

Algorithmique et Programmation 2: Contrôle 2

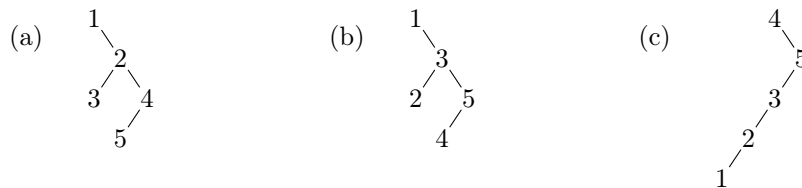
Nous utilisons la classe suivante pour les arbres :

```
1 || class Noeud (object):  
2 ||     def __init__(self, entier):  
3 ||         self.entier = entier  
4 ||         self.gauche = None  
5 ||         self.droit = None
```

1 Arbres binaires de recherche

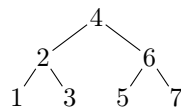
1.1

Lesquels des suivants sont des arbres binaires de recherche.



1.2

Donnez le résultat du parcours préfixe, infixe et postfixe du prochain arbre.



```
6 || def prefixe(a):  
7 ||     if a != None:  
8 ||         print(a.entier)  
9 ||         prefixe(a.gauche)  
10 ||        prefixe(a.droit)  
11 || def infixe(a):  
12 ||     if a != None:  
13 ||         infixe(a.gauche)  
14 ||         print(a.entier)  
15 ||         infixe(a.droit)
```

```
16 || def postfixe(a):  
17 ||     if a != None:  
18 ||         postfixe(a.gauche)  
19 ||         postfixe(a.droit)  
20 ||         print(a.entier)
```

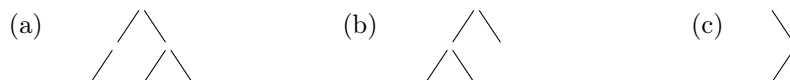
1.3

Dessinez un arbre avec parcours préfixe 4,2,1,3 et parcours postfixe 1,3,2,4 qui n'est pas un arbre binaire de recherche.

2 Arbres équilibrés

2.1

Ecrivez une fonction `equilibre(A)` qui prend un noeud et retourne la différence de hauteur entre le sous-arbre du fils droit et le sous-arbre du fils gauche. Par exemple, des arbres avec les structures suivantes devraient retourner (a) 0, (b) -1 et (c) 2.

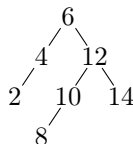


(Vous pouvez écrire une sous-fonction qui donne la hauteur d'un arbre, mais soyez prudent avec la hauteur des noeuds vides.)

2.2

Un arbre est équilibré si, pour chaque noeud dans l'arbre, la fonction `equilibre` renvoie -1, 0 ou 1.

Regarde l'arbre binaire de recherche suivant, qui est aussi équilibré :



On peut ajouter 15 comme feuille dans cet arbre tel qu'il soit toujours un arbre binaire de recherche équilibré. Pour lequel de 1, 3, 5, 7, 9, 11, et 13 est-ce également vrai ?

2.3

Pour ces questions, ignorez les noeuds `None`.

- (a) Quelle est la hauteur maximale d'un arbre avec sept noeuds ?
- (b) Quelle est la hauteur minimale d'un arbre avec sept noeuds ?
- (c) Quelle est la hauteur maximale d'un arbre équilibré avec sept noeuds ?

2.4

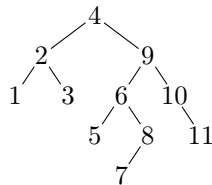
Nous voulons garder les arbres équilibrés.

```

21 | def doubleRotation(A) :
22 |     gg = a.gauche
23 |     gd = a.droit.gauche.gauche
24 |     dg = a.droit.gauche.droit
25 |     a.gauche = Noeud(a.entier)
26 |     a.entier = a.droit.gauche.entier
27 |     a.gauche.gauche = gg
28 |     a.gauche.droit = gd
29 |     a.droit.gauche = dg

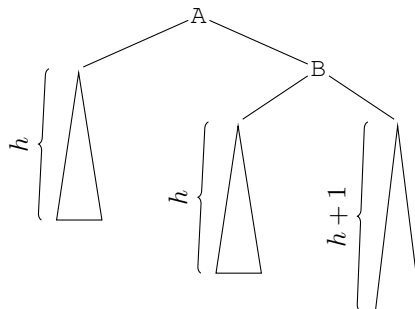
```

Appliquez cette fonction à l'arbre suivant et dessinez l'arbre qui est produit. Quelle est la complexité de cette fonction ?



2.5

Supposons que l'arbre binaire de recherche A soit tel que $A.droit == B$, $equilibre(A) == 2$ et $equilibre(B) == 1$.



Ecrivez une fonction `rotate(A)` qui, donné l'arbre A ci-dessus comme argument, créer un nouveau arbre binaire de recherche dont (a) une valeur existe dans le nouveau arbre si et seulement si la valeur existait dans A et (b) pour lequel `equilibre` renvoie 0.

