



>THIS IS **THE WAY**

Problèmes d'optimisation combinatoire en conception d'autocommutateurs

Renaud Sirdey

Architecte système, Nortel R&D

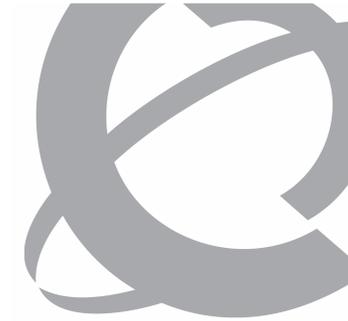
Journées Franciliennes de la RO/23 juin 2006

>THIS IS **NORTEL**

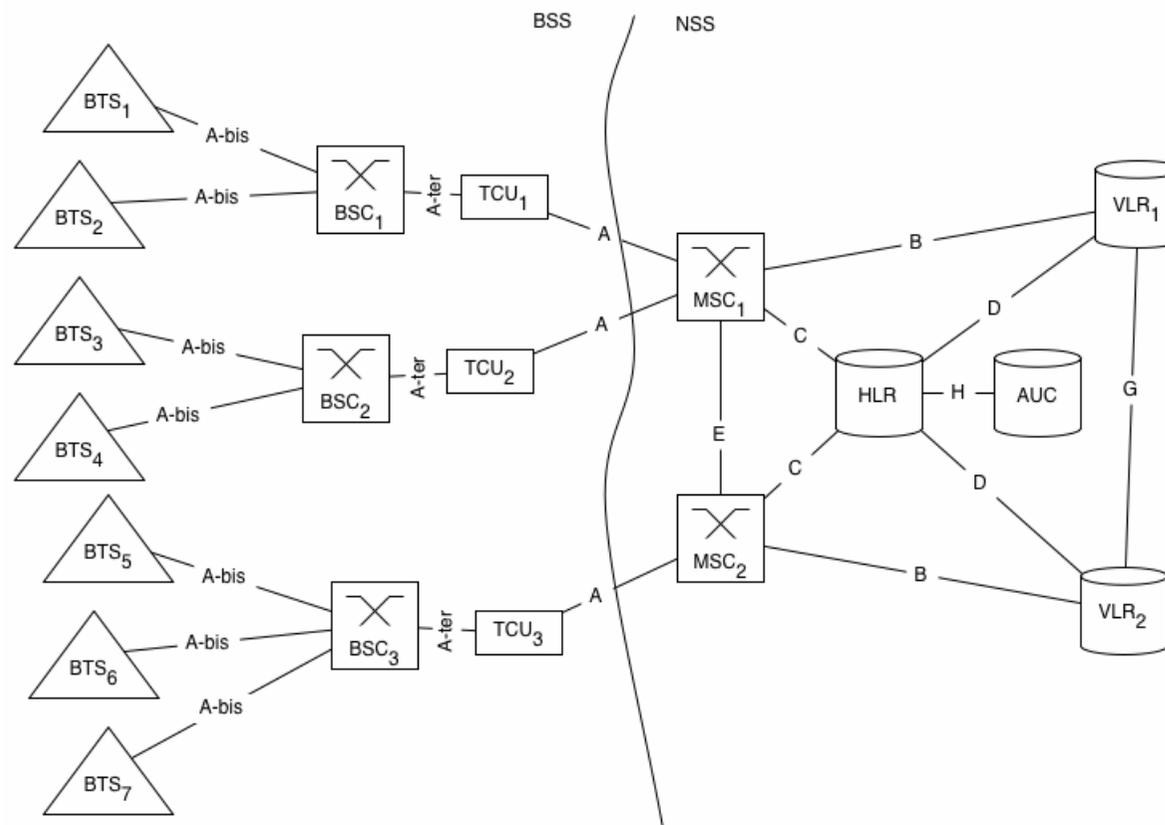


Table des matières

- > Sur l'omniprésence des problèmes d'optimisation.
- > Configuration de cellules radios et problème d'affectation.
- > Affectation de cellules à des liens et *extensible bin-packing*.
- > Maximisation d'une durée de vie sur batterie et problème du sac à dos max-min.
- > Allocation dynamique de processeurs de traitement d'appels et flots.
- > Autres problèmes, succinctement.



