Méthodes "route-first, cluster-second" pour les tournées de véhicules

Prof. Christian PRINS

Laboratoire d'Optimisation des Systèmes Industriels (LOSI)

Institut Charles Delaunay – UMR CNRS 6279
Université de Technologie de Troyes (UTT)

christian.prins@utt.fr

Problèmes-types: CVRP et CARP

Données du *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP) :

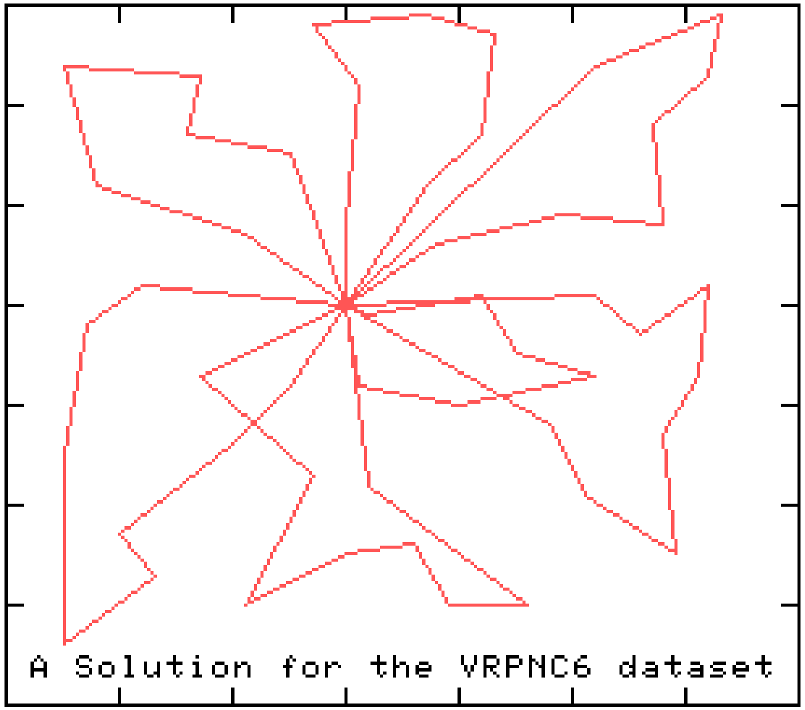
- graphe non orienté, complet et valué avec n+1 nœuds
- nœud 0 : dépôt avec véhicules identiques de capacité Q
- nœuds 1 à n : clients avec demandes $q(i)$
- arêtes avec coûts $c(i,j)$.

Objectif : déterminer un ensemble de tournées de coût total minimal pour visiter une fois chaque client.

Le problème voisin où on traite des arêtes avec des demandes $q(i,j)$ est le *Capacitated Arc Routing Problem* (CARP).

Le CVRP et le CARP sont NP-difficiles.

CVRP : exemple d'instance



Instance n° 6 de Christofides *et al*., 50 clients.
Solution de longueur totale 555.43 avec 7 tournées.

Méthodes exactes : 100 clients (Baldacci & Mingozzi, 2008).

Deux stratégies d’heuristiques

CVRP (et CARP) : partitionnement + séquencement.

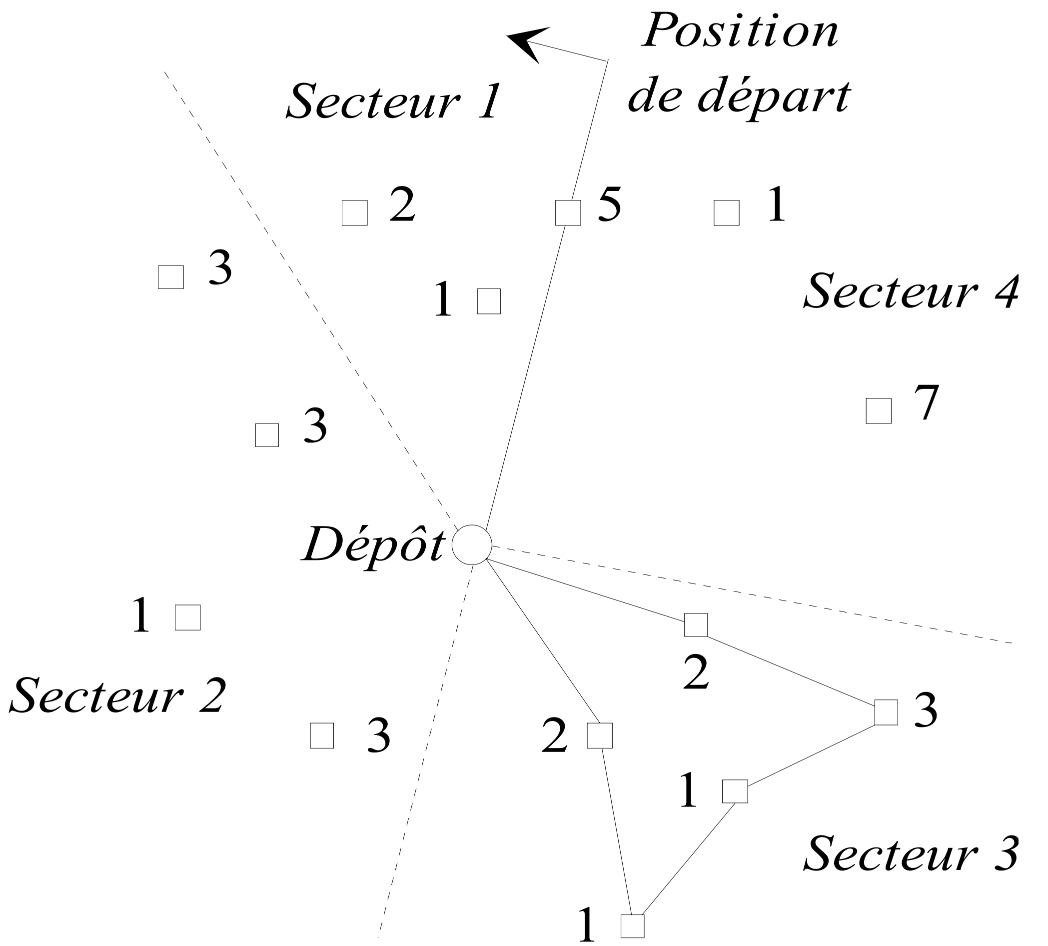
Heuristiques "cluster-first, route-second" :

