

Sur l'efficacité globale d'un schéma de type génération de colonnes : application à la planification en transport

Anass NAGIH

LITA

(Laboratoire d'Informatique Théorique et Appliquée)

Université Paul Verlaine - Metz

JFRO : Transport

(Journée Francilienne de Recherche Opérationnelle)

6 avril 2007

■ motes clés

Théorie

Optimisation

Décompositions et Relaxations

lagrangiennes et agrégées

Modèles

Couverture d'ensembles

Multi-flots

Plus court chemin

avec contraintes de ressources

Algorithmique

Génération de colonnes

Programmation dynamique

Ré-optimisation

Heuristiques lagrangiennes

Métaheuristiques

Applications

Transport aérien

Transport ferroviaire

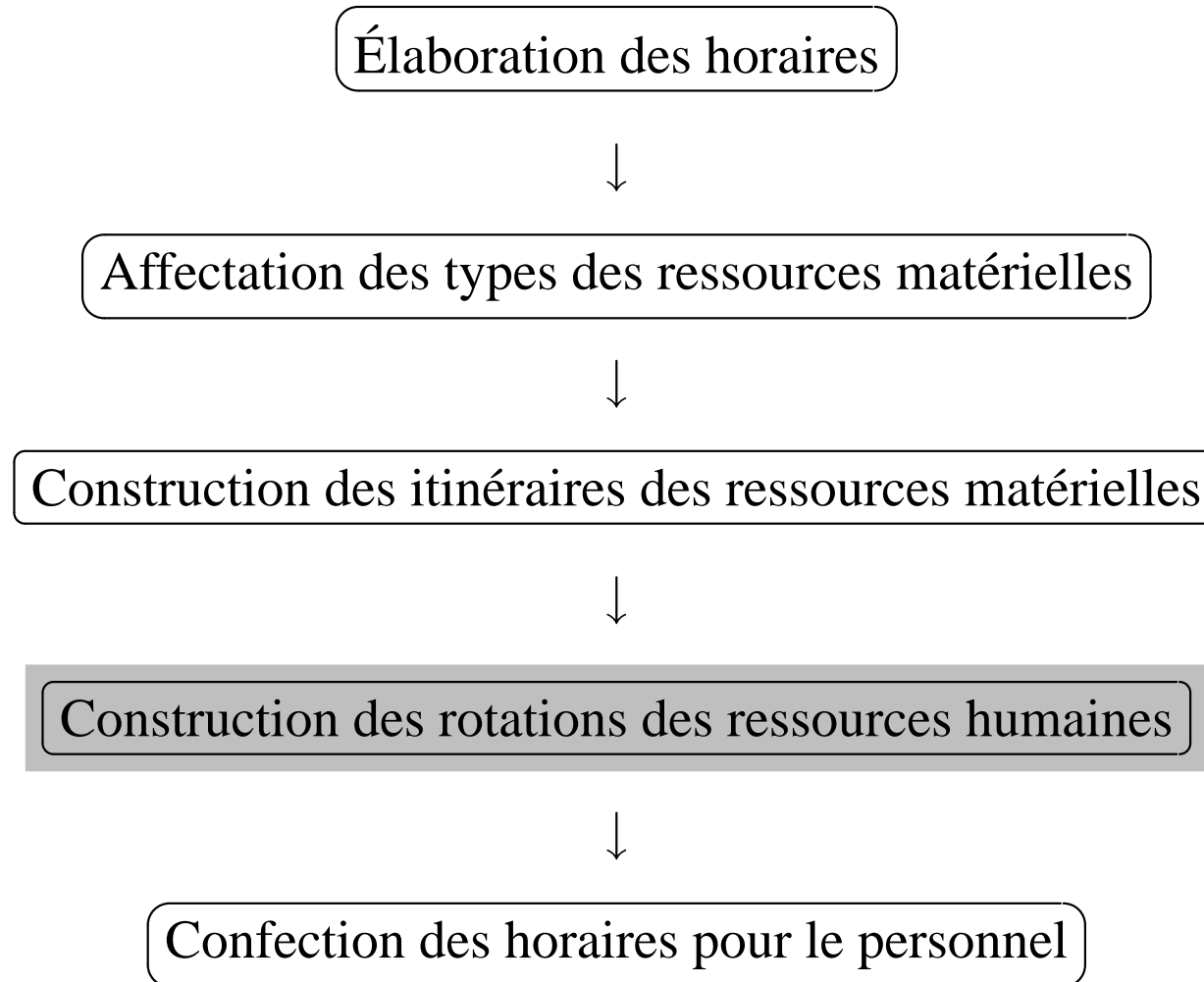
Transport de gaz

Télécommunications

■ Plan

- Processus de planification en transport
- Modélisation mathématique et approches de résolution
- Méthodes de décomposition
 - l'algorithme de génération de colonnes
 - étude de la convergence
- Conclusion et perspectives

■ Processus (classique) de planification en transport aérien



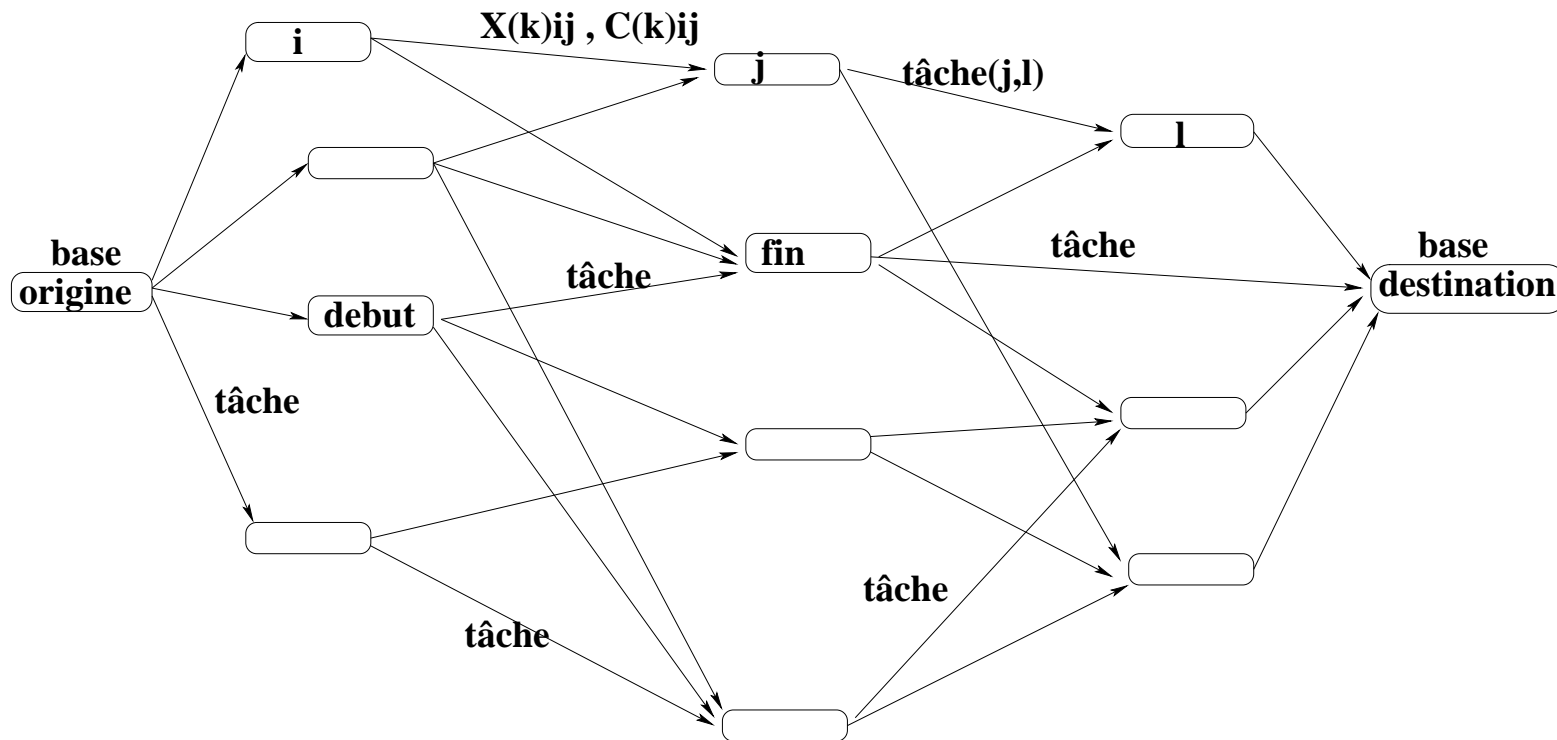
■ Approche de résolution heuristique

- solution (initiale) légale
 - heuristique constructive
 - affectations (partielles) successives
 - exploration de voisinages
 - définition d'un sous-ensemble restreint de solutions (fonction score)
 - échanges de blocs de tâches
- + méthode rapide, réactive
- optimisation locale, structure du problème

■ Approche de résolution par PPC

- description du domaine par des variables et des contraintes
 - réduction du domaine de chaque variable (propagation de contraintes, filtrage, consistance)
 - détermination d'une solution réalisable en explorant un arbre de recherche
- + incrémentalité (intégration de nouvelles informations)
convention compliquée
- temps de calcul élevé

■ Graphe (k) de tâches



- x_{ij}^k : variable entière $\neq 0$ si la l'arc (i, j) fait partie de la solution, et 0 sinon
 - c_{ij}^k : coût associé à l'arc (i, j) relativement à la commodité k
- assurer la **couverture** des tâches, en **respectant** les réglementations et en **minimisant** les coûts.

