

DOCUMENT DU LAMSADE

Laboratoire d'Analyse et Modélisation de Systèmes pour l'Aide à la Décision
(Université de Paris-Dauphine)

Equipe de Recherche Associée au C.N.R.S. N° 656

COMPARAISON, SUR UN CAS PRECIS, DE DEUX MODELES CONCURRENTS D'AIDE A LA DECISION*

DOCUMENT N° 22
janvier 1983

B. ROY
D. BOUYSSOU

Oli

* Ce travail a fait l'objet d'une communication à la seconde table-ronde sur l'Analyse et l'Agrégation des Préférences, Mons, 1982.

REMERCIEMENTS

Dans le cadre de leur Diplôme d'Etudes Approfondies en-Méthodes Scientifiques de Gestion, Mesdemoiselles Montrade et Papassiopi, Messieurs Denis, Gainet et Maïga ont activement participé à la réalisation du travail présenté dans ce document ; les auteurs les remercient de leur contribution.

Ils sont également reconnaissants envers Ralph Keeney qui leur a aimablement fait parvenir divers documents et précisions relatifs au cas choisi comme support de cette comparaison.

Signalons enfin que la partie informatique de ce travail a largement bénéficié du concours de Jean-Michel Skalka.

TABLE DES MATIERES

	<u>Pages</u>
<u>ABSTRACT</u>	I
<u>RESUME</u>	III
I - <u>INTRODUCTION</u>	2
1. Les deux modèles concurrents	2
2. Les conditions de la comparaison à partir d'un cas	4
3. Le but de la comparaison	5
II - <u>CONCEPTION DES CRITERES</u>	7
1. Généralités	7
2. Cas des deux critères (n° 1 et 5) fondés sur des évaluations quantitatives ponctuelles	11
3. Cas des deux critères (n° 3 et 4) fondés sur des évaluations qualitatives non ponctuelles	13
4. Cas d'un premier critère (n° 2) fondé sur des évaluations quantitatives non ponctuelles	15
5. Cas d'un second critère (n° 6) fondé sur des évaluations quantitatives non ponctuelles	17
III - <u>AGREGATION DES CRITERES ET PREFERENCE GLOBALE</u>	21
1. Généralités	21
2. Modulation de l'importance des critères	23
3. Les seuils de veto	26
IV - <u>ELABORATION ET CONTENU DE LA PRESCRIPTION</u>	29
1. Généralités	29
2. Les résultats	30
3. Contenu de la prescription	32
V - <u>CONCLUSIONS</u>	35
1. L'élaboration et le traitement des données	35
2. Robustesse et fragilité des approches	38
3. Convergence des prescriptions	40

	<u>Pages</u>
ANNEXE 0 : SCHEMA GENERAL DES DEUX MODELES	43
ANNEXE 1 : CONSTRUCTION DES FONCTIONS D'UTILITE	47
ANNEXE 2 : POUVOIR DISCRIMINANT DES CRITERES : VRAIS CRITERES ET PSEUDO-CRITERES	51
ANNEXE 3 : CARACTERISTIQUES DES CRITERES DANS LE MODELE U	55
ANNEXE 4 : PASSAGE DES SEUILS DE DISPERSION AUX SEUILS DE DISCRIMINATION (SEUILS D'INDIFFERENCE ET DE PRE- FERENCE)	59
ANNEXE 5 : CARACTERISTIQUES DES CRITERES DANS LE MODELE S	63
ANNEXE 6 : ESTIMATION DES COEFFICIENTS k_j DANS LE MODELE U	67
ANNEXE 7 : LA DETERMINATION DES INDICES D'IMPORTANCE	73
ANNEXE 8 : CALCUL DES DEGRES DE CREDIBILITE	77
ANNEXE 9 : DONNEES DE L'ANALYSE DE ROBUSTESSE	83
ANNEXE 10 : PRESENTATION ET ANALYSE DES RESULTATS	87
<u>REFERENCES</u>	101

COMPARISON OF TWO COMPETING DECISION-AID MODELS
APPLIED TO THE SAME PROBLEM

ABSTRACT

When facing a real decision-aid problem, it is not unusual to have the choice between two models : the first one resting on utility theory, brings forward a unique criterion ; the second one, dropping this objective, uses (as ELECTRE methods) an outranking relation. It is fruitful to examine to what extent these two approaches differ, on a non-theoretical ground.

For this purpose, we chose a study using utility theory conducted by Keeney and Nair in the United States, dealing with a nuclear plant siting problem. We had to determine what the study would have been if it had been conducted with the use of the ELECTRE III model. In this "experiment" we are not interested in the practical problem for its own sake and do not question the six dimensions elicited by the authors to evaluate the consequences of the settlement of a nuclear plant on each candidate sites. We shall however examine :

- the way to build criteria (substitution of pseudo-criteria including thresholds to expected utility criteria resting on probability distributions) ;
- the representation of a more or less mythical decision maker's global preferences (substitution of an outranking relation to the expected value of a global utility) ;
- the way to make use of the model and the nature of the derived prescription (substitution of partial preorders to complete preorders).

Confronting the two models in order to aid the same decision in the same context, we hope to have a better understanding of :

- the differences that they induce when facing a real problem and building a set of data ;
- their respective part of arbitrariness, weakness, realism, robustness ;
- the convergence or divergence of their results.

As we were not confronted with the involved actors of the decision process, it was not possible for us, neither to make a comparative test, on this case, of the acceptability of the two models, nor to evaluate their impact on the course of the process. These last two points could be the subject of further experiments.

Pour cela, nous avons choisi une étude menée aux Etats-Unis par Keeney et Nair portant sur le choix de sites nucléaires, étude menée à l'aide de la théorie de l'utilité. Il nous a fallu reconstruire ce qu'aurait été l'étude si elle avait été menée à l'aide du modèle ELECTRE III. Dans cette "expérience", nous ne nous intéressons pas au cas concret pour lui-même et nous ne remettons pas en question les six dimensions retenues par les auteurs pour apprécier les conséquences d'une implantation nucléaire sur chacun des sites étudiés. Nous nous interrogeons en revanche sur :

- le mode de construction des critères (substitution de pseudo-critères faisant intervenir la notion de seuils à des espérances mathématiques d'utilité prenant appui sur des lois de probabilité) ;
- la représentation des préférences globales d'un décideur plus ou moins mythique (substitution d'une relation de surclassement à l'espérance mathématique d'une utilité globale) ;
- le mode d'exploitation du modèle et la nature de la prescription qui en découle (substitution de préordres partiels à des préordres complets).

En confrontant de la sorte deux modèles à une même réalité en vue d'éclairer une même décision, on espère :

Le vieil idéal scientifique d'épistémè, savoir démontrable absolument certain, est en définitive une idole. L'exigence d'objectivité scientifique fait que, inévitablement, toute proposition scientifique doit demeurer à jamais provisoire. Elle peut certes être corroborée mais chaque corroboration est relative à d'autres propositions qui, à leur tour, sont provisoires. C'est seulement dans nos expériences subjectives de conviction, dans notre foi subjective, que nous pouvons être absolument certains.

K.R. POPPER

I - INTRODUCTION

1. Les deux modèles concurrents

Considérons une situation impliquant décision, cette dernière devant être raisonnée en faisant intervenir plusieurs critères. Un homme d'étude chargé d'éclairer une telle décision, selon des principes aussi scientifiques que possible, a généralement le choix entre plusieurs approches, lesquelles peuvent être sous-tendues par des attitudes variées face à la réalité et aboutir à des modèles fort différents. Nous nous intéressons ici à deux de ces modèles, couramment utilisés, fréquemment substituables même s'ils ne sont que rarement mis en concurrence, pouvant être regardés comme le produit-type de deux courants de pensée qui tendent à se développer parallèlement de part et d'autre de l'Atlantique.

Le premier de ces deux modèles se situe dans le cadre de la théorie de l'utilité multi-attributs. Cette théorie repose sur un corps d'axiomes qui font référence à un système de préférence complet et hautement cohérent constituant une réalité objective, indépendante de l'activité de l'homme d'étude. Le travail de ce dernier consiste donc à traquer et à expliciter un tel système de préférence. Pour cela, il pose, a priori, que le concept de lois de probabilités permet à lui seul de saisir ce qu'il y a d'incertain dans l'appréciation des conséquences (liées aux divers critères) de chaque solution, variante, programme, possibilité - nous dirons ici action - envisagée dans le cadre de la décision étudiée. Prenant appui sur une telle description probabiliste, il peut alors construire des fonctions d'utilité partielles u_i (l'indice i se référant à un attribut ou à un axe de signification) et agréger celles-ci de façon appropriée en une utilité globale u . Il découle alors logiquement du corps d'axiomes (cf. Von Neumann-Morgenstern (1947), Fishburn (1970)) que l'espérance mathématique de l'utilité globale apparaît comme un critère rendant compte du système de préférence : on a en effet, pour deux actions a, a' quelconques :

$$E(u(a')) > E(u(a)) \Leftrightarrow a' P a$$

$$E(u(a')) = E(u(a)) \Leftrightarrow a' I a$$

(où P et I désignent respectivement des relations de préférence stricte et d'indifférence). Nous dirons de ce fait que le critère de l'espérance mathématique d'utilité est un vrai-critère.

Le second modèle ne fait pas référence à une réalité en soi qui aurait pour fonction de décrire mais aux rapports qu'entretiennent ou veulent entretenir avec la réalité ceux qui ont à intervenir dans le processus de décision. Il apparaît donc de ce fait comme une construction destinée à éclairer la décision sur la base d'idées pragmatiques et de processus volontaristes. C'est dire qu'il est difficilement reliable à un corps d'axiomes. A côté du concept de lois de probabilités, il fait intervenir ceux de seuils de dispersion et de seuils de discrimination pour saisir ce qu'il y a d'incertain mais aussi d'imprécis et de mal déterminé dans l'évaluation des conséquences des actions selon les divers critères. Il ne fait plus référence à un système complet de préférences hautement cohérent mais repose sur l'idée que, relativement à deux actions quelconques a et a' , compte-tenu de leurs évaluations selon les différents critères, chacune des deux affirmations suivantes :

" a' doit être regardé comme au moins aussi bon que a " ($a' S a$),

" a doit être regardé comme au moins aussi bon que a' " ($a S a'$)

peut être soit acceptée, soit refusée, soit, dans les cas ambigus, appréciée sur une échelle de crédibilité. L'acceptation comme le refus de l'une n'impliquent rien quant au refus ou à l'acceptation de l'autre (le double refus signifiant l'incomparabilité).

La définition d'une telle relation S - dite relation de surclassement - fait intervenir les seuils mentionnés plus haut ainsi que diverses grandeurs (indices d'importance et véto) destinées à prendre en compte le rôle respectif que l'on veut faire jouer aux divers critères. Les formules définissant S sont bâties de façon à respecter certains principes qualitatifs rejetant notamment la possibilité de compenser un important désavantage sur un critère par une série de petits avantages sur d'autres

critères. Elles n'ont pas d'autres justifications que des considérations de bon sens appliquées au respect de tels principes. Il n'entre pas dans ceux-ci d'imposer à S d'être transitive ou complète.

Contrairement à l'espérance mathématique de l'utilité, S ne fournit pas, en général, un rangement clair des actions sous forme d'un préordre complet. Dans cette approche, la recherche systématique d'un tel préordre ne se justifie pas. Le modèle conduit seulement à mettre en évidence un préordre partiel. Une analyse de robustesse assez poussée doit finalement permettre de faire ressortir celles des comparaisons d'actions auxquelles le modèle apporte une justification probante en dépit de la part d'arbitraire que recèlent les valeurs attribuées à certains paramètres (seuils, indices d'importance, ...).

Pour plus de précisions relativement à ces modèles ainsi qu'aux approches qui les supportent, nous renvoyons le lecteur à KEENEY, RAIFFA (1976) et ROY (1977 et 1978), l'annexe 0 fournissant un schéma général des deux méthodes.

2. Les conditions de la comparaison à partir d'un cas

Pour comparer ces deux modèles et, plus généralement, les deux approches correspondantes, nous avons eu recours à un cas précis : il concerne le choix d'un site de la côte Nord-Ouest du Pacifique en vue d'y implanter une centrale nucléaire. Le Washington Public Power Supply System (WPPSS) a demandé, voilà quelques années, aux Woodward-Clyde Consultants, une étude à ce sujet. Les travaux effectués conformément à la première des deux approches ci-dessus paraissent exemplaires à bien des égards. Ils ont suscité diverses publications, notamment KEENEY, NAIR (1976), KEENEY, ROBIL-LARD (1977).

A l'issue d'une première phase d'étude, l'ensemble des sites possibles a été réduit à 9. Pour les juger et les comparer, 6 axes de signification donnant lieu à 6 fonctions d'utilité partielles (et, par conséquent, à 6 critères si l'on raisonne en espérance mathématique) ont été retenus en conformité avec les options prises à ce niveau. Nous avons tenté de

réaliser, en laboratoire, le travail qui aurait été fait si le modèle adopté avait été le second des deux présentés ci-dessus - que nous appellerons désormais modèle S - au lieu d'être le premier - que nous appellerons désormais modèle U-. Nous résumons ci-après ce en quoi a consisté l'élaboration du modèle U et mettons en parallèle, étape après étape, ce en quoi aurait consisté le nôtre si nous avions eu à élaborer le modèle S dans les mêmes conditions. Les informations relatives au cas proprement dit, nécessaires à la compréhension de nos propos, sont fournies au fur et à mesure de l'exposé, lequel traite successivement :

- de la modélisation des préférences partielles sur chacun des 6 axes de signification, autrement dit de la conception des critères ;
- du modèle d'agrégation définissant les préférences globales ;
- de l'élaboration et du contenu de la prescription.

Etant dans l'impossibilité d'interroger ni experts, ni responsables du WPPSS, nous avons dû, à diverses reprises, supputer une réponse sur la base des seules informations disponibles. Notre but n'étant pas de refaire l'étude mais de comparer les modèles U et S, les inconvénients découlant de cette impossibilité se sont avérés peu importants.

3. Le but de la comparaison

En confrontant de la sorte deux modèles à une même réalité en vue d'éclairer une même décision, nous nous étions fixé trois objectifs :

a) mieux mettre en évidence les différences que l'un et l'autre induisent quant à la manière de questionner la réalité et d'élaborer ce que l'on appelle traditionnellement (à tort) des données (ces dernières étant, le plus souvent, des "construits") ;

b) mieux comprendre ce que l'un et l'autre ont d'arbitraire, de fragile, de réaliste, de robuste (tous aspects essentiels pour apprécier leur degré de probance respectif) ;

c) mieux percevoir en quoi l'un et l'autre peuvent conduire à des prescriptions convergentes ou divergentes.

Il serait certes intéressant de chercher à placer la comparaison sur un autre plan : celui de leur insertion dans le processus de décision, c'est-à-dire celui de leur acceptabilité par les différents acteurs et de leur impact sur le déroulement effectif du processus. Ceci réclamerait un travail d'expérimentation de nature tout à fait différente de celui rapporté ici.

La dernière partie de ce document sera consacrée au bilan du travail relativement aux trois objectifs ci-dessus.

II - CONCEPTION DES CRITERES

1. Généralités

Les auteurs du modèle U ont retenu 6 axes de signification pertinents pour comparer les sites. Discuter de leur bien-fondé sortirait du cadre de ce travail. C'est dire que nous chercherons à établir le modèle S en supposant qu'ils nous sont imposés par nos interlocuteurs du WPPSS. Ils ont respectivement trait à ⁽¹⁾ :

- axe n° 1 : santé, sécurité : l'installation d'une centrale sur le site accroît le taux de radiation auquel sont soumis les individus présents dans le voisinage de la centrale ainsi que le risque d'accidents nucléaires auxquels ils sont exposés ;
- axe n° 2 : perte de saumons : une fraction des nombreux saumons qui fréquentent la rivière servant au refroidissement de la centrale est appelée à disparaître (du fait de la prise d'eau et de l'eau rejetée à une température plus élevée) ;
- axe n° 3 : impact biologique sur la région environnant la centrale : il s'agit ici des effets biologiques de toute nature, à l'exclusion de la perte des saumons ;
- axe n° 4 : impact socio-économique : la construction d'une centrale crée des emplois et des équipements sur le site, des recettes pour les finances locales, ... dont les effets se font sentir dès la période de construction et après que la centrale soit achevée ;
- axe n° 5 : esthétique : les lignes électriques à haute tension servant à raccorder la centrale au réseau général peuvent contribuer, pour une part, à enlaidir le paysage ;

(1) La numérotation adoptée ici est celle de KEENEY-NAIR (1976).

- axe n° 6 : coût : il s'agit des coûts d'investissement et d'exploitation.

La description des conséquences de l'action s (implantation d'une centrale sur le site s) ayant trait à l'un quelconque de ces 6 axes de signification ne s'impose pas de toute évidence. Ici encore, nous avons imaginé le modèle S à partir de la description faite par KEENEY et NAIR dans la perspective du modèle U . Nous préciserons, axe par axe, la teneur de celle-ci au paragraphe suivant. Il nous faut rappeler auparavant en quoi consiste une telle description et comment on en déduit, relativement à chaque axe, une représentation des préférences dans le modèle U . Il nous faut également indiquer en quoi le modèle S diffère sur ces deux plans. Nous verrons ainsi que, dans les deux approches, on élabore, pour chaque axe de signification, un sous-modèle de préférence qui lui est propre. Ce dernier constitue ce que l'on appelle couramment un critère. Nous le noterons g_i pour l'axe de signification i .

Dans le modèle U , on pose a priori que les conséquences d'une action s peuvent être décrites par 6 variables aléatoires $X_i(s)$ ($i = 1, \dots, 6$). Chaque variable est regardée comme un attribut lié à l'action. La mise à exécution de cette dernière doit s'accompagner d'une réalisation de $X_i(s)$ selon un tirage aléatoire conforme à sa loi de probabilité. La valeur particulière $x_i(s)$ qui se réalisera doit, à elle seule, résumer, en vue des comparaisons, toute l'information à prendre en compte relativement à l'axe de signification considéré. Il s'agit par conséquent tout d'abord de cerner concrètement cette information de façon à définir l'attribut puis d'en expliciter la loi de probabilité, mais celle-ci peut, en toute rigueur, dépendre des réalisations des autres attributs. Il convient donc, en toute généralité, de s'intéresser à la loi liée des 6 variables aléatoires.

Ceci explique que le système de préférence auquel le corps d'axiomes fait référence porte sur la comparaison de telles lois de probabilité multi-dimensionnelles. En pratique, dans le cas qui nous intéresse comme dans la plupart de ceux ayant trait à des problèmes réels d'aide à la décision, on admet :

- d'une part l'indépendance en probabilité des variables aléatoires $X_i(s)$;
- d'autre part que le système de préférence jouit de deux propriétés simplificatrices dénommées indépendance au sens des préférences et indépendance au sens des utilités (cf. KEENEY, RAIFFA (1976), KEENEY (1974)).

Ces hypothèses ⁽¹⁾, jointes aux axiomes classiques de la théorie de l'utilité, rendent en particulier légitime la démarche suivante :

- l'homme d'étude interroge celui qui apparaît comme le dépositaire du système de préférence à représenter en vue de construire une fonction d'utilité partielle $u_i(x)$ ayant trait à l'axe de signification i (voir annexe 1) ;
- il explicite la loi de probabilité marginale de l'attribut $X_i(s)$;
- il calcule l'espérance mathématique de cette utilité partielle pour chacune des actions : $g_i(s) = E[u_i(X_i(s))]$;
- dans le système de préférence qu'il s'agit de représenter, l'action s est, toutes choses égales d'ailleurs, d'autant meilleure que $g_i(s)$ est plus grand.

Dans ces conditions, la comparaison selon le seul axe de signification i de deux actions s et s' , abstraction faite de leurs conséquences selon les axes de signification autres que i , a un sens. Elle s'opère comme celle des nombres $g_i(s)$ et $g_i(s')$. C'est dire que la fonction g_i est un vrai-critère au sens donné à ce terme au I.1 (pour plus de détails, voir ROY, 1979-1982, chapitre 9).

Cette possibilité de comparer deux actions quelconques, toutes choses égales d'ailleurs, selon chacun des axes de signification considérés constitue un préalable pour le modèle S . Les axes de signification i doivent précisément être conçus de telle sorte que les comparaisons

(1) La théorie prévoit des tests destinés à en vérifier le réalisme mais leur mise en oeuvre se heurte à des difficultés qui en rendent les résultats peu probants.

faites avec ce genre de restrictions constituent un point de départ convenable pour asseoir les rapports que l'homme d'étude a pour mission d'établir entre les intervenants (éventuellement décideurs) qu'il est censé aider et ce qui leur apparaît être la réalité. Le système de préférence de ces intervenants n'étant plus regardé comme pré-existant dans cette réalité, l'existence et la définition des critères g_j ne peut plus être une simple conséquence de propriétés observables du système de préférence. Ces critères méritent en particulier d'être définis en fonction de la nature des informations disponibles ayant trait à chaque axe de signification et en tenant le plus grand compte des facteurs d'imprécision, d'incertitude, d'indétermination qui affectent ces informations. Rien ne s'oppose bien évidemment à ce que tel ou tel critère prenne la forme d'une espérance mathématique d'utilité. Dans bien des cas, on pourra estimer que le concept de lois de probabilités ne permet pas de saisir ces facteurs dans toute leur étendue. De plus, le cadre du vrai-critère peut paraître trop étroit et insuffisamment nuancé pour décrire les conclusions de telles comparaisons. Le modèle S conduit donc à substituer des pseudo-critères (voir annexe 2) aux vrais-critères du modèle U.

Dans le modèle U, les critères g_j sont définis dès l'instant où l'on a construit les fonctions d'utilité u_j et fait choix d'une description probabiliste pour chacun des attributs X_j . La démarche qui aboutit à l'explicitation $g_j(s)$ et des deux seuils de discrimination associés caractérisant chacun des pseudo-critères du modèle S est toute autre (cf. ROY, 1979-1982, chapitres 8 et 9). Elle repose sur une analyse des conséquences concernées par l'axe i et de notre capacité à les décrire, soit par un seul nombre constituant ce que nous appelons une évaluation ponctuelle (celle-ci pouvant ou non être affectée d'un seuil d'imprécision), soit par plusieurs nombres constituant une évaluation non ponctuelle, chacun de ces nombres pouvant être affecté d'un indice d'importance ayant par exemple la signification d'une probabilité. Cette analyse n'a pu être entreprise ici que très imparfaitement au-travers de la description des conséquences établies pour le modèle U. C'est ce travail d'élaboration des critères dans le modèle U et dans le modèle S que nous allons présenter maintenant.

2. Cas des deux critères (n° 1 et 5) fondés sur des évaluations quantitatives ponctuelles

Parmi les 6 attributs servant à décrire les conséquences des actions dans le modèle U, il en est deux, X_1 et X_5 , qui ont été regardés non pas comme des grandeurs aléatoires mais comme des grandeurs connues avec certitude. Autrement dit, relativement à l'un et l'autre de ces axes de signification, un site quelconque s est caractérisé par deux nombres ($x_1(s)$, $x_5(s)$) ; c'est pourquoi nous parlons dans ce cas d'évaluations quantitatives ponctuelles. L'évaluation sur l'axe n° 5 étant, à certains égards, plus simple, c'est elle que nous examinons en premier.

Le nombre $x_5(s)$ représente la longueur (exprimée en Miles) des lignes à haute tension (nécessaires pour raccorder la centrale au réseau) qui porteront atteinte à l'environnement si la centrale est installée. Sur les 9 sites considérés, ce nombre varie de 0 à 12 Miles (voir annexe 3). Bien que la mesure de cet attribut n'ait pas été regardée comme une grandeur aléatoire, la définition d'une fonction d'utilité $u_5(x_5)$ s'est avérée nécessaire pour le prendre en compte dans le modèle des préférences globales. Pour traquer l'allure générale de cette fonction, il fallait interroger quelqu'un censé répondre aux questions posées en conformité avec les préférences du WPPSS.

Chacune de ces questions mettait en jeu deux sites imaginaires : le premier était défini à partir de deux valeurs spécifiées (0 et 50 Miles dans la première question) ayant l'une et l'autre 50 chances sur 100 de se produire. Le second devait être caractérisé par une valeur unique que la personne interrogée avait à fixer de façon à assurer l'indifférence (toutes choses égales d'ailleurs) entre les deux sites ainsi mis en jeu (technique des loteries 50-50, cf. annexe 1). Les réponses obtenues conduisirent à retenir une expression linéaire pour l'utilité partielle étudiée :

$$u_5(x_5) = 1 - \frac{x_5}{50}.$$

Il s'ensuit que le vrai-critère g_5 du modèle U n'est autre que :

$$g_5(s) = 1 - \frac{x_5(s)}{50}.$$

Tout conduit à penser que, ayant à élaborer le modèle S, un critère associé à cet axe de signification aurait été défini en posant $g_5(s) = x_5(s)$. Toutefois, ce nombre ne paraît pas connu avec une précision telle que l'on puisse affirmer que si deux sites s et s' sont respectivement caractérisés par :

$$x_5(s) = 10, x_5(s') = 9,$$

le site s' puisse de ce fait être regardé (toutes choses égales d'ailleurs) comme significativement meilleur que le site s. L'écart de 1 Mile peut en effet ne pas sembler probant compte-tenu de l'incertitude des tracés de lignes, de la part d'arbitraire que recèle le choix des portions de lignes à prendre en considération, ... Ne disposant pas de l'information nécessaire pour appréhender la portée de ces facteurs, nous avons admis que les nombres $x_5(s)$ étaient entachés, par excès et par défaut, d'une erreur au moins égale à 1 Mile pour les faibles longueurs, erreur qui pouvait croître proportionnellement avec cette longueur. Il nous a semblé raisonnable de choisir un taux de croissance très faible, 3 % (un taux de 10 % n'aurait pas changé les résultats). Ceci revient à dire que $g_5(s) = x_5(s)$ est mal déterminé dans un intervalle de la forme :

$$[g_5(s) - \eta_5(g_5(s)) ; g_5(s) + \eta_5(g_5(s))]$$

$$\text{avec } \eta_5(s) = 1 + \frac{3}{100} g_5(s).$$

La fonction η_5 caractérise ce qu'on appelle un seuil de dispersion (cf. ROY, 1979-1982, chapitre 8). Des formules générales (cf. annexe 4) permettent d'en déduire les deux seuils de discrimination achevant de définir le pseudo-critère g_5 :

$$\text{seuil d'indifférence : } q_5(g_5(s)) = 1 + \frac{3}{100} g_5(s)$$

$$\text{seuil de préférence : } p_5(g_5(s)) = 2,0618 + 0,0618 g_5(s).$$

Le nombre certain $x_1(s)$ correspond à un indice officiel, le "site population factor". Cet indice prend en compte l'ensemble de la population dont la santé et la sécurité risquent d'être affectées par l'implantation d'une centrale sur le site et ceci en fonction de l'éloignement de ces populations à cette centrale. La valeur de cet indice varie ici entre 0,011 et 0,057 (voir annexe 3). Toujours par référence à la technique des loteries 50-50, c'est encore une forme linéaire qui a été retenue pour la fonction d'utilité relative à cet axe de signification. Les valeurs extrêmes envisageables pour x_1 étant 0 et 0,2, il vient :

$$u_1(x_1) = 1 - 5 x_1,$$

d'où le vrai-critère du modèle U :

$$g_1(s) = 1 - 5 x_1(s).$$

Dans le modèle S, il aurait, ici encore, été naturel de poser $g_1(s) = x_1(s)$. Plus encore que $x_5(s)$, $x_1(s)$ paraît entaché d'erreur et d'arbitraire. Ce nombre résulte en effet d'une opération de "ponctualisation" ayant pour objet de résumer en un seul nombre une distribution caractérisant un nombre de personnes situées à des distances de plus en plus grandes de la centrale. Or, cette distribution est appelée à évoluer. La forme de l'opérateur de ponctualisation n'est pas la seule concevable. La manière même de l'appliquer prête à variation. Il nous a, dans ces conditions, semblé légitime d'adopter un indice de dispersion servant à délimiter la zone de mauvaise détermination autour de x_1 égale à $\frac{10}{100} x_1$. Les seuils d'indifférence et de préférence caractérisant le pseudo-critère $g_1(s)$ valent, dans ces conditions (cf. annexe 4) :

$$q_1(g_1(s)) = 0,1 g_1(s), p_1(g_1(s)) = \frac{2}{9} g_1(s).$$

3. Cas des deux critères (n° 3 et 4) fondés sur des évaluations qualitatives non ponctuelles

Pour définir les attributs X_3 et X_4 , KEENEY et NAIR ont introduit deux échelles qualitatives possédant respectivement 8 et 7 intervalles

entre échelons consécutifs. La nature de l'impact biologique ou socio-économique que chacun des intervalles de ces deux échelles est destiné à recouvrir a été cernée à l'aide de descriptions relativement concrètes et précises des situations futures qui étaient, par définition, concernées. Pour chacun de ces deux axes et pour chaque site s , 10 experts environ ont été invités à se prononcer sur la base de tels descriptifs sur la situation future qu'ils jugeaient la plus vraisemblable dans l'hypothèse où la centrale serait installée sur le site. La proportion des voies ainsi recueillies par chaque intervalle a servi à définir les lois de probabilités (subjectives) de $X_3(s)$ et $X_4(s)$. Du fait du caractère discret de ces attributs, il a fallu recourir à une technique quelque peu différente de celle des loteries 50-50 pour affecter une utilité à chacun des intervalles des deux échelles. Cette technique, qui consiste, comme la précédente, à rechercher une indifférence entre un résultat certain et une loterie à deux résultats, prend cette fois pour inconnue la probabilité de l'un de ces résultats (le résultat certain étant fixé arbitrairement entre ceux mis en cause par la loterie). L'annexe 3 reproduit les valeurs numériques finalement retenues dans le modèle U.