Architecture simplifiée d'un réseau GSM



Sur l'omniprésence des problèmes d'optimisation



- > Un autocommutateur est un système qui offre un nombre limité de ressources interdépendantes qu'il convient d'utiliser le plus efficacement possible.
- > Dans un tel contexte des problèmes d'optimisation complexes se présentent naturellement.
- > Néanmoins les contraintes liées au temps réel et à l'embarqué limitent les méthodes de résolution utilisables.
- > Ceci est particulièrement vrai lorsque les problèmes sont NP-difficiles.

Hiérarchisation des problèmes d'optimisation



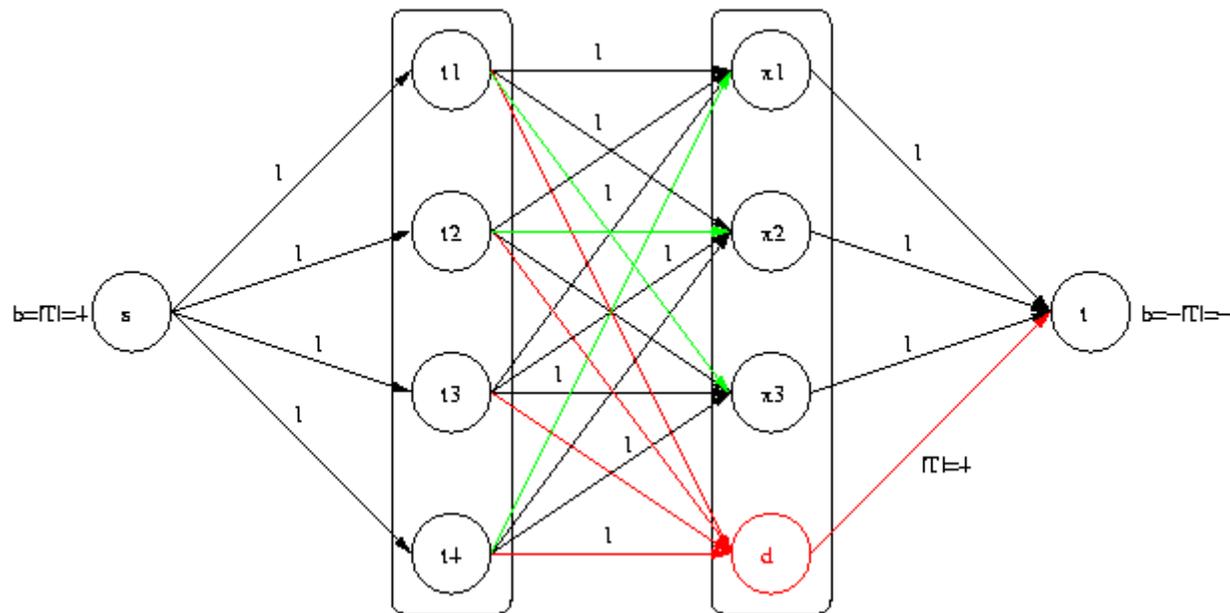
- > Une fois l'exercice de modélisation effectué.
- > Par ordre de préférence « industrielle » :
 - Les problèmes que l'on peut ramener à un problème polynomial.
 - Les problèmes que l'on peut ramener à un problème NP-difficile possédant de bons algorithmes de résolutions approchés pour lesquels on connaît des garanties de performances.
 - Les problèmes que l'on peut ramener à un problème NP-difficile au sens faible.
 - Les problèmes peu voire pas étudiés.



Un problème d'affectation

- > Soit T un ensemble de groupes de canaux radio et X un ensemble d'émetteurs-récepteurs, on cherche une affectation des groupes sur les émetteurs-récepteurs qui maximise le service rendu sachant que :
 - Un groupe n'est pas forcément compatible avec tous les émetteurs-récepteurs.
 - Affecter un groupe à certains émetteurs-récepteurs peut conduire à une dégradation plus ou moins importante du service.
 - Affecter un groupe à certains émetteurs-récepteurs peut induire une sous utilisation.
 - Un groupe peut n'être affecté à aucun émetteur-récepteur.
- > Composante dynamique du problème :
 - Lors de la défaillance d'un émetteur-récepteur il convient de construire une affectation proche de celle qui précédait la défaillance afin d'éviter de réaliser des déconfigurations abusives d'émetteurs-récepteurs.