■ Modèle mathématique de type multi-flots

$$\text{opt} \quad \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in \mathcal{A}^k} c_{ij}^k x_{ij}^k \quad (1)$$

$$\text{s.c.} \quad \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in \mathcal{A}^k} \rho_{\omega, ij}^k x_{ij}^k = 1, \quad \forall \omega \in \Omega = \{\text{tâches}\} \quad (2)$$

$$\sum_{j: (o(k), j) \in \mathcal{A}^k} x_{o(k)j}^k \leq b^k, \quad \forall k \in K = \{(\text{types})\text{commodités}\} \quad (3)$$

$$\sum_{j: (i,j) \in \mathcal{A}^k} x_{ij}^k - \sum_{j: (j,i) \in \mathcal{A}^k} x_{ji}^k = 0, \quad \forall i \in \mathcal{N}^k, k \in K \quad (4)$$

$$\sum_{i: (i, d(k)) \in \mathcal{A}^k} x_{id}^k \leq b^k, \quad \forall k \in K \quad (5)$$

$$x_{ij}^k \geq 0, \quad \forall (i, j) \in \mathcal{A}^k, k \in K \quad (6)$$

$$x_{ij}^k \text{ entier} \quad \forall (i, j) \in \mathcal{A}^k, k \in K \quad (7)$$

$$(8)$$

■ Modèle mathématique de type multi-flots

$$\text{opt} \quad \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in \mathcal{A}^k} c_{ij}^k x_{ij}^k \quad (9)$$

$$\text{s.c.} \quad \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in \mathcal{A}^k} \rho_{\omega,ij}^k x_{ij}^k = 1, \quad \forall \omega \in \Omega = \{\text{tâches}\} \quad (10)$$

$$\sum_{j:(o(k),j) \in \mathcal{A}^k} x_{o(k)j}^k \leq b^k, \quad \forall k \in K = \{(\text{types})\text{commodités}\} \quad (11)$$

$$\sum_{j:(i,j) \in \mathcal{A}^k} x_{ij}^k - \sum_{j:(j,i) \in \mathcal{A}^k} x_{ji}^k = 0, \quad \forall i \in \mathcal{N}^k, k \in K \quad (12)$$

$$\sum_{i:(i,d(k)) \in \mathcal{A}^k} x_{id}^k \leq b^k, \quad \forall k \in K \quad (13)$$

$$x_{ij}^k \geq 0, \quad \forall (i,j) \in \mathcal{A}^k, k \in K \quad (14)$$

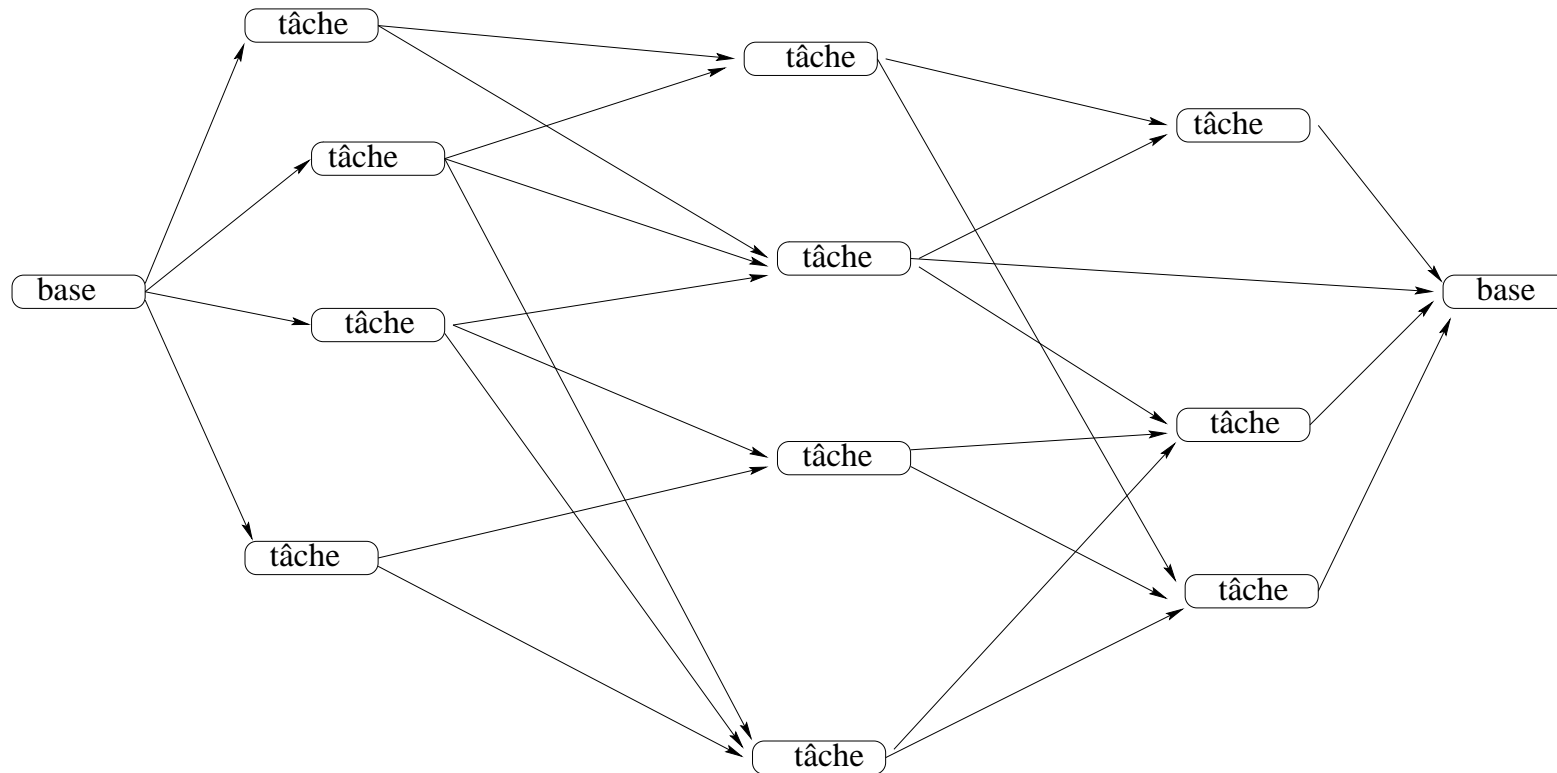
$$x_{ij}^k \text{ entier} \quad \forall (i,j) \in \mathcal{A}^k, k \in K \quad (15)$$

$$x_{ij}^k \left(T_i^{r(k)} + t_{ij}^{r(k)} - T_j^{r(k)} \right) \leq 0, \quad \forall (i,j) \in \mathcal{A}^k, r \in \mathcal{R}, k \in K \quad (16)$$

$$T_j^{r(k)} \in [a_j^{r(k)}, b_j^{r(k)}], \quad (17)$$

$$\forall j \in \mathcal{V}^k, r \in \mathcal{R}, k \in K$$

■ Graphe de tâches - générateur de solutions



- x_{ij} : variable binaire, valant 1 si l'arc (i, j) fait partie de la solution, et 0 sinon
- c_{ij} : coût associé à l'arc (i, j)

→ *Problème auxiliaire (PA)*

■ Modèle mathématique de type partitionnement

- x_r : variable associée à la solution r du (PA)
vaut 1 si la solution r du (PA) est utilisée, et 0 sinon
- a_{wr} : vaut 1 si la solution r du (PA) couvre la tâche w , et 0 sinon
- c_r : coût de la solution r

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \quad \sum_{r \in R} c_r x_r \\ \\ s.c. \quad \sum_{r \in R} a_{wr} x_r = 1, \quad \forall w \in \{\text{tâches}\} \\ \\ \quad \quad \quad x_r \in \{0, 1\}, \quad \forall r \in \{\text{solutions réglementaires}\}, \end{array} \right.$$