Il est ici encore vraisemblable d'admettre que, devant mettre au point le modèle S, nous aurions procédé de façon analogue pour évaluer l'impact biologique et l'impact socio-économique des sites à étudier. L'évaluation obtenue (distribution d'avis d'experts faisant en général intervenir plus d'un intervalle de l'échelle concernée) est dite non ponctuelle. Pour définir $g_3(s)$ comme $g_4(s)$, il faut faire choix d'un seul des intervalles envisagés par les experts. Nous avons retenu le plus central, c'est-à-dire celui qui partage le plus également la population des experts entre ceux qui sont au moins aussi optimistes et ceux qui sont au moins aussi pessimistes que cette valeur (cf. annexe 5). Compte-tenu de la nature des échelles en cause, il est normal d'adopter des seuils de discrimination constants. Après examen des distributions d'avis d'experts, nous avons retenu :

$$\begin{aligned} q_3 &= 1, p_3 = 2, \\ q_4 &= 0, p_4 = 1. \end{aligned}$$

4. Cas d'un premier critère (n° 2) fondé sur des évaluations quantitatives non ponctuelles

L'attribut X_2 est plus complexe que les précédents. La quantité totale Q des saumons dont on redoute la disparition suite à l'installation d'une centrale a été jugée insuffisante dans certains cas pour appréhender la conséquence "perte de saumons". Compte-tenu de la précarité de certains équilibres écologiques, la destruction de 10 000 saumons dans une rivière qui en compte 20 000 ne pouvait être regardée comme équivalente à celle de 10 000 saumons dans une rivière qui en compte 300 000. La conséquence étudiée devait donc être analysée selon deux dimensions :

- le nombre total Y de saumons vivant dans la rivière ;
- le pourcentage Z de saumons détruits.

Une étude très approfondie (cf. KEENEY, ROBILLARD (1977)) a conduit les auteurs à distinguer le cas des très grandes rivières ($Y > 300\ 000$) et celui des petites rivières ($Y < 100\ 000$), aucune rivière moyenne n'intervenant dans l'étude. Pour les très grandes rivières, l'attribut étudié X_2 pouvait être pris en compte en ne faisant intervenir que la quantité $Q = Y.Z$ et ce au travers d'une fonction d'utilité définie par :

$$u_2(X_2) = 0,568 + 0,432 u_Q(Q)$$

avec

$$u_Q(Q) = 0,7843 (e^{0,00274(300-Q)} - 1) \quad (Q \text{ étant exprimé en milliers}).$$

Pour les petites rivières, en revanche, il est apparu indispensable de faire intervenir séparément Y et Z au travers de deux fonctions d'utilité partielles $u_Y(Y)$ et $u_Z(Z)$ (voir annexe 3), l'utilité de X_2 s'en déduisant par :

$$u_2(X_2) = u_Y(Y) + u_Z(Z) - u_Y(Y).u_Z(Z).$$

Pour calculer l'espérance mathématique $g_2(s)$, les auteurs ont admis que :

- pour chaque site s , Y prenait une valeur $y(s)$ connue avec certitude ;
- Z était une variable aléatoire gaussienne d'écart-type égal à la moitié de l'espérance mathématique, cette dernière étant estimée par les valeurs de $\bar{z}(s)$ indiquées en annexe 3.

Si nous avons eu à établir le modèle S , il est probable que nous ne nous serions pas livrés à une étude aussi complexe pour définir le critère g_2 . On est d'autant plus fondé à s'interroger sur la portée d'un tel travail que :

- d'une part les lois de probabilités des aléas Y et Z n'ont pas été définies avec un soin comparable à celui mis pour asseoir la fonction d'utilité ;
- d'autre part les valeurs de l'espérance $g_2(s)$ (qui ordonne les 9 sites exactement comme les nombres $E(Q(s))$) paraissent assez mal refléter les principes qualitatifs posés au départ de l'analyse d'utilité.

Nous aurions, pour notre part, cherché à mieux comprendre pourquoi, étant donné deux rivières comptant exactement y et y' saumons, il pouvait être plus préjudiciable d'un détruire un nombre q dans la première, supposée ici la moins poissonneuse, plutôt qu'un nombre légèrement plus élevé q' dans la seconde. Prenant ensuite appui sur des considérations d'ordre qualitatif, nous aurions cherché à relier q' à q, y, y' de telle sorte que les préjudices causés dans les deux rivières soient du même ordre. On aurait par exemple pu examiner si une formule simple du type $q' = q \cdot (\frac{y'}{y})^\alpha$ était susceptible de rendre compte (moyennant une valeur convenablement choisie de α entre 0 et 1) d'avis d'experts portant sur de tels cas de préjudices équivalents. Ne disposant que de la seule analyse d'utilité, il nous a paru possible de définir le critère g_2 sur la base de la formule ci-dessus tout en adoptant deux versions différentes de ce critère correspondant respectivement à :

$$\alpha = \frac{1}{2} : g_2'(s) = \frac{q}{\sqrt{y}} = z\sqrt{y}$$
$$\alpha = 0 : g_2''(s) = q = z \cdot y$$

(les valeurs des critères g_2 sont calculées, dans le modèle S, en posant $z = \bar{z}(s)$).

Le raisonnement qui précède a été conduit en faisant abstraction des difficultés qu'il y a, pour chaque rivière, à cerner la valeur y et à prévoir le taux z . La valeur élevée adoptée pour l'écart-type de Z et la nécessité de regarder y comme non connue avec une précision absolue nous ont amené à adopter un seuil de dispersion élevé que nous avons fixé égal à $0,5 g_2'(s)$ et $0,5 g_2''(s)$. On en déduit (cf. annexe 4) :

$$q_2' = 0,5 g_2'(s), p_2' = 2 g_2'(s), q_2'' = 0,5 g_2''(s), p_2'' = 2 g_2''(s).$$

5. Cas d'un second critère (n° 6) fondé sur des évaluations quantitatives non ponctuelles

Les auteurs du modèle U ont considéré que les coûts occasionnés par la construction et l'exploitation d'une centrale sur un site quelconque s_2 pouvaient être analysés par référence à ceux relatifs au site le plus économique s_2 . L'attribut $X_6(s)$ reflète par conséquent un coût différentiel. Il a été admis que la mauvaise connaissance qui entachait ce coût pouvait être prise en compte en traitant $X_6(s)$ comme une variable aléatoire gaussienne d'écart-type égal au quart de son espérance mathématique (*). Cette dernière a été estimée par des valeurs $\bar{x}_6(s)$ variant de 0 à 17,7 (l'unité étant le million de Dollars par an, voir annexe 3). Faisons observer que $X_6(s_2) = 0$ avec certitude.

Le critère $g_6(s)$ du modèle U traduit l'espérance mathématique de l'utilité attachée à ce coût différentiel aléatoire. C'est toujours en ayant recours à la technique des loteries que la fonction d'utilité $u_6(x_6)$ a été définie :

$$u_6(x_6) = 1 + 2,3 (1 - e^{-0,009 x_6}).$$

Ici encore, il est probable que nous aurions procédé autrement pour établir le modèle S. Dans la mesure où ce ne sont pas les mêmes acteurs

(*) Les coûts sont supposés correspondre à un type standard de construction que l'on n'envisage pas de remettre en cause pour augmenter la sécurité (critère 1) par exemple.

qui supportent les coûts d'investissement et les coûts d'exploitation, nous aurions peut-être introduit un critère pour chacun d'eux. N'ayant pas la possibilité d'analyser ces coûts dans le détail, nous nous contenterons, dans le présent travail, de poser :

$$g_6(s) = \bar{x}_6(s).$$

Faute de bases plus objectives, nous croyons pouvoir raisonner comme suit pour asseoir les seuils de dispersion. En premier lieu, les valeurs de $\bar{x}_6(s)$ qui ont été avancées supposent que les travaux et les éléments de fonctionnement qui n'entrent pas dans le coût différentiel conduiront bien aux mêmes dépenses sur le site s_2 et sur un site quelconque s . Il y a évidemment là une source d'erreurs qui suffit à faire douter du fait qu'un site s' est plus économique qu'un site s lorsque $\bar{x}_6(s) - \bar{x}_6(s')$ est faible eu égard au montant de ces dépenses supposé identique sur les deux sites. Nous avons admis que, du fait de cette seule hypothèse, le coût différentiel réel devait être regardé comme mal déterminé sur un intervalle caractérisé à partir de $\bar{x}_6(s)$ de façon dissymétrique comme suit :

$$[\bar{x}_6(s) - 1, \bar{x}_6(s) + 2].$$

En second lieu, le calcul de $\bar{x}_6(s)$ découle de l'évaluation de multiples facteurs qui, tous, concernent des suppléments de dépenses propres au site s . Or, tant que la construction n'est pas décidée, l'étude faite relativement à chaque site reste sommaire. C'est dire que ces coûts ne sont pas forcément bien tous recensés, qu'ils sont vraisemblablement chiffrés de façon assez imprécise et peut-être optimiste. La marge d'erreur qui en découle apparaît dissymétrique et d'autant plus élevée que $\bar{x}_6(s)$ est plus grand. Les facteurs intervenant à ce niveau nous semblent être sans lien avec ceux pris en compte précédemment. Nous admettrons donc qu'il y a additivité des effets et regarderons le coût différentiel comme finalement mal déterminé dans l'intervalle :

$$[\bar{x}_6(s) - 1 - 0,1 \bar{x}_6(s), \bar{x}_6(s) + 2 + 0,5 \bar{x}_6(s)].$$

Il vient alors (sur la base des formules de l'annexe 4) :

$$q_6(g_6(s)) = 1,1 + 0,11 g_6(s), p_6(g_6(s)) = 3,33 + 0,67 g_6(s).$$

III - AGREGATION DES CRITERES ET PREFERENCE GLOBALE

1. Généralités

Ayant ainsi défini les vrais-critères du modèle U et les pseudo-critères du modèle S, il nous faut maintenant présenter la partie du modèle qui porte sur leur agrégation. Dans le présent paragraphe, nous en décrivons brièvement la teneur de façon à présenter les différents paramètres intervenant dans chaque modèle. Les deux paragraphes suivants seront consacrés à l'évaluation de ces paramètres.

Partant du principe que le système de préférences du WPPSS pré-existe, qu'il est conforme aux axiomes de la théorie de l'utilité, que les hypothèses d'indépendance mentionnées au I.2 sont acceptables et qu'enfin les réponses aux questions posées pour construire les fonctions d'utilité partielles ont été dictées par ce système de préférences, on peut affirmer (d'après un théorème général, cf. KEENEY, RAIFFA, 1976) que ce système de préférences est représentable par un vrai-critère $g(s)$ relié aux critères $g_i(s)$ par l'une des deux expressions suivantes :

$$g(s) = \sum_{i=1}^{i=6} k_i \cdot g_i(s) \quad \text{avec} \quad \sum_{i=1}^{i=6} k_i = 1 \quad (1)$$

$$g(s) = \frac{1}{k} \left[\prod_{i=1}^{i=6} (1 + k \cdot k_i \cdot g_i(s)) - 1 \right] \quad \text{avec} \quad (2)$$

$$k \neq 0, k \geq -1, k = \prod_{i=1}^{i=6} (1 + k \cdot k_i) - 1. \quad (3)$$

C'est cette dernière expression de $g(s)$ qui a été retenue par KEENEY et NAIR (on en verra les raisons au § III.2). Pour achever de caractériser le modèle U, il suffit par conséquent d'estimer les coefficients k_i (dont la valeur est d'autant plus grande que l'importance relative attachée au critère i est plus forte une fois les fonctions d'utilités définies) et d'en déduire la valeur de k en résolvant l'équation (3) de degré 6 qui admet normalement une seule racine réelle différente de 0 et supérieure à -1 (cf. KEENEY, RAIFFA (1976)).

Dans le modèle S - lequel correspond à ELECTRE III (Cf. ROY, 1978) - il n'est plus question d'expliciter, à partir des pseudo-critères $g_i(S)$, ni un vrai-critère, ni même un pseudo-critère. Il s'agit, plus modestement, de confronter chaque site s à chaque site s' sur la base des valeurs qu'ils confèrent aux 6 fonctions g_i et ce en tenant compte des seuils q_i et p_i afin de prendre position sur l'acceptation, le rejet et, plus généralement, la position sur une échelle de crédibilité de la proposition :

"le site s est au moins aussi bon que le site s' ".

La construction de ce degré de crédibilité repose, comme on l'a indiqué au I.2, sur des règles pragmatiques de pur bon sens qui prennent essentiellement appui sur deux notions dites de concordance et de discordance. Celles-ci permettent :

- de caractériser un groupe de critères jugés en concordance avec la proposition étudiée et d'apprécier l'importance relative de ce groupe de critères au sein de l'ensemble des 6 critères ;
- de caractériser, parmi les critères non en concordance avec la proposition étudiée, ceux dont l'opposition est suffisamment forte pour réduire la crédibilité qui résulterait de la prise en considération de la seule concordance et de calculer l'éventuelle réduction qui en découle.

Pour pouvoir effectuer de tels calculs, il faut parvenir à expliciter numériquement :

- l'importance relative k_i que le décideur souhaite conférer au critère i dans le cadre des calculs de concordance ; bornons-nous ici à indiquer que ces nombres n'interviennent presque exclusivement que par l'ordre qu'ils induisent (du fait de leur addition) sur les groupes de critères intervenant dans ces calculs de concordance ;
- l'ampleur minimum de la discordance qui confère au critère i , lorsqu'il est seul face aux 5 autres critères supposés en concordance avec la proposition étudiée, le pouvoir de retirer toute crédibilité à cette proposition : cette ampleur minimum est appelée seuil de veto du critère i ; elle n'est pas nécessairement constante ; c'est pourquoi nous la noterons $v_i[g_i(s)]$.

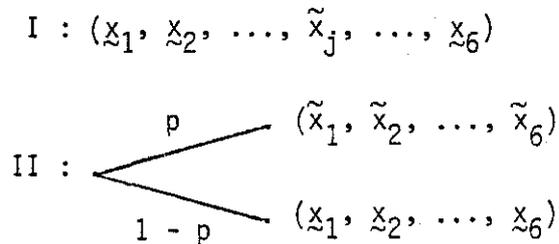
Insistons sur le fait que, contrairement à ce qui se passe dans le modèle U, les indices d'importance du modèle S (et il en va de même des seuils de veto) ne sont pas des valeurs susceptibles de découler de l'observation d'une grandeur pré-existante mais des valeurs destinées à traduire des positions volontaristes du décideur, lesquelles sont essentiellement d'ordre qualitatif. Il s'ensuit que les techniques à mettre en oeuvre pour asseoir les valeurs des paramètres dont il vient d'être question dans l'un et l'autre des deux modèles relèvent (plus encore que pour la conception des critères) de deux attitudes différentes face à la réalité (cf. V.1). Dans chacun de ces modèles, la part d'arbitraire qui affecte les valeurs retenues est non négligeable. C'est dire que la prescription doit tenir compte de la plus ou moins grande robustesse du résultat des calculs à cette part d'arbitraire mais le rapport de cette dernière avec la réalité étant profondément différente, la conception même de la prescription peut s'en trouver affectée selon qu'on raisonne dans le modèle U ou dans le modèle S.

2. Modulation de l'importance des critères

Au sein du modèle U, l'estimation des coefficients k_j intervenant dans la décomposition de la fonction d'utilité globale s'opère au travers de comparaisons de loteries de même que pour l'encodage des fonctions d'utilité partielles $u_j(x_j)$ (cf. annexe 1).

Notons \tilde{x}_j et \underline{x}_j les valeurs respectives utilisées pour caler la fonction d'utilité partielle entre 0 et 1. On a $u_j(\underline{x}_j) = 0$ et $u_j(\tilde{x}_j) = 1$. Considérons les deux loteries multidimensionnelles suivantes. La première I est une loterie dégénérée conduisant avec certitude au site imaginaire ayant les pires évaluations sur tous les critères sauf sur le critère j où son évaluation est \tilde{x}_j . La seconde loterie II met en jeu un second site imaginaire ayant pour évaluation soit le maximum possible sur tous les critères avec une probabilité p, soit le minimum possible sur tous les critères avec une probabilité (1 - p).

FIGURE III.1



L'espérance d'utilité de la loterie II est égale à p . Dans la forme multiplicative (2) (comme dans la forme additive (1)), l'utilité de la loterie I est égale à k_j . Si le décideur est capable de trouver la probabilité p assurant l'indifférence entre les deux loteries, on pourra poser $k_j = p$.

En itérant la procédure, on peut donc, en principe, estimer les 6 coefficients k_i et en déduire k , solution de l'équation (3).

A la différence des comparaisons de loteries nécessaires pour estimer les fonctions d'utilité partielles, celles devant être effectuées à ce niveau sont multidimensionnelles. Même si l'on a recours, pour l'estimation de la probabilité p , à des techniques d'interview sophistiquées, on ne peut que constater la grande complexité inhérente à cette comparaison de sites imaginaires et même mettre en doute la capacité du décideur à répondre de façon fiable à de telles questions. Pour tenter de contourner cet obstacle, les auteurs du modèle U ont eu recours à une technique d'estimation plus indirecte comprenant :

- un classement des coefficients k_i ;
- une estimation de valeurs de substitution inter-critères ;
- une estimation des coefficients k_i .

Cette procédure, décrite en détail à l'annexe 6, reste fondée sur des comparaisons de loteries du type I et II (cf. Figure III.1). Il est donc important de ne pas accorder une précision illusoire aux valeurs des k_i ainsi estimées.

Les auteurs du modèle U ont finalement retenu :

$k_1 = 0,358$; $k_2 = 0,218$; $k_3 = 0,013$; $k_4 = 0,104$; $k_5 = 0,059$;
 $k_6 = 0,400$.

On constate que $\sum_{i=1}^6 k_i = 1,152 \neq 1$, ce qui justifie le choix de la forme multiplicative (cf. Keeney (1974)).

La résolution de l'équation (3) donne alors $k = - 0,325$.

Dans le modèle S, les indices d'importance ne jouent qu'au travers du classement qu'ils induisent sur les différents critères ou groupes de critères. Si nous avions eu à effectuer l'étude, il est probable que c'est ce classement que nous aurions tenté d'élaborer de façon interactive avec les décideurs du WPPSS. Nous aurions ensuite cherché un ensemble de jeux d'indice d'importance compatible avec ces considérations purement ordinales.

N'ayant pas la possibilité d'interroger les décideurs, il nous a fallu essayer de "traduire" l'information véhiculée par la fonction d'utilité au niveau de l'importance relative des critères en termes d'indices d'importance afin de tenter de reproduire un système de valeurs comparable et ainsi garder un sens à la comparaison des résultats des deux méthodes. La technique retenue est décrite à l'annexe 7. Indiquons seulement que les k_i n'ont pas, dans le modèle U, d'interprétation immédiate en termes d'importance relative des critères (cf. Keeney et Raiffa (1976) et Zeleny (1981)). L'étendue de l'échelle et la forme de la fonction d'utilité partielle influent sur la valeur de k_i . Cette importance nous a semblé mieux reflétée par la plage de variation des différents rapports :

$$R_{ij} = \frac{\frac{\partial g}{\partial g_i}}{\frac{\partial g}{\partial g_j}} ; i, j = 1, \dots, 6 \quad (4)$$

où g est donné par la formule (2) et les g_i sont définis au § II.

On peut interpréter la valeur de R_{ij} en termes qualitatifs comme le gain nécessaire sur le critère j pour compenser une perte sur le critère i .

L'étude simultanée des plages de variations des rapports R_{ij} nous a conduits à retenir huit jeux d'indices d'importance (cf. annexe 7) reflétant, dans leur ensemble, le même système de valeurs que celui véhiculé par le modèle U. Il nous a en effet semblé peu réaliste de vouloir garder un jeu d'indices unique tant l'imprécision affectant les k_i dans le modèle U et l'arbitraire inhérent à cette traduction sont importants.

3. Les seuils de veto

Traduisant une position qualitative et volontariste, il serait illusoire de chercher à estimer les seuils de veto $v_j(g_j(s))$ de manière sophistiquée au travers d'études ou d'interviews. Si nous avions eu à faire l'étude, nous n'aurions pas procédé de manière tellement différente de ce que nous a permis de faire ici notre méthode de travail. Une fois le décideur d'accord avec les principes qualitatifs sous-tendant le caractère partiellement compensatoire du modèle S, on affecte une valeur numérique aux différents seuils de façon empirique en tenant compte de l'importance relative des critères, de la répartition des évaluations des sites sur les critères et de l'amplitude des divers seuils de préférence. Devant l'inévitable part d'arbitraire entourant le choix de ces valeurs numériques, on procède généralement à une analyse de robustesse assez poussée sur ces coefficients (cf. annexe 9).

Le modèle U étant compensatoire, il n'a pas été possible de déduire des informations disponibles des considérations qualitatives permettant de guider le choix des seuils de veto. C'est donc principalement notre propre perception du problème qui est reflétée dans ce choix, l'analyse de robustesse venant tempérer cette position. Il est apparu dans tous les cas raisonnable de prendre les seuils $v_j(g_j(s))$ comme des multiples des seuils de préférence $p_j(g_j(s))$ (sans qu'il y ait toutefois de liaison rigide entre ces deux grandeurs). La valeur du coefficient α_j telle que $v_j(g_j(s)) = \alpha_j p_j(g_j(s))$ nous a semblé devoir être d'autant plus grande que le critère était peu important. En particulier, pour les critères 3 (impact biologique), 5 (esthétique) et 4 (socio-économique), les seuils de veto ont été choisis de manière à ne pas jouer.

En première analyse, nous avons retenu les valeurs numériques suivantes :

$$v_1(g_1(s)) = 6 p_1(g_1(s))$$

$$v_2(g_2(s)) = 2,5 p_2(g_2(s))$$

$$v_3(g_3(s)) = 8 p_3(g_3(s))$$

$$v_4(g_4(s)) = 4 p_4(g_4(s))$$

$$v_5(g_5(s)) = 20 p_5(g_5(s))$$

$$v_6(g_6(s)) = 1,7 p_6(g_6(s)).$$

IV - ELABORATION ET CONTENU DE LA PRESCRIPTION

1. Généralités

On a, dans le modèle U :

$$g(s) = \left[\prod_{i=1}^6 (1 + k_i k_j g_i(s)) - 1 \right] \frac{1}{k}$$

Les valeurs de k et des k_i sont données au § III.2 et les valeurs des $g_i(s)$ à l'annexe 3. On peut donc obtenir simplement le nombre $g(s)$, conformément aux principes du vrai-critère préordonner totalement les sites sur cette base :

s' préféré à $s \iff g(s') > g(s)$

s' indifférent à $s \iff g(s') = g(s)$

et en déduire la prescription.

Dans le modèle S, il en va différemment. Comme mentionné plus haut (cf. également annexe 0), celui-ci vise à construire une relation de sur-classement floue entre les actions, c'est-à-dire à apprécier, sur une échelle de crédibilité, la proposition " s' est au moins aussi bon que s " (cf. annexe 8). L'exploitation de cette relation s'opère au travers d'un procédé de "distillation" se fondant sur les notions de "puissance" et de "faiblesse" d'une action (cf. Roy (1978)). On met ainsi en évidence deux préordres totaux qui se comportent de façon opposée vis-à-vis des actions se comparant mal à un groupe d'autres actions (*) : l'un a tendance à les classer avant ce groupe et l'autre après.

L'intersection de ces deux préordres donne naissance à un préordre partiel mettant en évidence les actions dont la position dans le classement est mal déterminée. Puisque dans le modèle S on reconnaît explicitement

(*) C'est-à-dire telle que la crédibilité du fait qu'elles soient au moins aussi bonnes que les actions de ce groupe et que celles-ci soient au moins aussi bonnes qu'elles est quasi-nulle.

Le caractère imprécis, voire arbitraire, de certaines des données utilisées, on se doit d'accepter cette incomparabilité. Ceci rend la qualité et la probance de la prescription fortement dépendantes d'une analyse de robustesse poussée.

2. Les résultats

On peut résumer les résultats du modèle U de la manière suivante (*) :

TABLEAU IV.1

Rang	Site	g(s)
1	S ₃	0,928
2	S ₂	0,922
3	S ₁	0,886
4	S ₄	0,884
5	S ₈	0,874
6	S ₉	0,872
7	S ₇	0,863
8	S ₅	0,815
9	S ₆	0,805

Le classement obtenu est donc un ordre total.

Les auteurs du modèle U ont procédé à une analyse de sensibilité sur ce classement. Cependant, le fait de disposer d'une base axiomatique et d'avoir obtenu les différentes données (formes des fonctions d'utilité, valeurs des k_i) en questionnant des personnes censées représenter le décideur (**) les a conduits à n'opérer qu'une analyse par rapport à des modifications "à la marge" (***) des données. Ils ont ainsi étudié :

(*) Les résultats figurant dans le tableau IV.1 sont ceux que nous avons obtenus en effectuant les calculs à partir des données publiées dans les articles cités. Ils diffèrent quelque peu de ceux donnés par Keeney et Nair (1976), tableau 6.

(**)

En fait, le plus souvent, l'équipe d'étude elle-même.