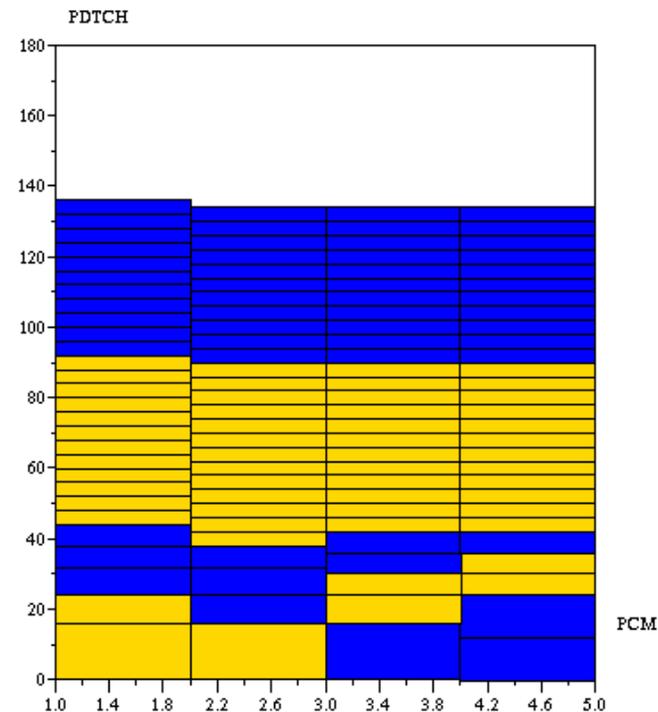
Résolution à l'aide d'un algorithme de flot





Extensible bin-packing (EBP)

- > Étant donné un ensemble I d'items et un ensemble B de boîtes on cherche une affectation f des items dans les boîtes qui minimise $\sum_{b \in B} \max(c_b, \sum_{i \in I: f(i)=b} p_i)$ où c_b et p_i dénotent respectivement la capacité de la boîte b et le poids de l'item i.
- > Application : affecter un ensemble de consommateurs de circuits à des liens MIC.





Résolution approchée du problème EBP

> LPT :

- Trier les items par ordre de poids décroissant.
- Mettre l'item i dans dans la boîte qui possède la plus grande capacité résiduelle (potentiellement négative).

> Garanties de performances :

- $LPT/OPT \leq 1.0833$ si les boîtes sont identiques (Dell'Olmo *et al*, 1998).
- $LPT/OPT < 1.1756$ si $\max_{i \in I} p_i \leq \min_{b \in B} c_b$ (Dell'Olmo *et al*, 1999).
- Cas en ligne : $LS/OPT \leq 1.25$ (Dell'Olmo *et al*, 1999).

> Affectation des ressources par lien à l'aide de l'algorithme de Sainte-Laguë (Balinski, 2002) utilisé en mathématiques électorales.



Problème du sac à dos max-min

> Énoncé (Yu, 1996) :

Maximiser $\min_{k=1,\dots,t} \sum_{j=1,\dots,n} p_{kj} x_j$

s. l. c.

$\sum_{j=1,\dots,n} w_j x_j \leq c$

$x_j \in \{0, 1\}$

> Application : sélection des modules à garder sous-tension après une défaillance du réseau électrique dans un équipement composé de t cabinets. L'objectif étant de maximiser la durée de fonctionnement de l'équipement sur batterie (mode dégradé) tout en respectant une contrainte sur le service.

