

Sur l'efficacité globale d'un schéma de type génération de colonnes : application à la planification en transport

Anass NAGIH

LITA

(Laboratoire d'Informatique Théorique et Appliquée)

Université Paul Verlaine - Metz

JFRO : Transport

(Journée Francilienne de Recherche Opérationnelle)

6 avril 2007

■ motes clés

Théorie

Optimisation

Décompositions et Relaxations

lagrangiennes et agrégées

Modèles

Couverture d'ensembles

Multi-flots

Plus court chemin

avec contraintes de ressources

Algorithmique

Génération de colonnes

Programmation dynamique

Ré-optimisation

Heuristiques lagrangiennes

Métaheuristiques

Applications

Transport aérien

Transport ferroviaire

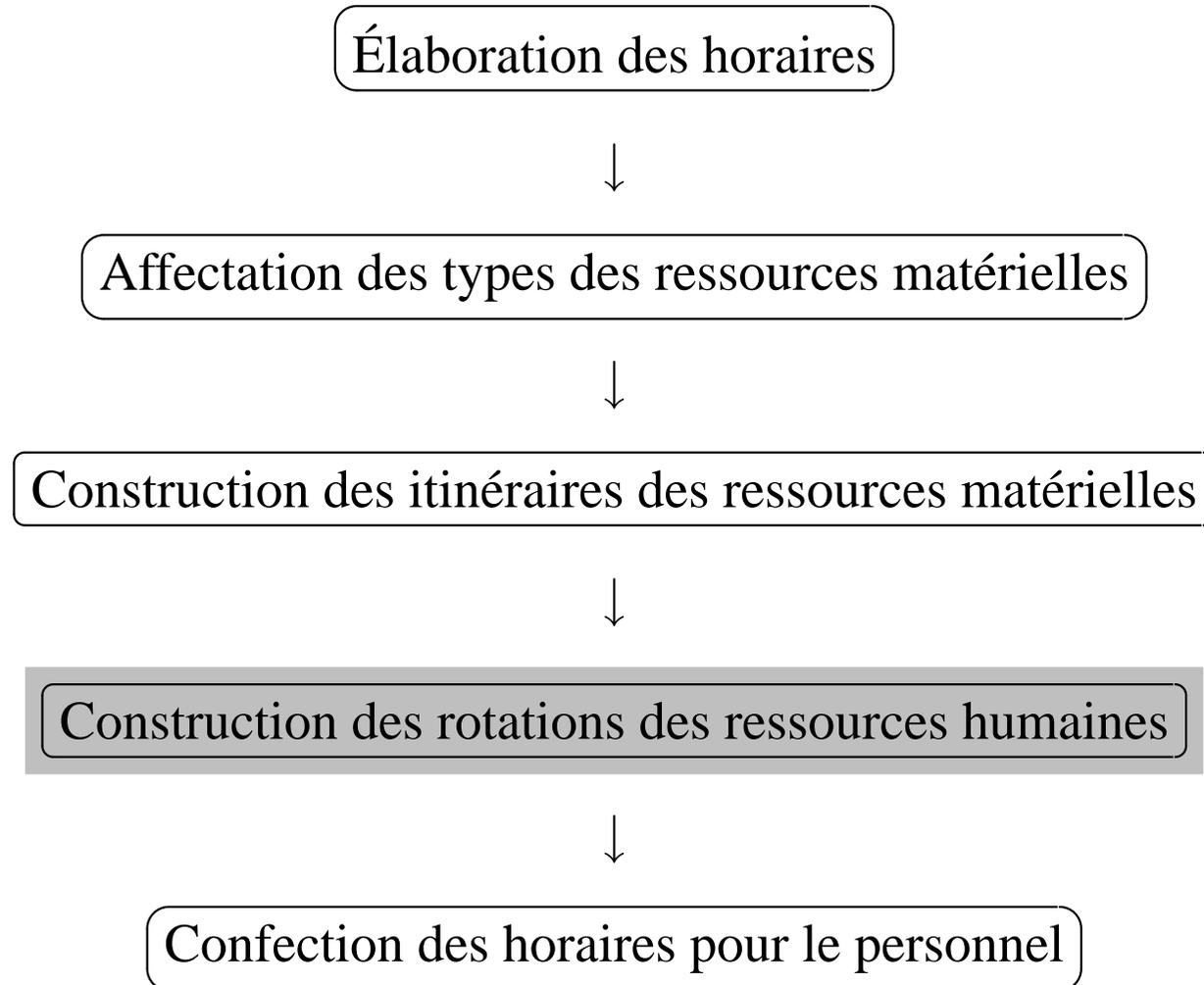
Transport de gaz

Télécommunications

■ Plan

- Processus de planification en transport
- Modélisation mathématique et approches de résolution
- Méthodes de décomposition
 - l'algorithme de génération de colonnes
 - étude de la convergence
- Conclusion et perspectives

■ Processus (classique) de planification en transport aérien



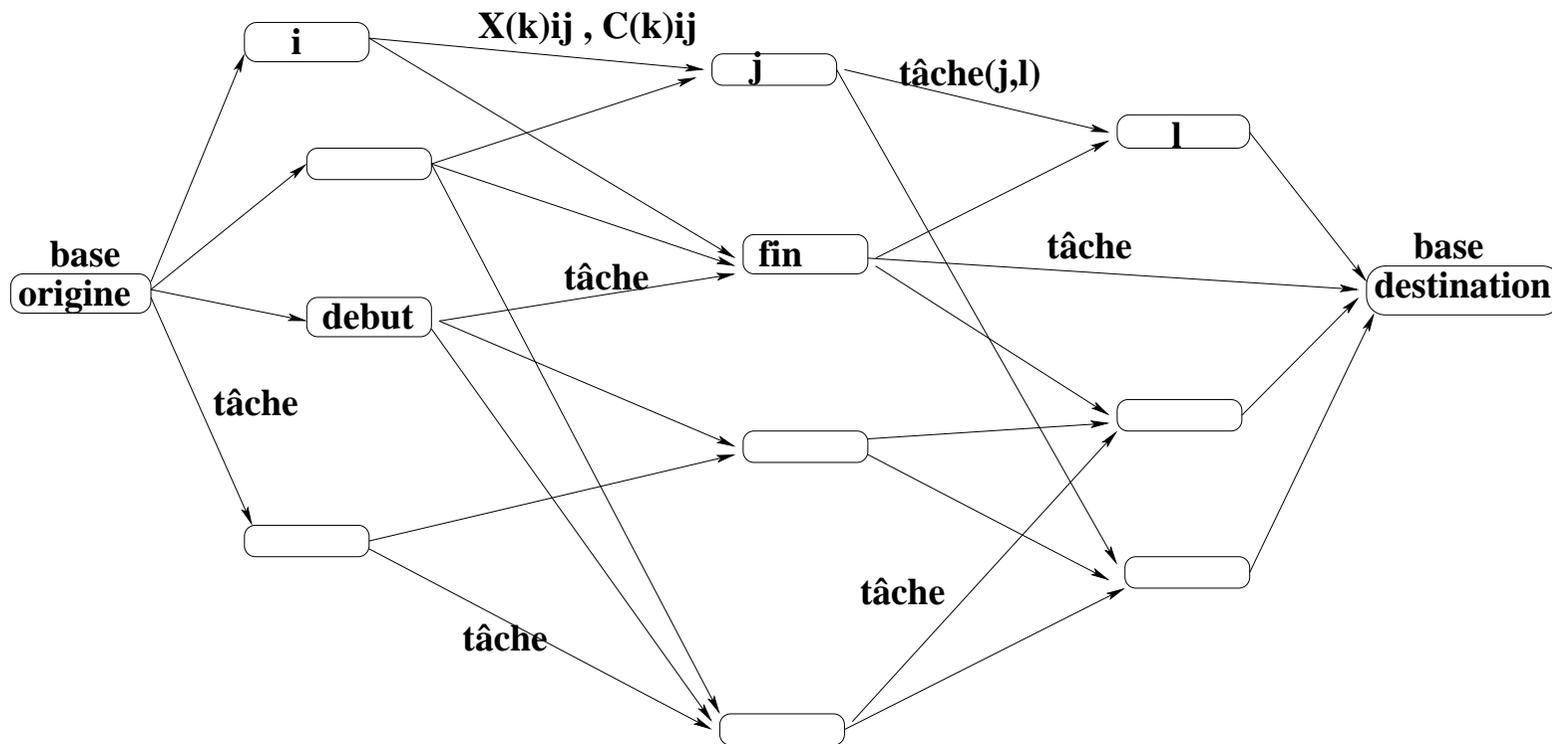
■ Approche de résolution heuristique

- solution (initiale) légale
 - heuristique constructive
 - affectations (partielles) successives
 - exploration de voisinages
 - définition d'un sous-ensemble restreint de solutions (fonction score)
 - échanges de blocs de tâches
- + méthode rapide, réactive
- optimisation locale, structure du problème

■ Approche de résolution par PPC

- description du domaine par des variables et des contraintes
 - réduction du domaine de chaque variable (propagation de contraintes, filtrage, consistance)
 - détermination d'une solution réalisable en explorant un arbre de recherche
- + incrémentalité (intégration de nouvelles informations)
convention compliquée
- temps de calcul élevé

■ Graphe (k) de tâches



- x_{ij}^k : variable entière $\neq 0$ si la l'arc (i, j) fait partie de la solution, et 0 sinon
 - c_{ij}^k : coût associé à l'arc (i, j) relativement à la commodité k
- assurer la *couverture* des tâches, en *respectant* les réglementations et en *minimisant* les coûts.

