

# Municipales : les fusions de listes sont-elles équitables?

Jérôme Lang\*      Lucas Mattioli†

25 Juin 2020

Le 28 juin aura lieu le second tour des élections municipales dans environ 5000 communes où aucune liste n'a obtenu une majorité absolue de voix au premier tour. Certaines des listes présentes au second tour ont été constituées par la fusion de deux ou plusieurs listes du premier tour. C'est la règle générale pour les listes du PS (ou d'union de la gauche, selon le cas) et les listes d'EELV, qui ont fusionné dans la plupart des grandes villes.<sup>1</sup> C'est aussi le cas pour les listes de LR et LRM dans quelques villes (Lyon, Bordeaux, Strasbourg, Clermont-Ferrand, et le 5ème arrondissement de Paris). Il existe quelques fusions de trois listes de gauche (notamment à Montpellier et Toulouse) et quelques cas atypiques (comme la fusion de la liste LR et d'une liste dissidente LR dans le 15ème arrondissement de Paris).

Une question qu'il est légitime de se poser : la fusion est-elle équitable ? Une définition intuitivement satisfaisante de l'équité est le respect des forces respectives des différentes listes fusionnées, représentées par leurs résultats au premier tour. Une fusion est en quelque sorte un partage équitable de ressources, où les ressources sont les positions dans la liste, et chacune des listes fusionnées peut légitimement revendiquer une part des ressources proportionnelles à son score au premier tour. Par exemple, si deux listes  $L_1$  et  $L_2$ , dont les scores au premier tour sont 30% et 15%, fusionnent au second en une liste  $L_F$ , la liste  $L_1$  peut légitimement revendiquer les deux tiers de la « ressource », et la liste  $L_2$ , un tiers.

Il reste à préciser ce qu'on entend par « une part  $x\%$  de la ressource ». Il est évident que la mesure de la part de la ressource attribuée à une liste dépend des positions dans la liste fusionnée. Reprenons notre exemple de

---

\*LAMSADE, CNRS, Université Paris-Dauphine, PSL, [lang@lamsade.dauphine.fr](mailto:lang@lamsade.dauphine.fr)

†LAMSADE, Université Paris-Dauphine, PSL, [lucas.lucas-mattioli@dauphine.eu](mailto:lucas.lucas-mattioli@dauphine.eu)

1. Quelques exceptions : Lille, Nice, et Strasbourg. À Bordeaux, les forces de gauche ont fait liste commune dès le premier tour

deux listes  $L_1$  et  $L_2$  qui ont obtenu 30% et 15% des voix au premier tour, et supposons qu'il y a 60 sièges à pourvoir. La ressource, *in fine*, ce sont les sièges, mais ce n'est pas cette ressource qu'on distribue, mais les places dans la liste.

Il n'est pas inutile de rappeler que la répartition des sièges à l'issue du second tour se fait selon la règle proportionnelle avec bonus majoritaire : une moitié des sièges est attribuée d'emblée à la liste qui obtient le plus grand score, et l'autre moitié est répartie entre les listes proportionnellement à leur score (on n'entrera pas dans le détail de la règle de répartition proportionnelle, qui a peu d'incidence sur ce qui nous intéresse ici). Lorsque ce calcul attribue  $s$  sièges à une liste, les  $s$  premiers noms de la liste sont élus.

Dès lors, mesurer simplement la proportion de places dans la liste fusionnée attribuée à chacune des listes du premier tour est insuffisant. Dans notre exemple ci-dessus, attribuer à la liste  $L_1$  les 40 premiers sièges, et à  $L_2$  les 20 suivants, serait très injuste envers  $L_2$  ! La mesure d'équité doit bien évidemment tenir compte de la répartition des places dans la liste.

