Élicitation des Paramètres d'ELECTRE TRI : Apprentissage par Réduction

Fabien Labernia, Brice Mayag

Université Paris-Dauphine
LAMSADE, UMR 7243 CNRS, 75016 Paris, France
{fabien.labernia,brice.mayag}@dauphine.fr

Mots-clés : *ELECTRE TRI, MR-Sort, apprentissage, réduction, aide multicritère à la décision.*

1 Introduction

ELECTRE TRI [6, 2, 1] est une méthode de surclassement issue de l'*Aide Multicritère à la Décision* permettant d'affecter différentes solutions à des catégories. Dans de nombreux problèmes pratiques, les nombreux paramètres de cette méthode ne sont pas connus, et nécessitent d'être déterminés. Nous exposerons dans cet article une méthode de réduction issue de l'apprentissage automatique [3] du problème multicatégories en différents problèmes de classification binaire permettant d'*apprendre* automatiquement ces différents paramètres.

Nous nous plaçons dans le cadre d'une version simplifiée d'ELECTRE TRI appelée **Majority Rule Sorting model** (MR-Sort) [6].

2 MR-Sort

Soit A un ensemble d'**alternatives**, chaque alternative $\mathbf{a} \in A$ est évaluée sur une famille de n **critères** réels $g_i : A \to \mathbb{R}$, $i \in N = \{1, \ldots, n\}$. Nous notons par $g_i(\mathbf{a})$ la valeur du i^{e} critère de l'alternative $\mathbf{a}$. Chaque critère i possède un **poids** associé w_i (nous supposons ici que $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$), avec $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \ldots, w_n)$. Nous définissons une fonction $c_i : A \times A \to \{0, 1\}$ appelée **indice de concordance partielle** :

$$c_i(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \begin{cases} 1 & \text{si } g_i(\mathbf{a}) \geq g_i(\mathbf{b}) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{1}$$

Chaque c_i est ensuite agrégé au sein d'un **indice de concordance global** $c : A \times A \to \mathbb{R}$ défini par :

$$c(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \sum_{i=1}^{n} w_i c_i(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \tag{2}$$

La relation binaire sur A appelée **surclassement** est alors définie par :

$$\mathbf{a}\, \mathcal{S}_\lambda \mathbf{b} \text{ ssi } c(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \geq \lambda \tag{3}$$

avec $\lambda \in [0, 1]$ un **seuil de majorité**. $\mathbf{a}\, \mathcal{S}_\lambda \mathbf{b}$ signifie que $\mathbf{a}$ *surclasse* (est au moins aussi bonne que) $\mathbf{b}$ pour un seuil de majorité λ.

Considérons r catégories $C^1, \ldots, C^r$ totalement ordonnées (C^1 est la plus mauvaise tandis que C^r est la meilleure). Les catégories sont séparées deux à deux par un un **profil** π tel que

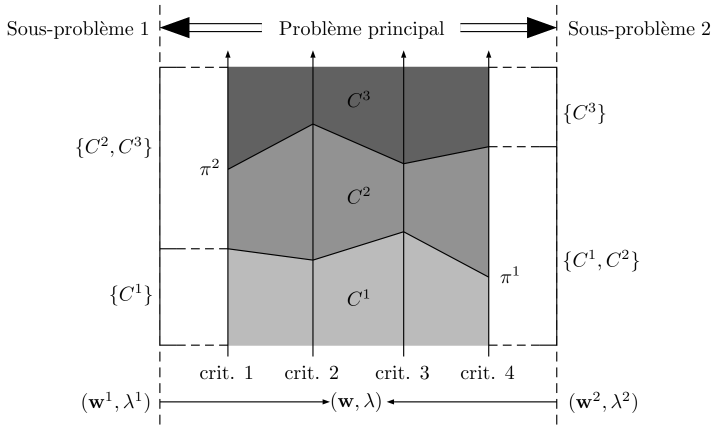

FIG. 1 – Exemple de réduction, avec les sous-problème à deux catégories à gauche et à droite. $(\mathbf{w}^k, \lambda^k)$ et π^k correspondent aux paramètres appris par le sous-problème k.

π^k sépare C^k et C^{k+1}, pour $k = 1, \ldots, r-1$. Nous supposons de ce fait que chaque profil π^{k+1} *domine*[1] π^k.

MR-Sort va chercher à affecter chaque $\mathbf{a} \in A$ à une catégorie grâce à la condition suivante :

$$\sum_{i:g_i(\mathbf{a}) \geq g_i(\pi^{k-1})} w_i \geq \lambda \text{ et } \sum_{i:g_i(\mathbf{a}) \geq g_i(\pi^k)} w_i < \lambda \tag{4}$$

3 Apprentissage des paramètres par réduction du problème

La méthode MR-Sort nécessite l'élicitation des paramètres w_i, π_i et λ, paramètres qu'en général le décideur n'est pas en mesure de donner. Pour y parvenir, plusieurs techniques à base d'exemples d'apprentissage, à base de programmation linéaire pour une résolution exacte [4] ou à base de métaheuristique pour une résolution approchée [5], ont été proposées.

Nous présentons une nouvelle approche d'élicitation basée sur une technique de réduction communément utilisée en apprentissage automatique [3]. Elle consiste à séparer le problème initial ayant r catégories en $r-1$ modèles MR-Sort de deux catégories (voir Figure 1). Nous comparerons ensuite, sur des ensembles de données, cette méthode avec celle exposée dans [5].

Références

[1] Denis Bouyssou and Thierry Marchant. On the relations between ELECTRE TRI-B and ELECTRE TRI-C and on a new variant of ELECTRE TRI-B. *European Journal of Operational Research*, 242(1) :201–211, 2015.

[2] José Figueira, Vincent Mousseau, and Bernard Roy. ELECTRE methods. In *Multiple criteria decision analysis : State of the art surveys*, pages 133–153. Springer, 2005.

[3] Eibe Frank and Mark Hall. A Simple Approach to Ordinal Classification. Springer, 2001.

[4] Agnes Leroy, Vincent Mousseau, and Marc Pirlot. Learning the Parameters of a Multiple Criteria Sorting Method. In *Algorithmic decision theory*, pages 219–233. Springer, 2011.

[5] Olivier Sobrie, Vincent Mousseau, and Marc Pirlot. Learning a Majority Rule Model from Large Sets of Assignment Examples. In *Algorithmic Decision Theory*, pages 336–350. Springer, 2013.

[6] Yu Wei. *Aide multicritère à la décision dans le cadre de la problématique du tri : concepts, méthodes et applications*. PhD thesis, Paris 9, 1992.

1. On dit que l'alternative **a domine** l'alternative **b**, noté $\mathbf{a} \triangle \mathbf{b}$, si et seulement si $\forall i \in N, g_i(\mathbf{a}) - g_i(\mathbf{b}) \geq 0$. **a domine strictement b** si $[\mathbf{a} \triangle \mathbf{b} \wedge \neg(\mathbf{b} \triangle \mathbf{a})]$.