→ *Problème maître (PM)*

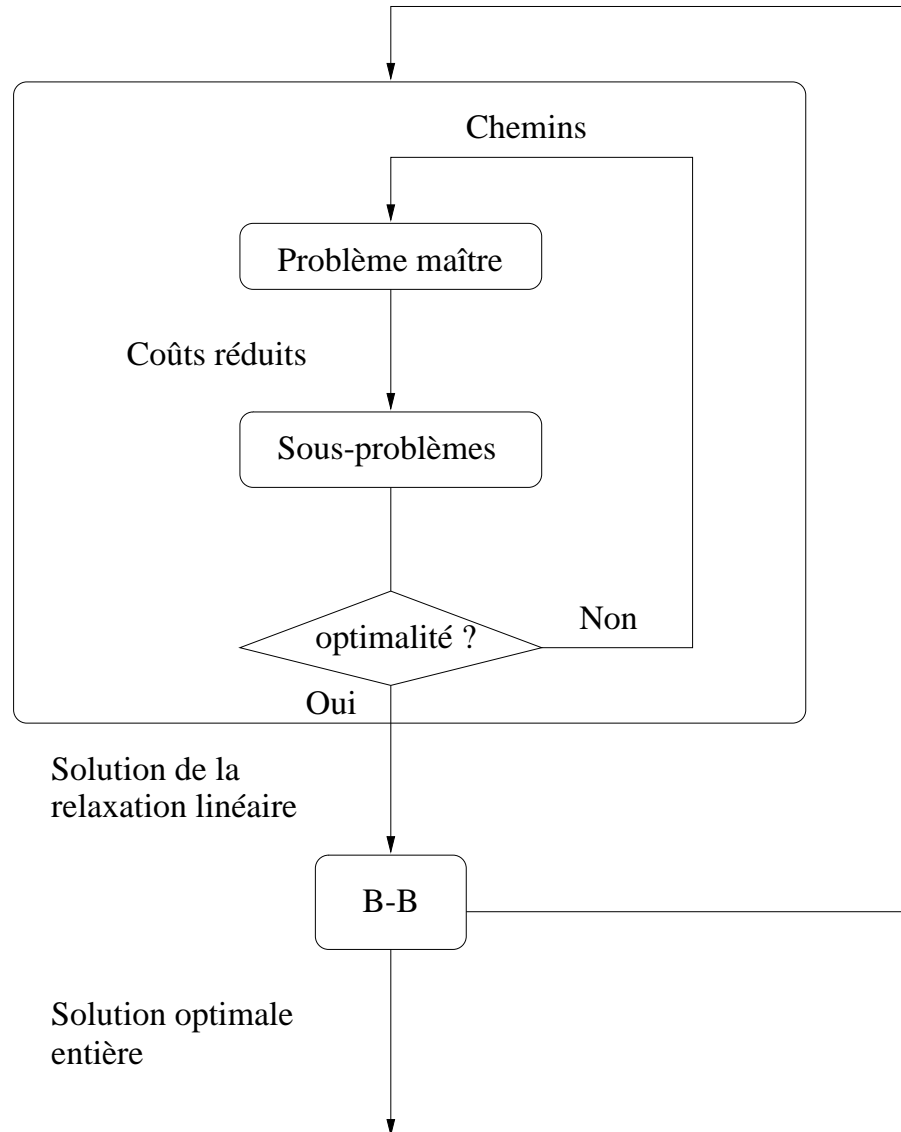
- Décomposition : Partitionnement / Plus court chemin contraint
- Génération de colonnes en nombres entiers ou intégrée dans un schéma de Branch & Bound/Price

■ Décomposition par commodité

$$\begin{aligned}
 & \text{opt} \quad \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in \mathcal{A}^k} c_{ij}^k x_{ij}^k \\
 \text{s.c.} \quad & \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in \mathcal{A}^k} \rho_{\omega, ij}^k x_{ij}^k = 1, \quad \forall \omega \in \Omega = \{\text{tâches}\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{j: (o(k), j) \in \mathcal{A}^k} x_{o(k)j}^k \leq b^k, \quad \forall k \in K = \{\text{commodités}\} \\
 & \sum_{j: (i,j) \in \mathcal{A}^k} x_{ij}^k - \sum_{j: (j,i) \in \mathcal{A}^k} x_{ji}^k = 0, \quad \forall i \in \mathcal{N}^k, \forall k \in K \\
 & \sum_{i: (i, d(k)) \in \mathcal{A}^k} x_{id}^k \leq b^k, \quad \forall k \in K \\
 & x_{ij}^k \geq 0, \quad \forall (i,j) \in \mathcal{A}^k, \forall k \in K \\
 & x_{ij}^k \text{ entier} \quad \forall (i,j) \in \mathcal{A}^k, \forall k \in K \\
 & x_{ij}^k \left(T_i^{r(k)} + t_{ij}^{r(k)} - T_j^{r(k)} \right) \leq 0, \quad \forall (i,j) \in \mathcal{A}^k, r \in \mathcal{R}, \forall k \in K \\
 & T_j^{r(k)} \in [a_j^{r(k)}, b_j^{r(k)}], \quad \forall j \in \mathcal{V}^k, r \in \mathcal{R}, \forall k \in K
 \end{aligned}$$

■ Schéma itératif de résolution



■ Critiques

- + optimisation globale
- + planification stratégique
- aléas
- planification opérationnelle (temps de calcul)

■ Résolution directe / Résolution par génération de colonnes

- Minimiser le nombre de locomotives utilisées (chemins de la source au puits)
- Couverture **pondérée** de tâches
- Plusieurs types de locomotives (plusieurs problèmes auxiliaires)

| nb de tâches | Résolution directe | | | | | Génération de colonnes | | | | |
|--------------|--------------------|-----------|-----------|--------|---------------|------------------------|------|-----------|---------|---------------|
| | en continu | | en entier | | écart relatif | en continu | | en entier | | écart relatif |
| | valeur | cpu(sec.) | valeur | cpu | | val(PMR) | cpu | val(PMRE) | cpu | |
| 20 | 12.25 | 0.05 | 15 | 0.26 | 15.0% | 13.66 | 0.02 | 15 | 1.30 | 8.9% |
| 30 | 15.25 | 0.33 | 18 | 0.18 | 15.3% | 17.08 | 0.12 | 19 | 7.60 | 19.7% |
| 60 | 19.25 | 102.00 | 23 | 163.00 | 16.3% | 21.58 | 0.69 | 26 | 83.00 | 25.9% |
| 100 | 27.25 | 1494.00 | *52 | >3600 | 47.6% | 30.25 | 1.24 | 37 | 507.00 | 18.2% |
| 140 | *12.00 | >3600 | – | >3600 | – | 27.91 | 0.71 | 34 | 1524.00 | 17.9% |

- Extraits d'instances SNCF-Fret
- Tests réalisés à l'aide de la plate-forme COGiTO / Cplex10.1

[Jalila Sadki-Fenzar, Laurent Alfandari, Agnès Plateau (2006)]

■ Résolution directe / Résolution par génération de colonnes

- Minimiser le nombre de locomotives utilisées (chemins de la source au puits)
- Couverture **pondérée** de tâches
- Plusieurs types de locomotives (plusieurs problèmes auxiliaires)

| nb de tâches | Résolution directe | | | | | Génération de colonnes | | | | |
|--------------|--------------------|-----------|-----------|--------|---------------|------------------------|------|-----------|---------|---------------|
| | en continu | | en entier | | écart relatif | en continu | | en entier | | écart relatif |
| | valeur | cpu(sec.) | valeur | cpu | | val(PMR) | cpu | val(PMRE) | cpu | |
| 20 | 12.25 | 0.05 | 15 | 0.26 | 15.0% | 13.66 | 0.02 | 15 | 1.30 | 8.9% |
| 30 | 15.25 | 0.33 | 18 | 0.18 | 15.3% | 17.08 | 0.12 | 19 | 7.60 | 19.7% |
| 60 | 19.25 | 102.00 | 23 | 163.00 | 16.3% | 21.58 | 0.69 | 26 | 83.00 | 25.9% |
| 100 | 27.25 | 1494.00 | *52 | >3600 | 47.6% | 30.25 | 1.24 | 37 | 507.00 | 18.2% |
| 140 | *12.00 | >3600 | – | >3600 | – | 27.91 | 0.71 | 34 | 1524.00 | 17.9% |

- Extraits d'instances SNCF-Fret
- Tests réalisés à l'aide de la plate-forme COGiTO / Cplex10.1

[Jalila Sadki-Fenzar, Laurent Alfandari, Agnès Plateau (2006)]