- partitionner les clients en groupes (clusters),
- puis résoudre un TSP (RPP) par groupe.
- exemple, "sweep heuristic" (Gillett et Miller, 1974).

Heuristiques "route-first, cluster-second" :

- relaxer la capacité des véhicules.
- calculer une solution du TSP (RPP) : "tour géant" *T*.
- découper *T* en tournées faisables pour le CVRP (CARP).

Heuristique de Gillett et Miller (Q=10)



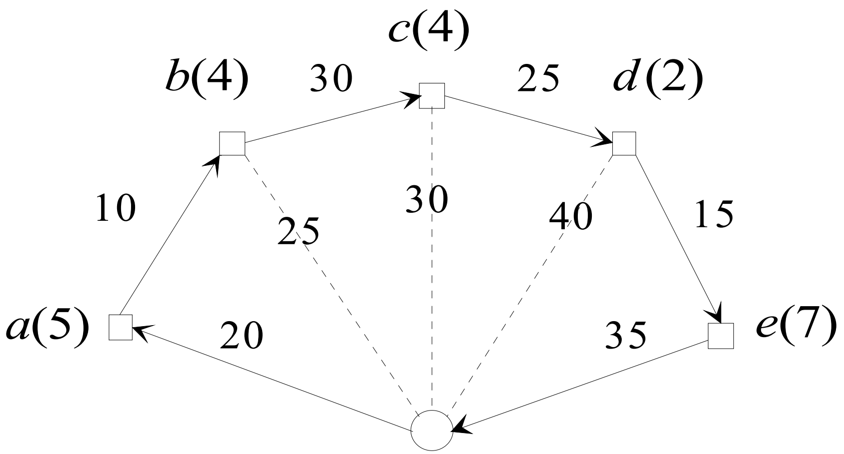
Route-first cluster-second : historique

- Découpage glouton du tour géant (Newton, 1974).
- Découpage optimal (Beasley, 1983) basé sur le calcul d'un plus court chemin (PCC) dans un graphe auxiliaire. Mais aucun résultat numérique.
- Même idée pour le CARP (Ulusoy, 1985).
  Test sur une seule instance.
- Laporte & Semet (2002): "We are not aware of any computational experience showing that route-first, cluster-second heuristics are competitive with other approaches".

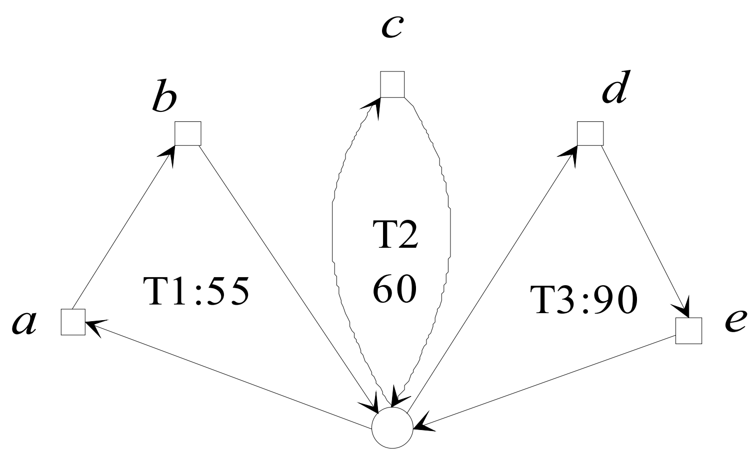
Route-first cluster-second : historique

- 2004 : très bons résultats dans des GA avec des chromosomes codés par des tours géants, sur le CVRP (Prins) et le CARP (Lacomme *et al*.).
- Etudes numériques plus tardives comme heuristiques simples (Prins *et al.*, *IJPR*, 2009).
- Applications à divers problèmes de tournées depuis 2004 : 62 références à ce jour!
- Meilleurs résultats actuels sur CVRP, VRP multi-dépôt, VRP périodique (Vidal et al., à paraître dans *Operations Research*), VRP à fenêtres de temps (Vidal et al., 2011)