■ Modèle mathématique de type multi-flots

$$\text{opt} \quad \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in \mathcal{A}^k} c_{ij}^k x_{ij}^k \quad (1)$$

$$\text{s.c.} \quad \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in \mathcal{A}^k} \rho_{\omega, ij}^k x_{ij}^k = 1, \quad \forall \omega \in \Omega = \{\text{tâches}\} \quad (2)$$

$$\sum_{j: (o(k), j) \in \mathcal{A}^k} x_{o(k)j}^k \leq b^k, \quad \forall k \in K = \{(\text{types})\text{commodités}\} \quad (3)$$

$$\sum_{j: (i,j) \in \mathcal{A}^k} x_{ij}^k - \sum_{j: (j,i) \in \mathcal{A}^k} x_{ji}^k = 0, \quad \forall i \in \mathcal{N}^k, k \in K \quad (4)$$

$$\sum_{i: (i, d(k)) \in \mathcal{A}^k} x_{id}^k \leq b^k, \quad \forall k \in K \quad (5)$$

$$x_{ij}^k \geq 0, \quad \forall (i, j) \in \mathcal{A}^k, k \in K \quad (6)$$

$$x_{ij}^k \text{ entier} \quad \forall (i, j) \in \mathcal{A}^k, k \in K \quad (7)$$

$$(8)$$

■ Modèle mathématique de type multi-flots

$$\text{opt} \quad \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in \mathcal{A}^k} c_{ij}^k x_{ij}^k \quad (9)$$

$$\text{s.c.} \quad \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in \mathcal{A}^k} \rho_{\omega,ij}^k x_{ij}^k = 1, \quad \forall \omega \in \Omega = \{\text{tâches}\} \quad (10)$$

$$\sum_{j:(o(k),j) \in \mathcal{A}^k} x_{o(k)j}^k \leq b^k, \quad \forall k \in K = \{(\text{types})\text{commodités}\} \quad (11)$$

$$\sum_{j:(i,j) \in \mathcal{A}^k} x_{ij}^k - \sum_{j:(j,i) \in \mathcal{A}^k} x_{ji}^k = 0, \quad \forall i \in \mathcal{N}^k, k \in K \quad (12)$$

$$\sum_{i:(i,d(k)) \in \mathcal{A}^k} x_{id}^k \leq b^k, \quad \forall k \in K \quad (13)$$

$$x_{ij}^k \geq 0, \quad \forall (i,j) \in \mathcal{A}^k, k \in K \quad (14)$$

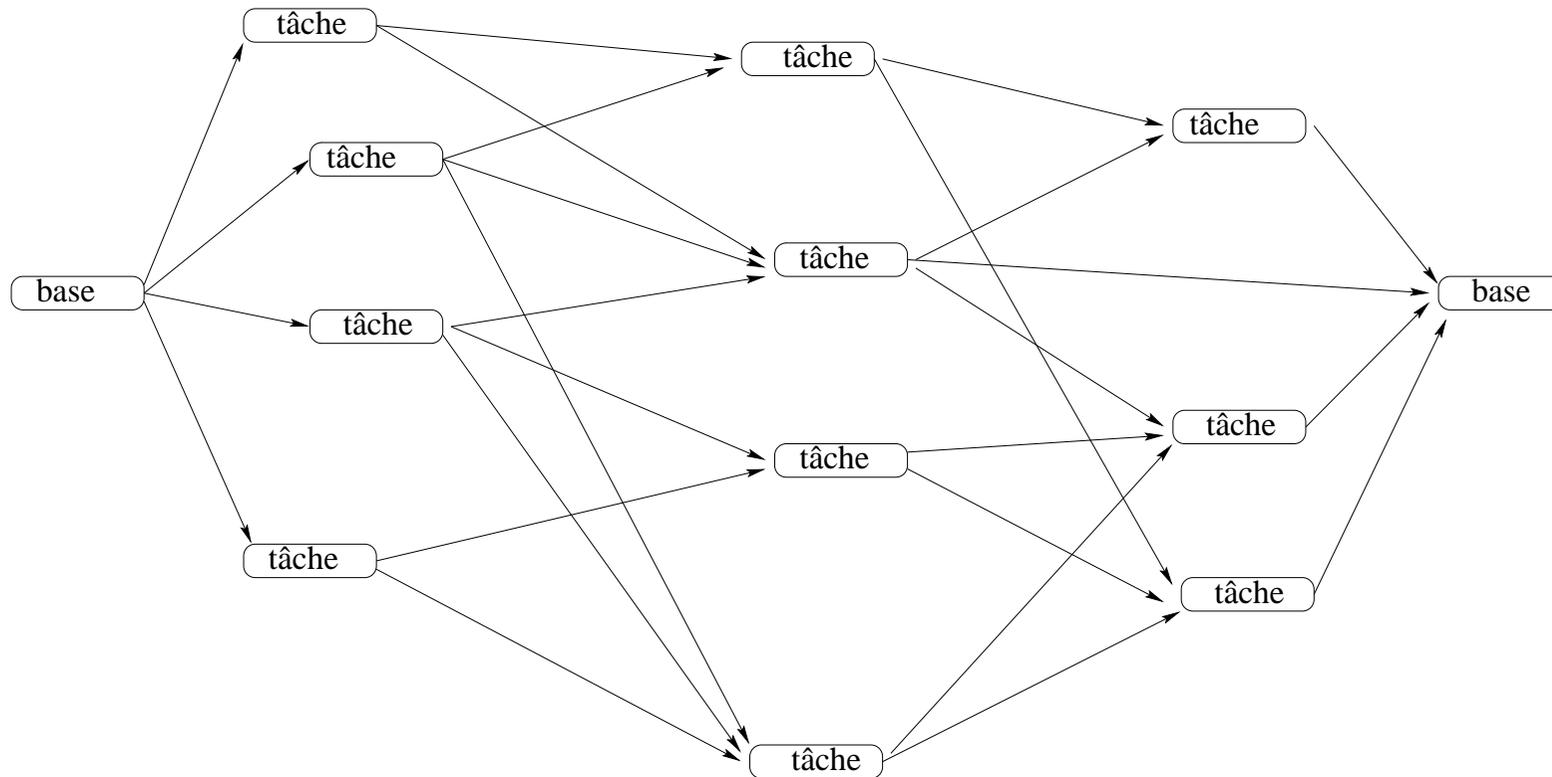
$$x_{ij}^k \text{ entier} \quad \forall (i,j) \in \mathcal{A}^k, k \in K \quad (15)$$

$$x_{ij}^k \left(T_i^{r(k)} + t_{ij}^{r(k)} - T_j^{r(k)} \right) \leq 0, \quad \forall (i,j) \in \mathcal{A}^k, r \in \mathcal{R}, k \in K \quad (16)$$

$$T_j^{r(k)} \in [a_j^{r(k)}, b_j^{r(k)}], \quad (17)$$

$$\forall j \in \mathcal{V}^k, r \in \mathcal{R}, k \in K$$

■ Graphe de tâches - générateur de solutions



- x_{ij} : variable binaire, valant 1 si l'arc (i, j) fait partie de la solution, et 0 sinon
- c_{ij} : coût associé à l'arc (i, j)