Résolution du problème du sac à dos max-min



> Résoluble en temps pseudopolynomial pour t fixé :

- Complexité en $O(ncP^t)$ avec $P = \max_{k=1, \dots, t} \sum_{j=1, \dots, n} p_{kj}$ (Yu, 1996).
- Notre variante du problème est multidimensionnelle mais possède une particularité qui rend polynomial l'algorithme basé sur une généralisation de la formule de récurrence de Yu : $O(|R|^{|C|+|K|+1})$.
- Une implémentation de type profondeur d'abord avec mémoire permet de résoudre les plus grosses instances en moins d'une seconde.

> NP-difficile au sens fort sinon.

Configuration dynamique de processeurs de traitement d'appels



- > Soit un autocommutateur composé de processeurs de traitement d'appels.
- > Un processeur peut gérer quelques dizaines d'appels.
- > À un instant donné, un processeur ne peut supporter qu'un seul algorithme d'encodage ou *codec*.
- > À tout instant, il est possible de reconfigurer un processeur pour supporter un nouveau codec, ce dernier est alors indisponible pendant quelques secondes.
- > La proportion d'appels dans chaque codec est inconnue (dépendante du parc de mobiles) et variable dans le temps.
- > L'objectif est de gérer dynamiquement la configuration des processeurs de manière à maximiser la qualité de service.

