une représentation numérique, qui conduit alors à l'établissement d'une recommandation. Ce système de préférences peut n'exister qu'à l'état latent. On suppose néanmoins dans cette démarche que, par application d'un certain nombre de principes de rationalité véhiculés par le modèle, la description du système de valeurs des intervenants

¹ Dans la suite, on écrira indifféremment $g_j \in F$ ou $j \in F$.

permet d'inférer sans ambiguïté¹ la façon dont deux actions quelconques se comparent en termes de préférence.

— Une démarche constructive dans laquelle on considère que les préférences des intervenants sont souvent conflictuelles, peu structurées, appelées à évoluer au sein du processus de décision et influencées du fait même de la mise en oeuvre du modèle. Le modèle d'aide à la décision est alors élaboré en cherchant à tirer parti de ce qui semble être la partie stable de la perception du problème qu'ont ces acteurs. Sur cette base, le modèle vise à leur fournir des concepts, des modes de représentation et de raisonnement leur permettant d'enrichir leur perception. Il peut apparaître comme une hypothèse de travail, un moyen de raisonner, d'argumenter ou de communiquer et non plus comme un simple emprunt passif à une réalité vue comme une donnée extérieure. La recommandation est conçue dans cet esprit. Cette démarche ne vise pas à toujours élaborer un système de préférences au sein duquel on puisse comparer deux actions sans ambiguïté. Les modèles qui en découlent tolèrent les hésitations et les incomparabilités.

Les modèles et procédures relevant de AO1 seront présentés au chapitre 4. Ceux relevant de AO2 seront introduits au chapitre 5. Comme on l'a dit, ils conduisent à des s.r.p. acceptant l'incomparabilité et n'ayant pas nécessairement des propriétés remarquables de transitivité. Tirer parti, dans une problématique donnée, de cette information demande donc la mise en oeuvre de techniques spécifiques qui font l'objet du chapitre 6. Les méthodes relevant de AO3 sont ensuite présentées au chapitre 7. Les chapitres 8, 9 et 10 sont consacrés à la présentation de cas réels d'aide multicritère à la décision.

¹ C'est dire que l'on suppose généralement que le système de préférences qu'il s'agit de décrire exclut l'incomparabilité et a des propriétés remarquables de transitivité. Dans cette démarche, la recommandation laisse souvent place à une prescription.

Tableau 1.7.2 : Trois approches opérationnelles pour l'agrégation des performances

<p>AO1 - Critère unique de synthèse (chapitre 4)</p>	<p>Cette approche consiste à prendre appui sur une règle apportant une réponse synthétique exhaustive et définitive au problème de l'agrégation des performances. Elle prend la forme d'un critère unique de synthèse agrégeant les n critères de la famille par le biais d'une fonction d'agrégation V en posant :</p> $g(a) = V(g_1(a), g_2(a), \dots, g_n(a)).$ <p>Elle conduit donc à des s.r.p. ayant des propriétés remarquables de transitivité et excluant l'incomparabilité (préordre complet, quasi-ordre, pseudo-ordre).</p>
<p>AO2 - Surclassement de synthèse (chapitres 5 et 6)</p>	<p>Cette approche consiste à prendre appui sur une règle apportant une réponse synthétique, exhaustive et définitive au problème de l'agrégation des performances. Elle prend la forme d'un ensemble de conditions conduisant à accepter ou à rejeter un surclassement au niveau global. Cette approche vise à caractériser les surclassements qu'il est possible d'établir de façon suffisamment solide. Elle conduit à des s.r.p. acceptant l'incomparabilité et n'ayant pas nécessairement des propriétés remarquables de transitivité.</p>
<p>AO3 - Jugement local interactif avec itérations essais-erreurs (chapitre 7)</p>	<p>Dans cette approche, il n'est pas question de chercher à expliciter une règle apportant une réponse synthétique exhaustive et définitive au problème de l'agrégation des performances. L'agrégation ne procède plus de l'explicitation d'une règle, même partielle ou provisoire, mais d'une séquence de jugements ad hoc que formule le décideur ou d'autres acteurs. Les jugements émis n'ont qu'une portée locale en ce sens qu'ils ne mettent en jeu soit qu'une seule action et son voisinage dans l'espace des performances, soit un très petit nombre d'actions qu'il paraît judicieux et pertinent de chercher à comparer parce qu'elles sont voisines.</p>