→ *Problème auxiliaire (PA)*

■ Modèle mathématique de type partitionnement

- x_r : variable associée à la solution r du (PA)
vaut 1 si la solution r du (PA) est utilisée, et 0 sinon
- a_{wr} : vaut 1 si la solution r du (PA) couvre la tâche w , et 0 sinon
- c_r : coût de la solution r

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \quad \sum_{r \in R} c_r x_r \\ \\ s.c. \quad \sum_{r \in R} a_{wr} x_r = 1, \quad \forall w \in \{\text{tâches}\} \\ \\ \quad \quad \quad x_r \in \{0, 1\}, \quad \forall r \in \{\text{solutions réglementaires}\}, \end{array} \right.$$

→ *Problème maître (PM)*

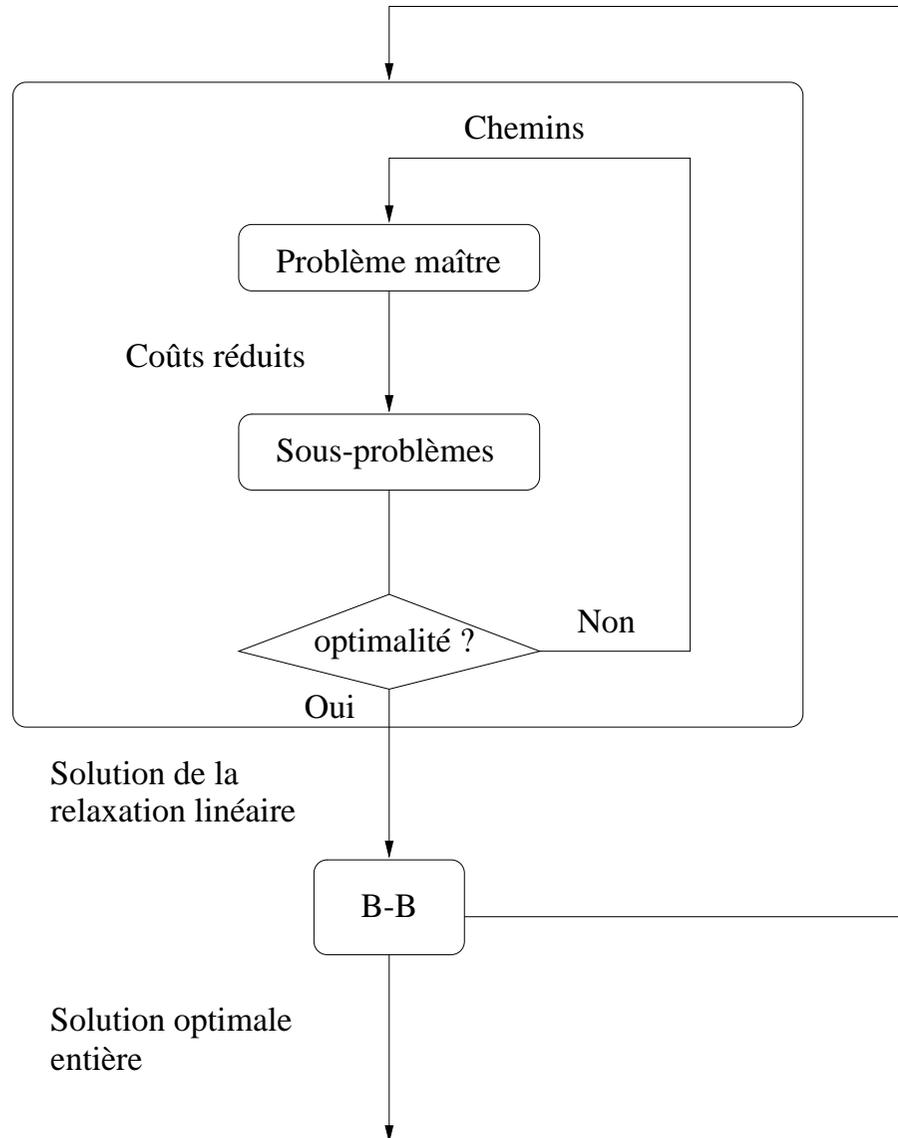
- Décomposition : Partitionnement / Plus court chemin contraint
- Génération de colonnes en nombres entiers ou intégrée dans un schéma de Branch & Bound/Price

■ Décomposition par commodité

$$\begin{aligned}
 \text{opt} \quad & \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in \mathcal{A}^k} c_{ij}^k x_{ij}^k \\
 \text{s.c.} \quad & \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in \mathcal{A}^k} \rho_{\omega, ij}^k x_{ij}^k = 1, \quad \forall \omega \in \Omega = \{\text{tâches}\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sum_{j: (o(k), j) \in \mathcal{A}^k} x_{o(k)j}^k & \leq b^k, \quad \forall k \in K = \{\text{commodités}\} \\
 \sum_{j: (i, j) \in \mathcal{A}^k} x_{ij}^k - \sum_{j: (j, i) \in \mathcal{A}^k} x_{ji}^k & = 0, \quad \forall i \in \mathcal{N}^k, \forall k \in K \\
 \sum_{i: (i, d(k)) \in \mathcal{A}^k} x_{id}^k & \leq b^k, \quad \forall k \in K \\
 x_{ij}^k & \geq 0, \quad \forall (i, j) \in \mathcal{A}^k, \forall k \in K \\
 x_{ij}^k & \text{entier} \quad \forall (i, j) \in \mathcal{A}^k, \forall k \in K \\
 x_{ij}^k \left(T_i^{r(k)} + t_{ij}^{r(k)} - T_j^{r(k)} \right) & \leq 0, \quad \forall (i, j) \in \mathcal{A}^k, r \in \mathcal{R}, \forall k \in K \\
 T_j^{r(k)} & \in [a_j^{r(k)}, b_j^{r(k)}], \quad \forall j \in \mathcal{V}^k, r \in \mathcal{R}, \forall k \in K
 \end{aligned}$$

■ Schéma itératif de résolution



■ Critiques

- + optimisation globale
- + planification stratégique
- aléas
- planification opérationnelle (temps de calcul)

■ Résolution directe / Résolution par génération de colonnes

- Minimiser le nombre de locomotives utilisées (chemins de la source au puits)
- Couverture **pondérée** de tâches
- Plusieurs types de locomotives (plusieurs problèmes auxiliaires)

nb de tâches	Résolution directe					Génération de colonnes				
	en continu		en entier		écart relatif	en continu		en entier		écart relatif
	valeur	cpu(sec.)	valeur	cpu		val(PMR)	cpu	val(PMRE)	cpu	
20	12.25	0.05	15	0.26	15.0%	13.66	0.02	15	1.30	8.9%
30	15.25	0.33	18	0.18	15.3%	17.08	0.12	19	7.60	19.7%
60	19.25	102.00	23	163.00	16.3%	21.58	0.69	26	83.00	25.9%
100	27.25	1494.00	*52	>3600	47.6%	30.25	1.24	37	507.00	18.2%
140	*12.00	>3600	–	>3600	–	27.91	0.71	34	1524.00	17.9%

- Extraits d'instances SNCF-Fret
- Tests réalisés à l'aide de la plate-forme COGiTO / Cplex10.1

[Jalila Sadki-Fenzar, Laurent Alfandari, Agnès Plateau (2006)]

■ Résolution directe / Résolution par génération de colonnes

- Minimiser le nombre de locomotives utilisées (chemins de la source au puits)
- Couverture **pondérée** de tâches
- Plusieurs types de locomotives (plusieurs problèmes auxiliaires)

nb de tâches	Résolution directe					Génération de colonnes				
	en continu		en entier		écart relatif	en continu		en entier		écart relatif
	valeur	cpu(sec.)	valeur	cpu		val(PMR)	cpu	val(PMRE)	cpu	
20	12.25	0.05	15	0.26	15.0%	13.66	0.02	15	1.30	8.9%
30	15.25	0.33	18	0.18	15.3%	17.08	0.12	19	7.60	19.7%
60	19.25	102.00	23	163.00	16.3%	21.58	0.69	26	83.00	25.9%
100	27.25	1494.00	*52	>3600	47.6%	30.25	1.24	37	507.00	18.2%
140	*12.00	>3600	–	>3600	–	27.91	0.71	34	1524.00	17.9%

- Extraits d'instances SNCF-Fret
- Tests réalisés à l'aide de la plate-forme COGiTO / Cplex10.1

[Jalila Sadki-Fenzar, Laurent Alfandari, Agnès Plateau (2006)]