Définition de la qualité de service

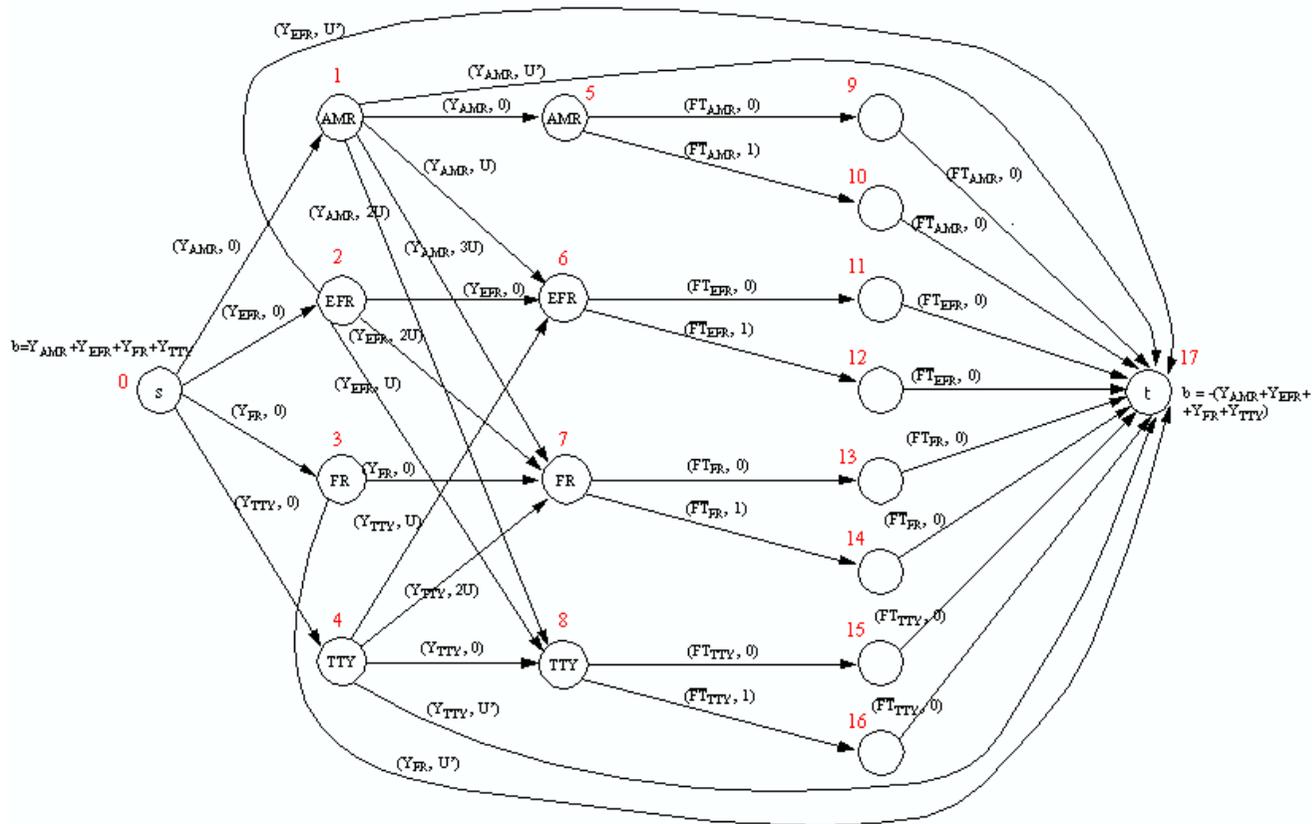


> Hiérarchie de critères:

- Eviter de rejeter les appels.
- Eviter de replier des appels.
- Garder de la capacité de réserve pour pallier aux défaillances.

> Etant donnés des mesures d'intensité de trafic, la QoS est définie par le biais du coût d'un flot de coût minimum sur un réseau qui reflète les critères ci-dessus.

Réseau de transport





Supervision régulière

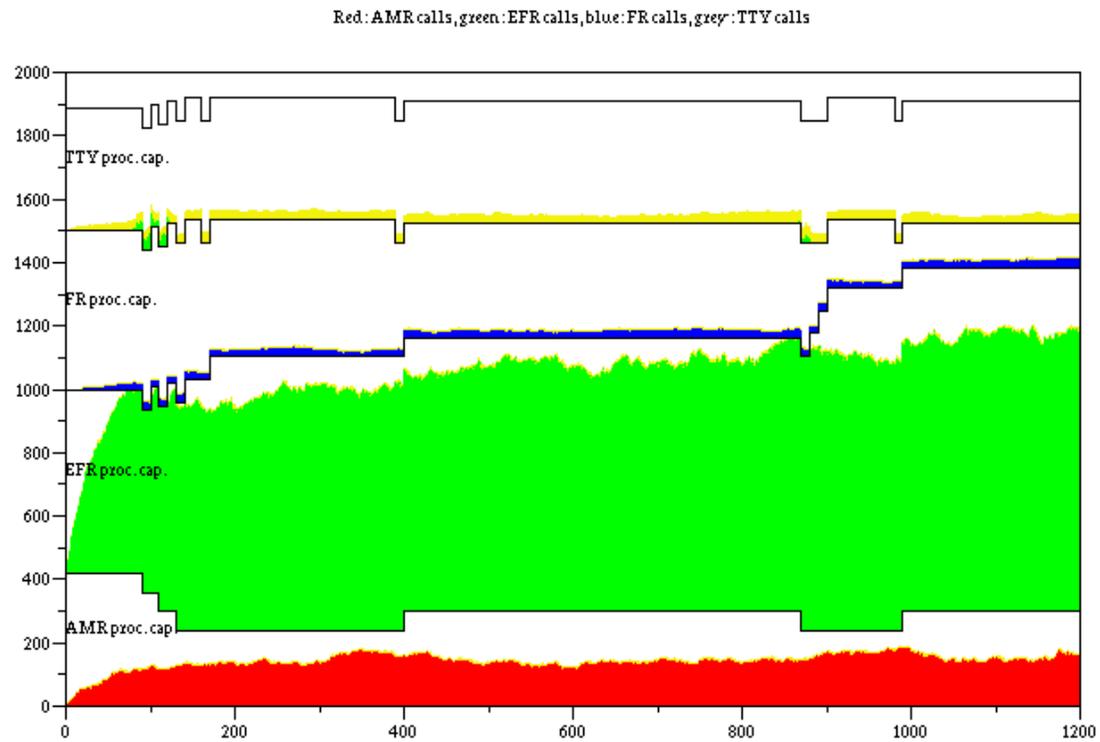
- > T_1 et T_2 dénotent respectivement la période qui commence et la suivante, la période de supervision est notée T .
- > À chaque période de supervision l'allocation des processeurs est remise en question:
 - Sur la base de prévision à court terme (lissage exponentiel double) d'intensité du trafic pour chaque codec pour (T_1 et) T_2 , on cherche la (re)configuration qui permet de maximiser la QoS pour (T_1 et) T_2 .
 - Au plus une (re)configuration est initiée.
 - Dans le cas d'une reconfiguration, T_1 et T_2 doivent être considérées car le processeur reconfigurer ne fournira pas de service pendant T_1 .