Une définition que nous adaptons de [1] semble être particulièrement adaptée à la mesure d'équité (ou de proportionnalité) des fusions de listes. Soit une liste  $L_F$  fusionnée à partir des listes  $L_1, \dots, L_q$  et soient  $\alpha_1, \dots, \alpha_q$ , avec  $\alpha_1 + \dots + \alpha_q = 1$ , leurs justes parts respectives (dans notre exemple ci-dessus,  $\alpha_1 = 2/3$  et  $\alpha_2 = 1/3$ ). Soit  $m$  le nombre total de sièges à pourvoir. Pour  $k = 1, \dots, m$ , on note  $N(L_F, L_i, k)$  le nombre de places de  $L_F$ , parmi les  $k$  premières, attribuées à des candidats de  $L_i$ . Si la fusion est équitable, on s'attend à ce qu'une proportion proche de  $\alpha_i$  des  $k$  premières places de  $L_F$  soit attribuée à  $L_i$ . On dira donc qu'une liste fusionnée est parfaitement proportionnelle si pour tout  $k = 1, \dots, m$  on a

$$\lfloor k\alpha_i \rfloor \leq N(L_F, L_i, k) \leq \lceil k\alpha_i \rceil.$$

On peut aller plus loin et mesurer le degré de « disproportionnalité » (ou de violation de la proportionnalité) d'une liste fusionnée. Il y a plusieurs définitions possibles, celle que nous retiendrons (qui diffère de celle qu'étudient [1]) est la somme des déviations à la proportionnalité parfaite :

$$\delta(L_F, L_i) = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m [|N(L_F, L_i, k) - k\alpha_i|]$$

est la disproportionnalité de  $L_F$  relativement à  $L_i$ , et

$$\delta(L_F) = \frac{1}{q} \sum_{i=1}^q \delta(L_F, L_i) = \frac{1}{mq} \sum_{i=1}^q \sum_{k=1}^m [|N(L_F, L_i, k) - k\alpha_i|]$$

est la disproportionnalité totale de  $L$ .

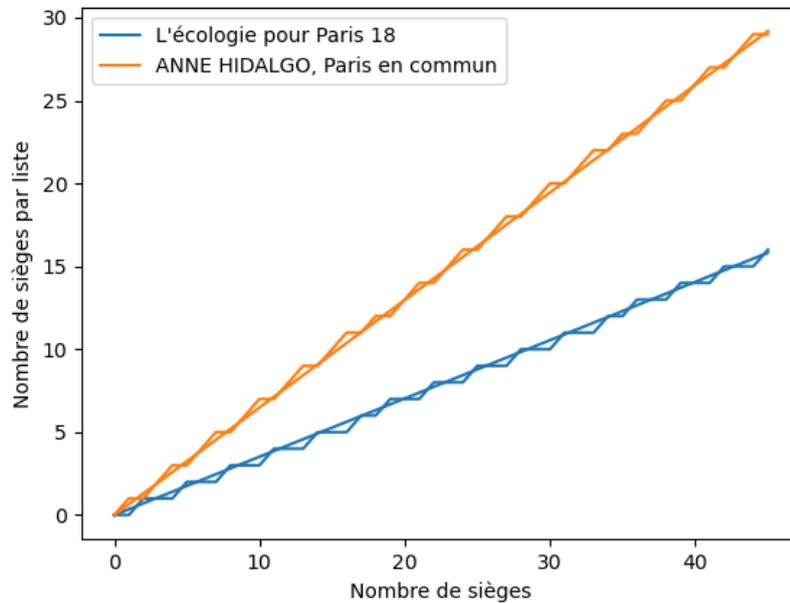


FIGURE 1 – Fusion des listes PS/PC et EELV dans le 18ème arrondissement de Paris

On remarque que  $\delta(L_F) = 0$  si et seulement si  $L_F$  est parfaitement proportionnelle. La figure 1 montre un exemple de liste fusionnée (à partir des listes PS/PC et de EELV dans le 18ème arrondissement de Paris) qui est parfaitement proportionnelle.

En abscisse, le nombre de sièges obtenu par la liste fusionnée à l'issue du second tour. En ordonnée, le nombre de sièges parmi ceux-ci qui sont attribués à des membres de  $L_i$ . Les lignes brisées correspondent aux points  $N(L_F, L_i, k)$ , c'est-à-dire le nombre effectif de positions allouées à la liste  $L_i$  parmi les  $k$  premiers. Les lignes droites correspondent à  $k\alpha_i$ . On voit dans ce cas que les deux listes sont représentées de façon complètement proportionnelle.

La figure 2 montre un exemple de liste fusionnée (à partir des listes LR et LRM à Bordeaux) qui est presque parfaitement proportionnelle.