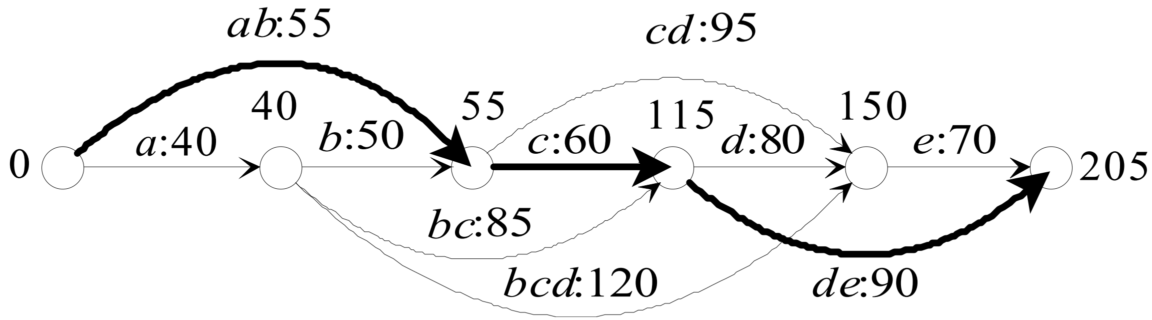
Découpage de base (*Split*)



1. Tour géant T = (a,b,c,d,e)



3. Découpage optimal, coût 205



2. Graphe auxiliaire *H* des tournées possibles pour Q=10 et PCC en gras.
Calcul du PCC par l'algorithme de Bellman pour les graphes sans circuits.

Algorithme – Tour $T = (T_1, T_2, \cdots, T_n)$

```
for i ← 1 to n do
    j ← i
    load ← 0
    repeat
        load ← load + q(T_j)
        if i = j then
            cost ← c(0, T_i) + c(T_i, 0)
        else
            cost ← cost − c(T_{j−1}, 0) + c(T_{j−1}, T_j) + c(T_j, 0)
        endif
        if load ≤ Q then
            créer un arc (i − 1, j) de coût cost dans H
        endif
        j ← j + 1
    until (j > n) or (load > Q)
endfor
calculer un PCC du nœud 0 au nœud n dans H
```

Propriétés de *Split*

Procédure *optimale* sous contrainte de la séquence.

Il existe un *tour géant optimal* :
métaheuristiques explorant l'espace des tours géants.

Complexité : $O(n^2)$, ou mieux $O(nb)$,
b nombre moyen de clients par tournée faisable.
b diminue si $\bar{q}/Q$ augmente, $\bar{q}$ demande moyenne.

Jansen (1993), Wohlk (2008) : heuristiques pour le TSP (RPP) + *Split* avec une approximation $7/2 - 3/Q$.

Utilisations possibles

1. *Heuristiques constructives* : construire un tour géant avec un algorithme pour le TSP (RPP) + *Split*.

2. *Heuristiques randomisées* : randomiser le calcul du tour géant pour avoir plusieurs tours à découper. Compétitif avec les heuristiques classiques pour le CVRP et le CARP (Prins *et al*., 2009).

3. *Métaheuristiques* : explorer l'espace des tours géants, évaluer ces tours par *Split*.

Extensions – Rappel de l'algorithme

Ajouter des contraintes peut affecter 3 étapes de *Split* :

Soit $T = (T_1, T_2 \cdots, T_n)$ un tour géant contenant les *n* clients

Pour chaque sous-séquence $(T_i, T_{i+1}, \cdots, T_j)$ faire

Si tournée réalisable alors

ajouter l'arc $(i-1, j)$ au graphe auxiliaire *H*

calculer le coût de l'arc (coût de la tournée)

FinSi

FinPour

Calculer un PCC du nœud 0 au nœud *n* dans *H*.

Faisabilité ou coût des arcs

Contrainte standard de capacité (CVRP, CARP) :

- faisabilité : ignorer les arcs avec une charge > Q.

Longueur ou durée maximum L pour une tournée :

- faisabilité : ignorer aussi les arcs de longueur > L.

Vehicle Fleet Mix Problem (Prins, 2009; Liu *et al*., 2009) :

- p types de véhicules, type t : capacité Q_t, coût fixe F_t.
- faisabilité : ignorer arcs si charge > max $\{Q_t\}$.
- coût arc : ajouter F_k , k type compatible le moins cher.