■ Résolution directe / Résolution par génération de colonnes

- Minimiser le nombre de locomotives utilisées (chemins de la source au puits)
- Couverture **pondérée** de tâches
- Plusieurs types de locomotives (plusieurs problèmes auxiliaires)

nb de tâches	Résolution directe					Génération de colonnes				
	en continu		en entier		écart relatif	en continu		en entier		écart relatif
val	cpu(sec.)	val	cpu	val(PMR)		cpu	val(PMRE)	cpu		
20	12.25	0.05	15	0.26	15.0%	13.66	0.02	**15	1.30	8.9%
30	15.25	0.33	18	0.18	15.3%	17.08	0.12	**19	7.60	19.7%
60	19.25	102.00	23	163.00	16.3%	21.58	0.69	**26	83.00	25.9%
100	27.25	1494.00	*52	>3600	47.6%	30.25	1.24	**37	507.00	18.2%
140	*12.00	>3600	–	>3600	–	27.91	0.71	**34	1524.00	17.9%

- Extraits d'instances SNCF-Fret
- Tests réalisés à l'aide de la plate-forme COGiTO / Cplex10.1

[Jalila Sadki-Fenzar, Laurent Alfandari, Agnès Plateau (2006)]

■ Critiques

- + Optimisation globale
- + planification stratégique et tactique

- Aléas
- planification opérationnelle

- Réduction du temps d'exécution
- Approches alternatives (horizons glissants, ...)

■ Algorithme générique de génération de colonnes

itération courante

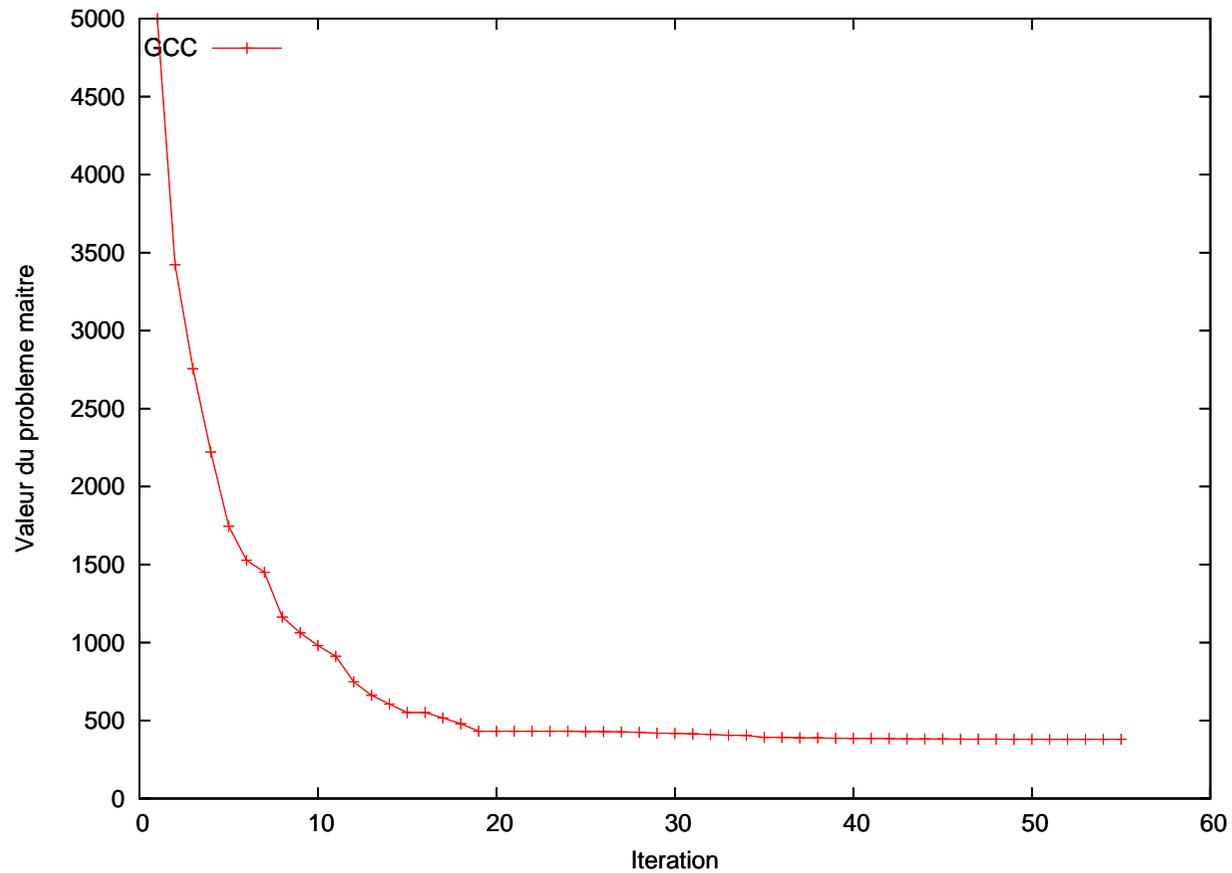
problème maître (PM) :

- résoudre le PM réduit (PMR)
- déterminer une solution duale

problème auxiliaire (PA) :

- mettre à jour l'objectif (avec la nouvelle solution duale)
- résoudre le PA
- solution(s) primale(s) réalisable(s)
- construire une(des) colonne(s) pour le PMR

■ Convergence de la génération de colonnes



Évolution de val(PMR) au cours des itérations

■ Accélération de l'algorithme de génération de colonnes

- Réduire le nombre d'itérations
- Réduire le temps de résolution d'une itération

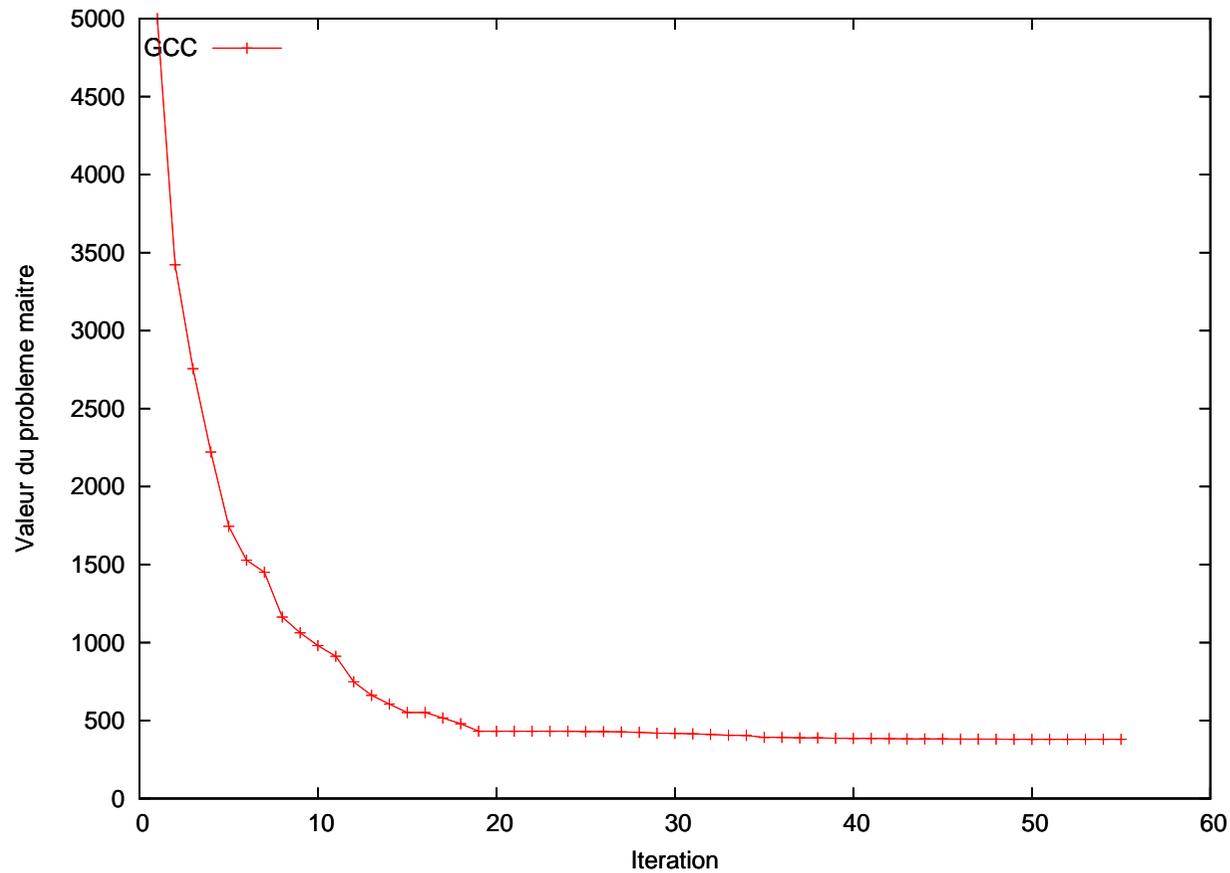
- Réduction du temps de résolution du PM
- Réduction du temps de résolution du PA