■ Résolution directe / Résolution par génération de colonnes

- Minimiser le nombre de locomotives utilisées (chemins de la source au puits)
- Couverture **pondérée** de tâches
- Plusieurs types de locomotives (plusieurs problèmes auxiliaires)

| nb de tâches | Résolution directe | | | | | Génération de colonnes | | | | |
|--------------|--------------------|-----------|-----------|--------|---------------|------------------------|------|-----------|---------|---------------|
| | en continu | | en entier | | écart relatif | en continu | | en entier | | écart relatif |
| | valeur | cpu(sec.) | valeur | cpu | | val(PMR) | cpu | val(PMRE) | cpu | |
| 20 | 12.25 | 0.05 | 15 | 0.26 | 15.0% | 13.66 | 0.02 | **15 | 1.30 | 8.9% |
| 30 | 15.25 | 0.33 | 18 | 0.18 | 15.3% | 17.08 | 0.12 | **19 | 7.60 | 19.7% |
| 60 | 19.25 | 102.00 | 23 | 163.00 | 16.3% | 21.58 | 0.69 | **26 | 83.00 | 25.9% |
| 100 | 27.25 | 1494.00 | *52 | >3600 | 47.6% | 30.25 | 1.24 | **37 | 507.00 | 18.2% |
| 140 | *12.00 | >3600 | – | >3600 | – | 27.91 | 0.71 | **34 | 1524.00 | 17.9% |

- Extraits d'instances SNCF-Fret
- Tests réalisés à l'aide de la plate-forme COGiTO / Cplex10.1

[Jalila Sadki-Fenzar, Laurent Alfandari, Agnès Plateau (2006)]

■ Critiques

- + Optimisation globale
- + planification stratégique et tactique

- Aléas
- planification opérationnelle

- Réduction du temps d'exécution
- Approches alternatives (horizons glissants, ...)

■ Algorithme générique de génération de colonnes

itération courante

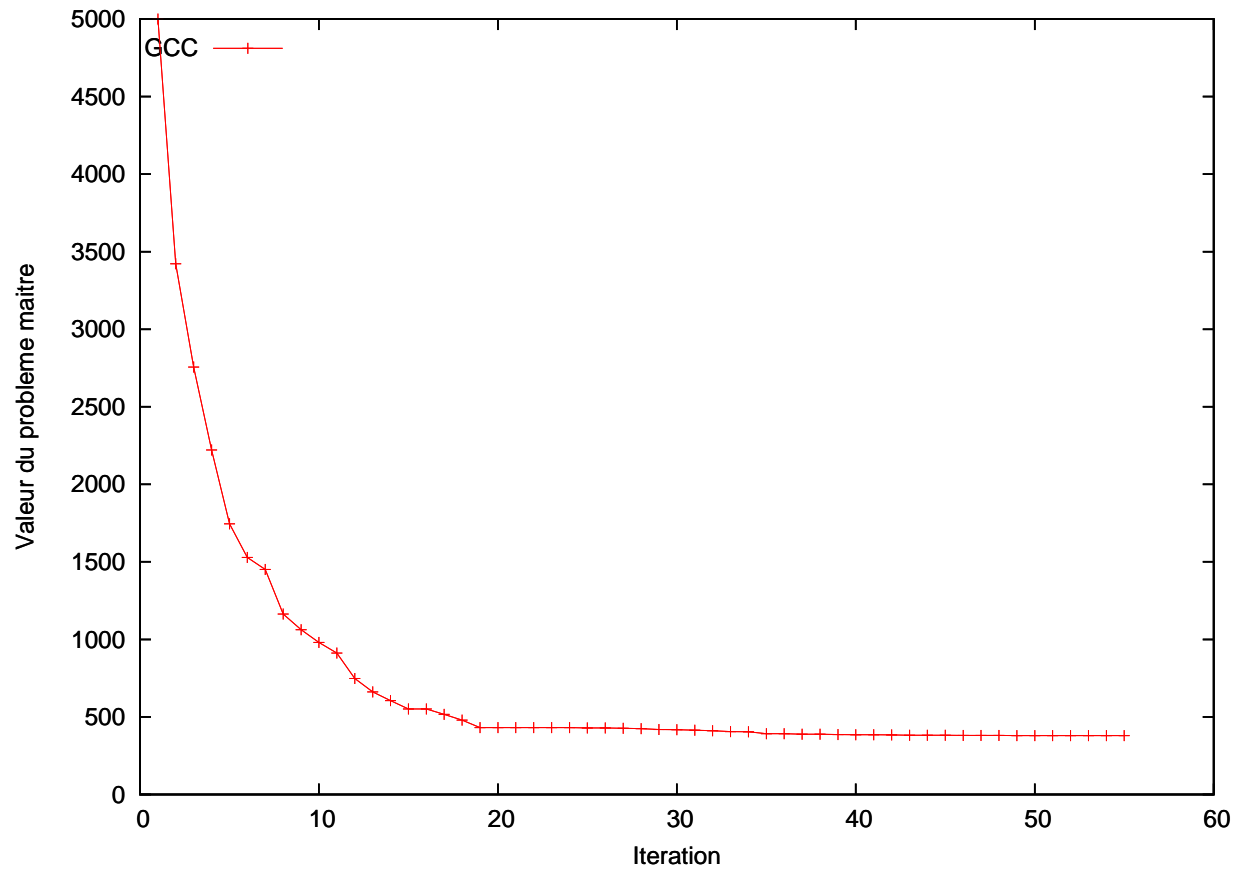
problème maître (PM) :

- résoudre le PM réduit (PMR)
- déterminer une solution duale

problème auxiliaire (PA) :

- mettre à jour l'objectif (avec la nouvelle solution duale)
- résoudre le PA
- solution(s) primale(s) réalisable(s)
- construire une(des) colonne(s) pour le PMR

■ Convergence de la génération de colonnes



Évolution de val(PMR) au cours des itérations

■ Accélération de l'algorithme de génération de colonnes

- Réduire le nombre d'itérations
- Réduire le temps de résolution d'une itération

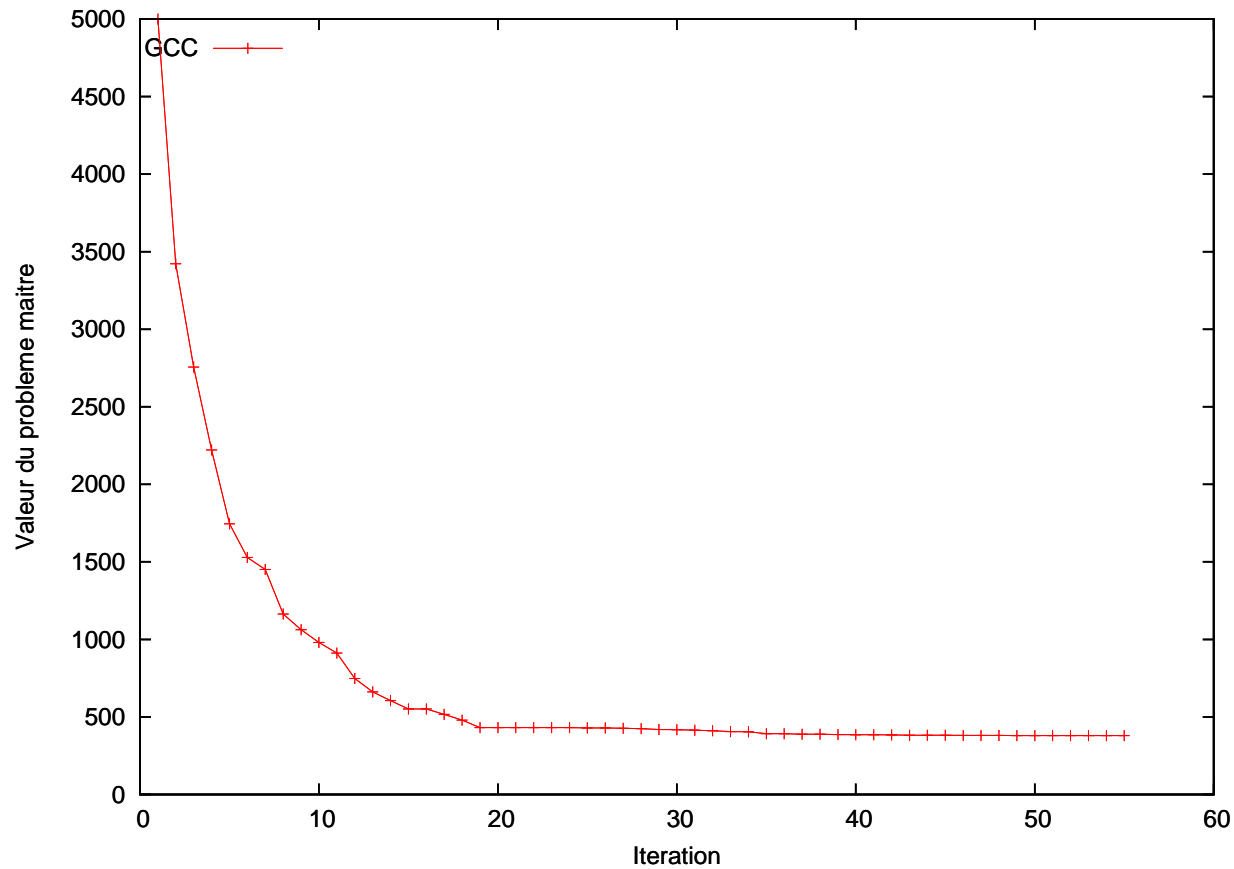
- Réduction du temps de résolution du PM
- Réduction du temps de résolution du PA