2-dimensional loading VRP (Duhamel et al., 2011) :

- faisabilité : existence d'un packing (heuristique rapide)

Faisabilité ou coût des arcs (suite)

Problèmes multi-dépôts (Kansou et Yassine, 2010) :

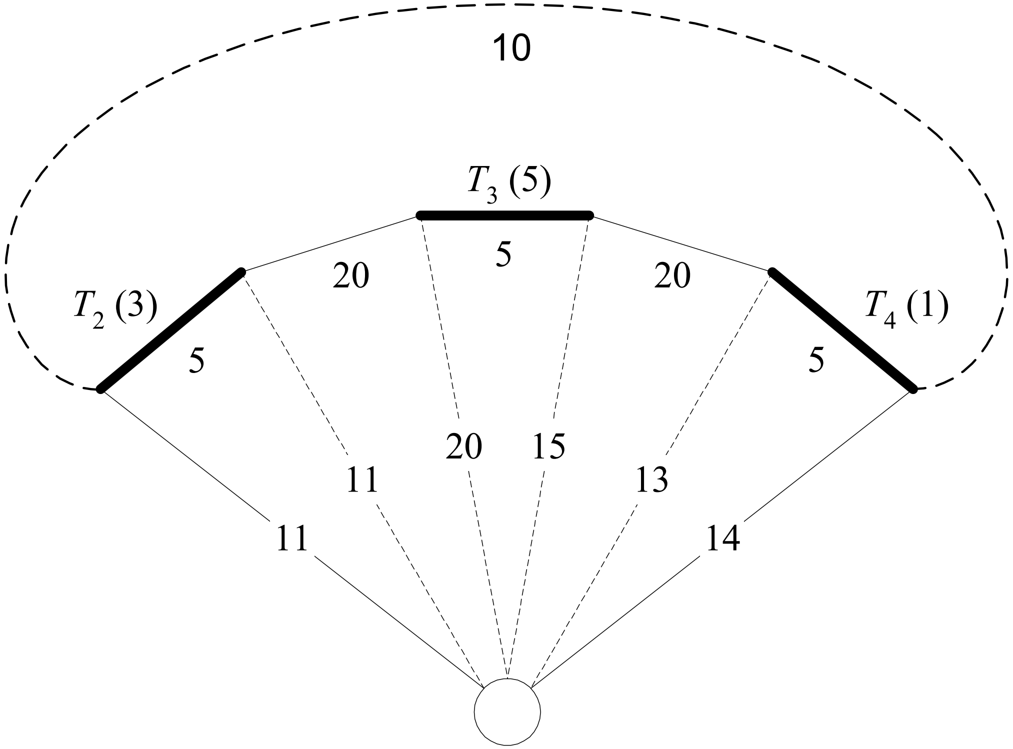
- coût arc : choisir le dépôt k le moins cher parmi les p dépôts, $k = \arg\min \{C(k,T_i)+C(T_j,k), k = 1...p\}$.

Pickup & delivery pb by helicopter (Velasco et al., 2009)

- le tour géant respecte déjà les contraintes de précédence.
- faisabilité : ignorer les arcs qui contiennent seulement le point de collecte ou bien de livraison pour un client.

Dans tous ces exemples, la complexité en $O(nb)$ du *Split* de base peut être maintenue !

Split avec meilleure insertion du dépôt



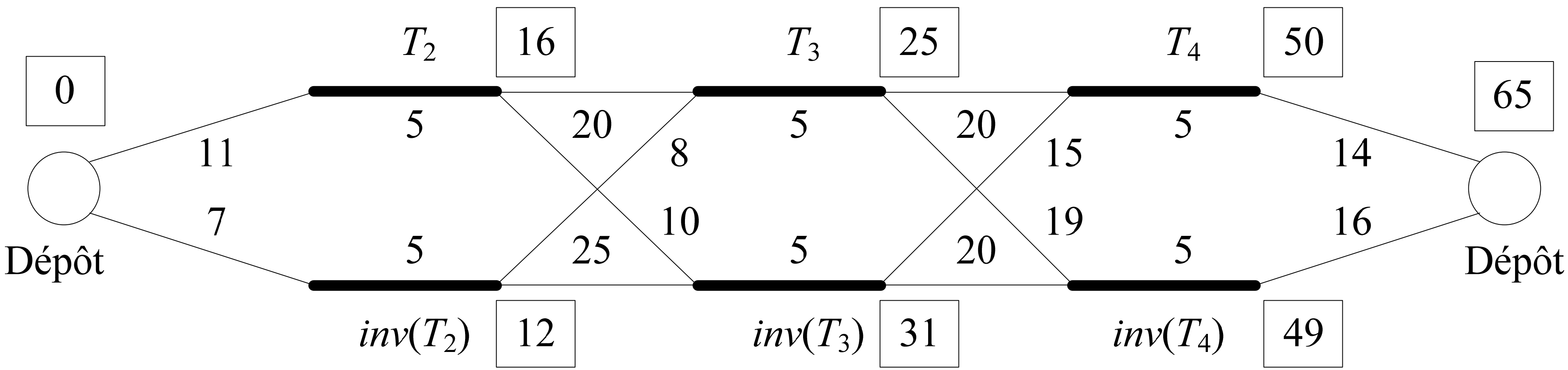
Exemple sur le CARP :

sous-séquence d'arêtes (T_2,T_3,T_4) du tour géant.

Tournée (T_2, T_3, T_4): coût 80. (T_3, T_4, T_2): 76. (T_4, T_2, T_3): 73.
Coût de l'arc dans H : 73. *Split* encore possible en $O(nb)$.

Split avec inversions d'arêtes

CARP : meilleurs sens des arêtes pour chaque tournée.



inv(S_k) désigne l'autre sens de traverse de l'arête S_k.
(T_2, T_3, T_4): coût 80, (*inv*(T_2), T_3, *inv*(T_4)): coût 64.