GLOSSAIRE¹ :**QUELQUES DÉFINITIONS STRUCTURANTES**

ACTEUR : Un individu ou un groupe d'individus est **acteur** d'un processus de décision si, par son système de valeurs, que ce soit au premier degré du fait des intentions de cet individu ou groupe d'individus ou au second degré par la manière dont il fait intervenir ceux d'autres individus, il influence directement ou indirectement la décision. De plus, pour qu'un groupe d'individus soit identifié comme un seul et même acteur, il faut que, relativement au processus, les systèmes de valeurs, systèmes informationnels et réseaux relationnels des divers membres du groupe n'aient pas à être différenciés.

ACTION : Une **action** "a" est la représentation d'une éventuelle contribution à la décision globale susceptible, eu égard à l'état d'avancement du processus de décision, d'être envisagée de façon autonome et de servir de point d'application à l'aide à la décision (ce point d'application pouvant suffire à caractériser "a").

ACTION GLOBALE ET ACTION FRAGMENTAIRE : Une **action** est dite **globale** si, dans sa mise à exécution, elle est exclusive de toute autre action introduite dans le modèle ; dans le cas contraire, elle est dite **fragmentaire**.

ACTION POTENTIELLE : Une **action potentielle** est une action réelle ou fictive provisoirement jugée réalisable par un acteur au moins ; l'ensemble des actions potentielles sur lequel l'aide à la décision prend appui au cours d'une phase d'étude est noté A.

APPROCHE OPÉRATIONNELLE : L'approche opérationnelle consiste en l'ensemble des options prises concernant les deux plans suivants :

¹ Les définitions qui suivent sont, pour l'essentiel, extraites de MMCAD.

- plan formel : type de relations de préférences acceptées par le modèle, logique d'agrégation, liens avec les représentations fonctionnelles des différents critères, ...
- plan informationnel : nature des informations inter-critères requises, mode d'obtention, procédure de validation ou de remise à jour, ...

CODAGE D'UNE ÉCHELLE : Soit E_i un ensemble doté d'un ordre complet noté $>$ ¹. Nous appellerons **codage** de l'échelle E_i toute fonction χ à valeurs réelles définie sur E_i telle que, $\forall e', e \in E_i$:

$$e >^1 e' \Leftrightarrow \chi(e) > \chi(e').$$

CONSÉQUENCE : Tout effet ou tout attribut de l'action a susceptible d'interférer avec les objectifs ou avec le système de valeurs d'un acteur du processus de décision en tant qu'élément primaire à partir duquel il élabore, justifie ou transforme ses préférences est appelé une **conséquence** de a.

CONSÉQUENCE ÉLÉMENTAIRE : Une **conséquence élémentaire** c est un effet ou un attribut reconnu comme étant une conséquence jouissant des deux propriétés suivantes :

- 1°) Elle est suffisamment bien identifiée dans son contenu pour que les différents acteurs en comprennent la signification.
- 2°) Elle est suffisamment bien perçue pour permettre une description précise de ce par quoi elle se manifeste concrètement après la mise à exécution de l'action potentielle a. On admet que cette description peut se faire en termes d'état(s) associé(s) à la conséquence c.