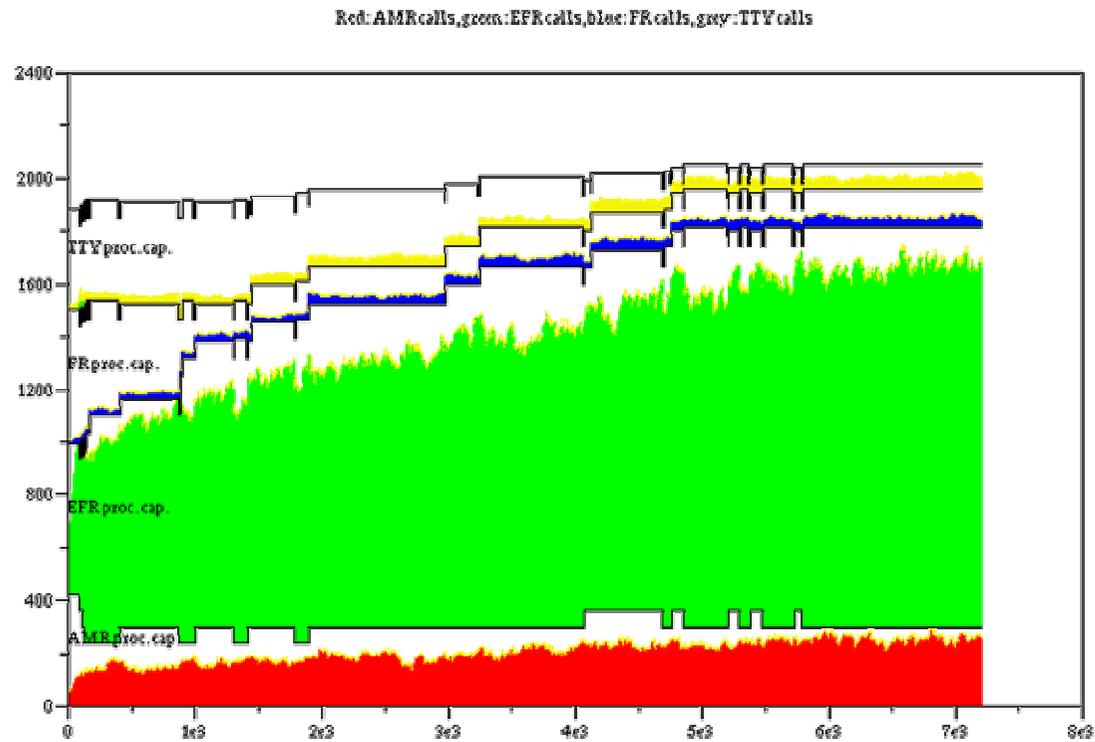
Plus formellement...

- > n_1, \dots, n_m : nombres de processeurs configurés pour les codecs $1, \dots, m$.
- > x_1, \dots, x_m et y_1, \dots, y_m : prévisions de trafic pour T_1 et T_2 (respectivement).
- > Si un processeur qui supporte le codec c est reconfiguré pour supporter le codec c' alors:
 - QoS T_1 : $-C(x_1, \dots, x_m; \dots, n_c - 1, \dots, n_{c'}, \dots)$
 - QoS T_2 : $-C(y_1, \dots, y_m; \dots, n_c - 1, \dots, n_{c'} + 1, \dots)$
- > La meilleure décision (reconfiguration ou rien) peut être identifiée après $2(1 + m(m-1))$ calculs de flot de moindre coût.