(***) par opposition à une variation conjointe de tous les paramètres du modèle. Ici, chaque paramètre varie séparément, dans une plage de variation qui n'est pas forcément de faible ampleur.

- une modification des valeurs des k_i , chaque k_i variant séparément, l'ordre des coefficients restant inchangé ;
- une modification des valeurs de $\bar{x}_6(s)$: augmentation des coûts différentiels moyens de 20 % et 50 % ;
- une modification du rapport moyenne-écart type pour X_6 qui passe de 1/4 à 1/2 ;
- une modification des valeurs de $\bar{z}(s)$ (moyenne de la perte de sau-
mons).

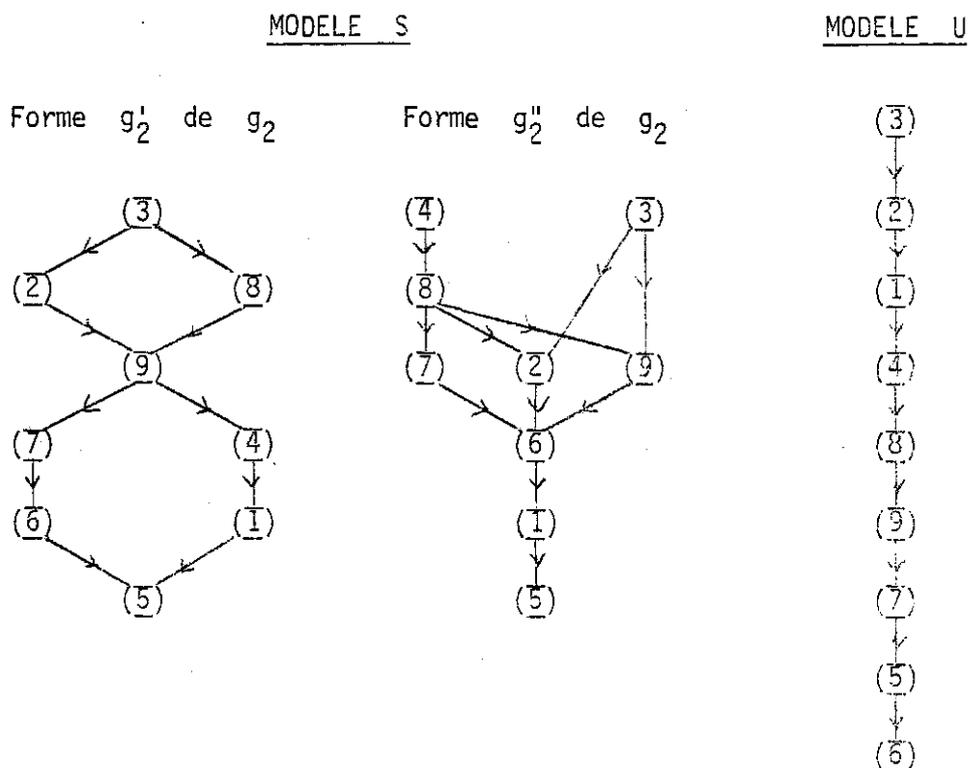
On constate une stabilité quasi-totale du classement face à ces modifications portant à chaque fois sur un seul aspect ou paramètre, toutes choses étant égales par ailleurs.

Au sein du modèle S, l'analyse de robustesse est cruciale. Nous résumons à l'annexe 9 le plan d'expérience suivi, comportant plus de 100 jeux de paramètres différents. Sachant l'arbitraire des données retenues, nous avons considéré que tout un sous-ensemble de l'espace des paramètres était en fait plausible, sous-ensemble que nous avons balayé de façon systématique pour étayer la probance de nos conclusions. Les résultats complets de cette analyse figurent à l'annexe 10. Nous nous contentons ici de mentionner que, parmi toutes les sources de variations possibles, la forme du critère 2 retenue (g_2^I ou g_2^{II}) a la plus grande influence (cf. annexe 10). Cette modification peut s'interpréter comme une modification indirecte du seuil de veto sur ce critère. On montre à l'annexe 10 que, mis à part la forme du critère 2, la stabilité des résultats est bonne face à des variations que l'on ne peut tenir pour marginales. L'analyse de robustesse a principalement porté sur les facteurs suivants :

- jeux d'indices d'importance : 8 jeux ;
- forme du critère 2 : g_2^I et g_2^{II} ;
- seuils de discrimination : - 5 jeux pour le critère 6,
- 3 jeux pour le critère 2 ;
- seuils de veto : - 2 veto pour le critère 6,
- 2 veto pour le critère 3,
- 5 veto pour le critère 2.

On peut, de façon très qualitative, résumer cet ensemble de résultats par deux graphes, l'un correspondant à la forme g_2' , l'autre à g_2'' du critère 2, l'influence des autres paramètres étant plus faible. On a les "graphes types" de surclassement indiqués à la figure IV.2.

FIGURE IV.2



Les arcs de transitivité sont omis et l'absence d'arcs (autres que ceux de transitivité) traduit l'incomparabilité. Le graphe donné pour le modèle U est une présentation graphique des données du tableau IV.1.

3. Contenu de la prescription

Rappelons que l'objectif du WPPSS, en demandant cette étude, était de retenir, parmi les 9 sites, ceux qui auraient la plus grande chance d'être acceptés par l'autorité administrative pour la construction d'une centrale. Le WPPSS était intéressé par deux types d'informations :

- les sites que l'on pouvait, à l'issue de cette phase d'étude, éliminer de toute considération ultérieure, faisant apparaître de bonnes raisons pour être rejetés ;

- parmi les sites restants qui feront tous l'objet d'études plus approfondies, ceux dont on pense qu'ils sont nettement supérieurs aux autres.

L'étude du classement fourni par le modèle U montre que S_5 et S_6 peuvent, sans grands risques, être éliminés de la suite du processus d'étude. Celui-ci place en tête les sites S_3 et S_3 , S_1 et S_4 se situant juste derrière (cf. tableau IV.1 et figure IV.2).

L'analyse des résultats du modèle S (cf. figure IV.2 et annexe 10) révèle une remarquable stabilité de la queue de classement, les sites S_5 , S_6 et S_1 apparaissant toujours moins bons que les autres. Le site S_3 se situe en tête dans le modèle S, quelle que soit la forme du critère 2 retenue. S_2 , S_8 et S_4 viennent juste derrière tandis que S_7 et S_9 se situent en milieu de classement dans une zone d'instabilité.

Nous aurions, comme les auteurs du modèle U, recommandé le site S_3 si le WPPSS n'avait voulu retenir qu'un seul site. On constate cependant une divergence importante sur la position du site S_1 et, dans une moindre mesure, du site S_8 entre les deux modèles (nous reviendrons sur ce point au § V.3).

Le cas n'étant pas ici étudié pour lui-même, c'est aux trois interrogations mentionnées au § I.3 que nous tenterons, en conclusion, d'apporter des éléments de réponse à la lumière de la confrontation de deux méthodes appliquées à un même problème.

V - CONCLUSIONS

1. L'élaboration et le traitement des données

Dans le modèle U, les procédures utilisées pour estimer les différents paramètres entrant dans la définition de la fonction d'utilité globale (fonctions d'utilité partielles $u_i(s)$, coefficients k_i) découlent logiquement du système d'axiomes sous-tendant l'analyse. Cette base axiomatique implique que, par le biais de comparaisons de loteries (cf. annexes 1 et 6), cette estimation est toujours possible.

Inattaquable sur le plan formel, cette position implique, dans la pratique, une collaboration astreignante du décideur (ou de son représentant, cf. § IV.2) tant le nombre de questions que leur complexité étant importants. La légitimité de ces techniques est inséparable de l'hypothèse selon laquelle un système de préférence complet préexiste sous une forme latente mais néanmoins conforme aux axiomes dans l'esprit du décideur (*). Il faut en outre admettre que les réponses fournies par ce décideur ou par ceux qui le représentent sont effectivement dictées par un tel système latent et que celui-ci ne risque pas d'être profondément altéré dans ce dialogue avec l'homme d'étude. L'urgence du problème de décision à résoudre et l'expérience de l'homme d'étude créent alors les conditions propices à la "mise à jour" de ces attitudes que l'on représente par une fonction d'utilité. Lorsque certains jugements exhumés entrent en contradiction avec les axiomes fondant la cohérence, on estime que le caractère normatif de ceux-ci (complétude, transitivité, indépendance) est suffisamment évident pour que le décideur s'y conforme en modifiant ses croyances antérieures (cf. Morgenstern (1979)). Dans une telle optique, contrairement à la plupart des sciences sociales, les axiomes du modèle formel deviennent également des axiomes et, au besoin, des normes de comportement. Cette attitude est

(*) Dans la pratique des études, c'est un ensemble d'"attitudes de base" du décideur vis-à-vis d'actions fictives qui est supposé exister de manière conforme aux axiomes. La comparaison d'actions complexes se ramène alors à une extrapolation de ces attitudes, extrapolation dont la validité est garantie par le corps d'axiomes.

sous-jacente dans la plupart des études fondées sur le modèle U. Elle permet d'expliquer pourquoi les hommes d'étude ont alors une grande confiance dans les données qu'ils recueillent et ne les remettent pratiquement pas en cause lors de l'analyse de sensibilité.

Il en va de même pour ce qui concerne l'évaluation des conséquences des actions. Les distributions de probabilités fournies par des experts sont ainsi rarement remises en question, même lorsqu'elles paraissent entachées d'un arbitraire important (cf. critères 2 et 6 du cas). Ici aussi, on procède à des analyses de sensibilité "à la marge" révélant généralement une bonne stabilité du classement obtenu.

En l'absence de base axiomatique, certains paramètres utilisés par le modèle S ont une interprétation souvent délicate (seuils de veto, indices d'importance). Seules des considérations de bon sens permettent au décideur et à l'homme d'étude de leur donner une valeur numérique. Ceci explique que les résultats du modèle S n'acquièrent de sens que relativement à une analyse de robustesse importante, balayant l'ensemble des valeurs numériques des paramètres compatibles avec les repères qualitatifs de départ. Ce procédé n'est pas un palliatif à l'absence de base axiomatique et de techniques sophistiquées d'encodage des paramètres mais constitue au contraire une des originalités profondes de l'approche, visant à construire une relation de préférence et non à représenter une relation existante de la manière la plus exacte possible.

Les différences constatées entre les deux approches au niveau de l'obtention des données ne sont donc, en fait, que la conséquence d'une césure beaucoup plus profonde entre un modèle fondant sa légitimité sur une attitude "descriptive" visant à représenter une relation préexistante et un modèle trouvant sa légitimité dans une attitude "constructive" cherchant, en collaboration avec le décideur, à bâtir une relation de préférence acceptable. Des procédures sophistiquées d'encodage n'ont de sens que par rapport à une réalité qu'il convient de cerner le plus finement possible.

Pour pouvoir appliquer la théorie de l'utilité, il faut admettre, en outre, qu'il est possible de rendre compte de tous les éléments imprécis, incertains ou arbitraires entourant l'évaluation des actions sur les diverses conséquences retenues par une distribution de probabilité. Une telle hypothèse est nécessaire pour que l'espérance mathématique de cette distribution sur une échelle d'utilité puisse être regardée comme un vrai-critère.

Dans les cas où il s'agit avant tout d'aider à décider face à un risque, une distribution de probabilité permet de modéliser, de façon satisfaisante, l'évaluation d'une action. Lorsqu'on s'intéresse aux pertes de saumons dans une rivière (critère 2), on peut vouloir avant tout cerner le risque de disparition totale de cette espèce dans le cours d'eau. Si l'on dispose d'une distribution de probabilité suffisamment bien établie pour décrire le phénomène, une espérance mathématique d'utilité peut constituer un critère adéquat.

Au contraire, même s'il est a priori possible de rendre compte de façon probabiliste du coût d'une centrale nucléaire (dont la définition n'est pas exempte d'ambiguïté, cf. § II.5) en procédant à une modélisation très fine de chacun des éléments (taux d'inflation, coût des matériaux de construction et de la matière fissile, etc.) pouvant influencer sur le coût du projet, il est raisonnable de penser que cette information est de peu d'intérêt pour aider le décideur. Ce qui importe, ce n'est pas de connaître avec une précision, souvent illusoire, une distribution de probabilité sur la conséquence coût mais de pouvoir dire si on peut estimer raisonnablement qu'une action est plus ou moins chère qu'une autre. Dans cette situation, un raisonnement en termes de seuils de dispersion semble s'imposer, comme dans tous les cas où il s'agit plus d'une imprécision et d'un flou conceptuel que d'un véritable phénomène aléatoire. Le modèle S ne fait pas, a priori, d'hypothèses restrictives sur la nature de l'imprécision et de l'incertitude affectant l'évaluation des actions et cherche à traduire ces phénomènes au travers d'un pseudo-critère.

Ces deux approches ne sont cependant pas exclusives et, dans le modèle S, l'utilisation d'un critère fondé sur une espérance mathématique entourée

de seuils est chose concevable. En effet, la substitution de pseudo-critères à des vrais-critères qu'il opère traduit tout autant le refus de restreindre le "non déterminisme" à l'aléatoire, que le rôle qu'y joue la notion de critère dans la construction d'une relation de préférence. N'ayant pas fonction de "décrire" mais de "construire", ce modèle prend pour base le concept de critère permettant la comparaison, toutes choses égales par ailleurs, de deux actions, au contraire du modèle U où la référence à une réalité existante oblige (en théorie) à tester des hypothèses d'indépendances associées à la structure de préférence avant de pouvoir parler de critère (cf. § II.1).

De ce fait, les pseudo-critères fondent la comparaison des actions dans le modèle S alors que les vrais-critères du modèle U la traduisent.

L'utilisation d'un pseudo-critère reste donc dans la suite logique de la prudence, voire de la méfiance, que l'homme d'étude, au sein du modèle S, garde vis-à-vis de sa méthodologie. N'ayant pas pour repère des préférences existantes, celui-ci n'estime être en droit de conclure à une préférence probante que si les outils, souvent grossiers, qu'il utilise ne lui laissent aucun doute à ce sujet, d'où l'utilisation d'une "zone tampon" traduite par les seuils de discriminations. Le modèle U, pour sa part, posant la préexistence d'une relation de préférence, suppose que l'information recueillie au travers des fonctions $u_i(x_i)$ est suffisamment fiable pour permettre une "extrapolation" de celle-ci à des loteries plus complexes (ainsi, dans le cas du coût, la fonction $u_6(x_6)$ est estimée à partir de loteries 50-50 alors que les calculs sont effectués avec des lois gaussiennes) de façon précise.

2. Robustesse et fragilité des approches

La distinction entre une attitude constructive et une attitude descriptive permet de mieux cerner les différences et les avantages respectifs des modèles U et S. De façon certaine, si le décideur est clairement identifié et possède une structure de préférence suffisamment précise et stable, on peut adopter une attitude purement descriptive. Nous pensons néanmoins que, dans la plupart des problèmes réels d'aide à la décision, une attitude de type constructif s'impose.

Toute décision s'insère dans un tissu organisationnel souvent complexe et conflictuel, empêchant de parler d'un décideur unique, sinon de façon mythique (cf. Walliser (1979), Roy (1979-1982, chapitre 2)). Il est alors difficile de supposer une préférence collective cohérente préexistante pour un groupe décisionnel.

De fait, les auteurs du modèle U n'ont pas, pour évaluer les divers paramètres entrant dans la fonction d'utilité globale, interrogé le (ou les) décideur(s) du WPPSS (cf. § IV.2) mais ont travaillé à partir des jugements fournis par l'équipe d'étude elle-même. Cette pratique, qui semble courante dans les études menées à l'aide du modèle U, peut légitimement faire douter de la probance des procédures d'estimation de la fonction d'utilité utilisées et implique de procéder à des analyses de sensibilité de même importance que dans le modèle S.

Une fois admis l'intérêt, voire la nécessité, d'une approche constructive, on mesure mieux le rôle et la portée d'une base axiomatique pour des modèles d'aide à la décision. Ce qui fait aux yeux de beaucoup l'attrait d'une base axiomatique, c'est la légitimité qu'ils croient en retirer pour leur travail. Or, cette légitimité ne vaut que pour la "théorie" et non pour le "modèle" qui est la "théorie interprétée" et rendue opératoire. Le modèle U se fonde sur une théorie formelle de la représentation d'un système de préférences existant. On voit mal ce que pourrait être une théorie de la construction d'un système de préférences, théorie sur laquelle prendrait appui le modèle S. Si la base axiomatique légitime la théorie, elle ne légitime pas pour autant le modèle. La légitimité de celui-ci doit être recherchée dans l'aide effective qu'il apporte pour parvenir à des convictions (remettant éventuellement en cause des idées préconçues), pour intervenir auprès d'autrui dans le cours des choses. Un modèle d'aide à la décision ne peut pas seulement être une théorie formelle mais doit constituer une base de dialogue avec le réel et d'intervention sur ce réel.

Précisons enfin qu'il n'est pas inconcevable de vouloir utiliser le modèle U dans une optique constructive. C'est, implicitement, ce qui

est fait dans la plupart des études. Cependant, il convient, dans ce cas, de juger du modèle U indépendamment de sa base axiomatique en s'intéressant à la probance des procédures de construction des fonctions d'utilité partielles et d'estimation des coefficients k_j en tant qu'outils destinés à construire ou à enrichir, chez le décideur, une relation de préférence entre les actions.

De nombreux malentendus à propos de la comparaison des modèles S et U semblent provenir du fait que c'est une attitude constructive qui guide l'élaboration de ce dernier alors que sa base axiomatique ne lui confère de légitimité particulière que s'il procède d'une attitude descriptive.

Nous ne croyons pas possible de tirer de ce travail des conclusions normatives à propos des modèles S et U en tant qu'outils potentiels d'aide à la décision. Chacun d'eux présente des champs d'actions privilégiés et le caractère opératoire de l'un et de l'autre a déjà été reconnu dans le cadre de nombreuses études.

On doit, de plus, reconnaître que le choix du type de modèle dépend bien souvent de facteurs "culturels" échappant à l'analyse formelle, de "mœurs décisionnelles".

De façon plus générale, ce travail montre, à notre sens, qu'il serait hautement souhaitable de repenser la question de la validation et de la légitimité des modèles d'aide à la décision. Le concept de "pouvoir prédictif" ne semble pas, dans ce domaine, pouvoir servir de référence et fournir des tests de validité, comme c'est le cas dans beaucoup d'autres disciplines.

3. Convergence des prescriptions

Nous avons constaté, au § IV.3, que, malgré une convergence certaine des prescriptions sur le site S_3 , celles-ci n'étaient cependant pas semblables et qu'en particulier la position du site S_1 était très controversée. Le modèle U considère que S_1 est parmi les meilleurs sites

étudiés tandis que le modèle S recommande son abandon dans la suite du processus d'étude. De même, le site S_8 , qui apparaît dans le modèle S comme un "bon" site, figure en milieu de classement dans le modèle U.

Ces divergences reflètent la différence des principes qualitatifs sous-tendant les deux modèles, en particulier pour ce qui concerne la probance des écarts entre les évaluations sur les différents critères et le caractère plus ou moins compensatoire de leur agrégation. Ainsi, le site S_1 (cf. annexes 3 et 5) est très bien évalué sur la plupart des critères (g_3, g_4, g_5, g_6) mais possède la pire des évaluations possibles en ce qui concerne la santé-sécurité (g_1) et les pertes de saumons (g_2). Le caractère partiellement compensatoire du modèle S tend à rejeter un tel profil vers le bas du classement alors que le modèle U, parfaitement compensatoire, place ce site en tête en raison de ses très bonnes évaluations sur de nombreux critères.

A l'inverse, le site S_8 , que l'on peut interpréter comme un site "compromis", ce compromis étant situé à un niveau moyen (cf. annexes 3 et 5), bien classé dans le modèle S, n'apparaît pas en bonne place dans le modèle U qui classe avant lui des sites dont les bonnes performances sur certains critères viennent compenser de très mauvaises évaluations sur d'autres.

Il ne convient pas, de plus, de tirer des conclusions trop générales de la bonne convergence des prescriptions sur le site S_3 . Un examen intuitif des évaluations figurant aux annexes 3 et 5 montre en effet que S_3 apparaît comme un bon site compte-tenu de l'information disponible. Il est naturel, dans ces conditions, de voir S_3 apparaître en tête dans les deux méthodes. La convergence obtenue est donc, pour une bonne part, contingente à la nature du problème étudié (sur un autre problème, un site de type S_1 aurait pu apparaître en tête dans le modèle U).

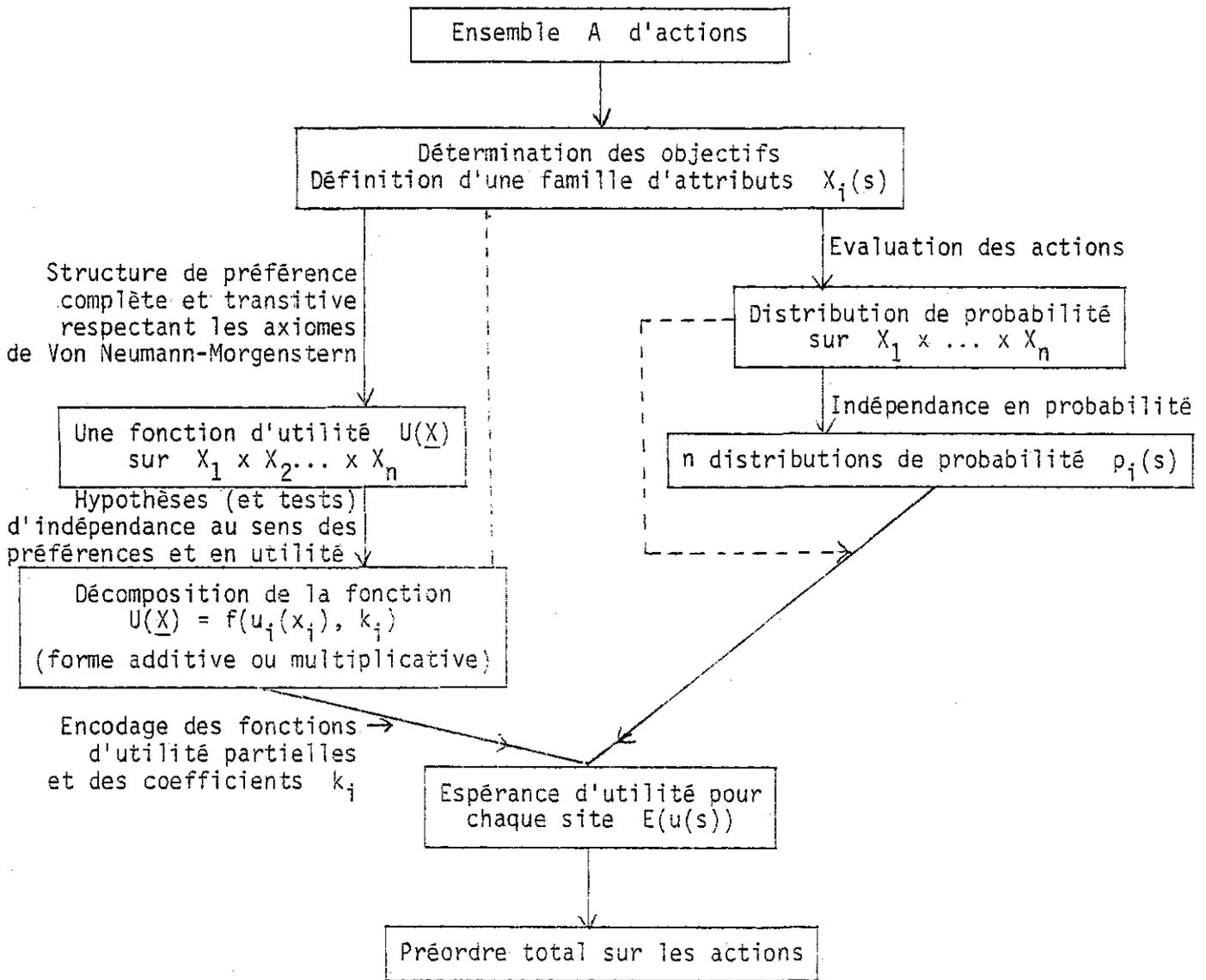
Devant une opposition aussi profonde des principes qualitatifs à la base des deux modèles, il n'est pas choquant de les voir aboutir à des prescriptions non semblables.

Ces inévitables divergences ne traduisent pas, à notre sens, l'inutilité et la vanité du travail d'aide à la décision mais peut-être, plus simplement, le fait qu'il peut être apporté plusieurs éléments de réponse à un même problème. Devant l'impossibilité de pratiquer, au sein d'un même processus de décision, deux types d'étude différents, le décideur doit être conscient des options qualitatives véhiculées par les différents modèles, traduisant souvent des prises de position éthiques de l'homme d'étude, avant de se forger une conviction personnelle sur le choix à effectuer. Dans ce domaine, la multiplicité des approches nous semble refléter bien plus une reconnaissance de la complexité de la tâche de l'homme d'étude qu'une faiblesse scientifique.

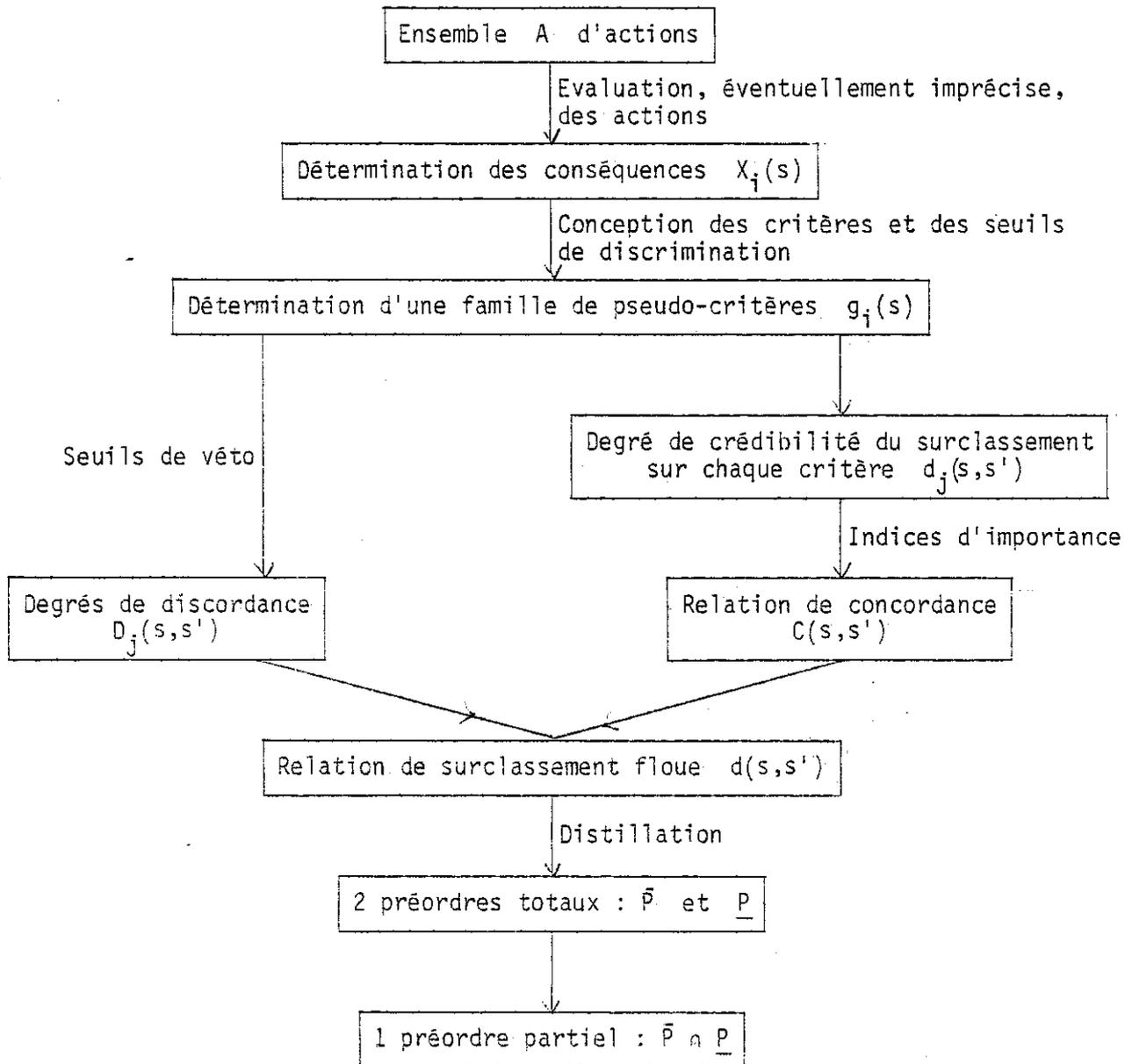
ANNEXE 0

SCHEMA GENERAL DES DEUX MODELES

MODELE U : THEORIE DE L'UTILITE MULTIATTRIBUT



MODELE S : ELECTRE III



ANNEXE 1

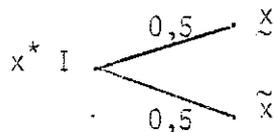
CONSTRUCTION DES FONCTIONS D'UTILITE

Pour construire une fonction d'utilité sur un attribut unique X , la technique la plus courante est celle dite des "loteries 50-50" (voir Raiffa, 1968 ou Keeney et Raiffa, 1976). Notons \underline{x} et \tilde{x} les valeurs extrêmes envisageables pour l'attribut X . Une fonction d'utilité de type Von Neumann-Morgenstern (cf. Von Neumann-Morgenstern, 1947) étant définie à une transformation linéaire positive près, on pose :

$$u(\underline{x}) = 0 \text{ et } u(\tilde{x}) = 1.$$

Le procédé consiste alors à faire comparer au décideur une série de "loteries", une loterie étant ici définie comme une distribution de probabilité, éventuellement dégénérée, sur les valeurs prises par l'attribut.