■ Accélération de l'algorithme de génération de colonnes

- Réduire le nombre d'itérations
 - stabilisation, perturbation...
- Réduire le temps de résolution d'une itération

- Réduction du temps de résolution du PM
 - coupes, relaxations partielles...
- Réduction du temps de résolution du PA

■ Convergence de la génération de colonnes



Évolution de val(PMR) au cours des itérations

■ Accélération de l'algorithme de génération de colonnes

- Réduire le nombre d'itérations
 - stabilisation, perturbation, **diversification**, ...
- Réduire le temps de résolution d'une itération
 - **ré-optimisation**, **agrégation**, **approximation**...
- Réduction du temps de résolution du PM
 - coupes, relaxations partielles, **diversification**, ...
- Réduction du temps de résolution du PA
 - **ré-optimisation**, **agrégation**, **approximation**...

■ Étude 1 : Agrégation

- Trois instances de petite taille (rotation d'équipages)

pilotes	rotations	noeuds	arcs	tps	tps(PM)	tps(PA)
25	138	5 252	9 291	0h05	13%	87%
39	177	10 817	17 027	0h11	7%	93%
48	198	11 251	17 682	0h16	4%	96%

- Trois instances de taille plus grande (rotation d'équipages)

pilotes	rotations	noeuds	arcs	CPU	CPU(PM)	CPU(PA)
46	267	16 610	28 146	1h04	10%	90%
62	329	28 497	45 194	1h10	21%	79%
108	568	77 802	128 201	5h42	28%	72%

- Extraits d'instances Air Canada
- Tests réalisés à l'aide du logiciel Gencol (GERAD) / Cplex?..?

[François Soumis (2003)]

■ Problème de plus court chemin contraint

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i,j} c_{ij} x_{ij} \\ \text{s.c.} \quad & \sum_i x_{ij} - \sum_i x_{ji} = e_j, \quad j \in \mathcal{V} \\ & x_{ij} \geq 0, \quad (i,j) \in \mathcal{A} \\ & x_{ij} (T_i^r + t_{ij}^r - T_j^r) \leq 0, \quad (i,j) \in \mathcal{A}, r \in \mathcal{R} \\ & T_j^r \in [a_j^r, b_j^r], \quad j \in \mathcal{V}, r \in \mathcal{R} \end{aligned}$$

- $\mathcal{V} = \mathcal{N} \cup \{o\} \cup \{d\}$: ensemble des noeuds
- \mathcal{A} : ensemble des arcs • \mathcal{R} : ensemble des ressources
- $e_o = -1$; $e_d = 1$; $e_j = 0, j \in \mathcal{N}$

→ Réduction du temps (global) d'exécution

■ Résolution par programmation dynamique

- $\mathcal{G} = (\mathcal{A}, \mathcal{V})$ graphe acyclique
- Noeuds dans l'ordre topologique
- Algorithme de type pulling
- Au noeud j
 1. prolongement : génération des étiquettes
 2. filtrage : test de réalisabilité
 3. **dominance** : élimination des étiquettes non efficaces

■ Difficulté

- Grand réseau
- Plusieurs ressources → très grand nombre d'étiquettes

■ Approche heuristique

- Ne pas dominer sur toutes les ressources
→ solution réalisable, non optimale

■ Difficulté

- Grand réseau
- Plusieurs ressources → très grand nombre d'étiquettes

■ Approche heuristique

- Ne pas dominer sur toutes les ressources
→ solution réalisable, non optimale

■ Améliorer l'efficacité (globale) de la résolution

- *réduction de l'espace des états*

■ Projection de l'espace des ressources (1/2)

$$\begin{array}{ccc} \Pi : & \mathcal{R} \cup \{C\} & \longrightarrow \mathcal{R}' \\ & T = (T^1, T^2, \dots, T^n, C) & \longmapsto \tilde{T} = (\tilde{T}^1, \tilde{T}^2, \dots, \tilde{T}^m) \end{array}$$

$\Pi = (\Pi_{ij})$ matrice de projection $m \times (n + 1)$, ($m < n$)

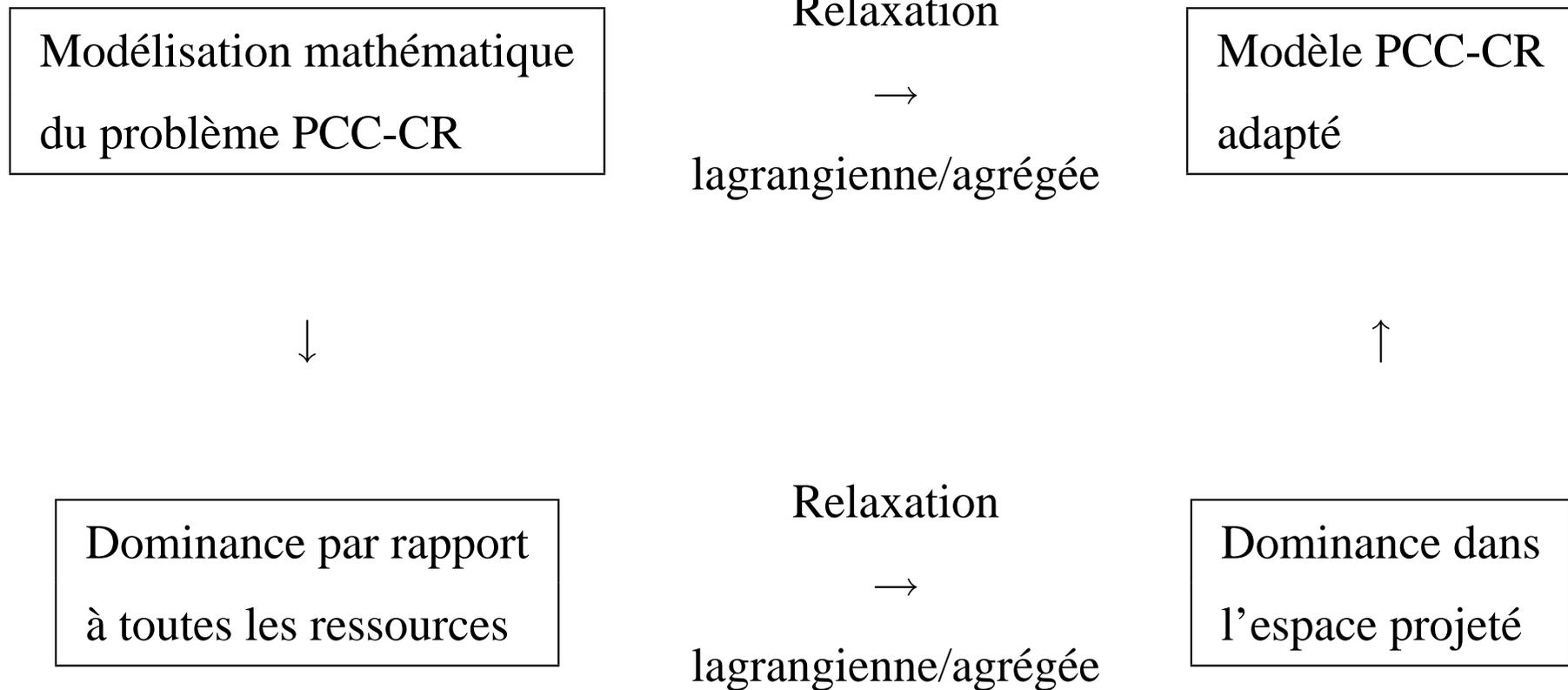
$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{T}^1 \\ \vdots \\ \tilde{T}^p \\ \vdots \\ \tilde{T}^m \end{array} \right. = \begin{array}{l} \Pi_{11}T^1 + \dots + \Pi_{1r}T^r + \dots + \Pi_{1n}T^n + \Pi_{1(n+1)}C \\ \Pi_{p1}T^1 + \dots + \Pi_{pr}T^r + \dots + \Pi_{pn}T^n + \Pi_{p(n+1)}C \\ \Pi_{m1}T^1 + \dots + \Pi_{mr}T^r + \dots + \Pi_{mn}T^n + \Pi_{m(n+1)}C \end{array}$$

■ Projection de l'espace des ressources (2/2)

- $\mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_m$ partition de l'ensemble des ressources \mathcal{R}
- Agrégation des éléments de $\mathcal{R}_p, p \in \{1, \dots, m\}$
- Matrice de projection de la forme

$$\begin{bmatrix} \overbrace{* \dots *}^{\mathcal{R}_1} & 0 \dots 0 & 0 \dots 0 & 0 \dots 0 \\ 0 \dots 0 & \overbrace{* \dots *}^{\mathcal{R}_2} & 0 \dots 0 & 0 \dots 0 \\ \vdots & & & \vdots \\ 0 \dots 0 & 0 \dots 0 & 0 \dots 0 & \overbrace{* \dots *}^{\mathcal{R}_m} \end{bmatrix}$$

■ Comment ajuster la matrice de projection ?