Exemple, au bout de 20 minutes

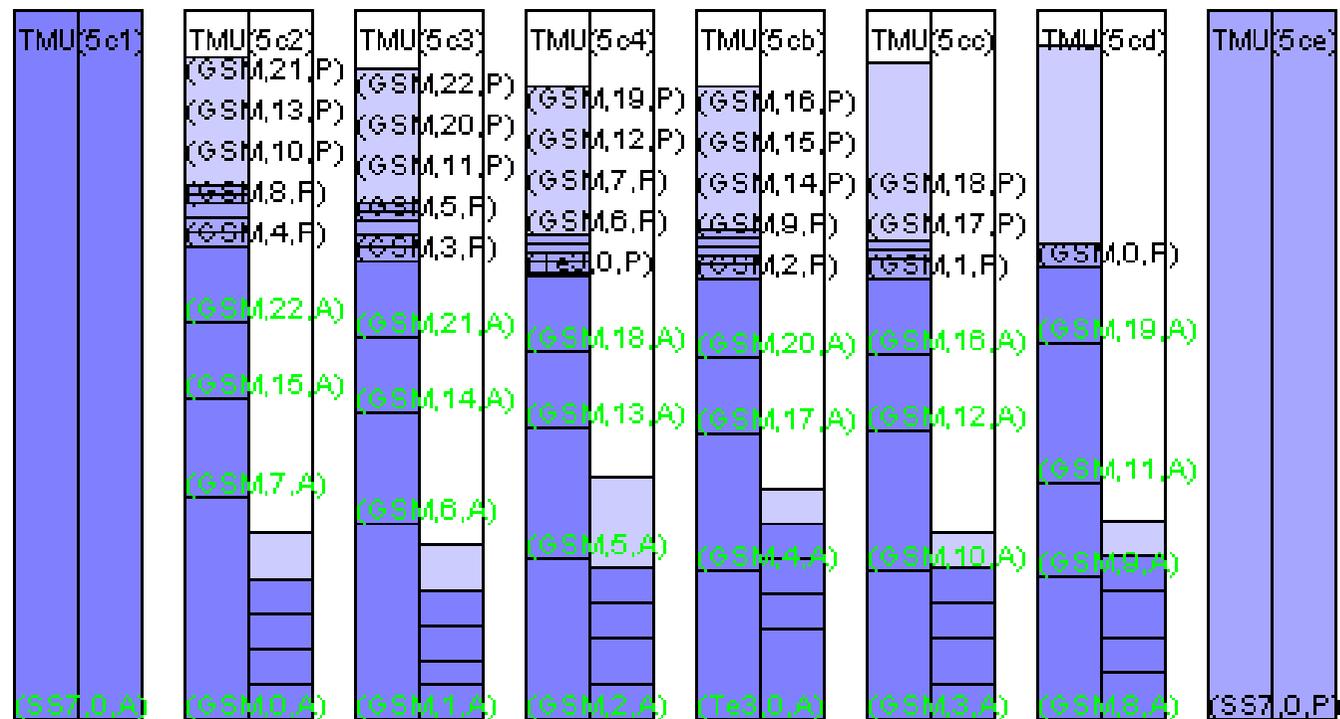


Exemple, au bout de 2 heures

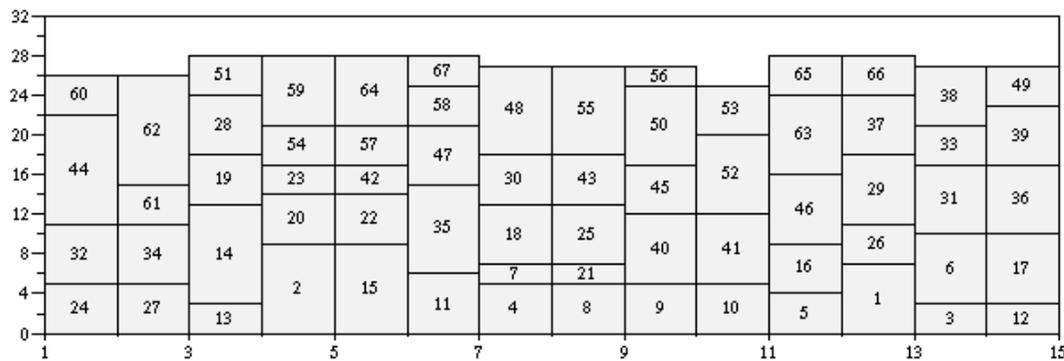
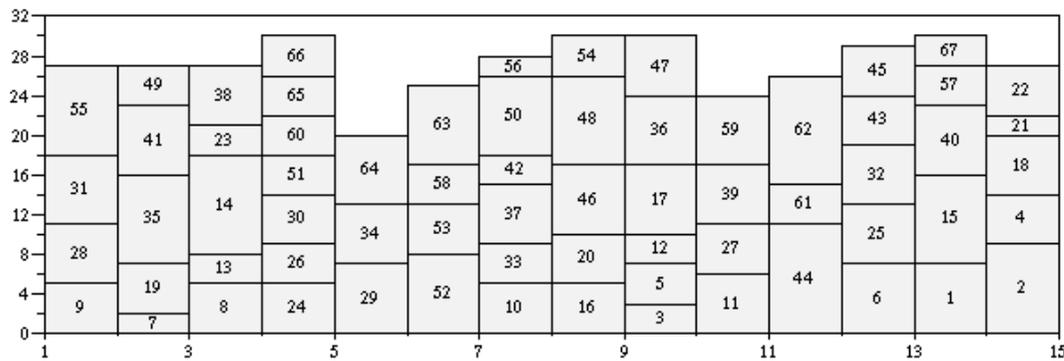
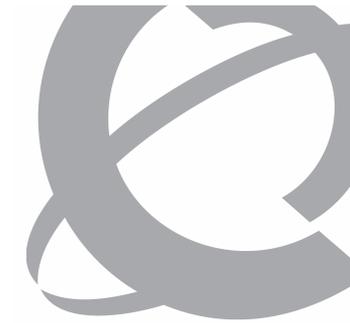




Répartition de charge [1]



Reconfiguration dynamique d'autocommutateurs répartis [2,3,4]



Coordonnées



R. Sirdey

Service d'architecture BSC/TCU, Nortel R&D

Parc des activités de Magny-les-Hameaux

Point Courrier 12A7

78928 Châteaufort Cedex 09, France

Tél. : +33 (0)1 69 55 41 18 (ESN : 574-4118)

Fax : +33 (0)1 69 55 31 25 (ESN : 574-3125)

E-mail : renauds@nortel.com



Références

- > M. Balinski. *Répartition des sièges*. Pour la Science, avril 2002.
- > P. Dell'Olmo, H. Kellerer, M. G. Speranza et Z. Tuza. *A 13/12 approximation algorithm for bin packing with extendable bins*. Information Processing Letters 65, 1998.
- > P. Dell'Olmo et M. G. Speranza}. *Approximation algorithms for partitioning small items in unequal bins to minimize the total size*. Discrete Applied Mathematics 94, 1999.
- > H. Kellerer et G. Woeginger. *A tight bound for 3-partitioning*. Discrete Applied Mathematics 45, 1993.
- > H. Kellerer, U. Pferschy et D. Pisinger. *Knapsack problems*. Springer, 2004.
- > M. Minoux. *Programmation mathématiques 2*. Dunod, 1983.
- > G. Yu. *On the max-min 0-1 knapsack problem with robust optimization applications*. Operations Research 44, 1996.



Références (suite)

1. R. Sirdey, D. Plainfossé et Jean-Pierre Gauthier. *A practical approach to combinatorial optimization problems encountered in the design of a high-availability distributed system*. Proceedings of INOC, 2003.
2. R. Sirdey, J. Carlier, H. Kerivin and D. Nace. On a resource-constrained scheduling problem with application to distributed systems reconfiguration. TR Nortel PE/BSC/INF/15593, 2005 (soumis et disponible sur [Optimization Online](#)).
3. R. Sirdey, J. Carlier and D. Nace. Approximate resolution of a resource-constrained scheduling problem. TR Nortel PE/BSC/INF/16550, 2006 (soumis et disponible sur [Optimization Online](#)).
4. R. Sirdey and H. Kerivin. A branch-and-cut algorithm for a resource-constrained scheduling problem. TR Nortel PE/BSC/INF/17633, 2006 (soumis et disponible sur [Optimization Online](#)).

