

Rattrapage PL

Exercice 1

Une entreprise de fabrication de fils téléphoniques produit trois types de fil (F_1 , F_2 et F_3). Ces fils sont de différentes sections et sont obtenus à l'aide de cuivre enrichi de cadmium pour F_1 et F_2 ou de cadmium et d'étain pour F_3 . Le tableau suivant donne la masse de cuivre (exprimée en kilogrammes), celles de cadmium et d'étain (exprimées toutes deux en décagrammes) nécessaires à la fabrication de 100 mètres de chacun de ces fils.

	cuivre	cadmium	étain
F ₁	9	5	6
F ₂	2	1	2
F ₃	0	0	1

L'entreprise dispose de 600 kilogrammes de cuivre, de 152 décagrammes de cadmium et de 60 décagrammes d'étain. De plus, il faut une journée pour fabriquer 100 mètres de F_1 , F_2 ou F_3 . La force de travail disponible pour la production des fils s'élève à 90 jours. Les profits relatifs à la production de 100 mètres de fil s'élèvent à 637 euros, 592 euros et 789 euros pour F_1 , F_2 et F_3 respectivement.

Formuler le problème de maximisation du profit de l'entreprise comme un programme linéaire.

Exercice 2

Utiliser la méthode que vous voulez (y compris en devinant) pour donner une solution optimale ainsi qu'une solution optimale du dual (qui justifiera que votre optimum est bien le bon même si vous l'avez deviné) pour les programmes linéaires suivants:

$$(a) \left\{ \begin{array}{l} \max \quad 2x_1 + x_2 \\ \text{s.c.} \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 3 \\ x_1 + 5x_2 \leq 1 \\ 2x_1 + x_2 \leq 4 \\ 4x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right. \quad (b) \left\{ \begin{array}{l} \max \quad 3x_1 + x_2 \\ \text{s.l.c.} \\ x_1 - x_2 \leq -1 \\ -x_1 - x_2 \leq -3 \\ 2x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right.$$

$$(c) \left\{ \begin{array}{l} \max \quad -x_1 - 2x_2 + x_3 \\ \text{s.l.c.} \\ -3x_1 + x_2 \leq -1 \\ x_1 - x_2 \geq 1 \\ -2x_1 + 7x_2 \leq 6 \\ -5x_1 + 2x_3 = -3 \\ 7x_1 - 3x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0 \\ x_3 \leq 0 \end{array} \right. \quad (d) \left\{ \begin{array}{l} \max \quad 7x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 \\ \text{s.l.c.} \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 2x_5 \leq 4 \\ 4x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 + x_5 \leq 3 \\ 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 - 2x_4 + 5x_5 \leq 5 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 - 2x_5 \leq 1 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{array} \right.$$