■ Algorithme générique de GC *modifié*

itération courante

Projection constante

problème maître (PM) :

- résoudre le PM réduit

problème auxiliaire (PA) :

- calculer la valeur du PA

Projection adaptative

problème maître (PM) :

- résoudre le PM réduit

problème auxiliaire (PA) :

- résoudre le *dual lagrangien*
- ajuster la matrice de projection
- calculer la valeur du PA *agrégé*

■ Réduction de l'espace des états

- Agrégation des ressources par relaxation lagrangienne
→ Projection par sommet (instances Air Canada)

réseaux	noeuds	arcs	tâches	ressources	CPU(PA)	évolution
21	928	15494	111	4	83.4 s	-35.5%
23	1334	24919	256	4	328.9 s	+20.6%
23	1586	33444	387	4	751.8 s	+27.4%

■ Réduction de l'espace des états

- Agrégation des ressources par relaxation lagrangienne
→ Projection par sommet (instances Air Canada)

réseaux	noeuds	arcs	tâches	ressources	CPU(PA)	évolution
21	928	15494	111	4	83.4 s	-35.5%
23	1334	24919	256	4	328.9 s	+20.6%
23	1586	33444	387	4	751.8 s	+27.4%

+ Réduction du temps d'exécution des problèmes auxiliaires

- Instabilité

■ Accélération de l'algorithme de génération de colonnes

- Réduire le nombre d'itérations
 - stabilisation, perturbation, **diversification**, ...
- Réduire le temps de résolution d'une itération
 - ré-optimisation, agrégation, approximation...

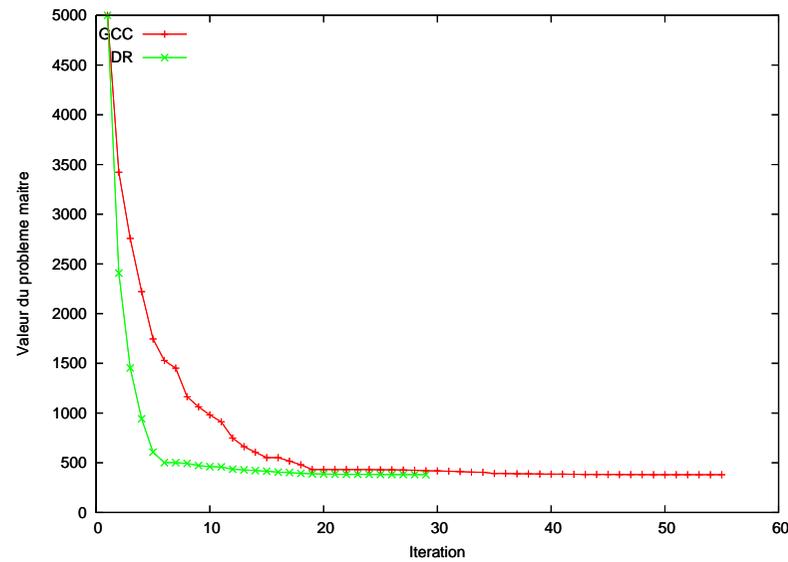
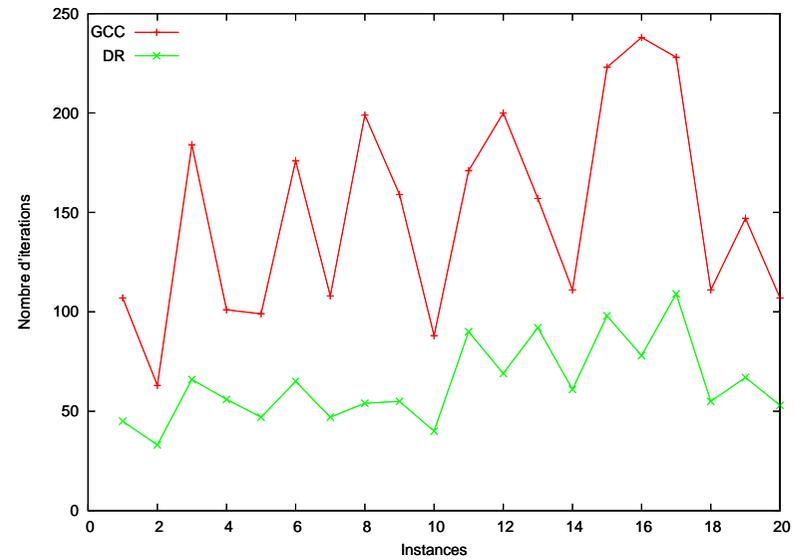
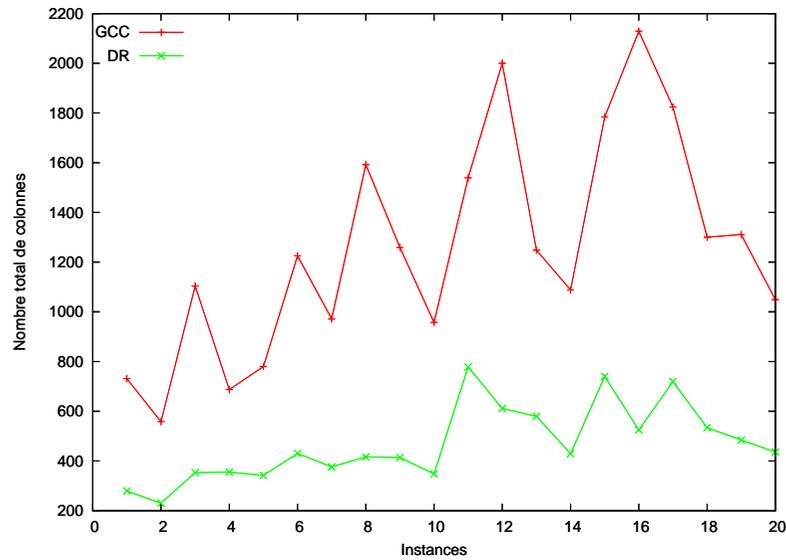
- Réduction du temps de résolution du PM
 - coupes, relaxations partielles, **diversification**, ...
- Réduction du temps de résolution du PA
 - ré-optimisation, agrégation, approximation...