■ Accélération de l'algorithme de génération de colonnes

- Réduire le nombre d'itérations
 - stabilisation, perturbation...
- Réduire le temps de résolution d'une itération

- Réduction du temps de résolution du PM
 - coupes, relaxations partielles...
- Réduction du temps de résolution du PA

■ Convergence de la génération de colonnes



Évolution de val(PMR) au cours des itérations

■ Accélération de l'algorithme de génération de colonnes

- Réduire le nombre d'itérations
 - stabilisation, perturbation, **diversification**, ...
- Réduire le temps de résolution d'une itération
 - **ré-optimisation**, **agrégation**, **approximation**...
- Réduction du temps de résolution du PM
 - coupes, relaxations partielles, **diversification**, ...
- Réduction du temps de résolution du PA
 - **ré-optimisation**, **agrégation**, **approximation**...

■ Étude 1 : Agrégation

- Trois instances de petite taille (rotation d'équipages)

| pilotes | rotations | noeuds | arcs | tps | tps(PM) | tps(PA) |
|---------|-----------|--------|--------|------|---------|---------|
| 25 | 138 | 5 252 | 9 291 | 0h05 | 13% | 87% |
| 39 | 177 | 10 817 | 17 027 | 0h11 | 7% | 93% |
| 48 | 198 | 11 251 | 17 682 | 0h16 | 4% | 96% |

- Trois instances de taille plus grande (rotation d'équipages)

| pilotes | rotations | noeuds | arcs | CPU | CPU(PM) | CPU(PA) |
|---------|-----------|--------|---------|------|---------|---------|
| 46 | 267 | 16 610 | 28 146 | 1h04 | 10% | 90% |
| 62 | 329 | 28 497 | 45 194 | 1h10 | 21% | 79% |
| 108 | 568 | 77 802 | 128 201 | 5h42 | 28% | 72% |

- Extraits d'instances Air Canada
- Tests réalisés à l'aide du logiciel Gencol (GERAD) / Cplex?..?

[François Soumis (2003)]

■ Problème de plus court chemin contraint

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i,j} c_{ij} x_{ij} \\ \text{s.c.} \quad & \sum_i x_{ij} - \sum_i x_{ji} = e_j, \quad j \in \mathcal{V} \\ & x_{ij} \geq 0, \quad (i,j) \in \mathcal{A} \\ & x_{ij} (T_i^r + t_{ij}^r - T_j^r) \leq 0, \quad (i,j) \in \mathcal{A}, r \in \mathcal{R} \\ & T_j^r \in [a_j^r, b_j^r], \quad j \in \mathcal{V}, r \in \mathcal{R} \end{aligned}$$

- $\mathcal{V} = \mathcal{N} \cup \{o\} \cup \{d\}$: ensemble des noeuds
- \mathcal{A} : ensemble des arcs • \mathcal{R} : ensemble des ressources
- $e_o = -1$; $e_d = 1$; $e_j = 0, j \in \mathcal{N}$

→ Réduction du temps (global) d'exécution

■ Résolution par programmation dynamique

- $\mathcal{G} = (\mathcal{A}, \mathcal{V})$ graphe acyclique
- Noeuds dans l'ordre topologique
- Algorithme de type pulling
- Au noeud j
 1. prolongement : génération des étiquettes
 2. filtrage : test de réalisabilité
 3. **dominance** : élimination des étiquettes non efficaces

■ Difficulté

- Grand réseau
- Plusieurs ressources → très grand nombre d'étiquettes

■ Approche heuristique

- Ne pas dominer sur toutes les ressources
→ solution réalisable, non optimale

■ Difficulté

- Grand réseau
- Plusieurs ressources → très grand nombre d'étiquettes

■ Approche heuristique

- Ne pas dominer sur toutes les ressources
→ solution réalisable, non optimale

■ Améliorer l'efficacité (globale) de la résolution

- *réduction de l'espace des états*

■ Projection de l'espace des ressources (1/2)

$$\begin{array}{ccc} \Pi & : & \mathcal{R} \cup \{C\} & \longrightarrow & \mathcal{R}' \\ & & T = (T^1, T^2, \dots, T^n, C) & \longmapsto & \tilde{T} = (\tilde{T}^1, \tilde{T}^2, \dots, \tilde{T}^m) \end{array}$$

$\Pi = (\Pi_{ij})$ matrice de projection $m \times (n + 1)$, ($m < n$)

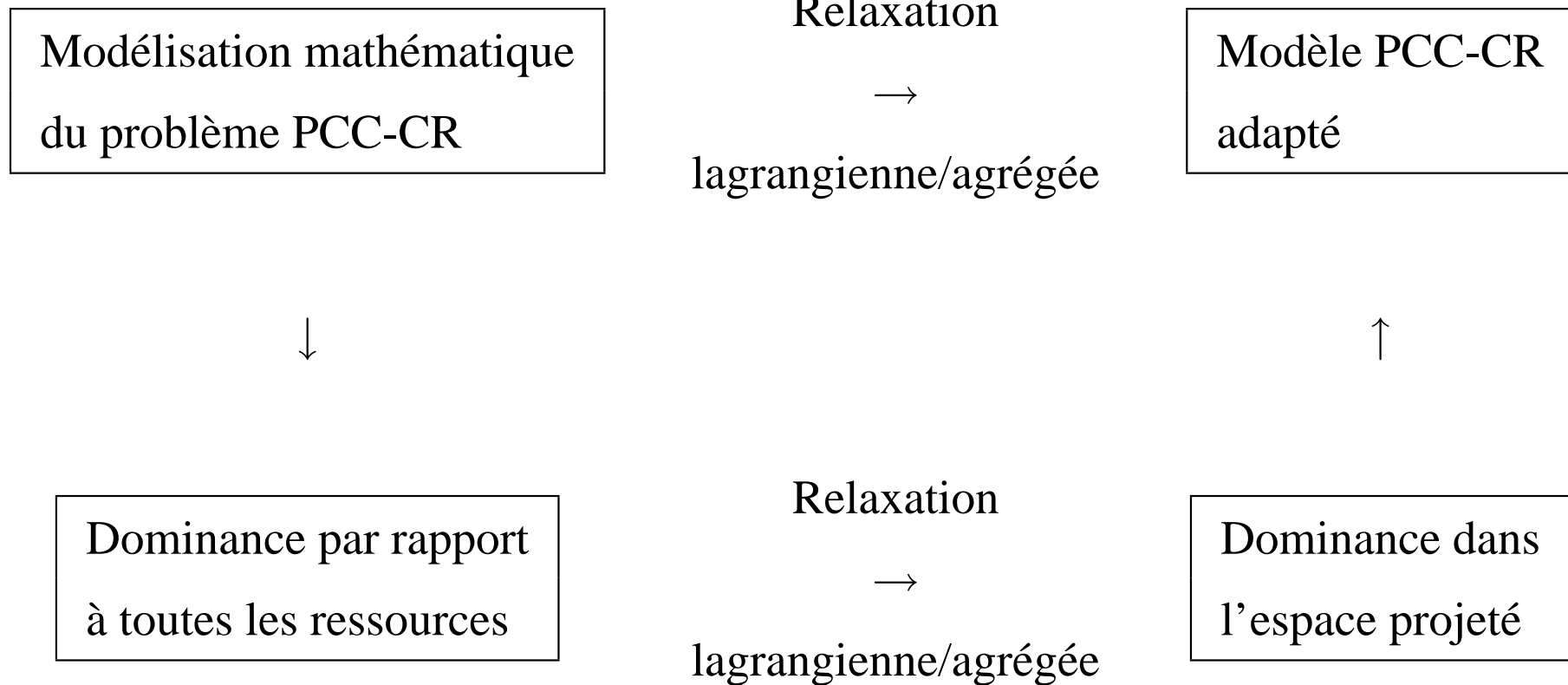
$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{T}^1 \\ \vdots \\ \tilde{T}^p \\ \vdots \\ \tilde{T}^m \end{array} \right. = \begin{array}{l} \Pi_{11}T^1 + \dots + \Pi_{1r}T^r + \dots + \Pi_{1n}T^n + \Pi_{1(n+1)}C \\ \Pi_{p1}T^1 + \dots + \Pi_{pr}T^r + \dots + \Pi_{pn}T^n + \Pi_{p(n+1)}C \\ \Pi_{m1}T^1 + \dots + \Pi_{mr}T^r + \dots + \Pi_{mn}T^n + \Pi_{m(n+1)}C \end{array}$$