On demande tout d'abord au décideur de trouver une valeur x^* telle que :



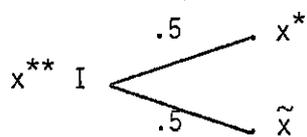
où I est une relation d'indifférence entre les loteries.

Pour obtenir cette valeur, on procède généralement par encadrements successifs en essayant de réduire progressivement la longueur d'un intervalle $[y', y'']$ où y'' est une valeur que le décideur préfère à la loterie 50-50 et y' une valeur jugée moins bonne que celle-ci.

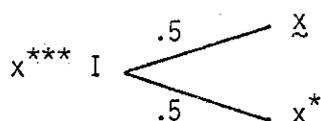
Une fois obtenue la valeur x^* , on peut poser :

$$\begin{aligned} u(x^*) &= \frac{1}{2} u(\underline{x}) + \frac{1}{2} u(\tilde{x}) \\ &= \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

On a donc un premier point sur la fonction d'utilité. On peut itérer la procédure en s'intéressant aux valeurs x^{**} et x^{***} telles que :



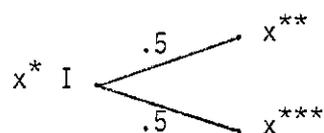
et



On posera alors $u(x^{**}) = .75$ et $u(x^{***}) = .25$ et ainsi de suite (cf. figure I.1).

Après avoir obtenu un certain nombre de points, on essaie le plus souvent d'approximer cette série par une courbe ayant une forme fonctionnelle simple. Les fonctions $u_i(x_i)$ de Keeney et Nair pour $i = 1, 2, 5, 6$ ont été estimées de la sorte.

Il importe de s'assurer, au cours du processus d'encodage, d'une certaine cohérence des réponses. Ainsi, on doit avoir :



puisque $u(x^*) = .5 = \frac{1}{2} \cdot .75 + \frac{1}{2} \cdot .25 = \frac{1}{2} u(x^{**}) + \frac{1}{2} u(x^{***})$.

De nombreuses questions de contrôle sont ainsi nécessaires avant d'arrêter la forme définitive de la fonction.

Lorsque l'échelle des x est qualitative (cas des axes de signification 3 et 4 de Keeney et Nair), on opère de façon différente selon la méthode de la "probabilité variable". L'échelle étant qualitative, on ne peut en effet être certain qu'il existe un point x^* de l'échelle tel que

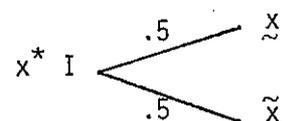
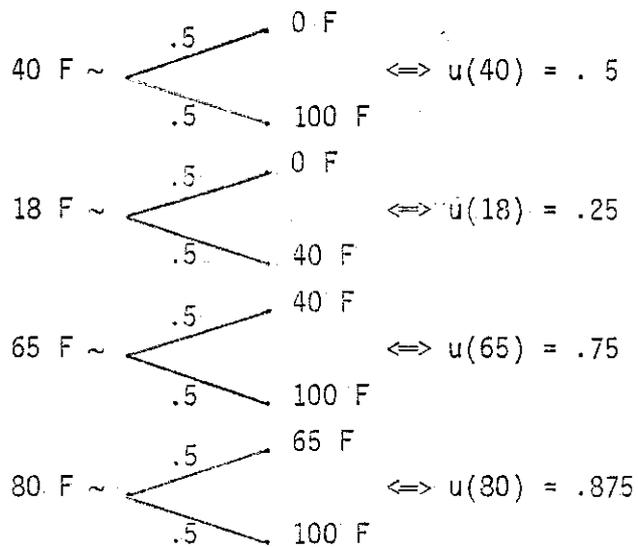
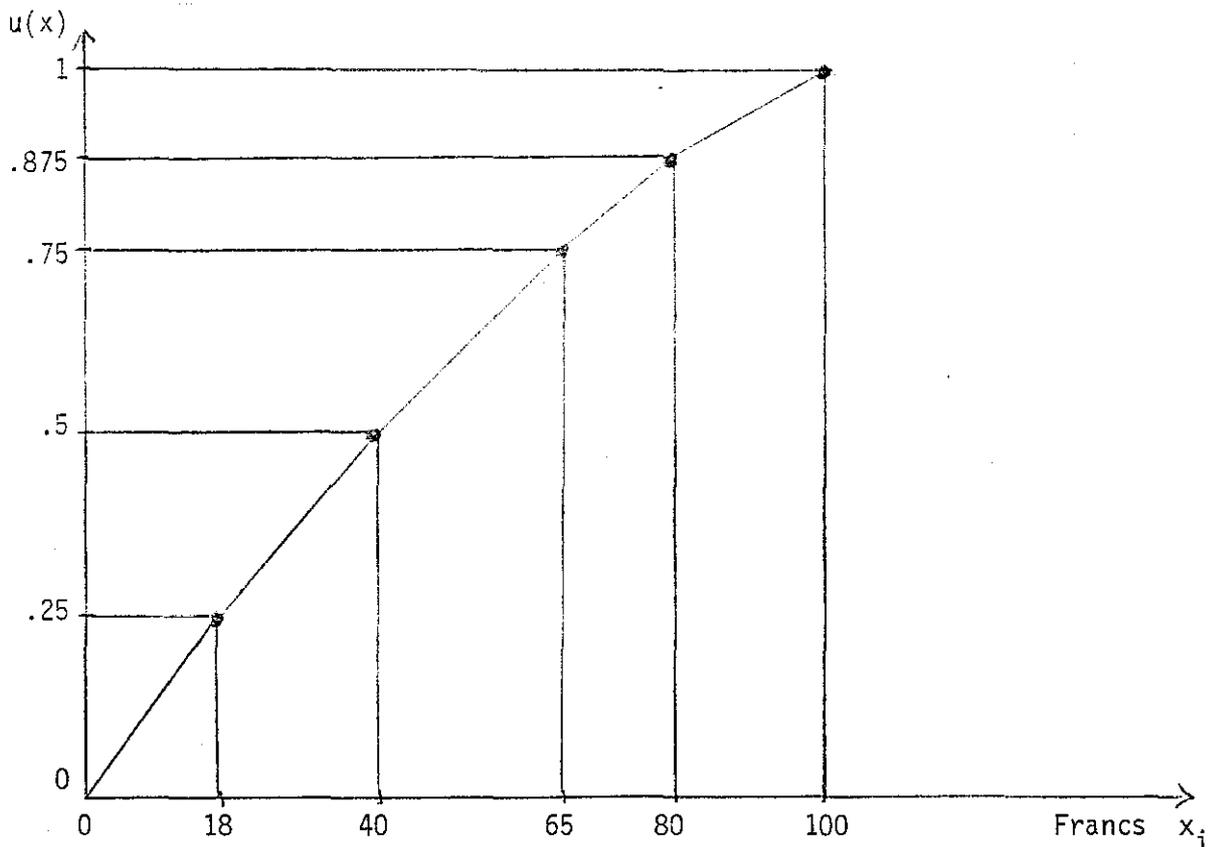


Figure I.1 : Exemple de construction d'une fonction d'utilité

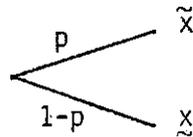
On s'intéresse à la fonction d'utilité d'un joueur pour les gains monétaires. On pose $u(0 \text{ F}) = 0$ et $u(100 \text{ F}) = 1$, le gain maximal envisageable étant de 100 F, les pertes étant impossibles. On obtient les réponses hypothétiques suivantes :



d'où la fonction :



La méthode de la probabilité variable consiste à demander au décideur la probabilité p assurant l'indifférence entre une valeur z fixée et la loterie :



Soit p^* cette probabilité. On a donc :

$$u(z) = p^* u(\tilde{x}) + (1 - p^*) u(\underline{x}) = p^*.$$

On itère alors la procédure en choisissant d'autres valeurs de z . Les fonctions $u_3(x_3)$ et $u_4(x_4)$ figurant à l'annexe 3 ont été estimées de la sorte.

Remarque : Ces procédures d'encodage d'une fonction d'utilité pour un attribut unique restent valables lorsque ces utilités sont des utilités partielles issues d'une décomposition additive ou multiplicative. Keeney (1974) montre que, si l'on cale la fonction d'utilité globale entre 0 et 1 en posant $u(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n) = 1$ et $u(\underline{x}_1, \underline{x}_2, \dots, \underline{x}_n) = 0$, chacune des fonctions $u_i(x_i)$ est calée entre 0 et 1 avec $u_i(\tilde{x}_i) = 1$ et $u_i(\underline{x}_i)$, que la décomposition soit additive

$$u(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n k_i u_i(x_i)$$

ou multiplicative

$$1 + k u(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n (1 + k k_i u_i(x_i)),$$

les coefficients étant tels que $0 < k_i < 1$.

ANNEXE 2

POUVOIR DISCRIMINANT DES CRITERES :
VRAIS-CRITERES ET PSEUDO-CRITERES

Considérons un critère $g(s)$ destiné à modéliser les préférences d'un décideur sur un axe de signification donné. Le calcul des valeurs $g(s)$ de ce critère s'effectue à partir des évaluations des actions sur les diverses conséquences concernées par cet axe de signification (cf. II.1). Dans bien des cas, ce calcul se ramène à une "ponctualisation" (voir Roy, 1979-1982, chapitre 9) puisqu'il s'agit de résumer une évaluation "non ponctuelle" sur une conséquence par un chiffre unique $g(s)$.

La théorie de l'utilité utilise une ponctualisation fondée sur la notion d'espérance mathématique d'une utilité. Elle considère, de plus, que le critère ainsi défini est un "vrai-critère", c'est-à-dire qu'il suffit de connaître le signe de la différence $u = g(s') - g(s)$ pour savoir laquelle des deux actions est strictement préférée à l'autre, celles-ci n'étant jugées équivalentes que si $u = 0$. Plus généralement, le vrai-critère autorise une modélisation des préférences partielles telles que :

$$\begin{aligned} s' P s &\Leftrightarrow g(s') > g(s) \\ s' I s &\Leftrightarrow g(s') = g(s) \end{aligned}$$

où P et I sont respectivement une relation de préférence et une relation d'indifférence restreintes à l'axe de signification considéré.

Dans bien des cas, l'imprécision, l'incertitude, le flou qui entourent tant les "données" de départ (évaluations des actions sur les conséquences) que le mode de calcul retenu pour obtenir les valeurs $g(s)$ peuvent faire douter de la probance du modèle du vrai-critère, dès lors que l'on se situe dans un problème réel. L'utilisation d'une justification axiomatique de ce modèle (cas de la théorie de l'utilité) ne doit pas faire oublier la

présence de nombreux facteurs d'arbitraire et d'indétermination, au double niveau conceptuel et pratique. Dans le cas de l'axe de signification coût du cas étudié, Keeney et Nair font intervenir, dans la conséquence X_6 , tant des coûts de construction que des coûts de fonctionnement actualisés. On sent bien ici la part d'arbitraire entourant le choix du taux d'actualisation, l'évaluation prévisionnelle des coûts et la façon dont ont été agrégés les coûts de fonctionnement et les coûts de construction.

Le modèle du pseudo-critère tend à remédier à certaines des outrances auxquelles peut conduire l'utilisation d'un vrai-critère en intégrant explicitement les éléments mal définis ou mal connus entrant dans le calcul des valeurs de $g(s)$ (voir Jacquet-Lagrèze-Roy, 1980, Roy-Vincke, 1982).

Dans tout ce qui suit, nous parlerons d'un critère g et nous admettrons de façon non restrictive que la préférence est non décroissante avec les valeurs $g(a)$.

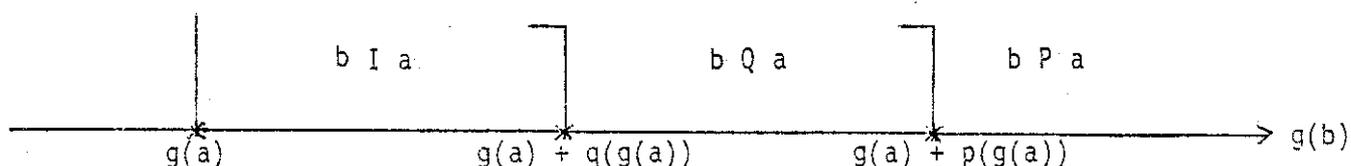
La situation $u = g(b) - g(a) = 0$ correspond de façon non ambiguë à un cas d'indifférence $b I a$.

Lorsque $g(b)$ croît, la différence u cesse de refléter une indifférence au-delà d'une certaine valeur \underline{u} qu'on peut, le plus souvent, exprimer sous la forme $\underline{u} = q(g(a))$. En effet, dans un problème réel, il est naturel de penser que de petites valeurs de u seront jugées non significatives compte-tenu de l'arbitraire et de l'imprécision entrant dans la définition de g . Bien qu'en théorie un individu préférera toujours payer 1 000 F plutôt que 1 001 F, il est fort probable qu'il jugera ces deux quantités équivalentes s'il sait qu'elles ne représentent qu'un "ordre de grandeur", comme c'est le cas pour le coût d'une centrale nucléaire par exemple.

Cette fonction $q(g(a))$ est appelée seuil d'indifférence du critère g (cf. Roy, 1979-1982, chapitre 9).

Lorsque la plage de valeur du critère g est suffisamment étendue, il est possible de trouver deux actions a et b telles que la différence $u = g(b) - g(a)$ soit révélatrice d'une préférence stricte sans ambiguïté possible. Cette différence reste probante d'une préférence

stricte, lorsque $g(b)$ décroît, jusqu'à une valeur \bar{u} pour les mêmes raisons que précédemment. On peut souvent exprimer \bar{u} sous la forme $p(g(a))$ que l'on appellera seuil de préférence du critère g . On a généralement (mais pas nécessairement, cf. Roy, 1979-1982, chapitre 9) $q(g(a)) \neq p(g(a))$ avec $p(g(a)) > q(g(a))$. En effet, pour des valeurs de u légèrement supérieures à $q(g(a))$, on peut légitimement hésiter entre une situation d'indifférence et de préférence stricte. On conviendra de noter cette situation par $b Q a$ que l'on interprétera comme "b faiblement préféré à a sur l'axe de signification considéré". On peut donc résumer les diverses situations par le schéma :



Pour éviter certaines incohérences (cf. Roy, 1980-1982, chapitre 9), on postulera :

$$\frac{q(g(b)) - q(g(a))}{g(b) - g(a)} \geq -1 \quad \text{et} \quad \frac{p(g(b)) - p(g(a))}{g(b) - g(a)} \geq -1,$$

conditions trivialement vérifiées lorsque les deux seuils q et p sont constants en valeur absolue ou en valeur relative.

La détermination de ces deux seuils n'est pas toujours simple. On peut cependant constater que les valeurs $q(g(a)) = p(g(a)) = 0$ pour tout a , postulées par la théorie de l'utilité et correspondant au cas du vrai-critère, ne sont pas, en général, les plus réalistes. Nous renvoyons le lecteur à l'annexe 4 pour l'étude d'un cas général de détermination de ces seuils.

Avec un pseudo-critère, on a donc :

$$g(b) \geq g(a) \Rightarrow \begin{cases} b I a & \text{si } g(b) - g(a) \leq q(g(a)) \\ b Q a & \text{si } q(g(a)) < g(b) - g(a) \leq p(g(a)) \\ b P a & \text{si } p(g(a)) < g(b) - g(a) \end{cases}$$

avec

$$\frac{p(g(b)) - p(g(a))}{g(b) - g(a)} \geq -1 \quad \text{et} \quad \frac{q(g(b)) - q(g(a))}{g(b) - g(a)} \geq -1.$$

ANNEXE 3

CARACTERISTIQUES DES CRITERES DANS LE MODELE U

TABLEAU I : Lois des variables aléatoires $X_i(S)$.

FIGURE I : Fonctions d'utilité partielles $u_i(x_i)$.

TABLEAU II : Valeurs des critères dans le modèle U
 $g_i(s) = E[u_i(X_i(s))]$.

TABLEAU I : Lois des variables aléatoires $X_i(S)$

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9
SPF $X_1(S)$ (1)	0,057	0,04	0,025	0,048	0,044	0,023	0,052	0,011	0,018
1 000 saumons $Y(S)$ (1)	75	75	75	5,5	17	5	3	430	365
% $Z(S)$ (4)	8	8	8	15	15	15	15	1	1
$X_3(S)$ (3)	1-2 : 0,9 2-3 : 0,1	1-2 : 0,9 2-3 : 0,1	1-2 : 0,8 2-3 : 0,2	2-3 : 0,2 3-4 : 0,8	3-4 : 0,2 4-5 : 0,5 5-6 : 0,3	3-4 : 0,2 4-5 : 0,5 5-6 : 0,3	1-2 : 0,3 2-3 : 0,6 3-4 : 0,1	0-1 : 0,1 1-2 : 0,5 2-3 : 0,4	0-1 : 0,7 1-2 : 0,3
$X_4(S)$ (3)	1-2 : 0,2 2-3 : 0,65 3-4 : 0,15	1-2 : 0,25 2-3 : 0,55 3-4 : 0,1 4-5 : 0,1	1-2 : 0,3 2-3 : 0,45 3-4 : 0,15 4-5 : 0,1	2-3 : 0,2 3-4 : 0,5 4-5 : 0,3	1-2 : 0,2 2-3 : 0,45 3-4 : 0,2 4-5 : 0,15	2-3 : 0,1 3-4 : 0,55 4-5 : 0,3 5-6 : 0,05	2-3 : 0,2 3-4 : 0,5 4-5 : 0,2 5-6 : 0,1	2-3 : 0,1 3-4 : 0,4 4-5 : 0,4 5-6 : 0,1	1-2 : 0,05 2-3 : 0,6 3-4 : 0,2 4-5 : 0,15
Miles $X_5(S)$ (1)	1	1	7	6	12	1	0	0	0
10^6 \$/an $X_6(S)$ (2)	2,035	0	1,535	1,933	12,347	17,713	4,834	10,936	11,423

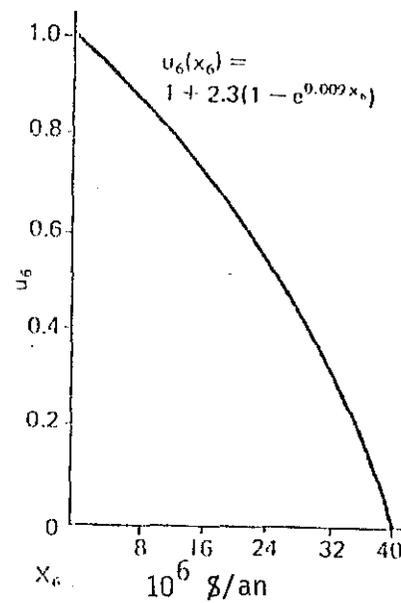
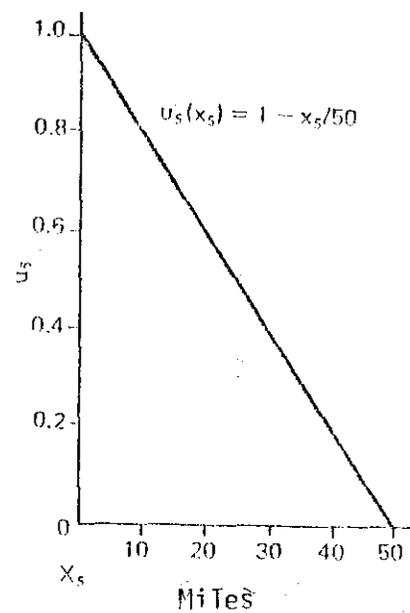
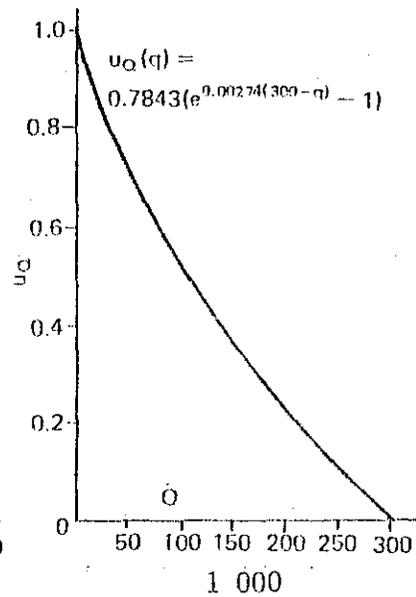
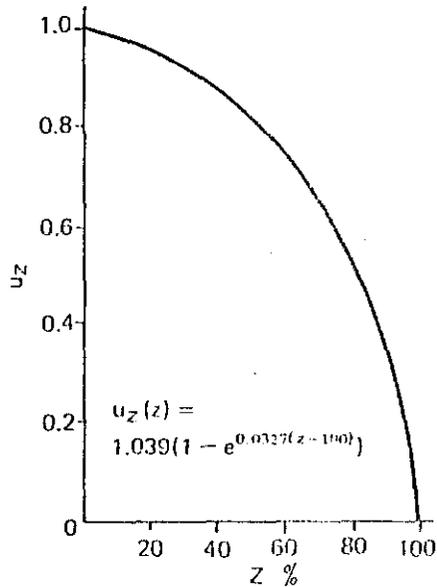
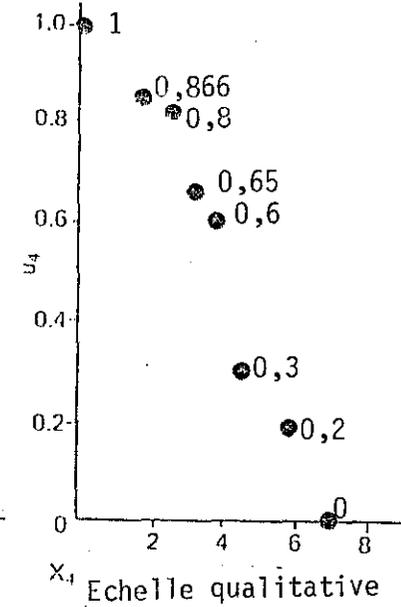
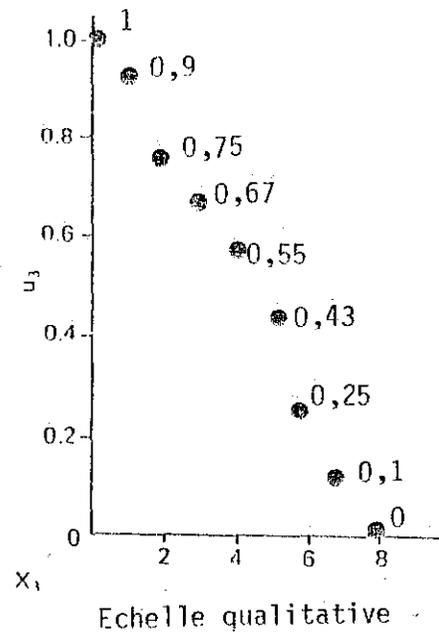
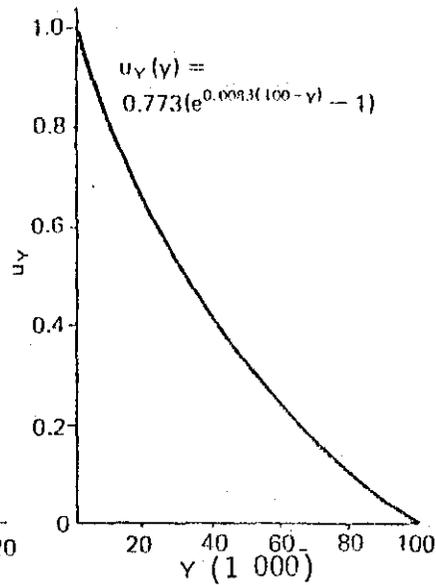
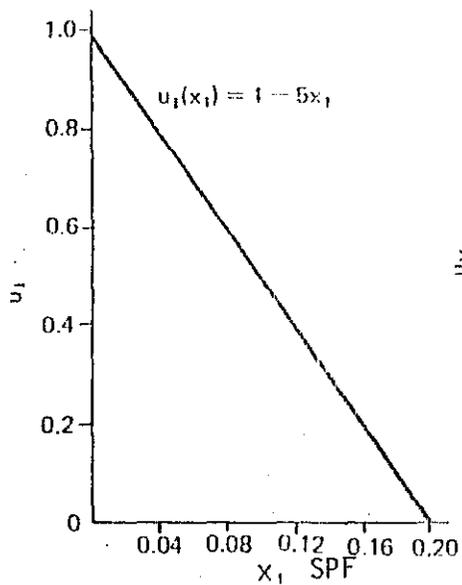
(1) Variable certaine.

(2) Loi normale $\mathcal{N}(\bar{x}_6(S), \bar{x}_6(S)/4)$. Les valeurs indiquées sont celles de $\bar{x}_6(S)$ et ne tiennent pas compte des coûts de protection antisismiques.

(3) On indique, pour ces échelles qualitatives, la probabilité p de tomber entre deux échelons consécutifs.

(4) Loi normale $\mathcal{N}(\bar{z}(S), \bar{z}(S)/2)$. Les valeurs indiquées sont celles de $\bar{z}(S)$.