Dans la plupart des grandes villes, les listes fusionnées respectent parfaitement, ou presque, la proportionnalité : c'est le cas des fusions à gauche dans les arrondissements parisiens ;<sup>2</sup> c'est le cas également, par exemple, des

2. Sauf le 7ème, où il n'y a pas de second tour, et le 16ème, où aucune liste de gauche n'a pu se maintenir au second tour.

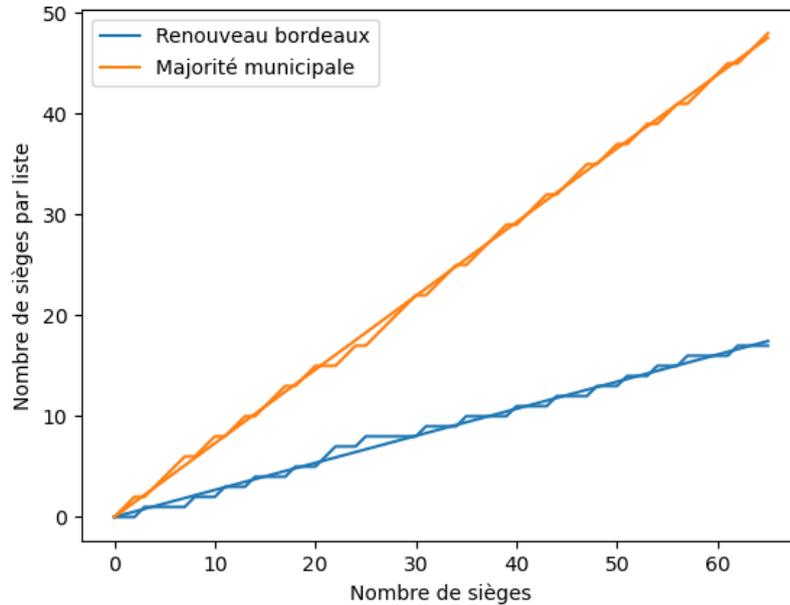


FIGURE 2 – Fusion des listes LR et LRM à Bordeaux

fusions à gauche à Nantes, et à droite à Strasbourg. Il y a cependant des exceptions, comme le montrent les figures 3, 4 et 5.

Ces trois listes fusionnées (à Montpellier, Toulouse, et dans le 15<sup>ème</sup> arrondissement de Paris) ne respectent pas la proportionnalité, et dans des proportions significatives. Dans le cas de Toulouse, on voit cependant que la proportionnalité est respectée pour la liste PS dissidente *Pour la cohésion ! L'autre choix*, mais pas pour les deux autres listes (*Archipel Citoyen*, à dominante EELV, et *Une Nouvelle Energie pour Toulouse*, PS). La liste fusionnée à Montpellier ne respecte la proportionnalité pour aucune des trois listes du premier tour. Dans le 15<sup>ème</sup> arrondissement de Paris, la fusion est proportionnelle pour les deux premiers tiers de la liste et ne l'est plus dans son troisième tiers : cependant, au vu sdes résultats du premier tour, la liste peut espérer obtenir au maximum 43 sièges sur 55, et la fusion est quasiment proportionnelle dans la partie de la liste qui va jusqu'au 43<sup>ème</sup> siège (on y reviendra).

On observe que la proportionnalité tend à être repectée quand les accords sont non-conflictuels, notamment au sein de majorités municipales (comme le PS et EELV dans les arrondissement parisiens), et à ne pas l'être dans les situations tendues ou conflictuelles. À Toulouse, notamment, la situation