■ Projection de l'espace des ressources (2/2)

- $\mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_m$ partition de l'ensemble des ressources \mathcal{R}
- Agrégation des éléments de $\mathcal{R}_p, p \in \{1, \dots, m\}$
- Matrice de projection de la forme

$$\begin{bmatrix} \overbrace{* \dots *}^{\mathcal{R}_1} & 0 \dots 0 & 0 \dots 0 & 0 \dots 0 \\ 0 \dots 0 & \overbrace{* \dots *}^{\mathcal{R}_2} & 0 \dots 0 & 0 \dots 0 \\ \vdots & & & \vdots \\ 0 \dots 0 & 0 \dots 0 & 0 \dots 0 & \overbrace{* \dots *}^{\mathcal{R}_m} \end{bmatrix}$$

■ Comment ajuster la matrice de projection ?



■ Algorithme générique de GC *modifié*

itération courante

Projection constante

problème maître (PM) :

- résoudre le PM réduit

problème auxiliaire (PA) :

- calculer la valeur du PA

Projection adaptative

problème maître (PM) :

- résoudre le PM réduit

problème auxiliaire (PA) :

- résoudre le *dual lagrangien*
- ajuster la matrice de projection
- calculer la valeur du PA *agrégé*

■ Réduction de l'espace des états

- Agrégation des ressources par relaxation lagrangienne
→ Projection par sommet (instances Air Canada)

| réseaux | noeuds | arcs | tâches | ressources | CPU(PA) | évolution |
|---------|--------|-------|--------|------------|---------|-----------|
| 21 | 928 | 15494 | 111 | 4 | 83.4 s | -35.5% |
| 23 | 1334 | 24919 | 256 | 4 | 328.9 s | +20.6% |
| 23 | 1586 | 33444 | 387 | 4 | 751.8 s | +27.4% |

■ Réduction de l'espace des états

- Agrégation des ressources par relaxation lagrangienne
→ Projection par sommet (instances Air Canada)

| réseaux | noeuds | arcs | tâches | ressources | CPU(PA) | évolution |
|---------|--------|-------|--------|------------|---------|-----------|
| 21 | 928 | 15494 | 111 | 4 | 83.4 s | -35.5% |
| 23 | 1334 | 24919 | 256 | 4 | 328.9 s | +20.6% |
| 23 | 1586 | 33444 | 387 | 4 | 751.8 s | +27.4% |

+ Réduction du temps d'exécution des problèmes auxiliaires

- Instabilité

■ Accélération de l'algorithme de génération de colonnes

- Réduire le nombre d'itérations
 - stabilisation, perturbation, **diversification**, ...
- Réduire le temps de résolution d'une itération
 - ré-optimisation, agrégation, approximation...

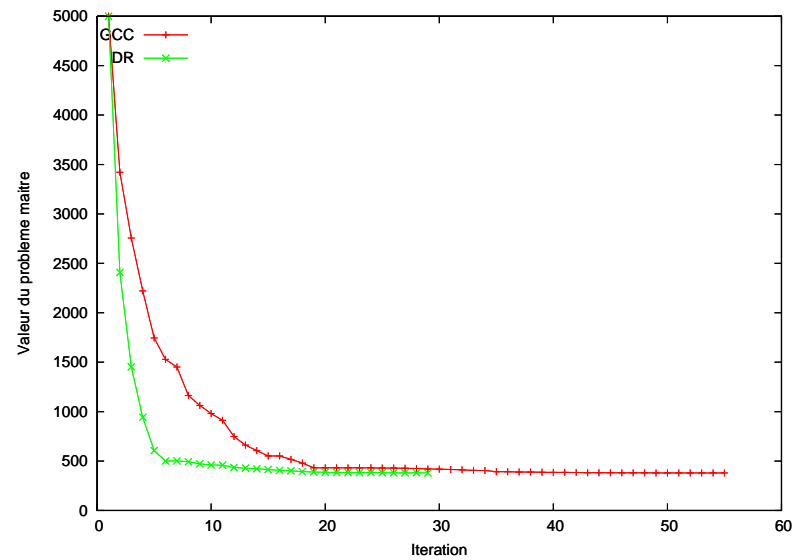
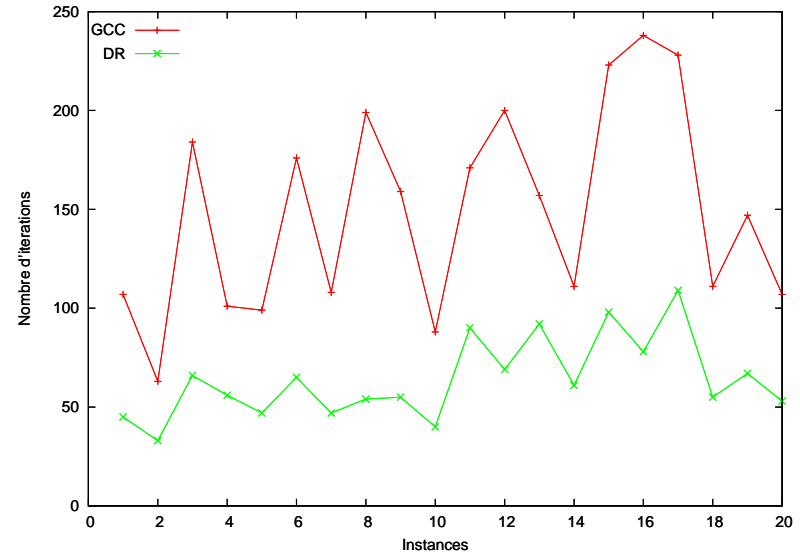
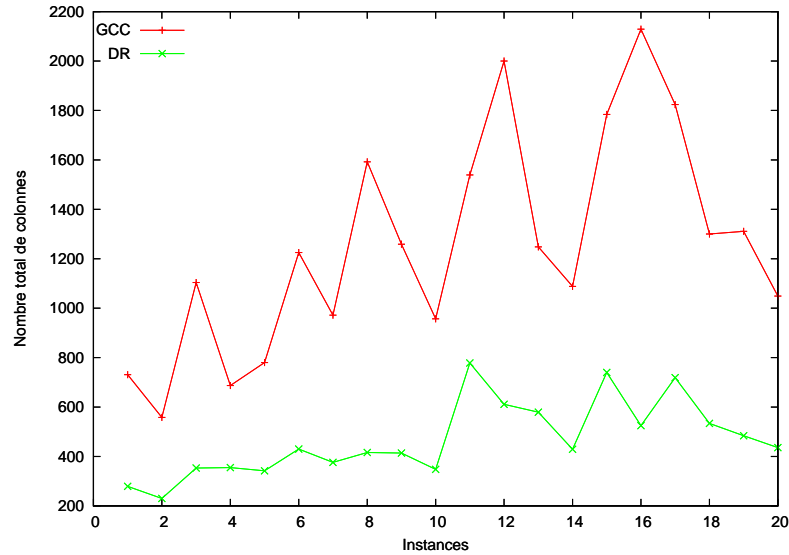
- Réduction du temps de résolution du PM
 - coupes, relaxations partielles, **diversification**, ...
- Réduction du temps de résolution du PA
 - ré-optimisation, agrégation, approximation...

