

Modélisation en Programmation Linéaire

TD 1 : Exercices de Modélisation

E. Lancini

Université Dauphine-PSL

- 1 Exo 1 : Modélisation du problème du régime
- 2 Exo 2 : Problème du sac-à-dos
- 3 Exo 2 : Problème de planification de la production

Exercice 1 : Modélisation du problème du régime

Imaginons un individu qui suit un régime alimentaire avec des objectifs spécifiques : il doit consommer un nombre minimum de protéines, de glucides et de graisses par jour.

Les aliments disponibles sont les suivants :

- **Brocoli** : 60 calories, 10g de protéines, 0g de graisses, 8g de glucides.
- **Poulet** : 200 calories, 40g de protéines, 15g de graisses, 5g de glucides.
- **Tofu** : 100 calories, 10g de protéines, 5g de graisses, 10g de glucides.
- **Riz** : 300 calories, 5g de protéines, 2g de graisses, 45g de glucides.

L'individu souhaite atteindre un total de :

- 150g de protéines,
- 70g de graisses,
- 200g de glucides.

Objectif : Trouver la quantité optimale de chaque aliment à consommer pour minimiser l'apport calorique totale.

Pour modéliser ce problème en programmation linéaire, vous devez :

- Définir les variables décisionnelles.
- Formuler la fonction objectif.
- Écrire les contraintes en fonction des besoins nutritionnels.
- Préciser les contraintes de non-négativité sur les variables.

Exercice 2 : Problème du sac-à-dos

Imaginons d'être en train de jouer à un jeu-vidéo RPG, où le joueur ait un inventaire.

L'inventaire peut contenir un nombre quelconque d'objets, mais chaque objet a un poids et le personnage peut transporter une quantité limitée de Kilos.

Après avoir exploré un donjon, le joueur trouve un trésor (loot) composé de plusieurs objets de différents valeurs et poids.

L'objectif du joueur est de ramener l'ensemble d'objets de valeur (équivalent en pièces d'or) maximum, sans dépasser la capacité de transport de 20 Kg.

Exercice 2 : Problème du sac-à-dos

Les objets sont les suivants (les poids et valeurs sont à l'unité) :

- **1 Épée** : valeur 500 PO, poids 3 Kg .
- **300 pièces d'or** : valeur 1 PO, poids 5 g.
- **1 Tapis artistique** : valeur 1500 PO, poids 18 Kg.
- **2 Armures** : valeur 400 PO, poids 6Kg.
- **8 Zircons** : valeur 20 PO, poids 10 g.
- **1 Lingot d'argent** : valeur 1000 PO, poids 8 Kg.

Exercice : écrire le modèle le plus adapté pour ce problème.

Problème de planification de la production

On considère une entreprise devant planifier la production d'un article unique sur un horizon de 4 mois, de manière à satisfaire la demande au moindre coût.

Les capacités de production sont les suivantes :

- Production normale maximale : **1200 articles / mois**
- Production en heures supplémentaires (max) : **400 articles / mois**
- Surcoût des heures supplémentaires : **7 euros / article**

Le stockage est autorisé et engendre un coût de **3 euros / article / mois**, et à la fin du période, il ne doit pas y avoir d'articles dans le stock.

Les demandes pour les 4 mois sont respectivement de **900, 1400, 1300 et 1100** unités.

Exercice : écrire le modèle le plus adapté pour ce problème.