CRITÈRE : Une fonction g à valeurs réelles définie sur A est, pour un acteur Z, une **fonction-critère** ou un **critère** appréhendant le sous-nuage des conséquences $v_g(A)$ si :

- 1°) Le nombre $g(a)$ est déterminé si et seulement si une évaluation $\Gamma_g(a)$ de $v_g(a)$ est disponible ; le modèle $\Gamma_g(A)$ qui fournit cette évaluation est appelé support de la fonction-critère g.
- 2°) L'acteur Z (ou l'homme d'étude jugeant au nom de Z) reconnaît l'existence d'un axe de signification sur lequel deux

actions potentielles quelconques a et a' peuvent être comparées relativement aux seuls aspects des conséquences que recouvre $v_g(A)$ et il accepte de modéliser cette comparaison conformément à :

$$g(a') \geq g(a) \Rightarrow a' S_g a,$$

S_g désignant une relation de surclassement restreint à l'axe de signification du critère g (faisant en particulier abstraction de tous les aspects des conséquences non modélisées dans le support de g).

CRITÈRE GRADUABLE : L'axe de signification d'un critère g (ou, par abus de langage, le critère g) est dit **graduable** relativement à A lorsqu'il existe un codage χ défini sur $g(A)$ avec lequel $v(g)$ est une graduation.

CRITÈRE MESURABLE ET MESURE : Nous dirons qu'une exigence rend l'axe de signification d'un critère g **mesurable** s'il est graduable et si les graduations conformes à cette exigence sont déterminées à une transformation affine près. Toute graduation conforme à une exigence rendant l'axe de signification d'un critère g mesurable sera appelée **mesure**.

DIMENSION : Une **dimension de préférence** est une conséquence élémentaire c telle que l'ensemble E_i des états qui lui est associé soit (dans la phase d'étude considérée) doté d'un préordre complet qui en fait une échelle.

ÉCHELLE DE PRÉFÉRENCE : Une **échelle de préférence** E est un ensemble d'états qui sont rangés selon un préordre complet noté \geq jouissant de la propriété suivante : raisonnant sur deux actions idéales a, a' dont la comparaison correspond très exactement à celle de deux états e et e' de E , tout acteur Z admet :

- la situation d'indifférence I à a' lorsque e et e' sont ex æquo dans le préordre ($e = e'$) ;
- la situation de préférence $a \succ a'$ lorsque e précède e' dans le préordre ($e > e'$).

On appelle **échelon** de E toute classe d'équivalence du préordre ; l'échelle peut être assimilée à l'ensemble de ces échelons. Elle est dotée de l'ordre complet $>$.

ÉTAT D'AVANCEMENT D'UN PROCESSUS DE DÉCISION : L'état d'avancement d'un processus est l'ensemble des éléments factuels et des conditions de travail caractéristiques de la situation créée par le déroulement du processus. Ces éléments et ces conditions résument l'histoire antérieure dans tout ce qu'elle impose comme données ou comme contraintes (du fait des décisions partielles et des hypothèses préalables) qui affectent fortement l'exécution du travail d'étude sans qu'elles aient normalement à être remises en cause par ce dernier.

GRADUATION : Relativement à un ensemble A , une fonction-critère g est une **graduation** si et seulement si la fonction $g'(a) \ominus a = g(a') - g(a)$ peut être regardée comme un critère sur $g(A) \times g(A)$ pertinent pour comparer des écarts de préférences selon l'axe de signification de g , ce qui équivaut à dire que :

$$g(a') - g(a) \geq g(b') - g(b) \Leftrightarrow [g(a) \ominus g(a')] S_g^* [g(b) \ominus g(b')].$$

INDICATEUR DE DISPERSION MODULÉE² : Par **indicateur de dispersion modulée ou de modulation**, on désigne une fonction à valeurs non négatives $\delta_i^*(e)$ définie sur une partie de l'échelle E_i caractéristique de l'action a , conformément aux conditions suivantes :

$$1^\circ) e \in \gamma_i(a) \Rightarrow \delta_i^*(e) > 0.$$

2°) $\delta_i^*(e) = \delta_i^*(e')$ \Leftrightarrow l'homme d'étude accorde une importance ou une vraisemblance comparable aux échelons e et e' pour évaluer les conséquences respectives de a et de a' sur la dimension i .

¹ Rappelons que $g(A) = \{g(a) : a \in A\}$.