FIGURE I : Fonctions d'utilités partielles $U_i(x_i)$



Remarque pour S_1 à S_7 : $U_2(X_2) = U_Z(z) + u_Y(y) - u_Z(z) u_Y(y)$
 S_8 à S_9 : $U_2(X_2) = 0,568 + 0,432 u_Q(Q)$

TABLEAU II : Valeur des critères dans le modèle U

	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₅	S ₆	S ₇	S ₈	S ₉
g ₁ (S)	0,715	0,8	0,875	0,76	0,78	0,885	0,74	0,945	0,91
g ₂ (S) (1)	0,989533	0,989533	0,989533	0,99782	0,993586	0,998013	0,99879	0,9913	0,9926
g ₃ (S) (2)	0,8135	0,8135	0,802	0,63	0,469	0,469	0,7345	0,7915	0,9125
g ₄ (S) (2)	0,7316	0,7145	0,7149	0,5925	0,68535	0,56375	0,5725	0,5275	0,66915
g ₅ (S)	0,98	0,98	0,86	0,88	0,76	0,98	1	1	1
g ₆ (S) (1)	0,957466	1	0,96799	0,959617	0,728686	0,60035	0,89758	0,761342	0,750121

(1) Les calculs ont été effectués sachant que $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} \cdot e^{sx} dx = e^{s\bar{x} + \frac{s^2\sigma^2}{2}}$.

(2) $E(U_i(X_i)) = \sum_j (u_i(e_j) + u_i(e_{j+1})) \times \frac{1}{2} \times P(e_j \leq X_i \leq e_{j+1})$ où e_j représentent les échelons de l'échelle qualitative.

ANNEXE 4

PASSAGE DES SEUILS DE DISPERSION AUX SEUILS DE DISCRIMINATION
(SEUILS D'INDIFFERENCE ET DE PREFERENCE)

Dans de nombreuses situations, il n'est pas possible de résumer l'évaluation d'une action s sur une conséquence i par un seul nombre $x_i(s)$. Grâce à un calcul d'erreurs, à une estimation de marges de tolérance ou de fluctuation, on peut souvent évaluer une action au travers de :

- son évaluation $x_i(s)$,
- une approximation par excès de cette valeur : $x_i(s) + \eta_i^+(s)$,
- une approximation par défaut de cette valeur : $x_i(s) - \eta_i^-(s)$

où $\eta_i^+(s)$ et $\eta_i^-(s)$ peuvent fort bien être différents (marge d'erreur sur un devis de construction par exemple).

Dans une telle situation, il est naturel de poser $g_i(s) = x_i(s)$. Cependant, compte-tenu de l'imprécision entourant le nombre $x_i(s)$, on ne peut regarder la différence $g_i(s) - g_i(s')$ comme probante d'une situation de préférence stricte dès lors qu'elle est positive.

Roy (1979-1982, chapitre 9) montre que, lorsque les seuils de dispersion η^+ et η^- sont intrinsèques, c'est-à-dire qu'ils ne dépendent que de l'évaluation de l'action et non de l'action elle-même, on peut faire du critère $g(s)$ un pseudo-critère.

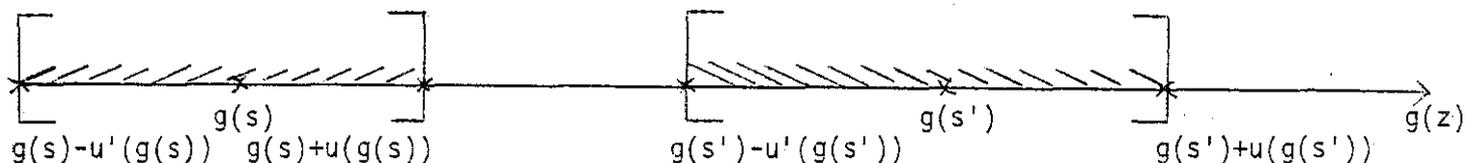
Les seuils de dispersion étant intrinsèques, on peut poser :

$$\eta^+(s) = u(g(s))$$
$$\eta^-(s) = u'(g(s)).$$

Il est alors raisonnable de considérer que s' est strictement préféré à s lorsque :

$$g(s') - u'[g(s')] > g(s) + u[g(s)],$$

c'est-à-dire lorsque les deux intervalles d'imprécision sont disjoints.
Soit, graphiquement :



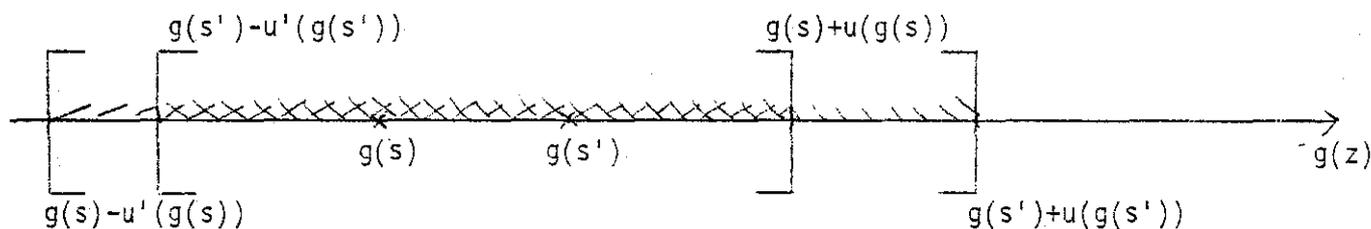
Si l'on fait décroître $g(s')$, les deux intervalles hachurés vont se chevaucher progressivement. On peut admettre que ce chevauchement ne traduira une situation d'indifférence entre s' et s que lorsque :

$$g(s) \in [g(s') - u'(g(s')) ; g(s') + u'(g(s'))]$$

et

$$g(s') \in [g(s) - u'(g(s)) ; g(s) + u'(g(s))],$$

situation où l'évaluation de chaque action est comprise dans l'intervalle d'imprécision de l'autre action. Soit, graphiquement :



La situation intermédiaire correspond alors à un domaine d'hésitation entre indifférence et préférence stricte que l'on a interprétée à l'annexe 2 comme une préférence faible de s' par rapport à s .

On trouvera dans Roy (79-82, chapitre 9) une justification détaillée de ces conventions que des considérations de bon sens nous ont permis de comprendre. Roy (1979-1982) montre qu'il est toujours possible de rendre compte de ces conventions à l'aide d'un pseudo-critère, c'est-à-dire qu'il existe deux fonctions $p(g(a))$ et $q(g(a))$ telles que :

$$g(s') > g(s) + p(g(s)) \Leftrightarrow g(s') - u'(g(s')) > g(s) + u(g(s))$$

et

$$g(s') > g(s) + q(g(s)) \Leftrightarrow g(s') > g(s) + u(g(s)) \\ \text{ou } g(s) < g(s') - u'(g(s))$$

sous réserve que u et u' vérifient une condition de cohérence simple et toujours vérifiée pour des seuils variant linéairement avec l'évaluation. Dans ce dernier cas, un calcul direct permet d'en déduire les seuils de discrimination associés. Avec $u'(g(s)) = \alpha' + \beta' g(s)$ et $u(g(s)) = \alpha + \beta g(s)$, on a :

$$p(g(s)) = \frac{\alpha + \alpha' + (\beta + \beta') g(s)}{1 - \beta'}$$

et

$$q(g(s)) = \text{Min}(\alpha + \beta g(s), \frac{\alpha' + \beta' g(s)}{1 - \beta'}).$$

Ce sont ces formules qui nous ont permis de calculer les différents seuils figurant à l'annexe 5.

Remarque : Lorsque les préférences décroissent avec les valeurs du critère (ce qui est ici le cas de tous les critères), ces formules donnent des seuils inverses (cf. Annexe 8) et non des seuils directs.

ANNEXE 5

CARACTERISTIQUES DES CRITERES DANS LE MODELE S

TABLEAU I : Valeurs de $g_i(s)$ dans le modèle S.

TABLEAU II : Seuils de dispersion et de discrimination.

TABLEAU I : Valeurs des $g_i(s)$ dans le modèle S

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9
$g_1(s)$	0,057	0,04	0,025	0,048	0,044	0,023	0,052	0,011	0,018
$g_2''(s)$	6 000	6 000	6 000	825	2 250	750	450	4 300	3 650
$g_2'(s)$	21,91	21,91	21,91	11,12	19,56	10,61	8,21	6,55	6,04
$g_3(s)$	2	2	2	4	5	5	3	2	1
$g_4(s)$	3	3	3	4	3	4	4	4	3
$g_5(s)$	1	1	7	6	12	1	0	0	0
$g_6(s)$	2,035	0	1,535	1,933	12,347	17,713	4,834	10,936	11,423

Remarques

$g_i(s) = x_i(s) \quad i = 1, 5$

$g_6(s) = \bar{x}_6(s)$

$g_2'(s) = \bar{z}(s) \sqrt{y(s)}$, $g_2''(s) = \bar{z}(s) \cdot y(s)$

$g_3(s)$ et $g_4(s)$ correspondent à la médiane de $X_3(s)$ et $X_4(s)$. Cette médiane étant un intervalle entre deux échelons consécutifs, il a été procédé au codage suivant :

0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8
1	2	3	4	5	6	7	8

La préférence décroît avec les valeurs pour tous les critères.

TABLEAU II : Seuils de dispersion et de discrimination

	Seuils de dispersion	Seuils d'indifférence (*)	Seuils de préférence (*)
g_1	$\pm \frac{10}{100} \cdot g_1(s)$	$0,1 g_1(s)$	$\frac{2}{9} g_1(s)$
g_2 (2 formes)	$\pm \frac{50}{100} \cdot g_2(s)$	$0,5 g_2(s)$	$2 g_2(s)$
g_3	-	1	2
g_4	-	0	1
g_5	$\pm (1 + \frac{3}{100} g_5(s))$	$1 + 0,03 g_5(s)$	$2,0618 + 0,06185 g_5(s)$
g_6	$- 1 - \frac{10}{100} g_6(s)$ $+ 2 + \frac{50}{100} g_6(s)$	$1,111 + 0,111 g_6(s)$	$3,333 + 0,666 g_6(s)$

(*) Ces seuils sont des seuils inverses (cf. annexe 8).

ANNEXE 6

ESTIMATION DES COEFFICIENTS k_j DANS LE MODELE U

L'extrême complexité liée à la comparaison de loteries multidimensionnelles (cf. III 2)) a conduit les auteurs du modèle U à recourir à une procédure indirecte d'estimation visant à limiter le nombre de ces comparaisons. La technique retenue comprend trois étapes :

- classement des k_j ;
- détermination des valeurs de substitution inter-critères ;
- estimation des k_j .

1. Classement des k_j

Avant de passer directement à une estimation numérique des coefficients, on procède à un classement de ceux-ci qui permet d'éviter les incohérences lors des étapes ultérieures. Considérons le site imaginaire ayant pour évaluation $(x_1, x_2, \dots, \tilde{x}_i, \dots, x_6)$. Son utilité donnée par la forme multiplicative est de :

$$\left[\prod_{j=1}^6 (1 + k_j u_j(x_j)) - 1 \right] \times \frac{1}{k} = k_i. \quad (1)$$

On pose au décideur la question suivante : "Considérons un site imaginaire ayant, sur tous les critères, la plus mauvaise évaluation. Si vous en aviez la possibilité, sur quel critère préféreriez-vous passer de l'évaluation la pire à l'évaluation la meilleure ?". La réponse à une telle question, évitant le recours à des loteries multidimensionnelles, ne paraît pas poser de difficultés trop importantes pour le décideur. Supposons qu'il choisisse le critère i . On considère ensuite qu'on ne peut changer l'évaluation sur ce critère et l'on repose la même question et ainsi de suite 5 fois. Le décideur a donc ordonné une série de sites imaginaires. Dans le cas qui nous préoccupe, on avait :

$$\begin{aligned} & (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5, \tilde{x}_6) P (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5, \tilde{x}_6) \\ P (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5, \tilde{x}_6) P (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5, \tilde{x}_6) \\ P (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5, \tilde{x}_6) P (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5, \tilde{x}_6). \end{aligned}$$

D'après (1), on peut donc écrire :

$$k_6 > k_1 > k_2 > k_4 > k_5 > k_3.$$

2. Estimation des valeurs de substitution

Avant de passer directement à une comparaison portant sur les 6 dimensions à la fois, on essaie d'obtenir des valeurs de substitution sur des couples de critères. Les auteurs du modèle U procèdent de la manière suivante : sachant que $k_6 > k_1$, on doit avoir :

$$(\tilde{x}_1, x_2^0, x_3^0, x_4^0, x_5^0, \tilde{x}_6) P (\tilde{x}_1, x_2^0, x_3^0, x_4^0, x_5^0, \tilde{x}_6).$$

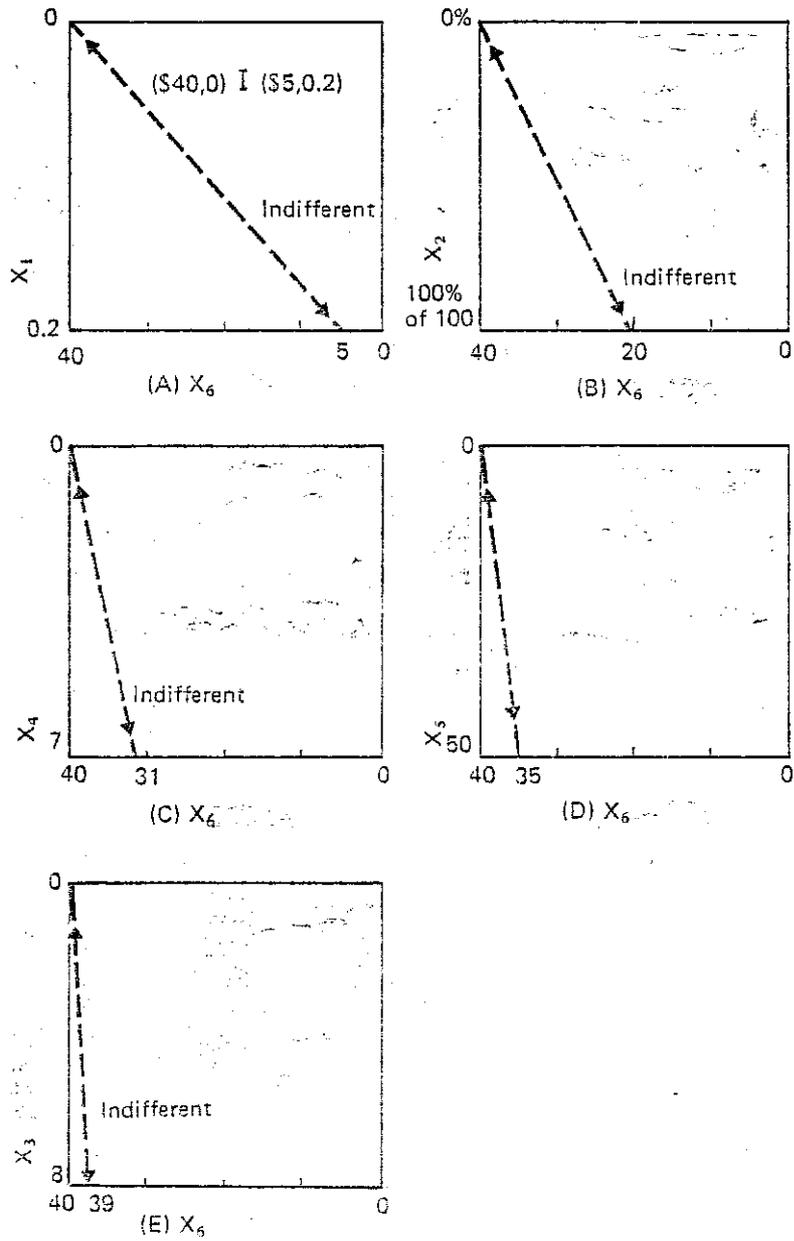
Comme le permettent les hypothèses d'indépendance sous-tendant la forme multiplicative de la fonction d'utilité, $x_2^0, x_3^0, x_4^0, x_5^0$ sont des valeurs fixées quelconques. On cherche alors à questionner le décideur sur la valeur x_6^1 pour laquelle il estime :

$$(\tilde{x}_1, x_2^0, x_3^0, x_4^0, x_5^0, \tilde{x}_6) I (\tilde{x}_1, x_2^0, x_3^0, x_4^0, x_5^0, x_6^1).$$

Après réflexion, le décideur a admis l'indifférence entre le couple (0 ; 40) et (0,2 ; 5) sur les critères 1 et 6, la valeur des autres critères étant fixée. En d'autres termes, le décideur était prêt à augmenter le coût de la centrale de 35 M \$ afin de passer d'une région à forte densité de population à une région inhabitée.

Le critère 6 étant pris pour critère de référence, on estime de la sorte 4 autres taux de substitution tout en procédant à des questions de contrôle. L'information ainsi obtenue est résumée dans la figure 6.1.

FIGURE 6.1



3. Estimation des k_i

Arrivé à ce stade, l'estimation numérique des coefficients implique de passer par une comparaison de loteries multidimensionnelles. Cependant, les phases 1 et 2 permettent de n'opérer de la sorte que pour le critère 6, critère de référence. Après tâtonnements, le décideur estime que :

$$(\underline{x}_1, \underline{x}_2, \underline{x}_3, \underline{x}_4, \underline{x}_5, \tilde{x}_6) \text{ I } \begin{cases} 0,4 & (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_6) \\ 0,6 & (\underline{x}_1, \underline{x}_2, \dots, \underline{x}_6) \end{cases}$$

On a donc $k_6 = 0,4$.

Il convient d'insister une fois de plus sur la grande difficulté qu'il y a à estimer la probabilité 0,4 assurant l'indifférence et donc sur l'imprécision qui l'entoure.

Le calcul des valeurs de substitution effectué au 2) permet de tirer de k_6 tous les autres k_i . En effet, on a :

$$(\tilde{x}_i, \underline{x}_6) \text{ I } (\underline{x}_i, x_6^i), \quad i = 1, \dots, 5$$

quelles que soient les valeurs fixées sur les autres critères.

En posant $x_j = \underline{x}_j$ pour $j \neq i$ et $j \neq 6$, on a :

$$1 + k_i k_j = 1 + k_6 u_6(x_6^i), \quad i = 1, \dots, 5$$

où la valeur de x_6^i est fixée par la figure 6.1.

Les fonctions d'utilité partielles de l'annexe 3 permettent de calculer $u_6(x_6^i)$, $i = 1, \dots, 5$.

On obtient après calcul :

$$k_1 = 0,358 ; k_2 = 0,218 ; k_3 = 0,013 ; k_4 = 0,104 ; k_5 = 0,059 ; \\ k_6 = 0,4.$$

L'équation $1 + k = \prod_{i=1}^6 (1 + k k_i)$ admet une racine réelle unique différente de 0 et supérieure à - 1. Un calcul simple permet de trouver $k = - 0,325$.

ANNEXE 7

LA DETERMINATION DES INDICES D'IMPORTANCE

On a $R_{ij} = \frac{\partial g / \partial g_i}{\partial g / \partial g_j} = \frac{k_j (1 + k k_i u_i(x_i))}{k_i (1 + k k_j u_j(x_j))}$. La fonction d'utilité étant multiplicative, R_{ij} n'est pas constant. On peut toutefois trouver aisément la plage de variation possible de R_{ij} puisque $u_i(x_i)$ et $u_j(x_j)$ sont compris entre 0 et 1.

En utilisant les valeurs de k et des k_i de l'annexe 6 et sachant que $\text{Max}(R_{ij}) = 1/\text{Min}(R_{ji})$ et $\text{Min}(R_{ij}) = 1/\text{Max}(R_{ji})$, on a les plages de variations suivantes pour R_{ij} :

i \ j	1	2	3	4	5	6
1	1	1,5288 1,8584	27,4195 31,1658	3,3259 4,1294	5,95 6,8658	0,7786 1,0128
2		1	16,6971 18,0468	2,0253 2,2566	3,6232 4,0677	0,4741 0,5865
3			1	0,1207 0,1503	0,2160 0,2212	0,0282 0,0326
4				1	1,7288 1,7972	0,1290 0,2262
5					1	0,1283 0,1503
6						1

Soit k_i^S et k_j^S les indices d'importance respectifs des critères i et j . Nous avons considéré que :

$$R_{*ij} \leq \frac{k_i^S}{k_j^S} \leq R_{ij}^*$$

où R_{*ij} et R_{ij}^* sont respectivement les bornes inférieure et supérieure de R_{ij} . A chaque case au-dessus de la diagonale du tableau donnant les valeurs de R_{ij} correspond 2 contraintes sur les indices d'importance, soit au total $2 \times 15 = 30$ contraintes. On peut poser de façon non restrictive $p_6 = 1$ et en déduire des intervalles pour chacune des cinq autres valeurs. On a, par exemple, $R_{56}^* = 0,1503$ et $R_{*55} = 0,1283$, d'où $p_5 \in [0,1283 ; 0,1503]$.

Il est apparu empiriquement non restrictif de ne considérer que les contraintes exprimées par rapport au critère 6, soit au total 10 contraintes :

$$\begin{aligned} p_5 &\in [0,1283 ; 0,1503] \\ p_4 &\in [0,1290 ; 0,2262] \\ p_3 &\in [0,0282 ; 0,0326] \\ p_2 &\in [0,4741 ; 0,5865] \\ p_1 &\in [0,7786 ; 1,0128]. \end{aligned}$$

Compte-tenu de l'arbitraire de la méthode et de l'imprécision des valeurs numériques utilisées, nous avons choisi de retenir, à l'intérieur de ce domaine, 8 jeux d'indice d'importance les plus contrastés possible que l'on étudiera simultanément au cours de l'analyse de robustesse. p_6 étant fixé à 1, nous avons choisi de fixer p_3 à 0,03, ce critère étant d'importance très faible. Les 8 jeux de poids correspondent alors à toutes les combinaisons extrêmes bornes à bornes, respectant toutefois certaines considérations qualitatives présentes dans Keeney-Nair (1976) (le critère 6 est le plus important). On a donc les 8 jeux : J_1, \dots, J_8 :

ANNEXE 8

CALCUL DES DEGRES DE CREDIBILITE

La méthode ELECTRE III (Roy (1978)) vise à construire et à exploiter une relation de surclassement floue en vue de l'aide à la décision. La construction de cette relation passe par le calcul d'un degré de crédibilité et d'un degré de discordance spécifiques à chaque critère, que l'on notera respectivement $d_j(a, b)$ et $D_j(a, b)$ pour deux actions a et b (cf. annexe 0).

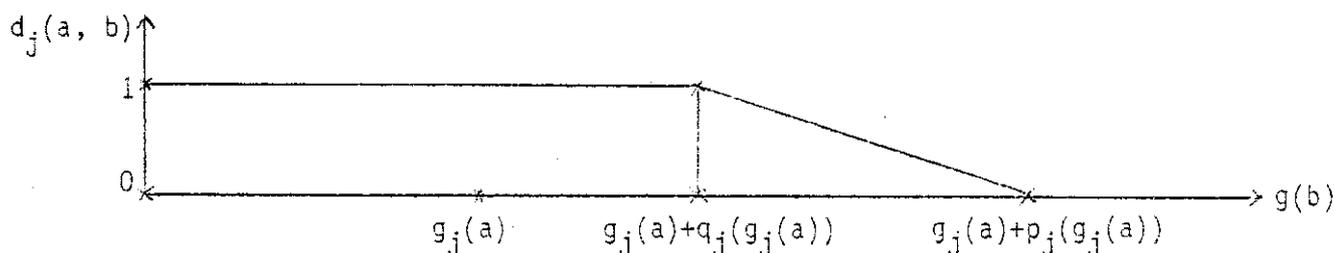
Dans la méthode originelle, le calcul de $d_j(a, b)$ et de $D_j(a, b)$ s'opère à partir des seuils directs, c'est-à-dire des seuils exprimés en fonction de la plus mauvaise valeur (cf. Roy (1979-1982), chapitre 9). On a, sur une échelle croissante avec les préférences :

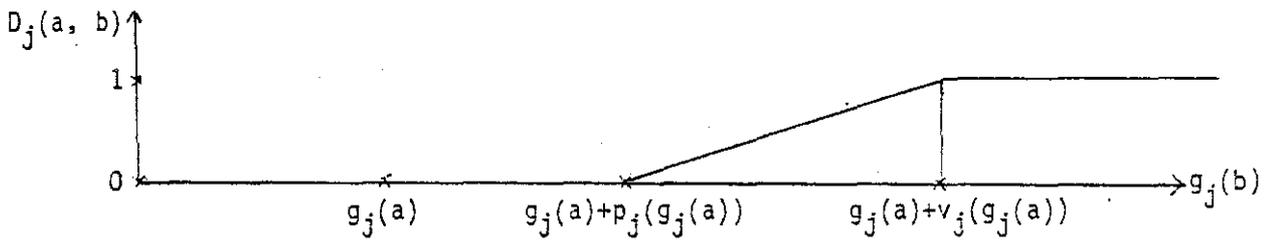
$$d_j(a, b) = \frac{p_j[g_j(a)] - \text{Min}[g_j(b) - g_j(a) ; p_j(g_j(a))]}{p_j[g_j(a)] - \text{Min}[g_j(b) - g_j(a) ; q_j(g_j(a))]}$$

et

$$D_j(a, b) = \text{Min}[1, \text{Max}[0, \frac{g(b) - g(a) - p_j(g_j(a))}{v_j(g_j(a)) - p_j(g_j(a))}]]$$

soit graphiquement :



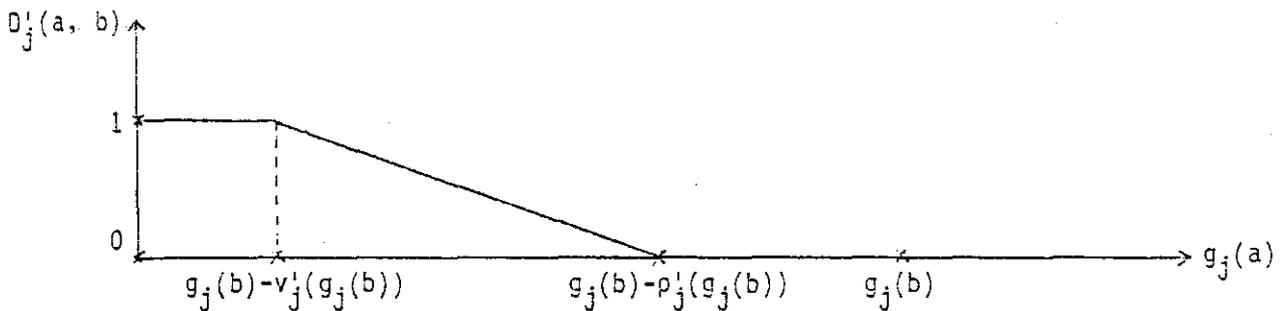
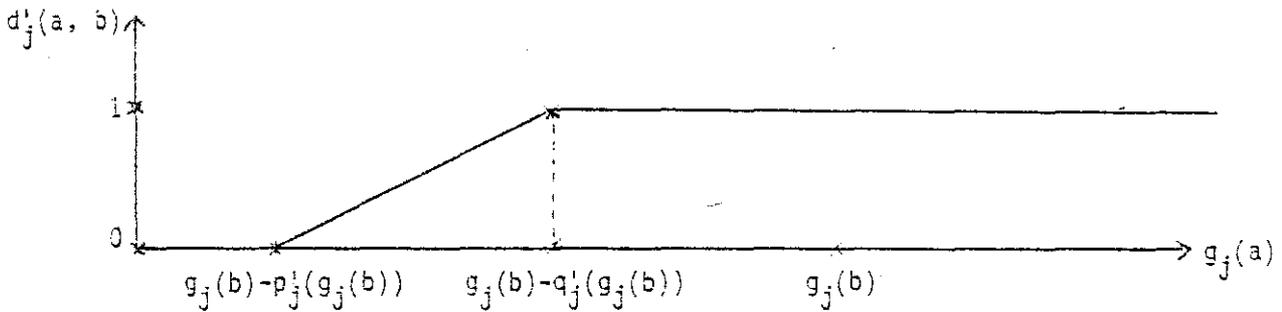


Il est tout aussi logique de vouloir effectuer ces calculs à l'aide des seuils inverses, c'est-à-dire des seuils exprimés en fonction de la meilleure des 2 valeurs. Sur le passage du seuil direct au seuil inverse, nous renvoyons le lecteur à Roy (1979-1982, chapitre 9). Notons v' , p' et q' les seuils inverses correspondants aux seuils directs v , p et q . On a alors :

$$d'_j(a, b) = \frac{p'_j(g_j(b)) - \text{Min}(g_j(b) - g_j(a) ; p'_j(g_j(b)))}{p'_j(g_j(b)) - \text{Min}(g_j(b) - g_j(a) ; q'_j(g_j(b)))}$$

$$D'_j(a, b) = \text{Min}[1 ; \text{Max}[0 ; \frac{g_j(b) - g_j(a) - p'_j(g_j(b))}{v'_j(g_j(b)) - p'_j(g_j(b))}]] ,$$

soit graphiquement :



D'après la définition même des seuils inverses, on a :

$$\begin{aligned}g_j(b) < g_j(a) + q_j(g_j(a)) &\Leftrightarrow g_j(a) > g_j(b) - q_j'(g_j(b)) \\g_j(b) > g_j(a) + p_j(g_j(a)) &\Leftrightarrow g_j(a) < g_j(b) - p_j'(g_j(b)) \\g_j(b) > g_j(a) + v_j(g_j(a)) &\Leftrightarrow g_j(a) < g_j(b) - v_j'(g_j(b)),\end{aligned}$$

d'où :

$$\begin{aligned}d_j(a, b) = 0 &\Leftrightarrow d_j'(a, b) = 0 \\d_j(a, b) = 1 &\Leftrightarrow d_j'(a, b) = 1 \\D_j(a, b) = 0 &\Leftrightarrow D_j'(a, b) = 0 \\D_j(a, b) = 1 &\Leftrightarrow D_j'(a, b) = 1.\end{aligned}$$

Dans la partie interpolation, on a :

$$\begin{aligned}d_j(a, b) &= \frac{p_j(g_j(a)) + g_j(a) - g_j(b)}{p_j(g_j(a)) - q_j(g_j(a))} \\d_j'(a, b) &= \frac{p_j'(g_j(b)) + g_j(a) - g_j(b)}{p_j'(g_j(b)) - q_j'(g_j(b))}.\end{aligned}$$

Lorsque les seuils directs sont linéaires du type $\alpha + \beta g$ ($\beta > -1$), on sait (cf. Roy (1979-1982) chapitre 9) que le seuil inverse s'exprime sous la forme $\frac{\alpha + \beta \times g}{1 + \beta}$ (échelle croissante avec les préférences).

