

## EXAMEN PL

### Exercice 1

Une entreprise de fabrication de fils téléphoniques produit trois types de fil ( $F_1$ ,  $F_2$  et  $F_3$ ). Ces fils sont de différentes sections et sont obtenus à l'aide de cuivre enrichi de cadmium pour  $F_1$  et  $F_2$  ou de cadmium et d'étain pour  $F_3$ . Le tableau suivant donne la masse de cuivre (exprimée en kilogrammes), celles de cadmium et d'étain (exprimées toutes deux en décagrammes) nécessaires à la fabrication de 100 mètres de chacun de ces fils.

	$F_1$	$F_2$	$F_3$
cuivre	9	5	6
cadmium	2	1	2
étain	0	0	1

L'entreprise dispose de 600 kilogrammes de cuivre, de 152 décagrammes de cadmium et de 60 décagrammes d'étain. De plus, il faut une journée pour fabriquer 100 mètres de  $F_1$ ,  $F_2$  ou  $F_3$ . La force de travail disponible pour la production des fils s'élève à 90 jours. Les profits relatifs à la production de 100 mètres de fil s'élèvent à 637 euros, 592 euros et 789 euros pour  $F_1$ ,  $F_2$  et  $F_3$  respectivement.

Formuler le problème de maximisation du profit de l'entreprise comme un programme linéaire.

### Exercice 2

En utilisant la méthode du simplexe avec les matrices (ou tableaux), résoudre le problème suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{maximiser} \quad 2x_1 + x_2 \\ \text{s.c.} \\ \quad 2x_1 + 3x_2 \leq 3 \\ \quad x_1 + 5x_2 \leq 1 \\ \quad 2x_1 + x_2 \leq 4 \\ \quad 4x_1 + x_2 \leq 5 \\ \quad x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right.$$

### Exercice 3

Résoudre :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{maximiser} \quad 3x_1 + x_2 \\ \text{s.l.c.} \\ \quad x_1 - x_2 \leq -1 \\ \quad -x_1 - x_2 \leq -3 \\ \quad 2x_1 + x_2 \leq 4 \\ \quad x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right.$$

#### Exercice 4

Donnez le dual de

$$\left\{ \begin{array}{l} \max \quad -x_1 - 2x_2 + x_3 \\ \text{s.l.c.} \\ \quad -3x_1 + x_2 \leq -1 \\ \quad \quad x_1 - x_2 \geq 1 \\ \quad -2x_1 + 7x_2 \leq 6 \\ \quad -5x_1 + 2x_3 = -3 \\ \quad \quad 7x_1 - 3x_2 \leq 6 \\ \quad \quad \quad x_1 \geq 0 \\ \quad \quad \quad x_3 \leq 0 \end{array} \right.$$

#### Exercice 5

Utiliser le théorème des écarts complémentaires pour dire si

$$x_1^* = 0, x_2^* = 4/3, x_3^* = 2/3, x_4^* = 5/3, x_5^* = 0$$

est optimale ou non ?

$$\left\{ \begin{array}{l} \max \quad 7x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 \\ \text{s.l.c.} \\ \quad x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 2x_5 \leq 4 \\ \quad \quad 4x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 + x_5 \leq 3 \\ \quad 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 - 2x_4 + 5x_5 \leq 5 \\ \quad \quad 3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 - 2x_5 \leq 1 \\ \quad \quad \quad x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{array} \right.$$