Encore une implémentation possible en $O(nb)$.

Modification de l'algorithme de PCC

VRP avec flotte limitée de *p* véhicules (Prins, 2004) :

- version générale de l'algorithme de Bellman.
- qui calcule à l'itération *k* des chemins d'au plus *k* arcs.
- on stoppe l'algorithme à l'itération *p*, complexité $O(nbp)$.

CARP min-max avec *p* véhicules (Lacomme *et al*., 2004) :

- on veut minimiser la durée de la plus longue tournée.
- version min-max de l'algorithme de Bellman.

VRP à flotte hétérogène et limitée (Prins, 2009) :

- chaque arc consomme un véhicule de type compatible
- problème de PCC à contraintes de ressources !
- si *t* types de véhicules, découpage possible en $O(bn^t)$.

Un cas plus subtil pour finir 1/8

Problème de tournées avec tracteurs et remorques.
Bouin *et al.* (2005), *Villegas et al.* (2009)

Exemple: collecte de lait. Un camion avec une citerne de capacité Q_1 et une remorque-citerne de capacité Q_2.

Un cas plus subtil pour finir 2/8

On a *n* clients (fermes) à visiter.
Beaucoup de fermes sont inaccessibles avec la remorque.

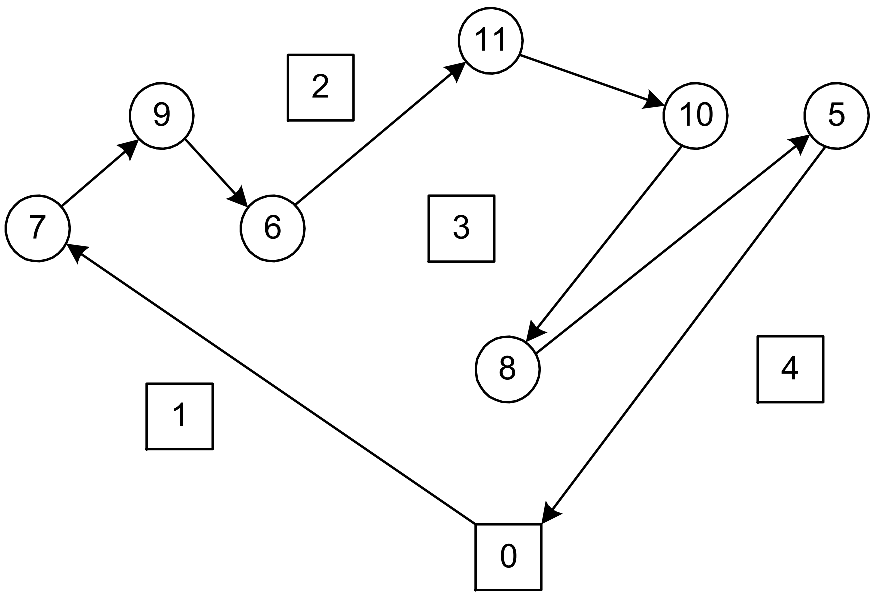
Le chauffeur doit laisser sa remorque sur un ensemble de *p* parkings possible avant de visiter des fermes.

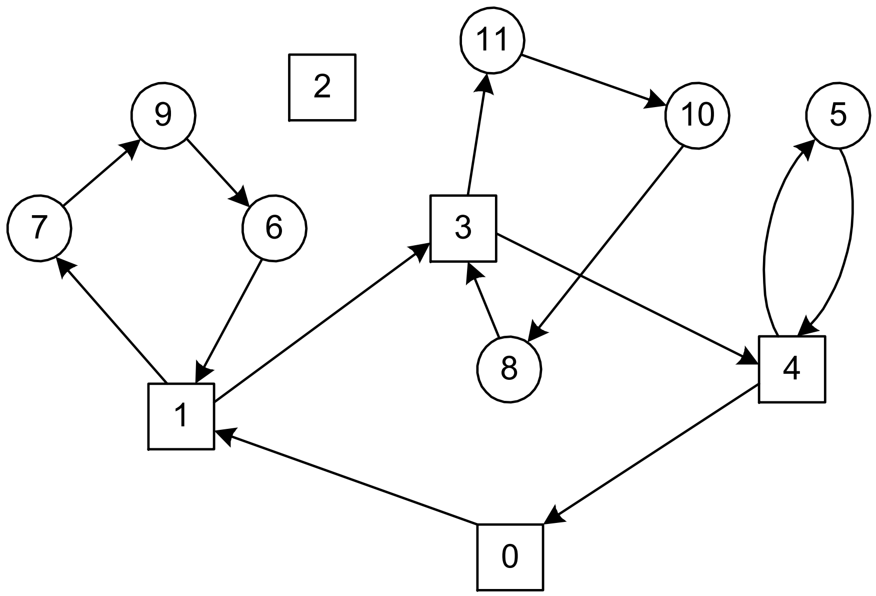
Soit un tour géant (ordre de priorité sur les fermes).

Le but est d'insérer des parkings dans ce tour, pour minimiser la distance totale parcourue.