■ Étude 2 : Diversification

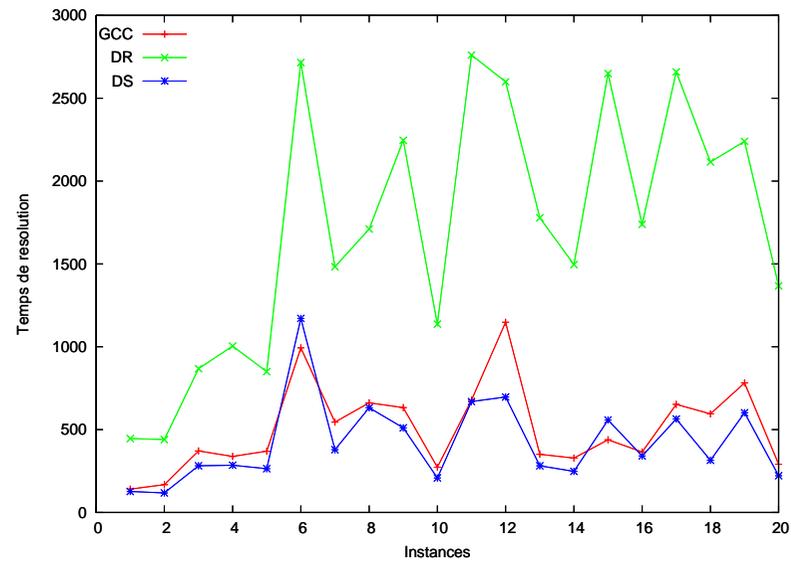
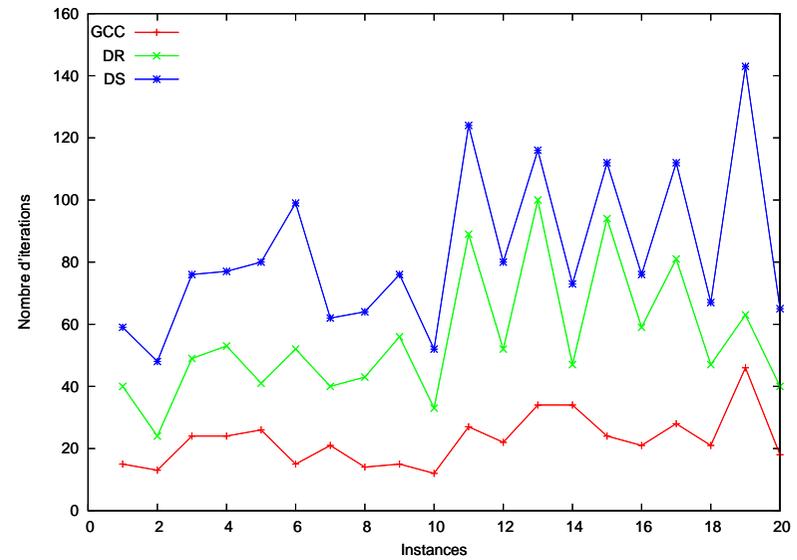
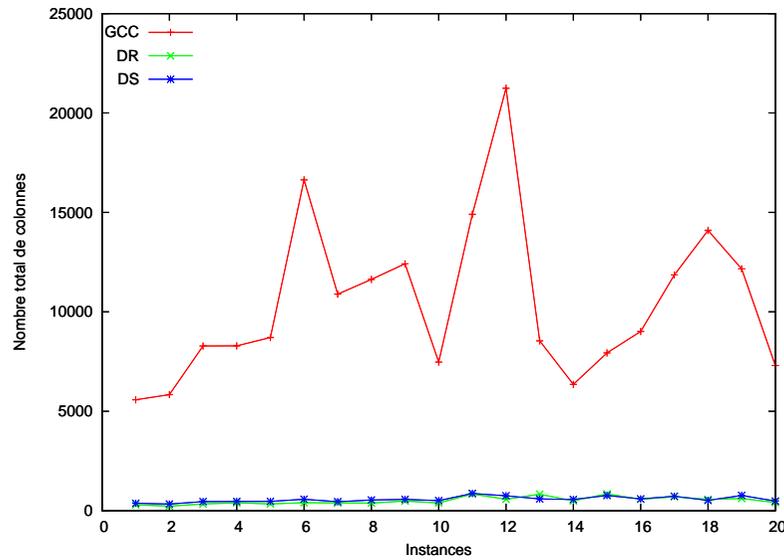
- Objectifs :
 - générer des solutions complémentaires
 - couvrir à un maximum de tâches avec un nb min[\max]imum de chemins
- Procédures :
 - DR : calcul de PCC sur une suite de sous-graphes partiels
 - DS : sélection d'un ensemble de PCC disjoints
- instances avec une fenêtre de temps (par sommet)
- Tests réalisés à l'aide de la plate-forme COGiTO / Cplex10.1

[Nora Touati, Lucas Létocart 2006]

■ Étude 2 : Impact de la DR sur la qualité des solutions



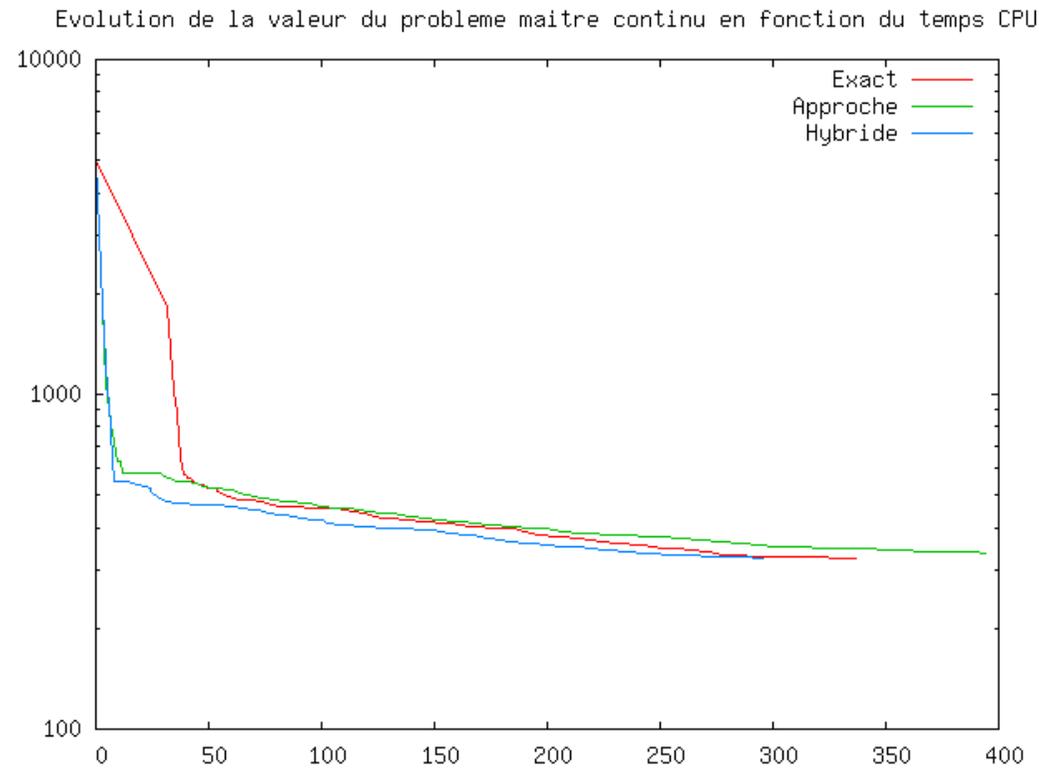
■ Étude 2 : Impact de la DS sur le temps de calcul



■ Accélération de l'algorithme de génération de colonnes

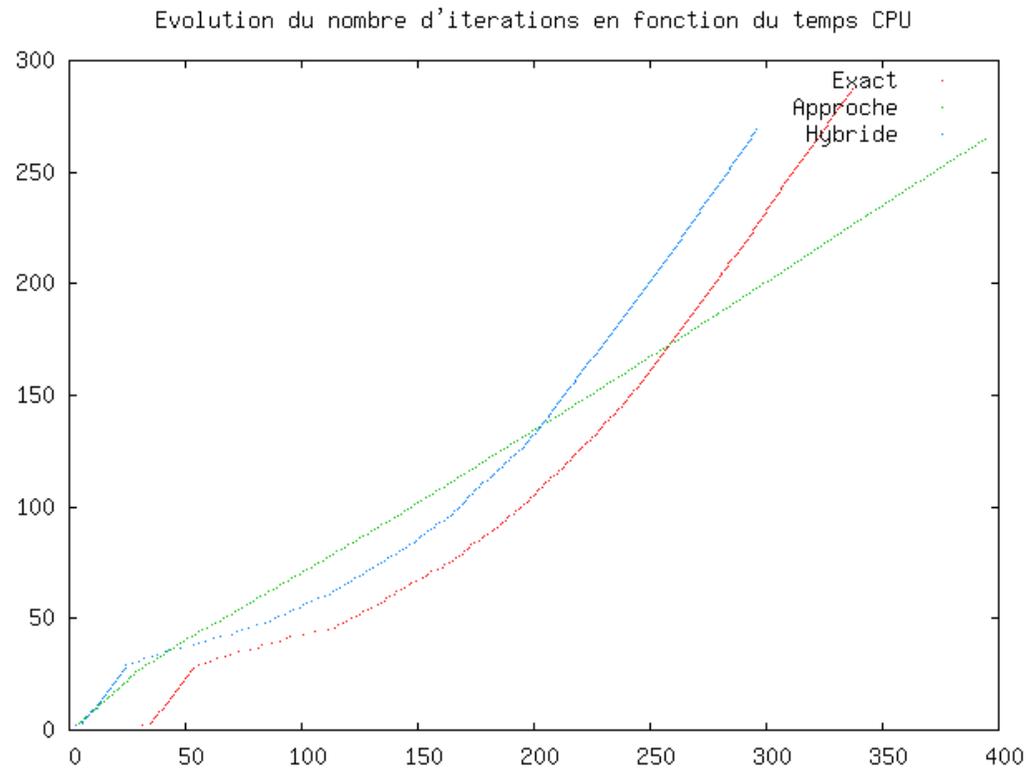
- Réduire le nombre d'itérations
 - stabilisation, perturbation, diversification, ...
- Réduire le temps de résolution d'une itération
 - ré-optimisation, agrégation, [approximation](#)...
- Réduction du temps de résolution du PM
 - coupes, relaxations partielles, diversification, ...
- Réduction du temps de résolution du PA
 - ré-optimisation, agrégation, [approximation](#)...