■ Étude 2 : Diversification

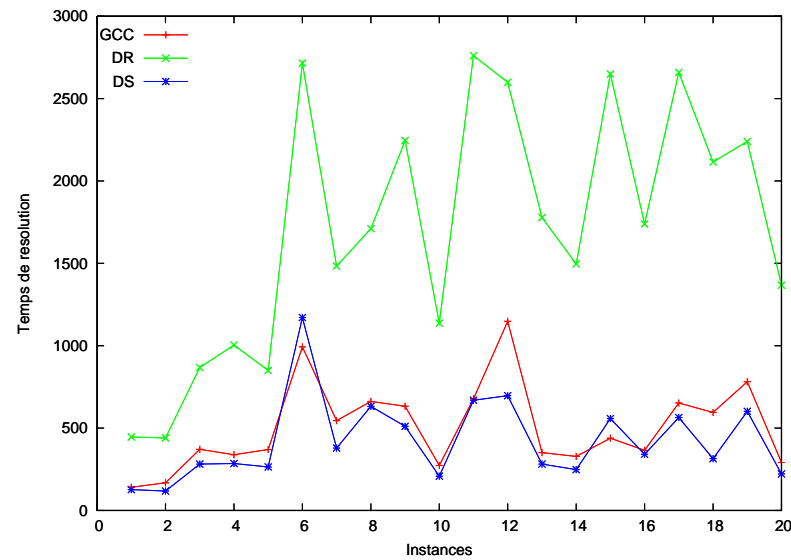
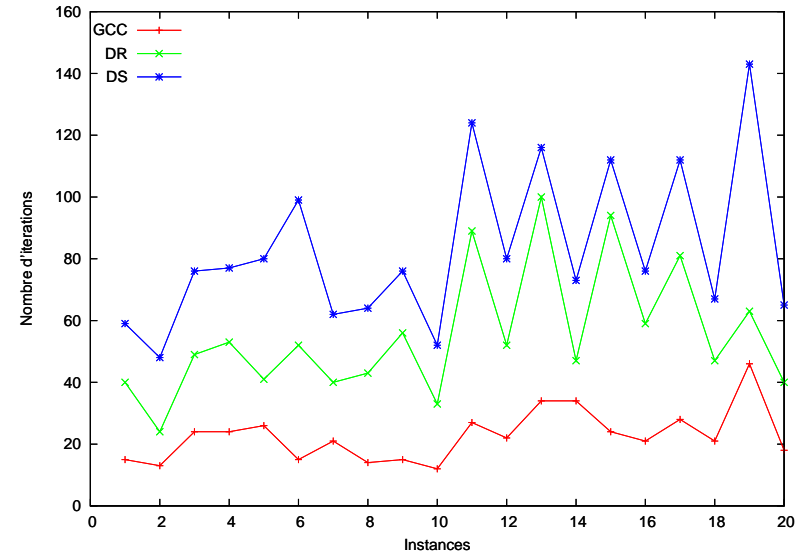
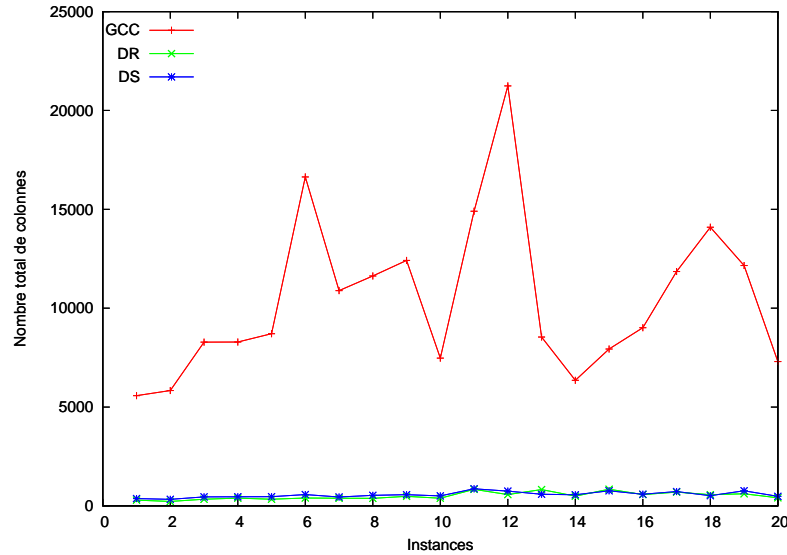
- Objectifs :
 - générer des solutions complémentaires
 - couvrir à un maximum de tâches avec un nb min[max]imum de chemins
- Procédures :
 - DR : calcul de PCC sur une suite de sous-graphes partiels
 - DS : sélection d'un ensemble de PCC disjoints
- instances avec une fenêtre de temps (par sommet)
- Tests réalisés à l'aide de la plate-forme COGiTO / Cplex10.1

[Nora Touati, Lucas Létocart 2006]

■ Étude 2 : Impact de la DR sur la qualité des solutions



■ Étude 2 : Impact de la DS sur le temps de calcul

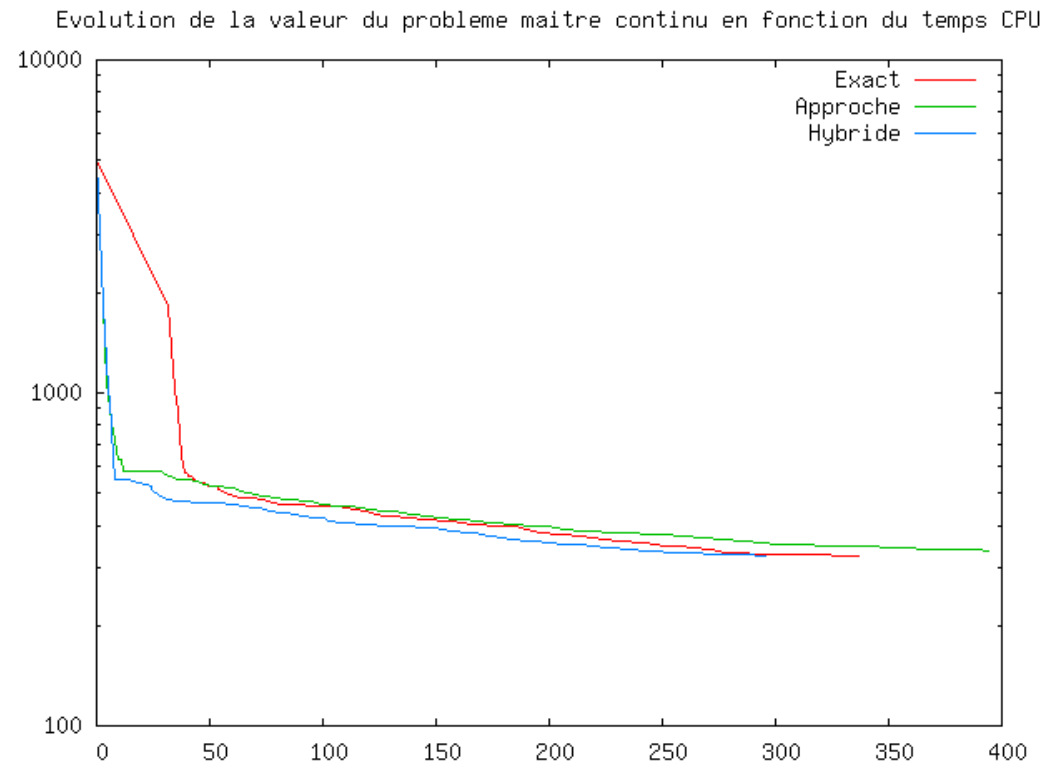


■ Accélération de l'algorithme de génération de colonnes

- Réduire le nombre d'itérations
 - stabilisation, perturbation, diversification, ...
- Réduire le temps de résolution d'une itération
 - ré-optimisation, agrégation, [approximation](#)...

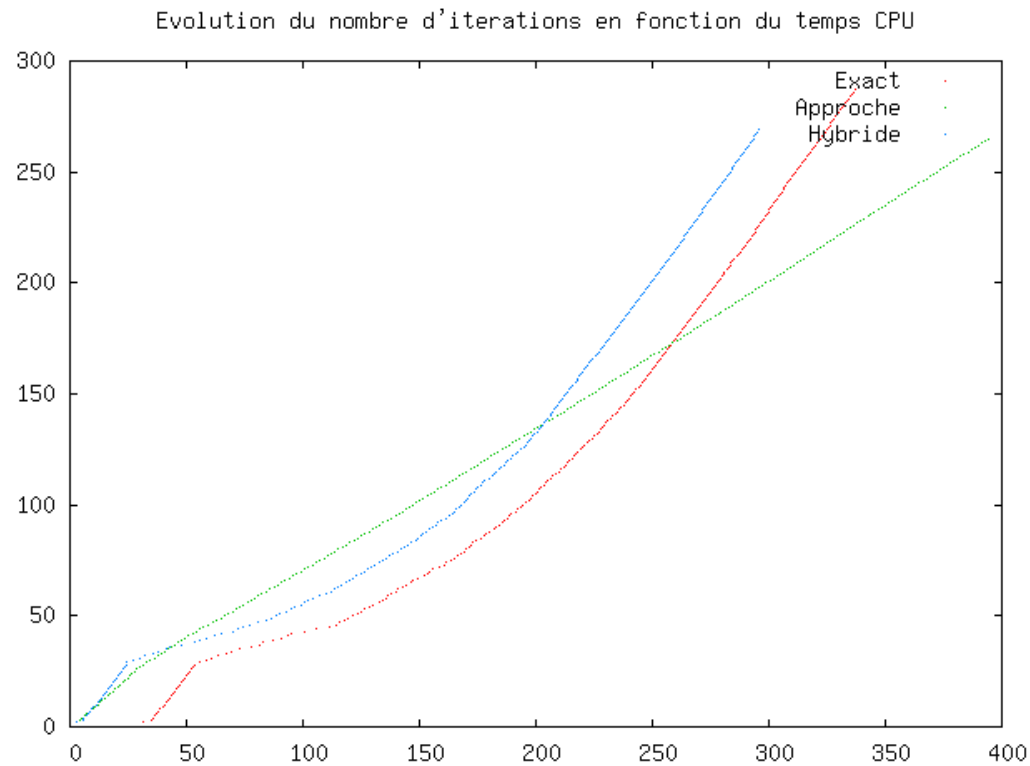
- Réduction du temps de résolution du PM
 - coupes, relaxations partielles, diversification, ...
- Réduction du temps de résolution du PA
 - ré-optimisation, agrégation, [approximation](#)...