Un cas plus subtil pour finir 3/8

Exemple – Dépôt au nœud 0, parkings aux nœuds 1-4 :





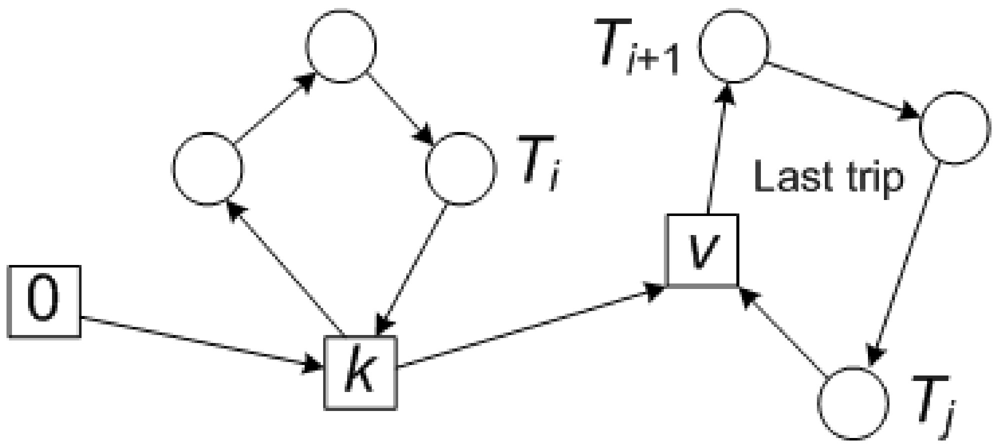
Un cas plus subtil pour finir 4/8

Graphe auxiliaire pour *Split* :

Le tour géant S est répété p fois (une séquence par parking), ce qui donne p lignes de n nœuds notés $[v,j]$.

Le label du nœud $[v,j]$ est le coût d'une solution partielle dont la dernière tournée finit au parking v après le client j.

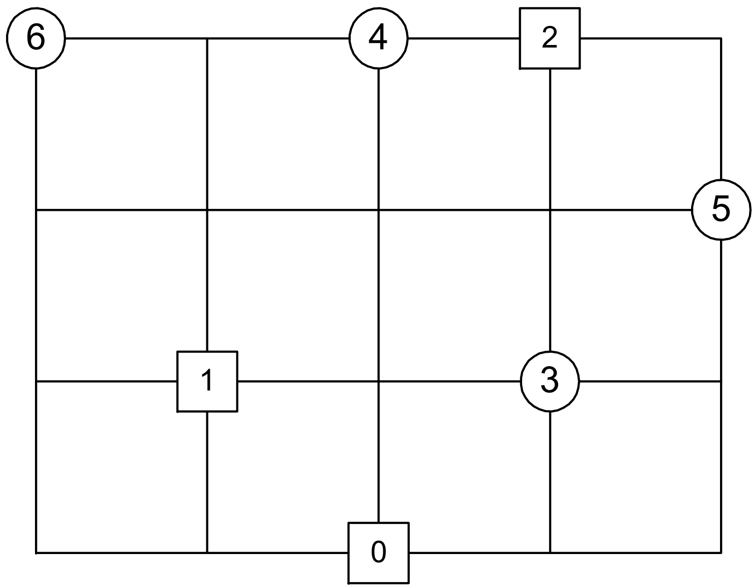
Arc $([k,i],[v,j])$ si l'avant-dernière tournée finit au parking k après le client i.