En posant :

$$\begin{aligned}q(g(a)) &= \alpha_1 + \beta_1 \times g(a) \\p(g(a)) &= \alpha_2 + \beta_2 \times g(a),\end{aligned}$$

on a :

$$d_j(a, b) = \frac{\alpha_2 + (1 + \beta_2) g(a) - g(b)}{(\beta_2 - \beta_1) g(a) + \alpha_2 - \alpha_1}$$

et

$$d'_j(a, b) = \frac{(1 + \beta_1) [\alpha_2 + (1 + \beta_2) g(a) - g(b)]}{(\beta_2 - \beta_1) g(b) + \alpha_2(1 + \beta_1) - \alpha_1(1 + \beta_2)}$$

On a donc, dans la partie interpolation :

$$d_j(a, b) \geq d'_j(a, b).$$

On montre que la différence est maximale au point

$$g(b) = g(a) \times \sqrt{(1 + \beta_1)(1 + \beta_2)}$$

où elle est égale à :

$$d_j(a, b) - d'_j(a, b) = \frac{(2 + \beta_1 + \beta_2) - 2\sqrt{(1 + \beta_1)(1 + \beta_2)}}{\beta_2 - \beta_1} (*)$$

avec $\beta_1 = 0,1$ et $\beta_2 = 0,5$; la différence maximale est donc de 0,08.

On montre de même que, dans la partie interpolation :

$$D_j(a, b) \leq D'_j(a, b),$$

d'où $\forall (a, b)$, on a $d(a, b) \geq d'(a, b)$.

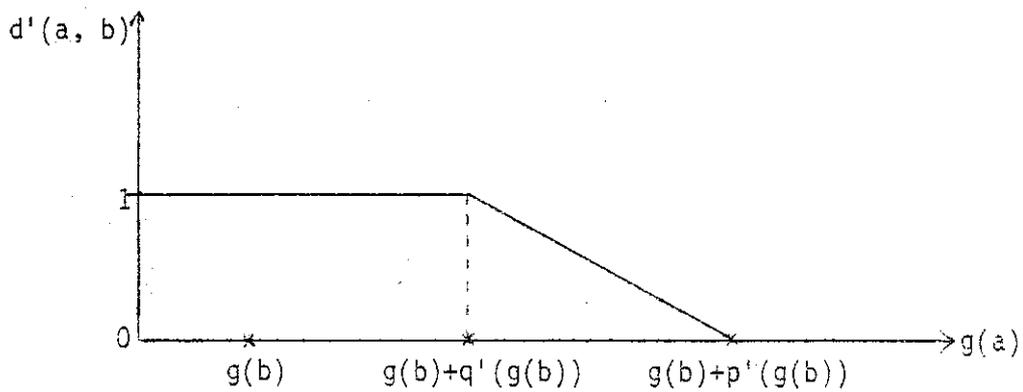
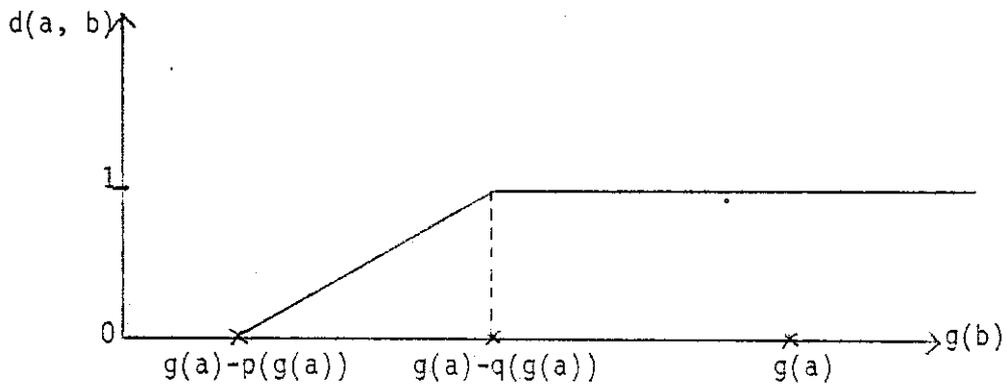
Lorsque les valeurs des critères décroissent avec les préférences (cas de tous les critères de ce cas), on a, dans la partie interpolation :

$$d_j(a, b) = \frac{p(g_j(a)) + g_j(b) - g_j(a)}{p(g_j(a)) - q(g_j(a))}$$

et

(*) Cette différence est donc nulle lorsque les seuils sont constants ($\beta_1 = \beta_2 = 0$).

$$d'_j(a, b) = \frac{p'(g_j(b)) + g_j(b) - g_j(a)}{p'(g_j(b)) - q'(g_j(b))}$$



Lorsque les seuils directs sont de la forme $\alpha + \beta g(a)$ ($\beta < 1$), les seuils inverses s'expriment : $\frac{\alpha + \beta g(a)}{1 - \beta}$, d'où :

$$d_j(a, b) = \frac{\alpha_2 - g(a) (1 - \beta_2) + g(b)}{(\beta_2 - \beta_1) g(a) + \alpha_2 - \alpha_1}$$

$$d'_j(a, b) = \frac{[\alpha_2 - g(a) (1 - \beta_2) + g(b)] (1 - \beta_1)}{(\beta_2 - \beta_1) g(b) + \alpha_2(1 - \beta_1) - \alpha_1(1 - \beta_2)}$$

On a $d'_j(a, b) \geq d_j(a, b)$. De même :

$$D_j(a, b) = \frac{g_j(a) - g_j(b) - p_j(g(a))}{v(g_j(a)) - p(g_j(a))}$$

et

$$D'_j(a, b) = \frac{g_j(a) - g_j(b) - p'(g_j(b))}{v'(g_j(b)) - p'(g_j(b))}$$

En posant $v(g(a)) = \alpha_3 + \beta_3 g(a)$, on a $D'_j(a, b) \leq D_j(a, b)$.

Dans le cas à traiter, toutes les échelles vont en décroissant avec les préférences. On a donc $C'(a, b) \geq C(a, b) \forall (a, b)$ où C représente la crédibilité de la relation de concordance et $d'(a, b) \geq d(a, b)$ où $d(a, b)$ représente le degré de crédibilité de la relation de surclassement floue.

Pour des raisons d'ordre technique, la relation de surclassement a été calculée sous la forme $d'(a, b)$.

La méthode de calcul utilisée sur ce cas nous a donc conduit à obtenir une relation de surclassement plus "riche" que celle que nous aurions obtenue avec la méthode ELECTRE III originelle. L'annexe 10 présente un exemple traité avec les deux conventions permettant d'apprécier l'impact du choix que nous avons fait.

ANNEXE 9

DONNEES DE L'ANALYSE DE ROBUSTESSE

Certaines des données intervenant dans le modèle S - seuils de veto, indices d'importance, seuils de discrimination - étant entachées d'une im-
précision et d'un arbitraire importants dus, en partie, à notre méthode de
travail mais aussi à la nature même de ces concepts, les résultats ne peu-
vent acquérir de probance qu'à l'issue d'une analyse de robustesse impor-
tante.

Nous détaillons dans cette annexe l'ensemble des paramètres que nous
avons fait varier au cours de cette analyse (*).

1. Indices d'importance

L'annexe 7 fournit les 8 jeux retenus tout au long de l'étude.

2. Seuils de veto

Nous avons examiné :

$$\begin{aligned} - \text{ 2 seuils pour le critère 6 : } & v_6(g_6(s)) = 1,7 p_6(g_6(s)) \quad \text{I} \\ & v_6(g_6(s)) = 2,5 p_6(g_6(s)) \quad \text{II} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} - \text{ 4 seuils pour le critère 2 : } & v_2(g_2(s)) = 2,5 \times p_2(g_2(s)) \quad \text{I} \\ \text{ (forme } g_2'') & = 3 \times p_2(g_2(s)) \quad \text{II} \\ & = 3,5 \times p_2(g_2(s)) \quad \text{III} \\ & = 4 \times p_2(g_2(s)) \quad \text{IV} \end{aligned}$$

(*) Nous avons de plus testé l'influence de certains paramètres (veto des
critères 1 et 4) que nous avons choisi de ne pas mentionner ici, leur
rôle étant quasi-nul. Le seuil $s(\lambda) = 0,3 - 0,15 \lambda$ a été retenu
pour l'algorithme de distillation tout au long de l'étude.

- 2 seuils pour le critère 3 : $v_3(g_3(s)) = 8$ (ne joue pas) I
= 4 II

3. Seuils de dispersion et de discrimination

Pour les deux critères (2 et 6) les plus imprécis, nous avons procédé à une analyse de sensibilité sur les seuils de dispersion (ce qui entraîne une variation corrélative des seuils de discrimination et du seuil de véto).

- Critère 2 : Trois seuils de dispersion ont été retenus :

$$[g_2(s) - 0,5 g_2(s) ; g_2(s) + 0,5 g_2(s)] \quad I$$
$$\Rightarrow q_2(g_2(s)) = 0,5 \times g_2(s)$$
$$p_2(g_2(s)) = 2 \times g_2(s)$$

$$[g_2(s) - 0,6 g_2(s) ; g_2(s) + 0,6 g_2(s)] \quad II$$
$$\Rightarrow q_2(g_2(s)) = 0,6 g_2(s)$$
$$p_2(g_2(s)) = 3 g_2(s)$$

$$[g_2(s) - 0,4 g_2(s) ; g_2(s) + 0,4 g_2(s)] \quad III$$
$$\Rightarrow q_2(g_2(s)) = 0,4 g_2(s)$$
$$p_2(g_2(s)) = 1,33 g_2(s)$$

- Critère 6 : Cinq seuils de dispersion ont été retenus :

$$[\bar{x}_6(s) - 1 - 0,1 \bar{x}_6(s) ; \bar{x}_6(s) + 2 + 0,5 \bar{x}_6(s)] \quad I$$
$$[\bar{x}_6(s) - 2 - 0,1 \bar{x}_6(s) ; \bar{x}_6(s) + 3 + 0,5 \bar{x}_6(s)] \quad II$$
$$[\bar{x}_6(s) - 0,1 \bar{x}_6(s) ; \bar{x}_6(s) + 1 + 0,5 \bar{x}_6(s)] \quad III$$
$$[\bar{x}_6(s) - 1 - 0,1 \bar{x}_6(s) ; \bar{x}_6(s) + 2 + 0,6 \bar{x}_6(s)] \quad IV$$
$$[\bar{x}_6(s) - 1 - 0,1 \bar{x}_6(s) ; \bar{x}_6(s) + 2 + 0,4 \bar{x}_6(s)] \quad V$$

d'où les seuils de discrimination :

	$q_6(g_6(s))$	$p_6(g_6(s))$
I	$1,111 + 0,111 g_6(s)$	$3,333 + 0,666 g_6(s)$
II	$2,22 + 0,111 g_6(s)$	$5,555 + 0,666 g_6(s)$
III	$0,111 g_6(s)$	$1,111 + 0,666 g_6(s)$
IV	$1,111 + 0,111 g_6(s)$	$3,333 + 0,777 g_6(s)$
V	$1,111 + 0,111 g_6(s)$	$3,33 + 0,555 g_6(s)$

4. Forme du critère 2

$g''(2)$ I

$g'(2)$ II

Parmi toutes les possibilités mentionnées, nous en avons éliminé a priori certaines trop irréalistes. L'analyse de robustesse ayant été menée pas à pas, nous avons pu restreindre le nombre de combinaisons à prendre en compte, certains éléments n'ayant manifestement aucune influence (vêto du critère 3). Finalement, 17 jeux de paramètres seront présentés et étudiés ici, soit combinés avec les 8 jeux de poids, $17 \times 8 = 136$ graphes qui seront analysés et commentés à l'annexe 10. Le tableau 9.1 donne la composition de chacun de ces 17 jeux numérotés R1 à R17. Dans la suite, nous repérerons un graphe par le numéro du jeu de paramètre et le numéro du jeu d'indice d'importance (cf. Annexe 7), soit par exemple R3-J2.

TABLEAU 9.1

	g_2	V_2	V_3	V_6	D_2	D_6
R_1	II	I	I	I	I	I
R_2	II	I	I	II	I	I
R_3	II	I	II	I	I	I
R_4	II	I	I	I	III	I
R_5	II	I	I	I	II	I
R_6	I	I	I	I	I	I
R_7	I	I	I	II	I	I
R_8	I	I	II	I	I	I
R_9	I	I	I	I	III	I
R_{10}	I	I	I	I	II	I
R_{11}	II	I	I	I	I	II
R_{12}	II	I	I	I	I	III
R_{13}	II	I	I	I	I	IV
R_{14}	II	I	I	I	I	V
R_{15}	II	II	I	I	I	I
R_{16}	II	III	I	I	I	I
R_{17}	II	IV	I	I	I	I

ANNEXE 10

PRESENTATION ET ANALYSE DES RESULTATS

I - Présentation des résultats

Nous reproduisons dans cette annexe l'ensemble des graphes mentionnés à l'annexe 9, soit au total 136 (numérotés de R1-J1 à R17-J8) et commentons les points saillants de l'analyse de robustesse. Conventions graphiques (Figure 10.1) :

- on omet les arcs de transitivité ;
- l'absence d'arc entre deux sites traduit l'incomparabilité ;
- les arcs sont tous orientés de haut en bas ;
- deux sites indifférents sont dessinés dans un même "rond".

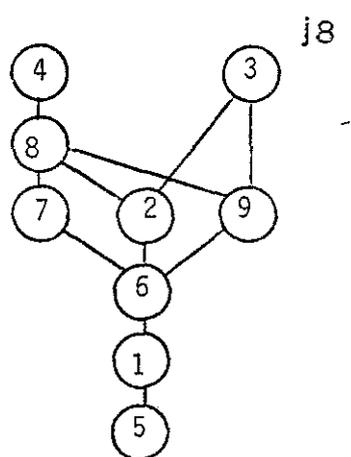
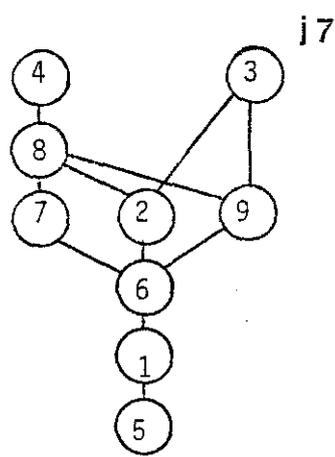
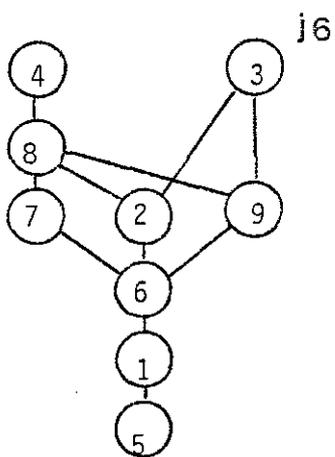
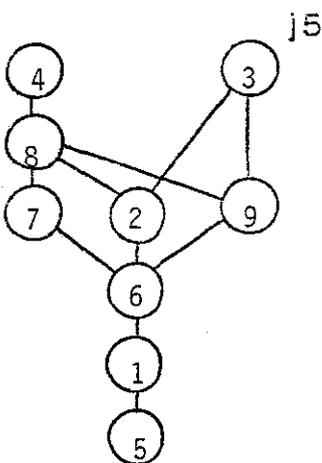
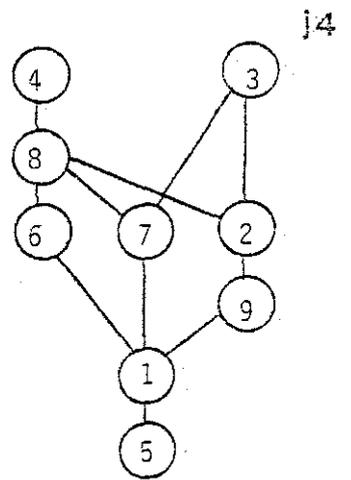
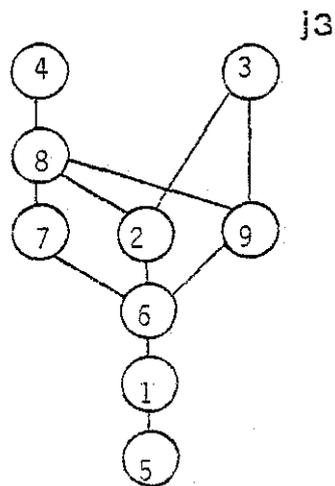
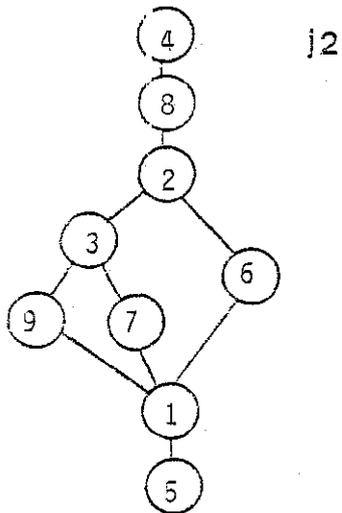
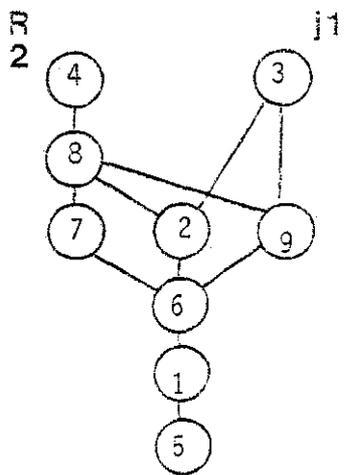
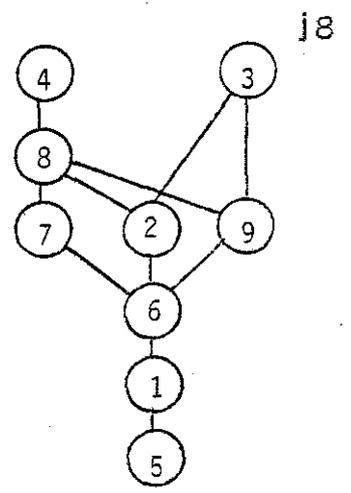
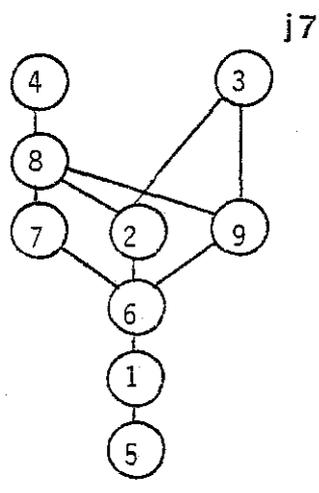
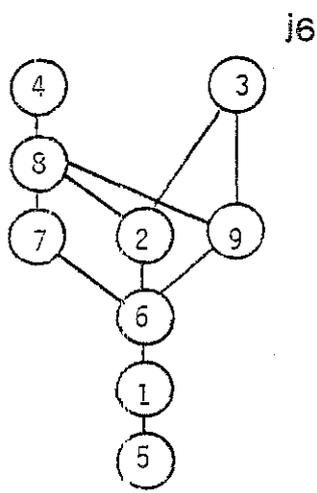
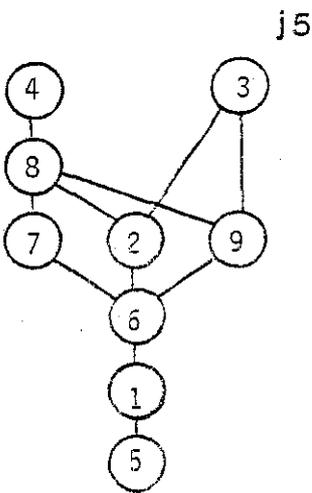
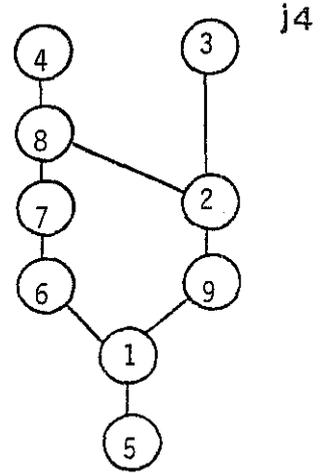
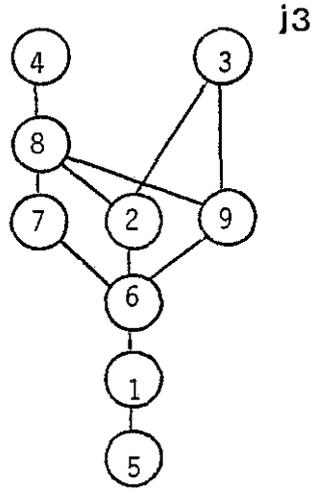
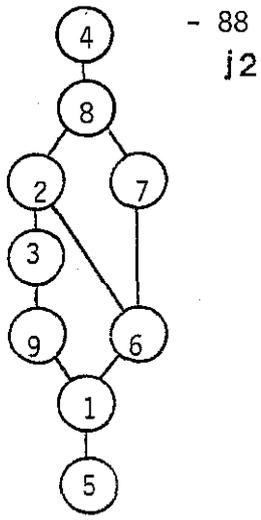
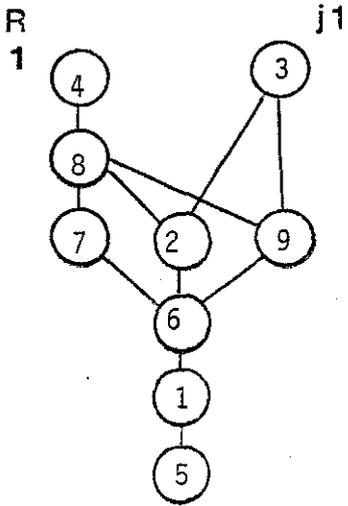
II - Commentaires sommaires

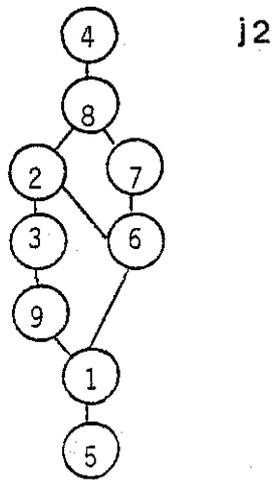
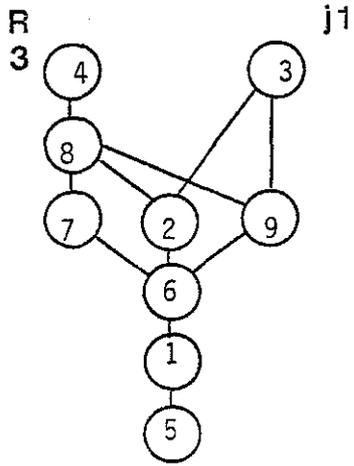
1. Influence des indices d'importance

On constate une remarquable stabilité des résultats face aux huit jeux d'indice d'importance utilisés. Seul J_2 , accordant une forte importance au critère 2, se montre parfois singulier en pénalisant fortement les sites S_1, S_2, S_3 ayant la plus mauvaise évaluation sur ce critère. Les jeux d'indices d'importance ayant été choisis (cf. annexe 7) de manière à être les plus contrastés possible, on peut raisonnablement estimer que la prescription n'est pas dépendante du choix des valeurs numériques précises pour ces coefficients à l'intérieur du domaine de plausibilité défini.