■ Étude 3 : Approximation du PA



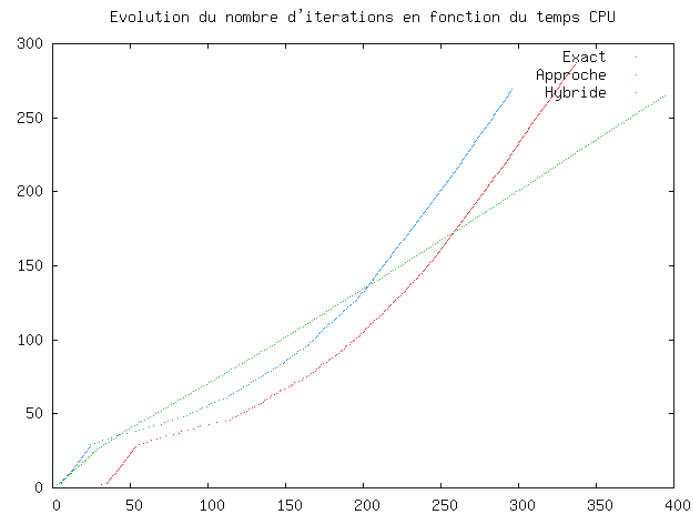
| Résolution du PA | val(PMR) | CPU | val(PMRE) | CPU | écart relatif |
|------------------|----------|--------|-----------|--------|---------------|
| Exact | 325.00 | 337.05 | 332 | 337,74 | 2,1% |
| Approchée | 336.39 | 394.16 | 373 | 395,99 | 9,8% |
| Hybride | 325.00 | 295.13 | 333 | 296.33 | 2.4% |

■ Étude 3 : Approximation du PA



| Résolution du PA | val(PMR) | CPU | val(PMRE) | CPU | écart relatif |
|------------------|----------|--------|-----------|--------|---------------|
| Exact | 325.00 | 337.05 | 332 | 337,74 | 2,1% |
| Approchée | 336.39 | 394.16 | 373 | 395,99 | 9,8% |
| Hybride | 325.00 | 295.13 | 333 | 296.33 | 2.4% |

■ Étude 3 : Approximation du PA



| Résolution du PA | val(PMR) | CPU | val(PMRE) | CPU | écart relatif |
|------------------|---------------|---------------|------------|---------------|---------------|
| Exact | 325.00 | 337.05 | 332 | 337,74 | 2,1% |
| Approchée | 336.39 | 394.16 | 373 | 395,99 | 9,8% |
| Hybride | 325.00 | 295.13 | 333 | 296.33 | 2.4% |

- instances avec une contrainte de ressource
- Tests réalisés à l'aide de la plate-forme COGiTO / Cplex10.1

[Olivier Laval, Sophie Toulouse 2007]

■ Accélération de l'algorithme de génération de colonnes

- Réduire le nombre d'itérations
 - stabilisation, perturbation, diversification, ...
- Réduire le temps de résolution d'une itération
 - **ré-optimisation**, agrégation, approximation...
- Réduction du temps de résolution du PM
 - coupes, relaxations partielles, diversification, ...
- Réduction du temps de résolution du PA
 - **ré-optimisation**, agrégation, approximation...

■ Qu'est ce que la ré-optimisation ?

$$(P_1) \begin{cases} \max \text{obj}_1(x) \\ \text{s.c } x \in \text{Dom}(P_1) \end{cases} \quad (P_2) \begin{cases} \max \text{obj}_2(x) \\ \text{s.c } x \in \text{Dom}(P_2) \end{cases} \quad \text{"voisins"}$$

Résolution directe de (P_1)

$$\Rightarrow T_1$$

Résolution directe de (P_2)

$$\Rightarrow T_2$$

$$\Rightarrow T_1 + T_2$$

Résolution directe de (P_1)

+ sauvegarde $\Rightarrow T'_1 (> T_1)$

Résolution de (P_2)

à partir de $(P_1) \Rightarrow T'_2$

$$\Rightarrow T'_1 + T'_2$$

But : $T'_1 + T'_2 < T_1 + T_2$

■ Ré-optimisation dans un schéma itératif

$$(P_1) \ (P_2) \ \bullet \ \bullet \ \underbrace{(P_k) \ \bullet \ \bullet \ \bullet \ (P_m)}_{\text{"voisins"}}$$

Résolution directe

$$T_1 + T_2 + \dots + T_{k-1} + T_k + T_{k+1} + \dots + T_m$$

Résolution par ré-optimisation de $k + 1$ à m

$$T_1 + T_2 + \dots + T_{k-1} + T'_k + T'_{k+1} + \dots + T'_m \text{ avec } T'_k > T_k.$$

$$\text{But : } T'_k + \dots + T'_m < T_k + \dots + T_m$$

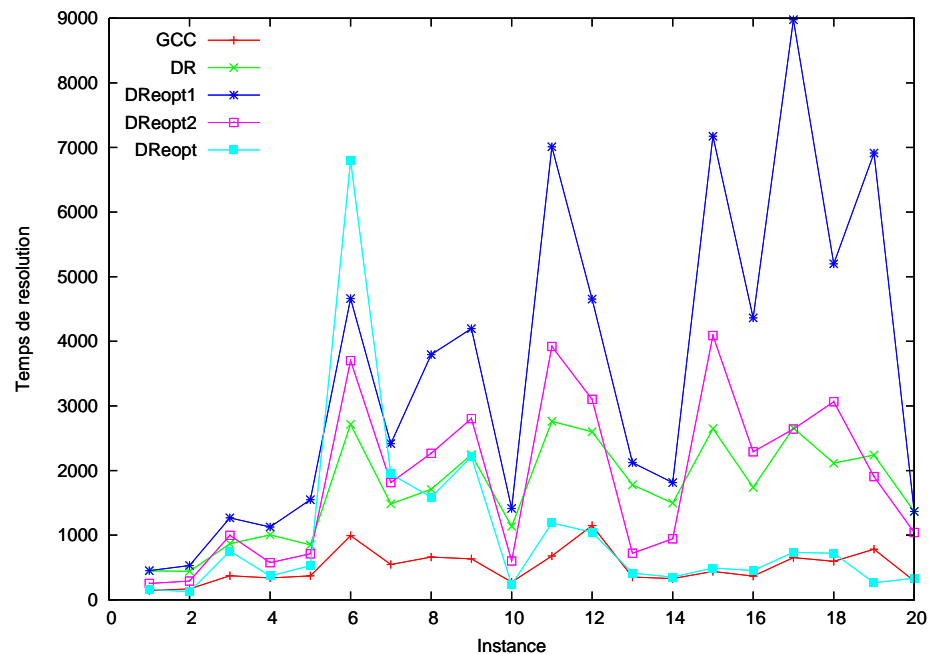
[Babacar Thiongane, Gérard Plateau 2003]

■ Étude 4 (préliminaire) : Ré-optimisation

- **Procédures de réoptimisation**

1. Reopt1 : Sauvegarde des labels dominés et prolongement.
2. Reopt2 : Sauvegarde des labels efficaces parmi les labels dominés et prolongement.
3. Reopt : Résolution du sous-problème sans considérer la solution optimale précédente.

- **Résultats : Temps de résolution**



[Nora Touati, Lucas Létocart 2007]

■ Conclusion et perspectives

- L'algorithme de base de génération de colonnes (méthode de décomposition)
 - mise en œuvre informatique, convergence, ...
 - + optimalité globale, heuristique lagrangienne, ...
 - plusieurs possibilités d'améliorations (solution initiale, ré-optimisation, approximation, flexibilité, ...)
- Problèmes de planification opérationnelle et stratégique
 - + dimensionnement et gestion des ressources, ... – nouvelles contraintes, demandes incertaines ou tardives, perturbations majeures, aléas, ...
 - modèles de grande taille / petite taille, approches alternatives (réactives, horizons glissants)