Un cas plus subtil pour finir 5/8

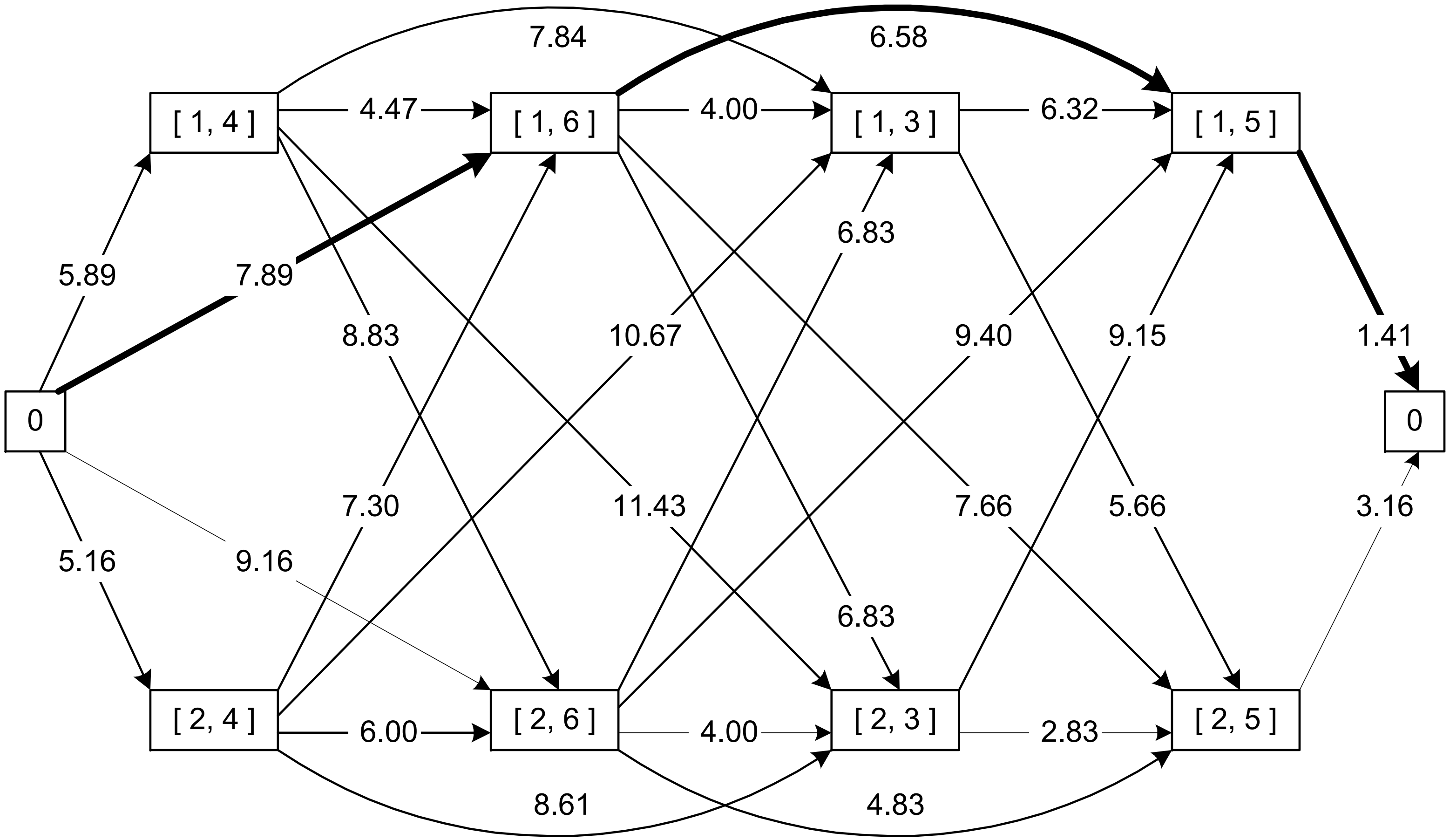
Exemple de graphe pour *Split* :

p = 2 parkings (1-2), n = 4 clients (3-6), Q_1 = 3.
Tour géant T = (4,6,3,5), demandes (1,1,2,1).
Coordonnées en km, distances euclidiennes.



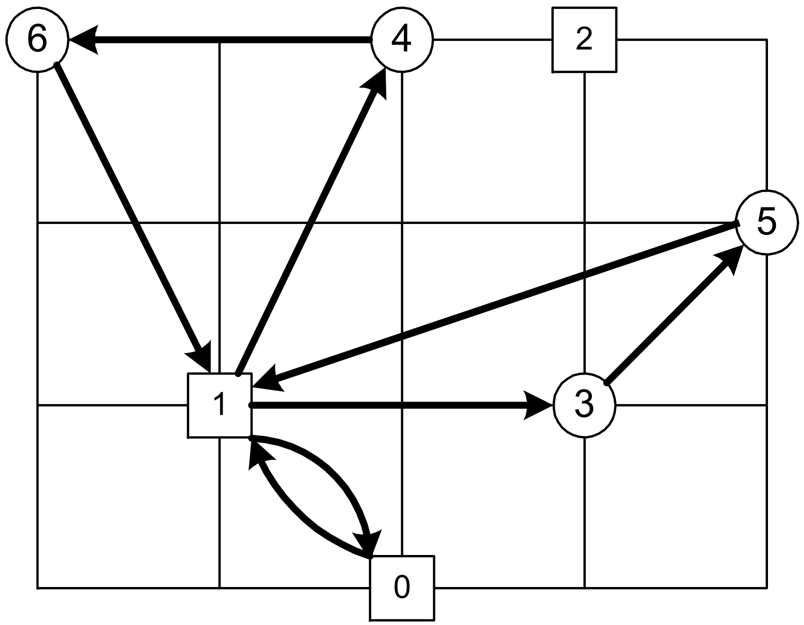
Un cas plus subtil pour finir 6/8

Graphe et PCC en gras, coût = 15.88



Un cas plus subtil pour finir 7/8

Solution obtenue S=(0,1,4,6,1,3,5,1,0) :



Elle est optimale pour l'ordre imposé par le tour géant.

Un cas plus subtil pour finir 8/8

Complexité :

Algorithme de Bellman : $O(m)$ si m arcs.
Ici n couches verticales de p nœuds chacun.
Chaque nœud des couches i=1 à n-1 peut être relié aux $p.(n-i)$ nœuds des couches suivantes $\rightarrow O(n^2p^2)$.

Méthode utilisée dans un GRASP avec path relinking (Villegas *et al.*, 2009).

Conclusion

Le principe "route-first cluster-second", bien que longtemps délaissé, est général et flexible.

On peut l'utiliser dans des heuristiques constructives rapides et dans des métaheuristiques efficaces pour de nombreux problèmes de tournées de véhicules.