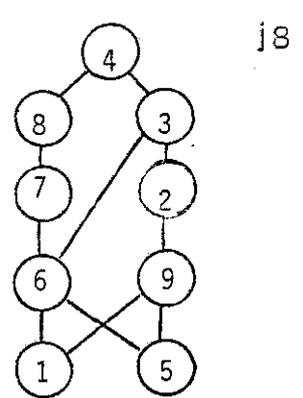
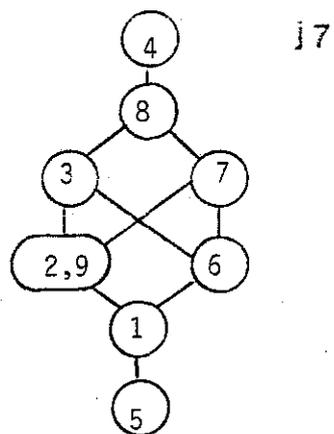
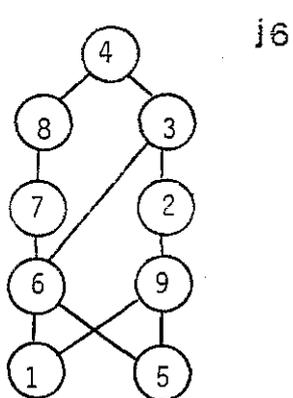
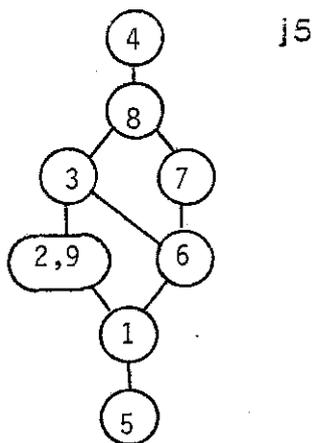
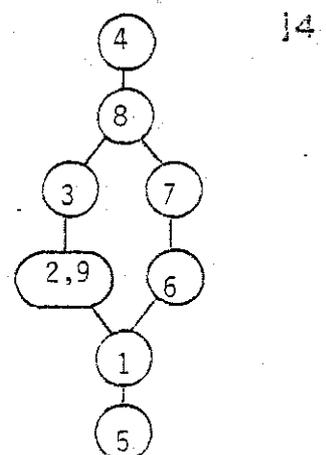
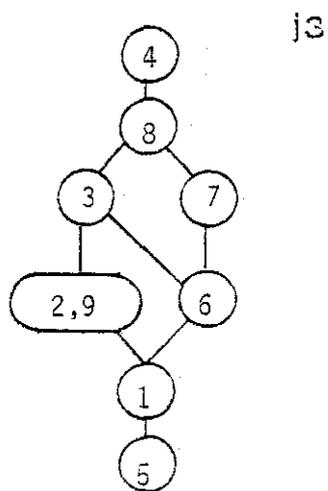
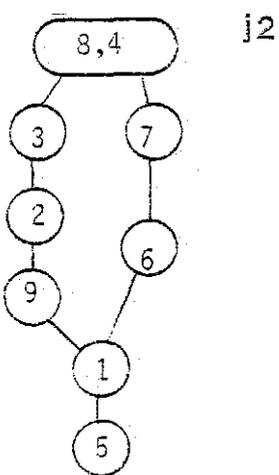
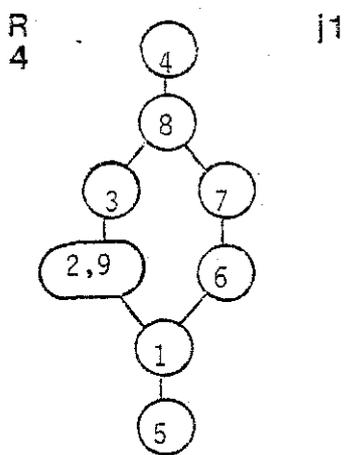
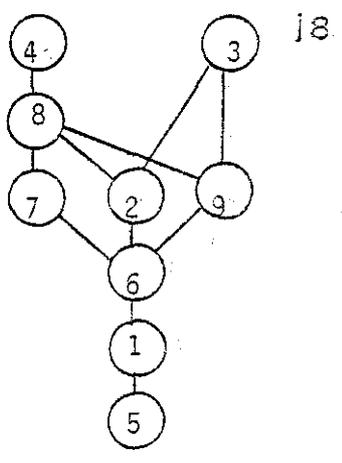
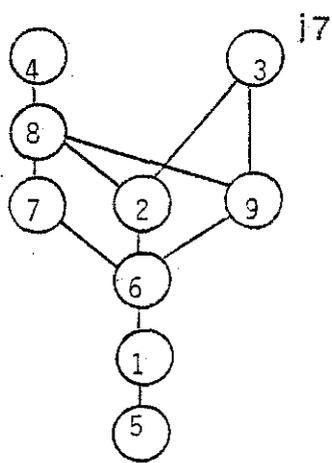
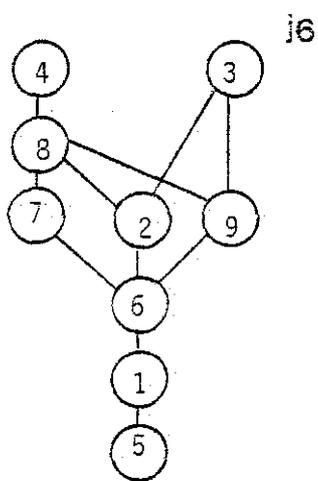
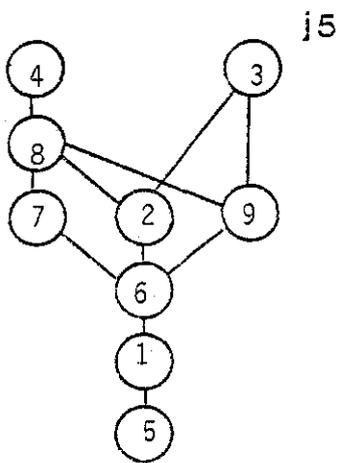
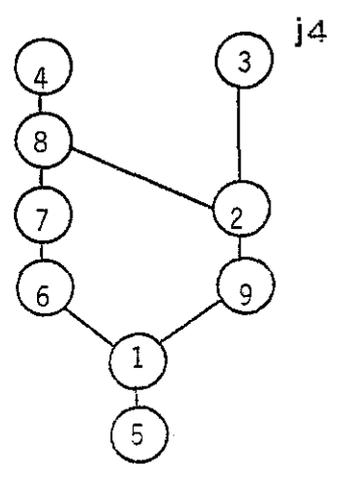
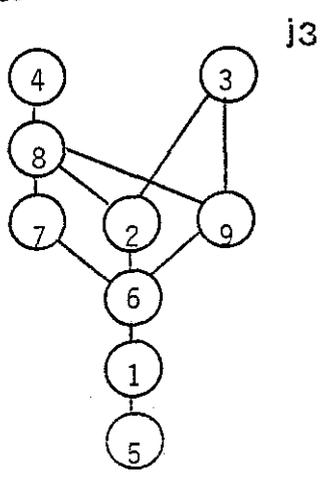
2. Influence de la forme du critère 2

Les résultats obtenus font du choix de la forme du critère 2 (g_2^1 ou g_2^2) le plus grand facteur d'instabilité des résultats obtenus. En compa-