■ Étude 3 : Approximation du PA



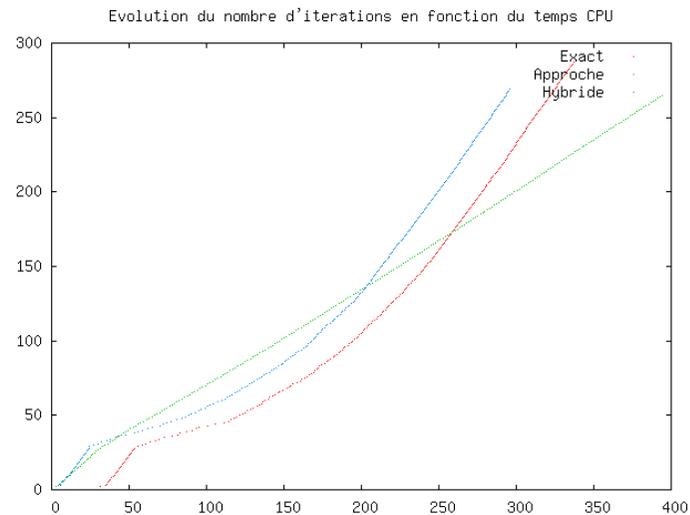
Résolution du PA	val(PMR)	CPU	val(PMRE)	CPU	écart relatif
Exact	325.00	337.05	332	337,74	2,1%
Approchée	336.39	394.16	373	395,99	9,8%
Hybride	325.00	295.13	333	296.33	2.4%

■ Étude 3 : Approximation du PA



Résolution du PA	val(PMR)	CPU	val(PMRE)	CPU	écart relatif
Exact	325.00	337.05	332	337,74	2,1%
Approchée	336.39	394.16	373	395,99	9,8%
Hybride	325.00	295.13	333	296.33	2.4%

■ Étude 3 : Approximation du PA



Résolution du PA	val(PMR)	CPU	val(PMRE)	CPU	écart relatif
Exact	325.00	337.05	332	337,74	2,1%
Approchée	336.39	394.16	373	395,99	9,8%
Hybride	325.00	295.13	333	296.33	2.4%

- instances avec une contrainte de ressource
- Tests réalisés à l'aide de la plate-forme COGiTO / Cplex10.1

[Olivier Laval, Sophie Toulouse 2007]

■ Accélération de l'algorithme de génération de colonnes

- Réduire le nombre d'itérations
 - stabilisation, perturbation, diversification, ...
- Réduire le temps de résolution d'une itération
 - **ré-optimisation**, agrégation, approximation...
- Réduction du temps de résolution du PM
 - coupes, relaxations partielles, diversification, ...
- Réduction du temps de résolution du PA
 - **ré-optimisation**, agrégation, approximation...

■ Qu'est ce que la ré-optimisation ?

$$(P_1) \begin{cases} \max \text{obj}_1(x) \\ \text{s.c } x \in \text{Dom}(P_1) \end{cases} \quad (P_2) \begin{cases} \max \text{obj}_2(x) \\ \text{s.c } x \in \text{Dom}(P_2) \end{cases} \quad \text{"voisins"}$$

Résolution directe de (P_1)

$$\Rightarrow T_1$$

Résolution directe de (P_2)

$$\Rightarrow T_2$$

$$\Rightarrow T_1 + T_2$$

Résolution directe de (P_1)

+ sauvegarde $\Rightarrow T'_1 (> T_1)$

Résolution de (P_2)

à partir de $(P_1) \Rightarrow T'_2$

$$\Rightarrow T'_1 + T'_2$$

But : $T'_1 + T'_2 < T_1 + T_2$

■ Ré-optimisation dans un schéma itératif

$$(P_1) \ (P_2) \ \bullet \ \bullet \ \underbrace{(P_k) \ \bullet \ \bullet \ \bullet \ (P_m)}_{\text{''voisins''}}$$

Résolution directe

$$T_1 + T_2 + \dots + T_{k-1} + T_k + T_{k+1} + \dots + T_m$$

Résolution par ré-optimisation de $k + 1$ à m

$$T_1 + T_2 + \dots + T_{k-1} + T'_k + T'_{k+1} + \dots + T'_m \text{ avec } T'_k > T_k.$$

$$\text{But : } T'_k + \dots + T'_m < T_k + \dots + T_m$$

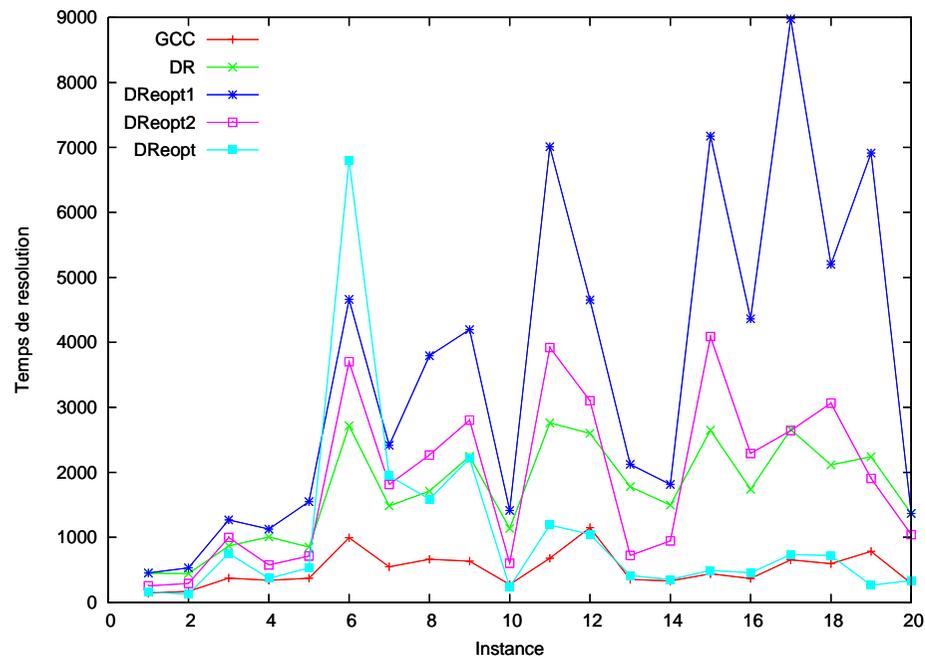
[Babacar Thiongane, Gérard Plateau 2003]

■ Étude 4 (préliminaire) : Ré-optimisation

- **Procédures de réoptimisation**

1. Reopt1 : Sauvegarde des labels dominés et prolongement.
2. Reopt2 : Sauvegarde des labels efficaces parmi les labels dominés et prolongement.
3. Reopt : Résolution du sous-problème sans considérer la solution optimale précédente.

- **Résultats : Temps de résolution**



[Nora Touati, Lucas Létocart 2007]

■ Conclusion et perspectives

- L'algorithme de base de génération de colonnes (méthode de décomposition)
 - mise en œuvre informatique, convergence, ...
 - + optimalité globale, heuristique lagrangienne, ...
 - plusieurs possibilités d'améliorations (solution initiale, ré-optimisation, approximation, flexibilité, ...)
- Problèmes de planification opérationnelle et stratégique
 - + dimensionnement et gestion des ressources, ... – nouvelles contraintes, demandes incertaines ou tardives, perturbations majeures, aléas, ...
 - modèles de grande taille / petite taille, approches alternatives (réactives, horizons glissants)