Il atteint cependant ses limites quand le problème de plus court chemin sous-jacent n'est plus polynomial (cas du VRP à flotte limitée hétérogène, par exemple).

Bibliographie

S. Liu, W. Huang, H. Ma, An effective genetic algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problems, *Transportation Research Part E*, 45(3), 434-445.

J. Mendoza, B. Castanier, C. Guéret, A. Medaglia, N. Velasco, A memetic algorithm for the multi-compartment vehicle routing probllem with stochastic demands, *Computers and Operations Research*, 37(11), 1886-1898, 2010.

R. Liu, Z. Jiang, X. Liu, F. Chen, task selection and routing problems in collaborative truckload transportation, *Transportation Research Part E*, 46, 1071-1085, 2010.

A. Kansou, A. Yassine, New upper bounds for the multi-depot capacitated arc routing problem, *International Journal on Metaheuristics*, 1(1), 81-95, 2010.

Bibliographie

C. Prins, S. Bouchenoua, A memetic algorithm solving the VRP, the CARP, and more general routing problems with nodes, edges and arcs, dans : *Recent advances in memetic algorithms*, W. Hart, N. Krasnogor et J. Smith (éd.), Studies in Fuzziness and Soft Computing 166, pp. 65-85, Springer, 2004.

C. Prins, A GRASP × evolutionary local search hybrid for the Vehicle Routing Problem, *Bio-inspired algorithms for the Vehicle Routing Problem*, F.B. Pereira et J. Tavares (éd.), Studies in Computational Intelligence 161, pp. 35-53, Springer, 2009.

N. Velasco, P. Dejax, C. Guéret, C. Prins, A memetic algorithm for a pickup and delivery problem by helicopter, *Bio-inspired algorithms for the Vehicle Routing Problem*, F.B. Pereira et J. Tavares (éd.), Studies in Computational Intelligence 161, pp. 173-190, Springer, 2009.

Bibliographie

N. Labadi, C. Prins, M. Reghioui, An evolutionary algorithm with distance measure for the split delivery arc routing problem, *Recent advances in evolutionary computation for combinatorial optimization*, C. Cotta et J. van Hemert (éd.), Studies in Computational Intelligence 153, pp. 275-294, Springer, 2008.

N. Labadi, C. Prins, M. Reghioui, GRASP with path relinking for the capacitated arc routing problem with time windows, *Advances in Computational Intelligence in Transport, Logistics and Supply Chain Management*, A. Fink et F. Rothlauf (éd.), Studies in Computational Intelligence 144, pp. 111-135, Springer, 2008.

J.M. Belenguer, E. Benavent, N. Labadi, C. Prins, M. Reghioui, Lower and upper bounds for the split delivery capacitated arc routing problem, *Transportation Science*, 44(2), pp. 206-220, 2010.

Bibliographie

J.G. Villegas, C. Prins, C. Prodhon, A. Medaglia, N. Velasco, GRASP/VND and multi-start evolutionary local search for the single truck and trailer routing problem with satellite depots, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 23(5), pp. 780-794, 2010.

S.U. Ngueveu, C. Prins, R. Wolfler Calvo, An Effective Memetic Algorithm for the Cumulative Capacitated Vehicle Routing Problem, *Computers and Operations Research* 37(11), pp. 1877-1885, 2010.

C. Duhamel, P. Lacomme, C. Prins, C. Prodhon, A GRASP $\times$ ELS approach for the Capacitated Location-Routing Problem, *Computers and Operations Research* 37(11), pp. 1912-1923, 2010.

C. Prins, Two memetic algorithms for heterogeneous fleet vehicle routing problems, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 22, pp. 916-928, 2009.

Bibliographie

N. Labadi, C. Prins, M. Reghioui, A memetic algorithm for the vehicle routing problem with time windows. *RAIRO-Operations Research*, 42(3), pp. 415-431, 2008.

C. Prins, N. Labadi, M. Reghioui, Tour splitting algorithms for vehicle routing problems, *International Journal of Production Research*, 47(2), pp. 507-536, 2009.

A. El Fallahi, C. Prins, R. Wolfler Calvo, A memetic algorithm and a tabu search for the multi-compartment vehicle routing problem, *Computers and Operations Research*, 35(5), pp. 1725-1741, 2008.

J.-M. Belenguer, E. Benavent, P. Lacomme, C. Prins, Lower and upper bounds for the mixed capacitated arc routing problem, *Computers and Operations Research*, 33(12), pp. 3363-3383, 2006.

Bibliographie

P. Lacomme, C. Prins, M. Sevaux, A genetic algorithm for a bi-objective capacitated arc routing problem, *Computers and Operations Research*, 33(12), pp. 3473-3493, 2006.

F. Chu, N. Labadi, C. Prins, A scatter search for the periodic capacitated arc routing problem, *European Journal of Operational Research*, 169(2), pp. 586-605, 2006.

P. Lacomme, C. Prins, W. Ramdane-Chérif, Competitive memetic algorithms for arc routing problems, *Annals of Operations Research*, 131, pp. 159-185, 2004.

C. Prins, A simple and effective evolutionary algorithm for the Vehicle Routing Problem, *Computers and Operations Research*, 31(12), pp. 1985-2002, 2004.