² D'autres types d'indicateurs de dispersion sont concevables ; voir MMCAD, 8.2.4.

3°) $\delta_i^*(e) < \delta_i^*(e')$ \Leftrightarrow l'homme d'étude accorde une importance ou une vraisemblance moindre à l'échelon e qu'à l'échelon e' pour évaluer les conséquences respectives de a et de a' sur la dimension i .

INDICATEUR D'ÉTAT : Etant donné une dimension c , l'**indicateur d'état** γ_c est la procédure, la règle, la technique ou le procédé qui sert à apprécier le ou les échelons $\gamma_c(a)$ contenant celui (éventuellement ceux) des états de E_c qui, selon toute vraisemblance, se réalisera (ou se réaliseront) si l'action a est mise à exécution. Cet indicateur d'état est dit ponctuel si $\gamma_c(a)$ se réduit à un unique échelon de E_c , quelle que soit l'action potentielle a ; dans le cas contraire, γ_c est dit non ponctuel.

MODÈLE : Un **modèle** est un schéma¹ qui, pour un champ de questions, est pris comme représentation d'une classe de phénomènes plus ou moins habilement dégagés de leur contexte par un observateur² pour servir de support à l'investigation et/ou à la communication.

MODÈLE D'ÉVALUATION D'UNE ACTION : Donnée des indicateurs d'état et de dispersion sur les \bar{n} dimensions du spectre des conséquences visant à modéliser le nuage des conséquences $v(a)$. On a :

$$\Gamma(a) = \{(\gamma_i(a) ; \delta_i^*) ; i = 1, 2, \dots, \bar{n}\}^3$$

¹ Description mentale (intériorisée) ou figurée (diagrammes, formules mathématiques, ...) généralement réduite aux traits essentiels et ayant un caractère symbolique.

² Certains aspects (souvent implicites) des relations entre l'observateur et le système observé (classe de phénomènes \times champ de questions) sont indissociables du modèle, ce dernier les représente donc, tout autant qu'il représente le système ; celui qui prend le modèle comme représentation de la classe de phénomènes pour le champ de questions doit en être conscient.

³ On note $\Gamma(A)$ le modèle d'évaluation de l'ensemble des actions de A . Une partie de ce modèle, destinée à modéliser un sous-nuage de conséquences $v_g(A)$, sera notée $\Gamma_g(A)$.

NUAGE DES CONSÉQUENCES : $v(a)$ ensemble des conséquences perçues de a ¹.

PROBLÉMATIQUE DU CHOIX : La **problématique du choix** $P.\alpha$ consiste à poser le problème en termes de choix d'une seule "meilleure" action, c'est-à-dire à orienter l'investigation vers la mise en évidence d'un sous-ensemble A' de A aussi restreint que possible, conçu pour éclairer directement le décideur sur ce que doit être l'issue du prochain temps fort et ce compte-tenu du caractère éventuellement révisable et/ou transitoire de A ; cette problématique prépare une forme de recommandation ou de simple participation visant :

- soit à indiquer avec un maximum de précision et de rigueur une décision à préconiser ;
- soit à proposer l'adoption d'une méthodologie fondée sur une procédure de sélection (d'une meilleure action) convenant à une éventuelle utilisation répétitive et/ou automatisée.

PROBLÉMATIQUE DE LA DESCRIPTION : La **problématique de la description** $P.\delta$ consiste à poser le problème en termes limités à une description des actions de A et/ou de leurs conséquences, c'est-à-dire à orienter l'investigation vers la mise en évidence d'informations relatives aux actions potentielles conçues en vue d'aider directement le décideur à les découvrir, à les comprendre, à les jauger et ce compte-tenu du caractère révisable et/ou transitoire de A ; cette problématique prépare une forme de recommandation ou de simple participation visant :

- soit à présenter une description systématique et formalisée des actions et de leurs conséquences qualitatives ou quantitatives ;
- soit à proposer l'adoption d'une méthodologie fondée sur une procédure cognitive convenant à une éventuelle utilisation répétitive et/ou automatisée.

