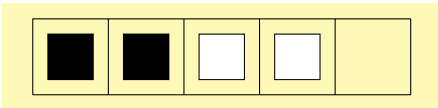
$A^{\star}$

Exercice 1

On considère cinq cases alignées pouvant contenir chacune un carré noir (N), un carré blanc (B) ou bien rester vide (V). On désire passer de la situation initiale :



à une situation où tous les carrés blancs sont à gauche des carrés noirs. Les coups possibles sont les suivants :

— un carré adjacent à la case vide peut se déplacer dans la case vide pour un coût de 1

— un carré qui est à deux cases de la case vide (il est adjacent à un carré adjacent à la case vide) peut sauter à la case vide avec un coût de 2

— un carré qui est à trois cases de la case vide (il est adjacent à un carré adjacent à un carré adjacent à la case vide) peut sauter à la case vide avec un coût de 3

Résoudre ce problème à l'aide de l'algorithme A⋆.

Exercice 2

On considère une grille de taille $n \times n$ et où n jetons numérotés de 1 à n occupent la 1ière ligne (les jetons occupent les case (1,1) jusqu'à (n,1), le jeton numéroté i occupant la case (i,1)). On doit bouger les jetons pour qu'ils occupent la dernière ligne, mais dans le sens opposé. Donc le jeton i qui a débuté en (i,1) devra se retrouver en ($n-i+1$,n). A chaque étape, on peut déplacer chacun des jetons soit à gauche, à droite, en haut, en bas, ou le laisser là où il se trouve. Si un jeton j n'est pas déplacé, on permet à au plus un jeton de passer par-dessus le jeton j. Il est interdit à deux jetons d'occuper la même case.

1. le nombre d'états différents est autour de (a) n^2 (b) n^3 (c) n^{2n} (d) n^{n^2}
2. le facteur de branchement est environ (a) 5 (b) $5n$ (c) 5^n
3. Ecrire une heuristique admissible non triviale h_i pour estimer le nombre de coups nécessaires à un jeton placé en (i, j) pour atteindre son but (g, n) en supposant qu'il n'y a pas d'autres jetons sur l'échiquier.
4. Parmis les heuristiques suivantes, quelles sont celles qui sont admissibles pour le problème du déplacement des n jetons vers leur destination. Donnez des arguments (on ne demande pas de démonstrations).

   (a) $\sum_{i=1}^{n} h_i$ (b) $\max\{h_1, \ldots, h_n\}$ (c) $\min\{h_1, \ldots, h_n\}$ (d) aucune

Exercice 3

Montrer qu'une heuristique monotone est admissible. On rappelle qu'une heuristique admissible sous-estime toujours le coût pour joindre l'état final. Une heuristique est monotone si pour tout noeud n, tout succésseur n' de n on a $h(n) \leq c(n, n') + h(n')$.