EXAMEN PL

Exercice 1

Une entreprise de fabrication de fils téléphoniques produit trois types de fil (F_1, F_2 et F_3). Ces fils sont de différentes sections et sont obtenus à l'aide de cuivre enrichi de cadmium pour F_1 et F_2 ou de cadmium et d'étain pour F_3. Le tableau suivant donne la masse de cuivre (exprimée en kilogrammes), celles de cadmium et d'étain (exprimées toutes deux en décagrammes) nécessaires à la fabrication de 100 mètres de chacun de ces fils.

	F_1	F_2	F_3
cuivre	9	5	6
cadmium	2	1	2
étain	0	0	1

L'entreprise dispose de 600 kilogrammes de cuivre, de 152 décagrammes de cadmium et de 60 décagrammes d'étain. De plus, il faut une journée pour fabriquer 100 mètres de F_1, F_2 ou F_3. La force de travail disponible pour la production des fils s'élève à 90 jours. Les profits relatifs à la production de 100 mètres de fil s'élèvent à 637 euros, 592 euros et 789 euros pour F_1, F_2 et F_3 respectivement.
Formuler le problème de maximisation du profit de l'entreprise comme un programme linéaire.

Exercice 2

En utilisant la méthode du simplexe avec les matrices (ou tableaux), résoudre le problème suivant :

$$\left\{\begin{array}{ll} \text{maximiser} & 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \\ \text{s.c.} & \\ & x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 4 \\ & 2x_1 + 3x_3 \leq 5 \\ & 2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 7 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}\right.$$

Exercice 3

Utiliser le thérorème des écarts complémentaires pour dire si

$$x_1^* = 0,\ x_2^* = 4/3,\ x_3^* = 2/3,\ x_4^* = 5/3,\ x_5^* = 0$$

est optimale ou non ?

$$\left\{\begin{array}{lrl} \text{max} & 7x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 & \\ \text{s.l.c.} & & \\ & 3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 - 2x_5 \leq & 1 \\ & x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 2x_5 \leq & 4 \\ & 4x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 + x_5 \leq & 3 \\ & 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 - 2x_4 + 5x_5 \leq & 5 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq & 0 \end{array}\right.$$

Exercice 4

Donnez le dual des programmes linéaires suivants:

1. $\max\{c^T x : Ax \leq b,\, x \geq 0\}$;
2. $\min\{c^T x : Ax \leq b\}$;
3. $\min\{c^T x : Ax = b\}$;
4. $\min\{c^T x : Ax = b,\, x \leq 0\}$;
5. $\max\{c^T x : Ax \leq b,\, x \geq 0\}$.

Exercice 5

Démontrer que l'assertion suivante est vraie ou démontrer que l'assertion suivante est fausse:

Le programme linéaire (P) $\max\{c^T x : Ax \leq b,\, x \geq 0\}$ *est non-borné*
si et seulement si le programme linéaire
(P') $\max\{x_j : Ax \leq b,\, x \geq 0\}$ *est non-borné pour une composante* j *de* x.