PROBLÉMATIQUE DU RANGEMENT : La **problématique du rangement** $P.\gamma$ consiste à poser le problème en termes de rangement des actions de A ou de certaines d'entre elles, c'est-

¹ On note $v(A)$ l'ensemble des conséquences des actions potentielles de A .

à-dire à orienter l'investigation vers la mise en évidence d'un classement défini sur un sous-ensemble de A conçu en vue de discriminer les actions se présentant comme "suffisamment satisfaisantes" en fonction d'un modèle de préférences et ce compte-tenu du caractère révisable et/ou transitoire de A ; cette problématique prépare une forme de recommandation ou de simple participation visant :

- soit à indiquer un ordre partiel ou complet portant sur des classes regroupant des actions jugées équivalentes ;
- soit à proposer l'adoption d'une méthodologie fondée sur une procédure de classement (de tout ou partie de A) convenant à une éventuelle utilisation répétitive et/ou automatisée.

PROBLÉMATIQUE DU TRI : La problématique du tri P, β consiste à poser le problème en termes de tri des actions par catégories, celles-ci étant conçues relativement à la suite à donner aux actions qu'elles sont destinées à recevoir, c'est-à-dire à orienter l'investigation vers la mise en évidence d'une affectation des actions de A à ces catégories en fonction de normes portant sur la valeur intrinsèque de ces actions et ce compte-tenu du caractère révisable et/ou transitoire de A ; cette problématique prépare une forme de recommandation ou de simple participation visant :

- soit à préconiser l'acceptation ou le rejet pour certaines actions, d'autres pouvant donner lieu à des recommandations plus complexes compte-tenu de la conception des catégories ;
- soit à proposer l'adoption d'une méthodologie fondée sur une procédure d'affectation à des catégories de toutes les actions convenant à une éventuelle utilisation répétitive et/ou automatisée.

PROBLÈME DE L'AGRÉGATION DES PERFORMANCES :

Sur la base de quelles informations inter-critères et par quelles règles convient-il d'associer, à un couple de vecteurs-performances $^1 (g(a), g(b))$, une et une seule des situations fondamentales ou regroupées de préférences ? En particulier, dans quels cas

¹ On notera $g(a)$ le vecteur $(g_1(a), g_2(a), \dots, g_n(a))$ des performances de a sur la famille de critères considérée.

est-il justifié (compte-tenu notamment des seuils, des informations inter-critères disponibles, ...) :

- d'introduire un surclassement, une indifférence alors qu'il n'y a pas dominance ;
- de transformer une dominance en préférence stricte, préférence faible, indifférence, ... ;
- d'élaborer des informations inter-critères plus complètes, plus précises visant à réduire les situations d'incomparabilité, à mieux interpréter les situations de dominance ?

PROPRIÉTÉS DE L'ENSEMBLE DES ACTIONS POTENTIELLES : L'ensemble A est dit :

- **stable** si les deux conditions de stabilité interne ¹ et externe ² sont supposées remplies ;
- **évolutif** s'il n'est pas stable ;
- **imposé** si la condition de stabilité interne est supposée remplie ;
- **révisable** s'il n'est pas imposé ;
- **permanent** si la condition de stabilité externe est remplie ;
- **transitoire** s'il n'est pas permanent.

PSEUDO-CRITÈRE : On appelle pseudo-critère une fonction-critère g à laquelle se trouvent associées deux fonctions-seuils $q_g(g(a))$ et $p_g(g(a))$ vérifiant :

¹ Stabilité interne : La phase d'étude, compte-tenu de sa conception interne, n'est pas de nature, dans son déroulement prévisible, à remettre en cause (sauf peut-être de façon mineure ou marginale) la définition initiale de A ; de ce fait, la méthodologie d'aide à la décision prend appui sur un ensemble A consistant-déré comme imposé a priori ; elle n'a donc pas à prendre en compte d'éventuelles révisions de A qu'elle susciterait.