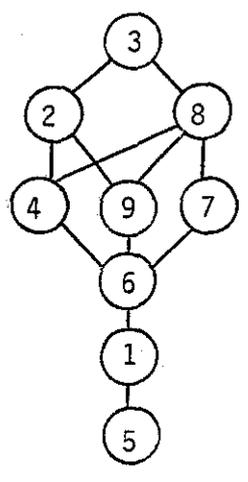




89 -

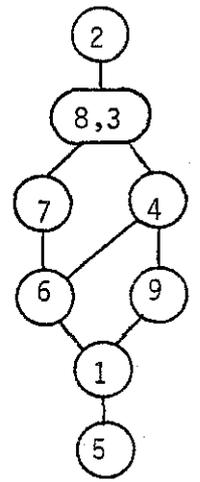


R 5

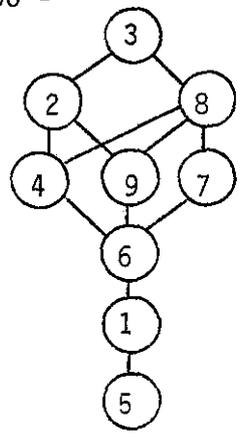


j1

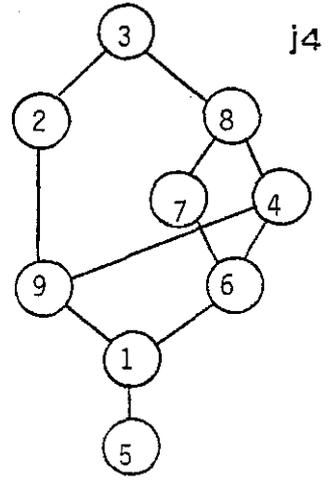
- 90 -



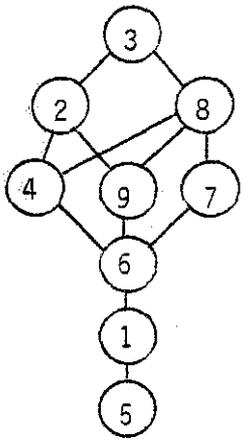
j2



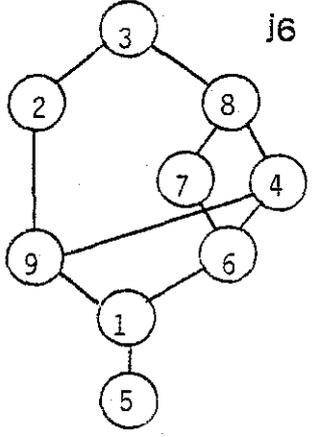
j3



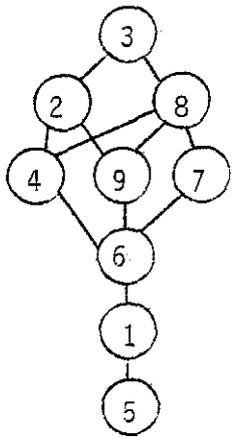
j4



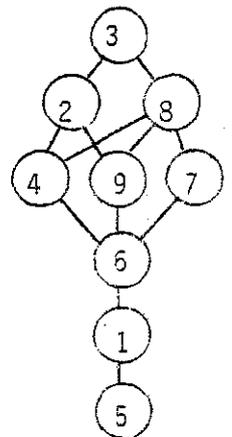
j5



j6

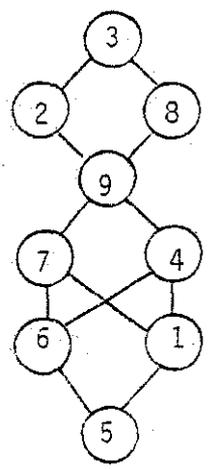


j7

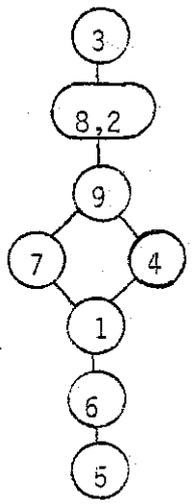


j8

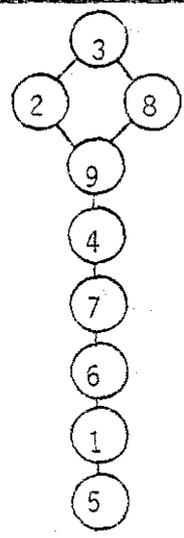
R 6



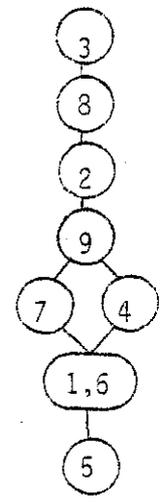
j1



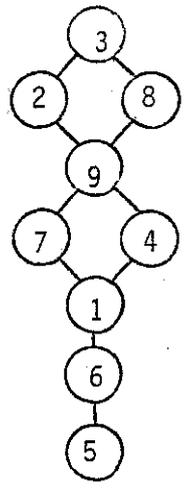
j2



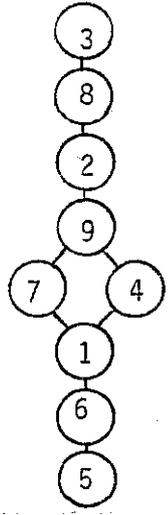
j3



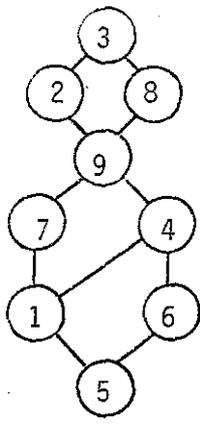
j4



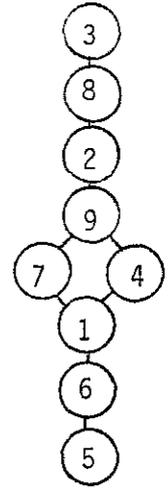
j5



j6

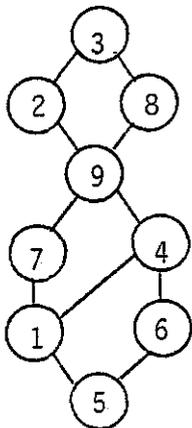


j7

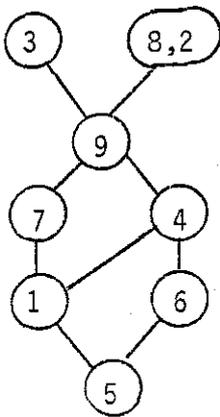


j8

R 7

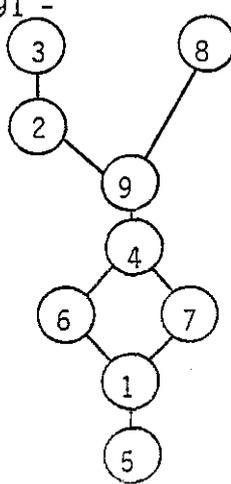


j1

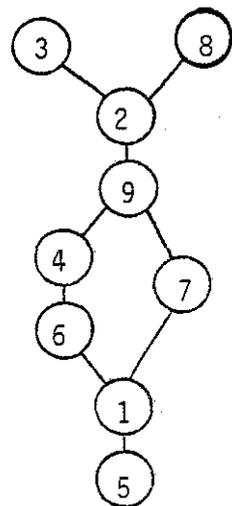


j2

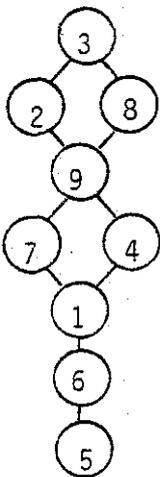
- 91 -



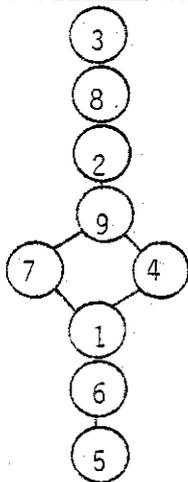
j3



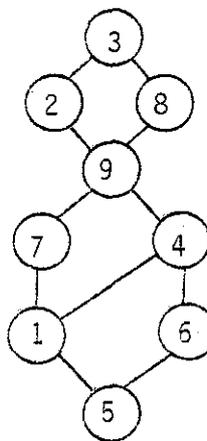
j4



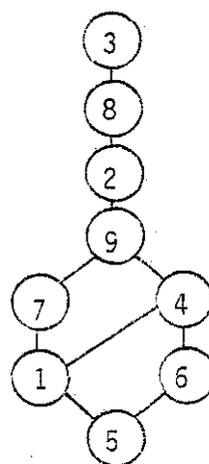
j5



j6

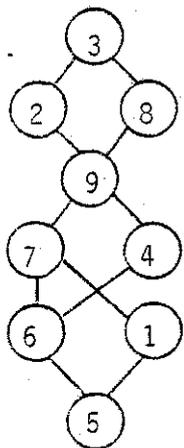


j7

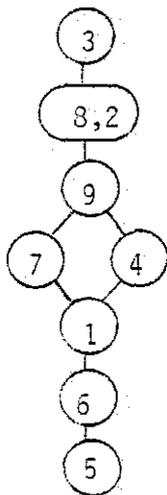


j8

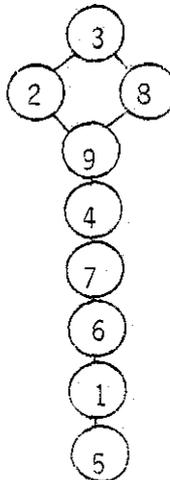
R 8



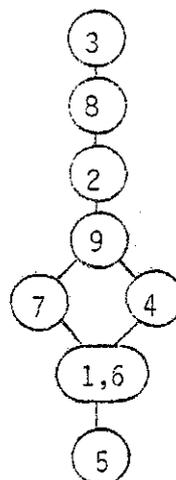
j1



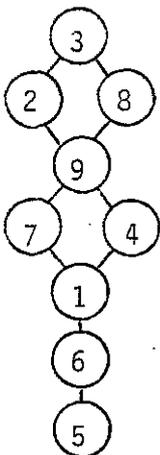
j2



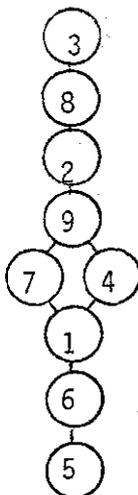
j3



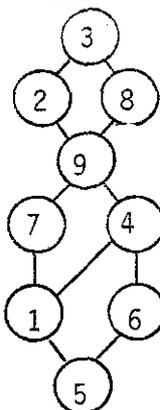
j4



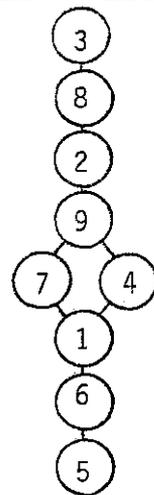
j5



j6

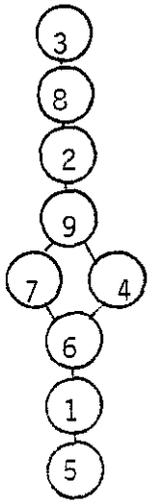


j7

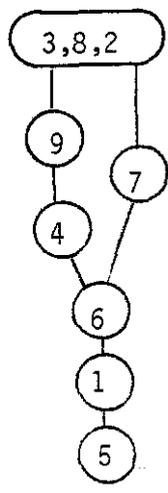


j8

R
9

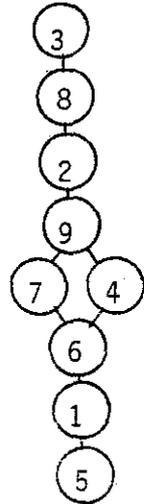


j1

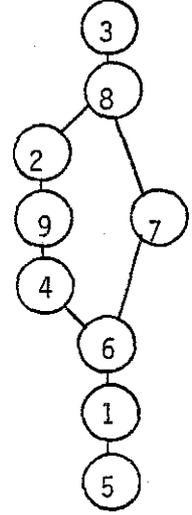


j2

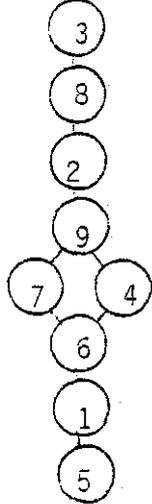
- 92 -



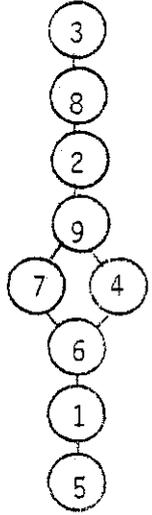
j3



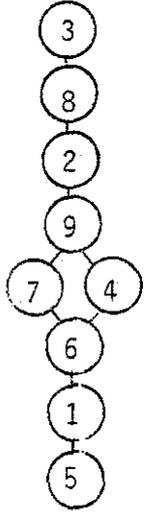
j4



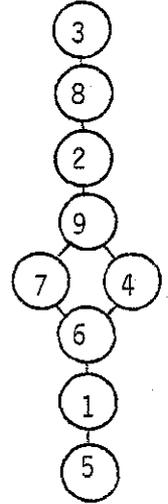
j5



j6

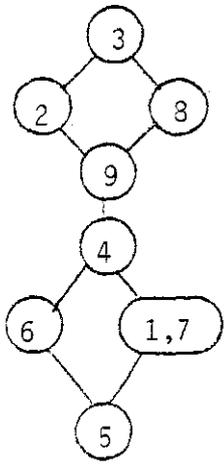


j7

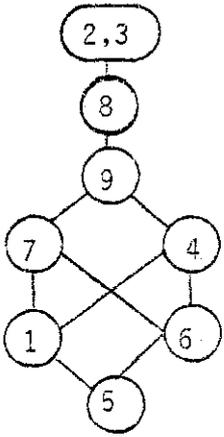


j8

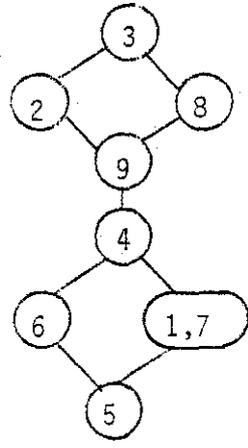
R
10



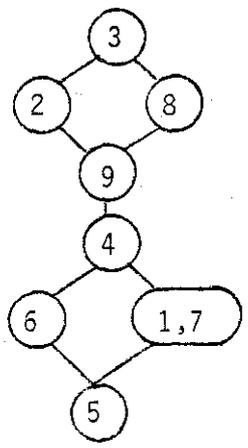
j1



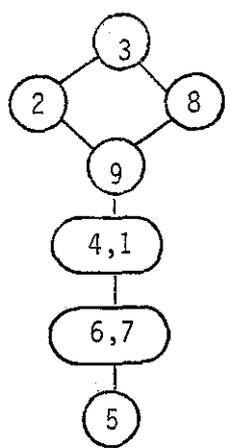
j2



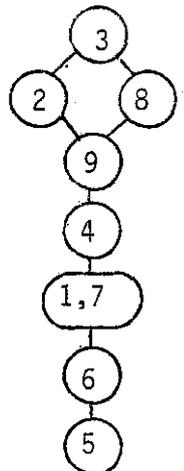
j3



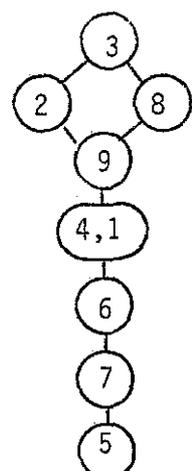
j4



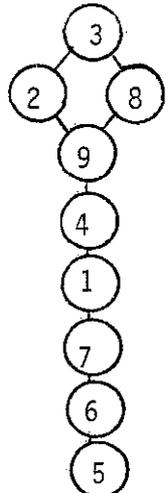
j5



j6

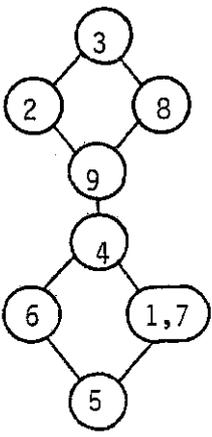


j7



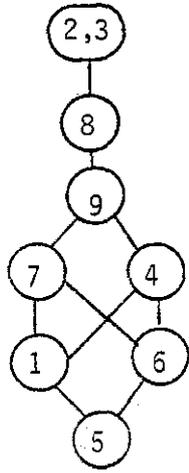
j8

R
10

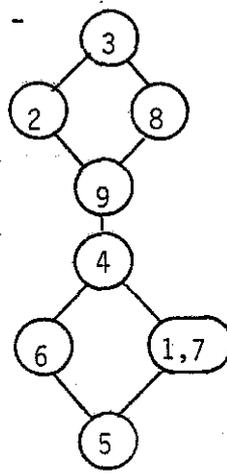


j1

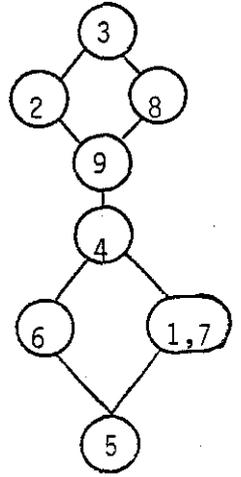
- 93 -



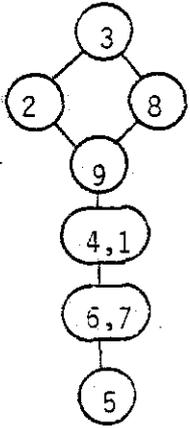
j2



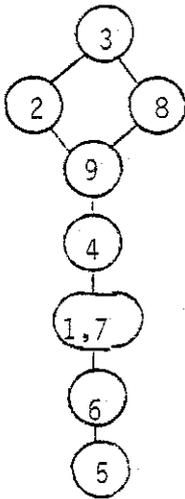
j3



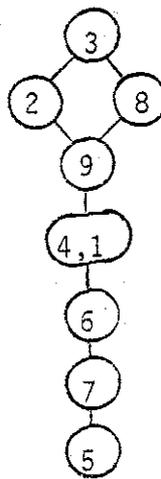
j4



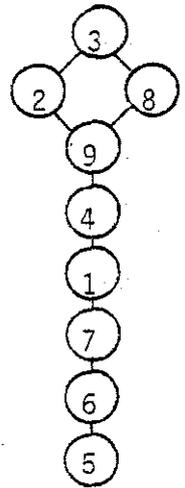
j5



j6

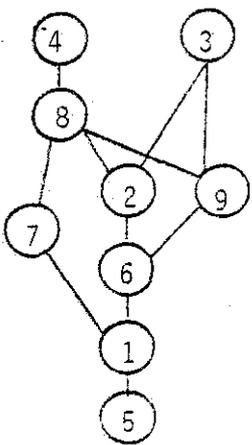


j7

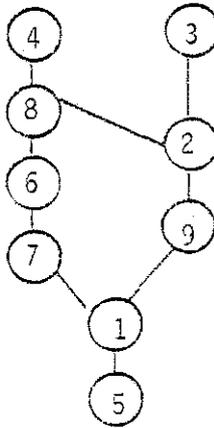


j8

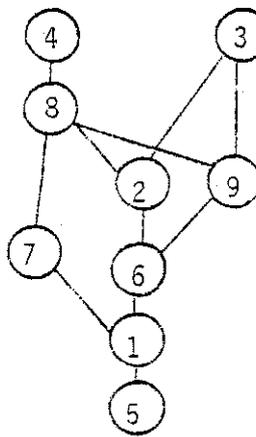
R
11



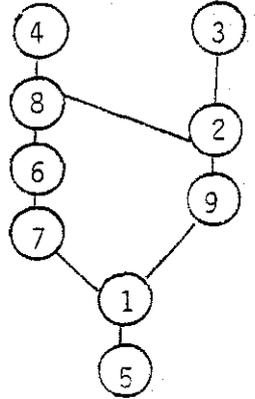
j1



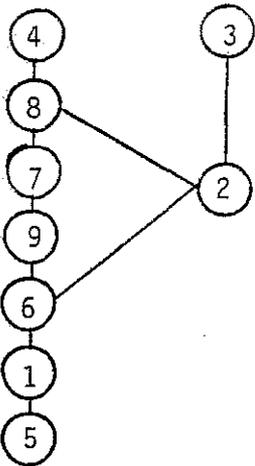
j2



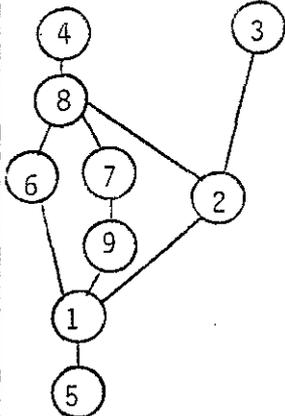
j3



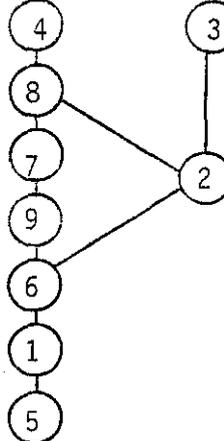
j4



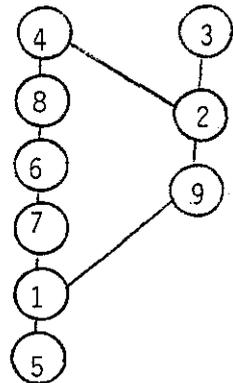
j5



j6

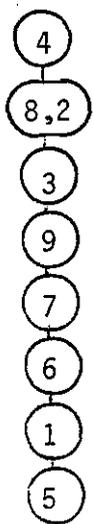


j7



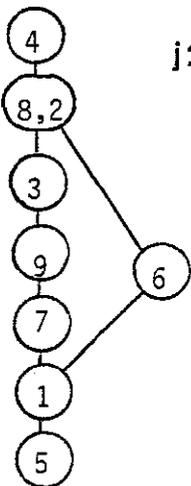
j8

R
12

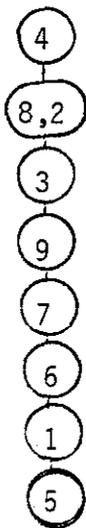


j1

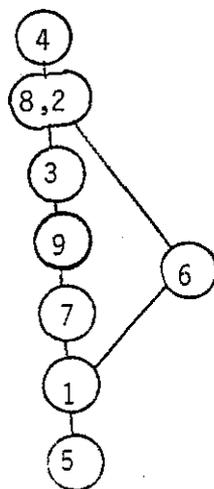
- 94 -



j2



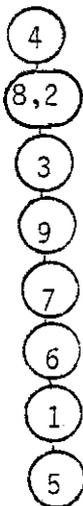
j3



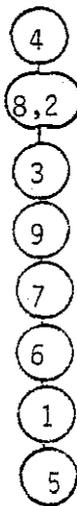
j4



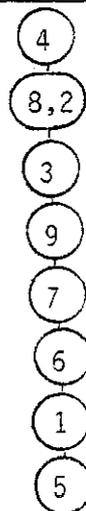
j5



j6

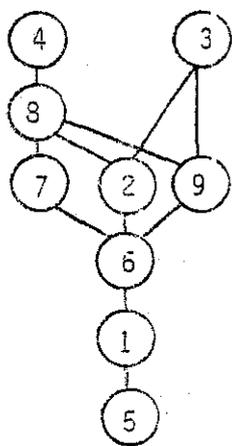


j7

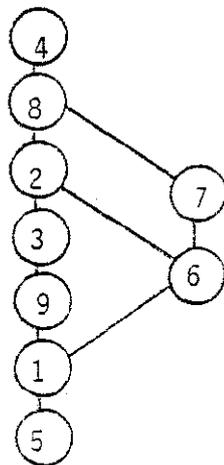


j8

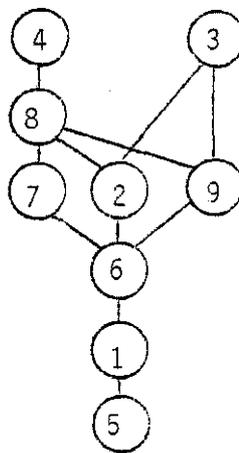
R
13



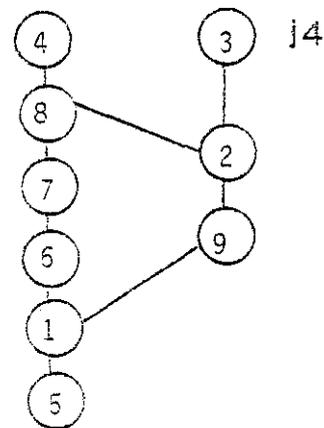
j1



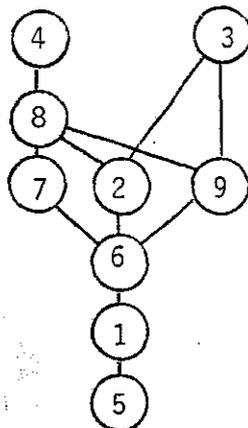
j2



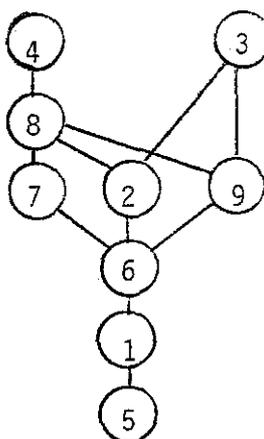
j3



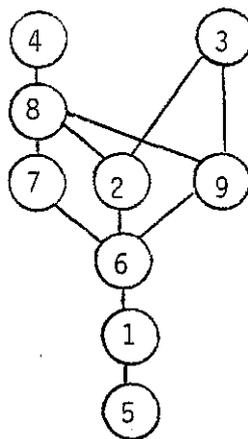
j4



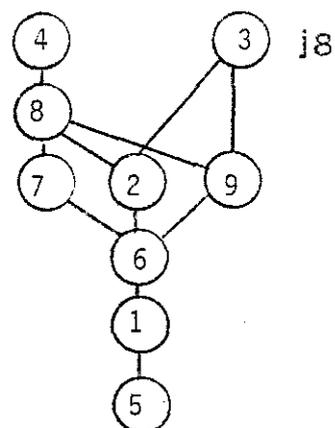
j5



j6

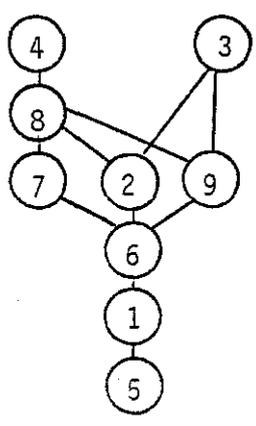


j7

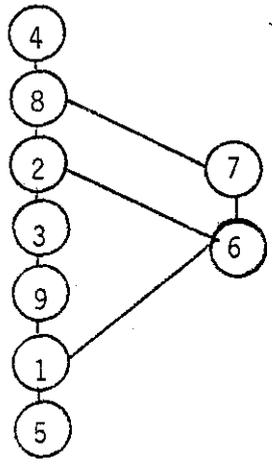


j8

R
14

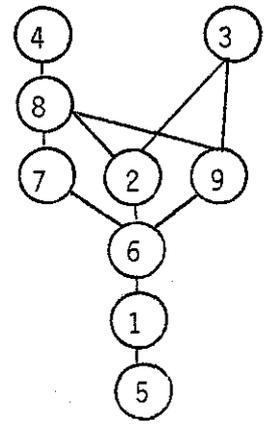


j1

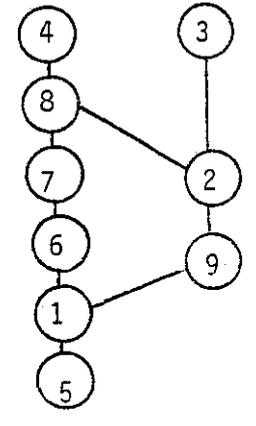


j2

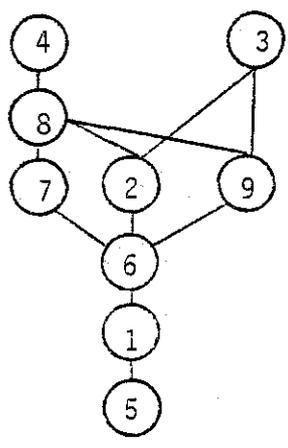
- 95 -



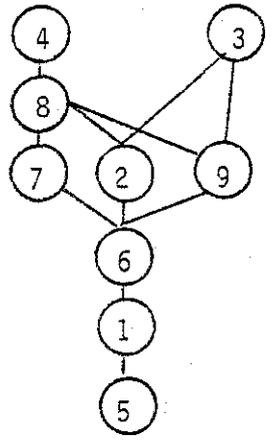
j3



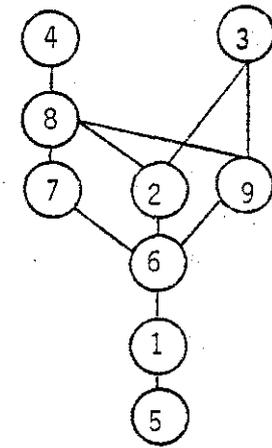
j4



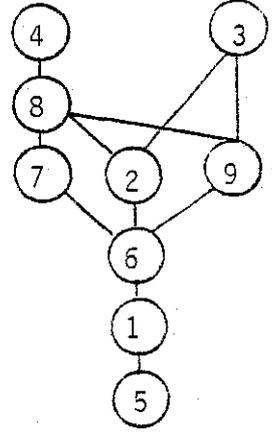
j5



j6

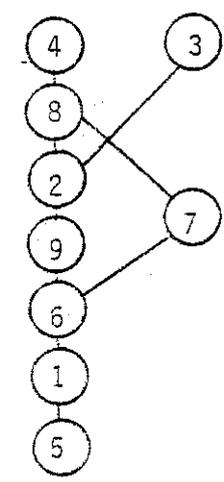


j7

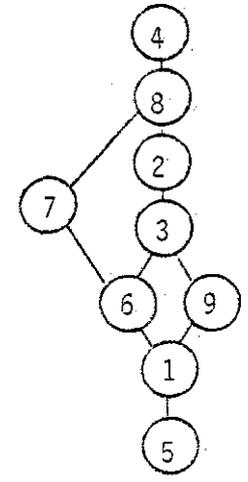


j8

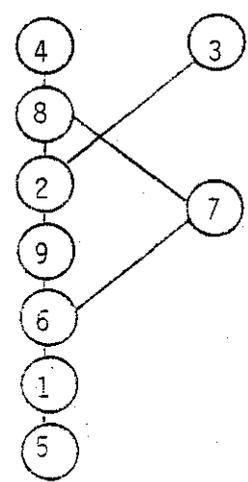
R
15



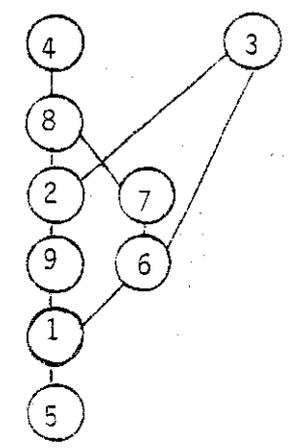
j1



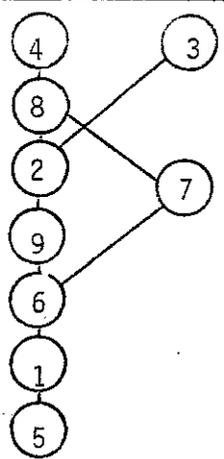
j2



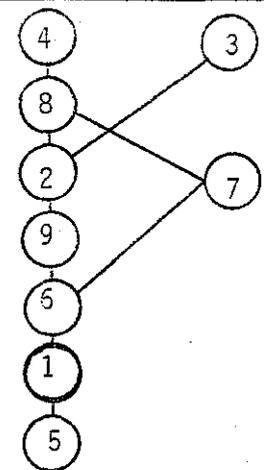
j3



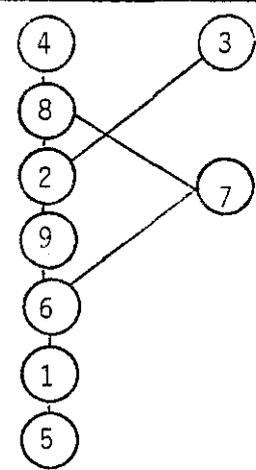
j4



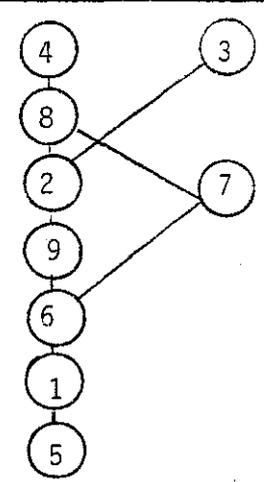
j5



j6

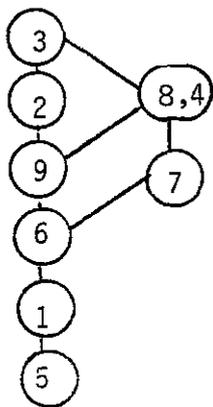


j7

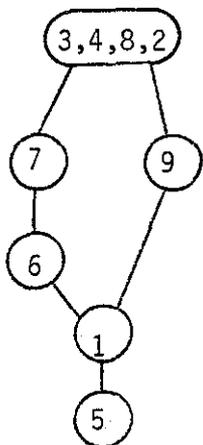


j8

R
16

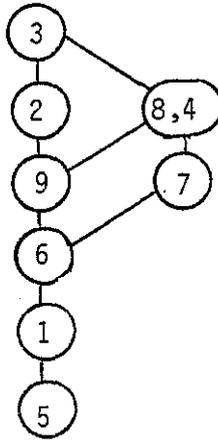


j1

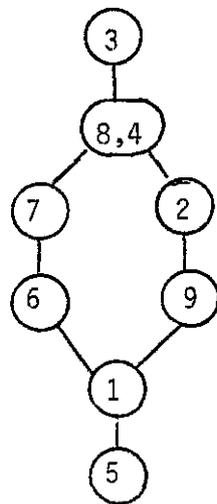


j2

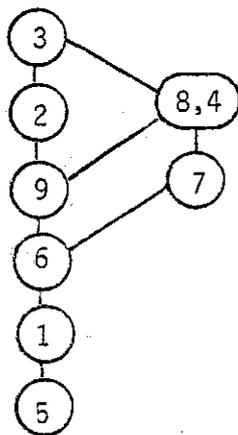
- 96 -



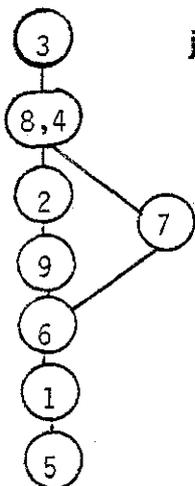
j3



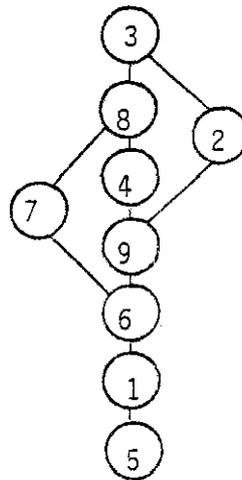
j4



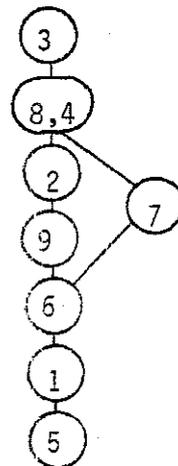
j5



j6

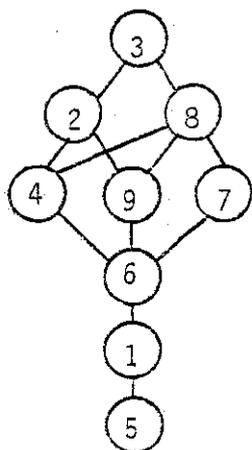


j7

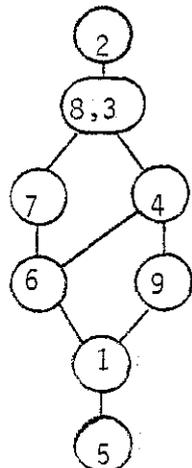


j8

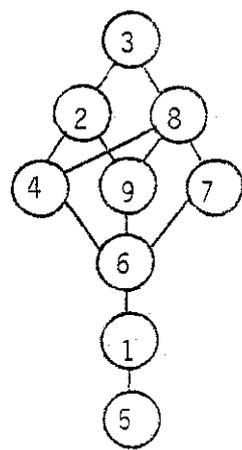
R
17



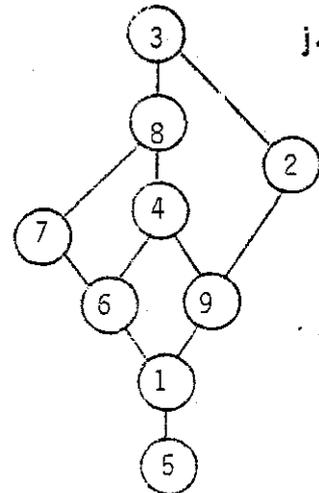
j1



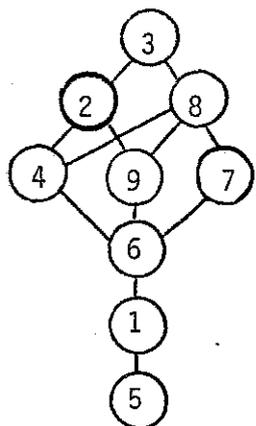
j2



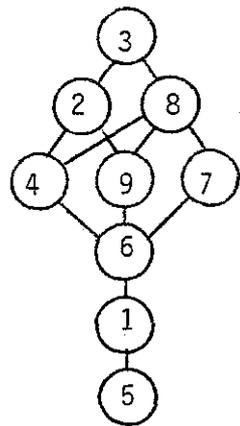
j3



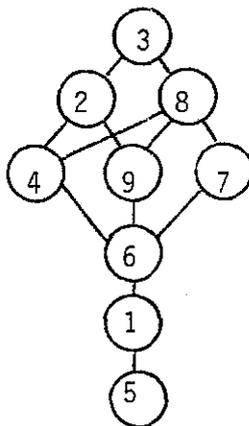
j4



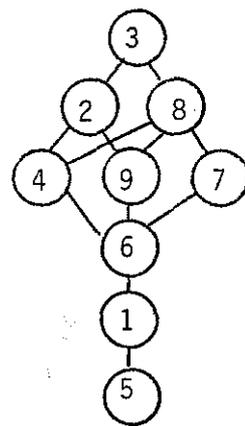
j5



j6



j7



j8

rant R_1-R_5 à R_6-R_{10} , on constate :

- une grande stabilité en queue de classement avec S_1, S_6, S_5 ;
- le passage du site S_4 du milieu du classement (R_6-R_{10}) à la tête (R_1-R_5) en position incomparable avec S_3 .

L'étude des plages de variation de $g'_2(s)$ et $g''_2(s)$ montre que les évaluations $g'_2(s)$ sont plus "resserrées" (de 6,04 à 21,91) que celles de $g''_2(s)$ (450 à 6 000). Or, dans les deux cas, l'imprécision affectant les valeurs y et z nous a conduits à retenir des seuils de discrimination et de veto identiques. La position instable de S_4 peut alors s'interpréter comme un effet indirect du veto :

- dans la forme g''_2 , S_4 ($g''_2(s_4) = 825$) pose un veto aux sites S_1, S_2, S_3 ($g''_2(s_3) = 6 000$), ce qui explique sa situation incomparable en tête de classement ;
- dans la forme g'_2 , les évaluations étant moins étendues, l'effet de veto joue moins sur le critère 2 et S_4 est surclassée nettement par S_3 et S_2 .

Les résultats R_{15}, R_{16}, R_{17} montrent qu'un relâchement du veto du critère 2 sous la forme g''_2 tend à rapprocher les résultats de ceux obtenus avec g'_2 .

Bien que les sites se classent différemment selon les deux formes :

- g'_2 : $S_7 S_6 S_4 S_5 S_9 S_8 S_1 S_2 S_3$,
- g''_2 : $S_9 S_8 S_7 S_6 S_4 S_5 S_1 S_2 S_3$,

cette modification n'affecte que la position de S_9, S_8 (sites situés sur la rivière Colombie) dont la place dans les classements n'est pas sujette à caution.

Le choix entre les formes g'_2 et g''_2 traduit donc un choix politique revenant à modifier fortement l'importance relative des pertes de saumons.

3. Influence des seuils de dispersion du critère 2

En comparant d'une part R_4 et R_5 avec R_1 et, d'autre part, R_9 et R_{10} avec R_6 , on constate que le choix des seuils de dispersion sur ce critère, le plus mal connu et défini, a une importance non négligeable.

Le resserrement des seuils de dispersion a pour effet de favoriser les actions bien évaluées sur ce critère (S_4 passe en tête dans R_4) tandis que le desserrement de ceux-ci a l'effet inverse (S_3 est seul en tête dans R_5). Pour la forme $g'_2(R_6, R_9, R_{10})$, l'influence de ce facteur est beaucoup moins importante tant la position en tête de S_3 paraît assurée.

Le rapprochement de ce point avec le précédent montre que le critère 2 est la source de variation la plus importante des résultats. Ce phénomène n'est pas surprenant puisque c'est précisément ce critère qui est entouré du plus grand flou conceptuel (cf. II.4). Une étude plus approfondie de ce cas, dans le modèle S, devrait passer, à notre sens, par une meilleure définition et évaluation de cet axe de signification "perte de saumons". Comme nous l'avons déjà signalé, le modèle U n'est pas totalement convaincant lui non plus dans le traitement de ce problème.

4. Seuils de dispersion du critère 6 ($R_1 R_{11} R_{12} R_{13} R_{14}$)

Si le phénomène mentionné au point 3 joue ici (un relâchement des seuils favorise les actions mal évaluées et inversement), on constate que les modifications apportées au classement restent marginales. Seul R_{12} (qui correspond à un élargissement des seuils pour leur partie constante) remet en cause la position respective de S_3 et S_4 qui ne sont plus incomparables. S_4 et S_3 restent cependant en tête de classement.

5. Influence des seuils de veto

- Véto du critère 3 (R_1-R_3 et R_6-R_8)

Ce paramètre n'a aucune influence sur les résultats ; c'est pourquoi nous avons considéré, dans le plan d'expérience (à l'annexe 9), de le maintenir à $v_3(g_3(s)) = 8$.

- Véto du critère 6 (R_1-R_2 et R_6-R_7)

En passant d'un véto très fort $U_6(g_6(s)) = 1,7 \times p_6(g_6(s))$ à un véto beaucoup plus large, compte-tenu de l'importance prépondérante de ce critère, $V_6(g_6(s)) = 2,6 p_6(g_6(s))$, on constate une très bonne stabilité des résultats.

Devant la grande stabilité des classements obtenus, nous avons pris le parti de résumer ces 136 graphes par 2 "graphes-types" dans le corps du texte, l'un correspondant à g_2' , l'autre à g_2'' , qui nous semblent bien résumer de façon qualitative l'information obtenue.

6. Influence du mode de calcul des degrés de crédibilité

Nous présentons (cf. figure 10.2) les résultats que nous aurions obtenus si nous avons utilisé la méthode standard d'ELECTRE III pour le calcul des degrés de crédibilité sur les 8 graphes de R_6 (cf. annexe 8). On constate que, bien que les incomparabilités soient réduites dans ce second cas, la tête et la queue de classement restent identiques.

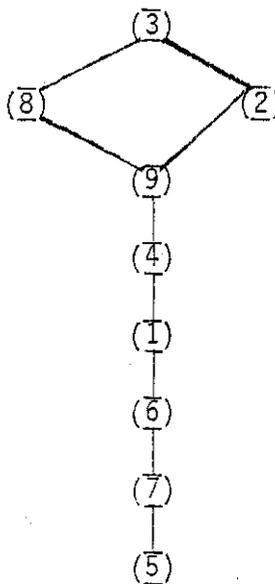
FIGURE 10.2



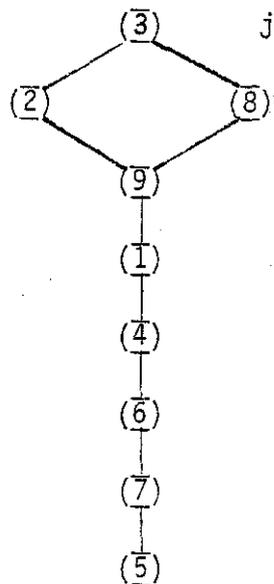
j1



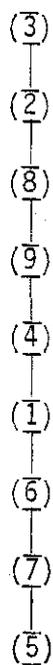
j2



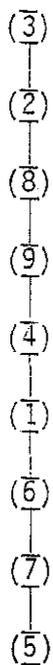
j3



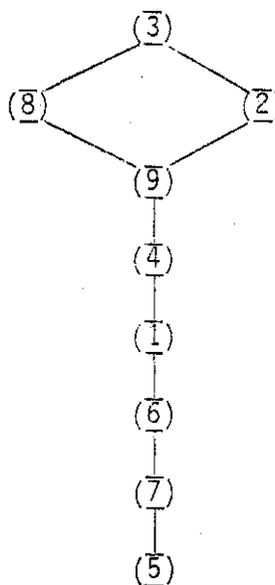
j4



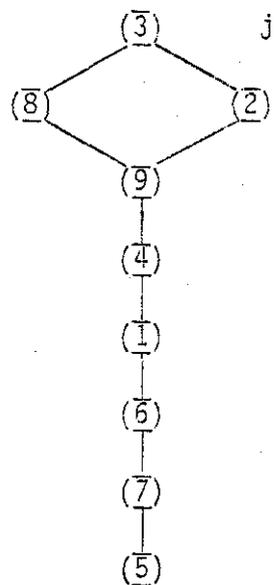
j5



j6



j7



j8

REFERENCES

FISHBURN P.C. (1970) : Utility Theory for Decision Making, Wiley, New York.

JACQUET-LAGREZE E., ROY B. (1980) : Aide à la décision multicritère et systèmes relationnels de préférences, Université de Paris-Dauphine, Cahier du LAMSADE n° 34.

KEENEY R.L. (1974) : Multiplicative Utility Functions, Operations Research, 22, pp. 22-34.

KEENEY R.L., NAIR K. (1976) : Evaluating Potential Nuclear Power Plant Sites in the Pacific Northwest using Decision Analysis, IIASA Professional Paper n° 76-1 ; également dans Conflicting Objectives in Decisions (1977), Bell D.E., Keeney R.L., Raiffa H., Wiley, Chap. 14 et dans Keeney R.L. (1980) : Siting Energy Facilities, Chap. 3, Academic Press, New-York.

KEENEY R.L., RAIFFA H. (1976) : Decision with Multiple Objectives - Preference and Value Tradeoffs, Wiley, New-York.

KEENEY R.L., ROBILLARD G.A. (1977) : Assessing and Evaluating Environmental Impacts at proposed Nuclear Power Plant Sites, Journal of Environmental Economics and Management 4, pp. 153-166.

MORGENSTERN O. (1979) : Some Reflections on Utility in "Expected Utility Hypotheses and the Allais Paradox", Allais M. and Hagen O. (eds.), D. Reidel Publishing Company, Dordrecht.

RAIFFA H. (1968) : Decision Analysis, Addison-Wesley. Traduction française : Analyse de la décision - Introduction aux choix en avenir incertain, Dunod, Paris, 1973.

ROY B. (1977) : Partial Preference Analysis and Decision Aid : The Fuzzy Outranking Relation Concept, in Bell D.E., Keeney R.L., Raiffa H. (eds.) : "Conflicting Objectives in Decisions", Wiley, New-York.

ROY B. (1978) : ELECTRE III : Un algorithme de classements fondé sur une représentation floue des préférences en présence de critères multiples, Cahiers du CERO, Vol. 20, n° 1, pp. 3-24.

ROY B. (1979-82) : L'aide à la décision - Critères multiples et optimisation pour choisir, trier, ranger, Livre en préparation, Université de Paris-Dauphine, Documents du LAMSADE n° 4, 5, 9, 15, 19.

ROY B., VINCKE Ph. (1982) : Relational systems of preference with one or several pseudo-criteria : New concepts and new results, Université de Paris-Dauphine, Cahier du LAMSADE n° 28 bis.

VON NEUMANN J., MORGENSTERN O. (1947) : Theory of games and economic behaviour, 2nd ed., Princeton University Press, New-Jersey.

WALLISER B. (1979) : Analyse critique de l'approche rationnelle des processus de décision, Ministère de l'Economie, Direction de la Prévision (42 p. + 96 p.).

ZELNY M. (1981) : Multiple Criteria Decision-Making, McGraw-Hill, New-York.