² Stabilité externe : La recommandation qui doit résulter de la phase d'étude met en jeu un ensemble A qui, compte-tenu du contexte extérieur, jouit normalement d'une certaine permanence (soumis tout au plus à des changements mineurs ou marginaux) ; de ce fait, la méthodologie d'aide à la décision peut prendre appui sur un ensemble A susceptible d'une définition exhaustive durable ; elle n'a donc pas à prendre en compte un éventuel caractère transitoire de A.

$\forall a, b \in A, [q_g(g(a)) - q_g(g(b))]/[g(a) - g(b)] \geq -1$ et $[p_g(g(a)) - p_g(g(b))]/[g(a) - g(b)] \geq -1$ et telles que, $\forall a, a' \in A$:

$$g(a') \geq g(a) \Rightarrow \begin{cases} a' I_g a \text{ si } g(a') - g(a) \leq q_g(g(a)) \\ a' Q_g a \text{ si } q_g(g(a)) < g(a') - g(a) \leq p_g(g(a)) \\ a' P_g a \text{ si } p_g(g(a)) < g(a') - g(a). \end{cases}$$

SPECTRE DES CONSÉQUENCES : L'ensemble ν des n dimensions sur lesquelles la totalité des conséquences constituant $\nu(A)$ est supposée pouvoir être décrite de façon exhaustive et opérationnelle est appelé le **spectre des conséquences**. Il est évidemment relatif à la phase d'étude considérée.

TABLEAU DES PERFORMANCES : Soit un ensemble B d'actions potentielles (B pouvant être égal à A) et g_1, \dots, g_n, n critères formant une famille F . On appelle **tableau des performances de B sur F** le tableau contenant les valeurs de $g_j(a)$ pour tout j appartenant à F et pour tout a appartenant à B ainsi que les caractéristiques des éventuelles fonctions-seuils $q_j(g_j(a))$ et $p_j(g_j(a))$.

Chapitre 2

FAMILLE DE CRITÈRES : PROBLÈME DE COHÉRENCE ET DE DÉPENDANCE

RÉSUMÉ

Pour débiter ce chapitre, on passe en revue les principaux points de vue à partir desquels on peut chercher à juger si une famille F de critères répond à ce que l'on en attend dans une perspective d'aide à la décision. Chacun des critères de F renvoie à un modèle de préférences restreint. Leur ensemble doit permettre de modéliser les préférences à un niveau global. La famille F doit être apte à assurer une cohérence entre ces deux niveaux.

En section 2, on explicite les axiomes minimaux de cohérence (exhaustivité, cohésion, non redondance) que l'on peut raisonnablement imposer à F . Pour chacun d'eux, on présente successivement sa raison d'être, son énoncé formel, le (ou les) test(s) opérationnel(s) susceptible(s) de guider l'analyse critique, voire le remaniement, de F . Ces axiomes sont illustrés dans le cadre de plusieurs exemples : choix d'un premier emploi, entretien d'un parc de matériel, tracé d'une liaison à grande vitesse. Enfin, la définition 2.2.1 précise ce que l'on appellera dans ce livre famille cohérente de critères (f.c.c.).

Une f.c.c. peut posséder certaines propriétés remarquables : être inductive, faiblement séparable, séparable, fondamentale. Celles-ci sont définies et illustrées en section 3. Ces propriétés, lesquelles sont vérifiées par une f.c.c. F , renforcent la cohérence. Il serait cependant trop restrictif de vouloir les opposer à F pour que cette famille puisse être qualifiée de cohérente.

Dans la dernière section, on tente de répondre à la question : quelles formes d'indépendance entre les critères convient-il de rechercher lorsqu'on bâtit F ? Cela nous amène à approfondir trois formes de dépendances faisant intervenir successivement :

- le caractère plus ou moins isolable de chacun des axes de signification ;
- le caractère plus ou moins séparable de chacune des sous-familles de critères ;