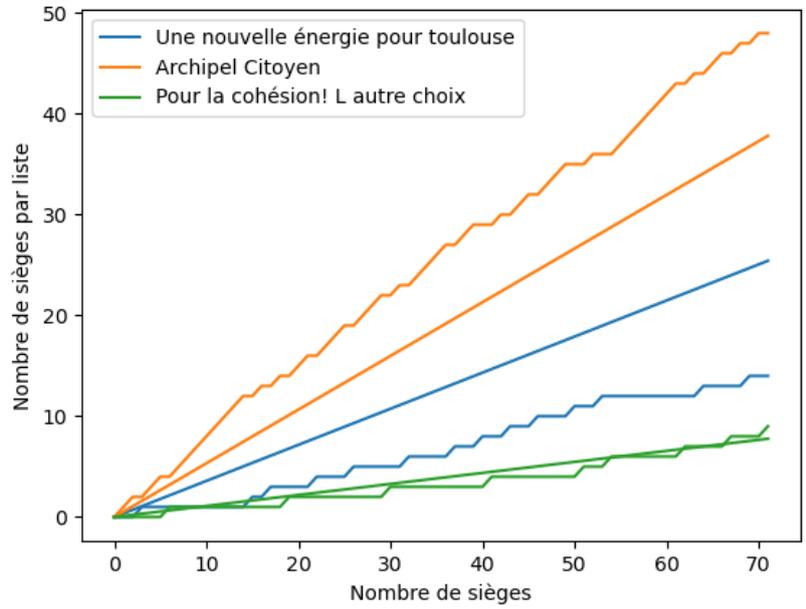


FIGURE 3 – Fusion de trois listes de gauche à Toulouse

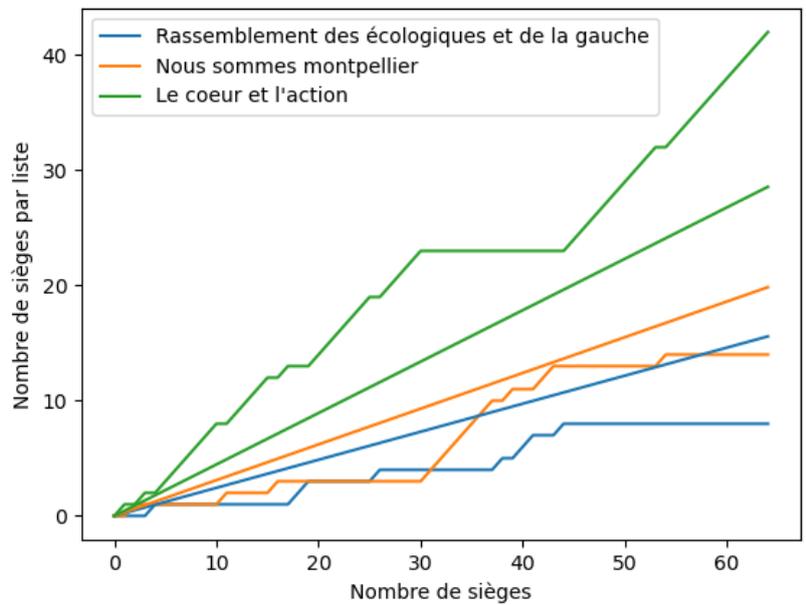


FIGURE 4 – Fusion de trois listes divers gauche à Montpellier

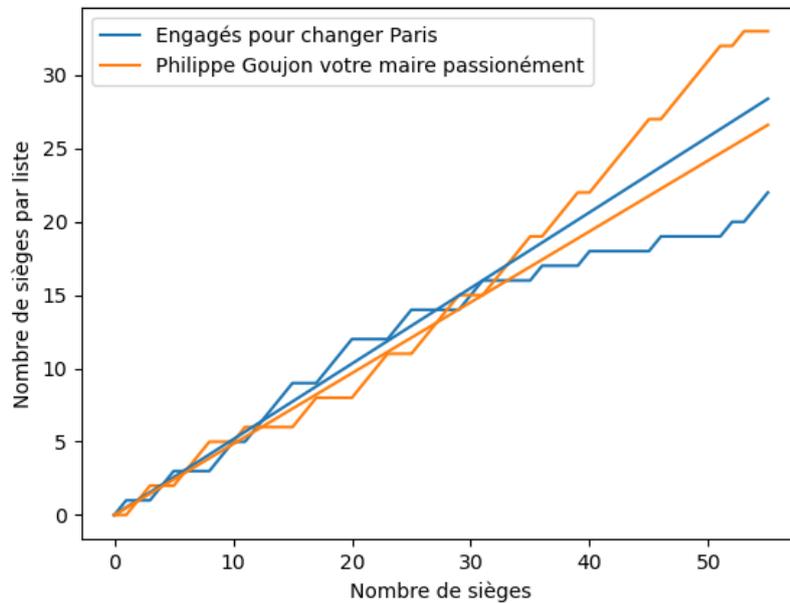


FIGURE 5 – Fusion de deux listes de droite à Paris, 15ème arrondissement

était très tendue entre *Archipel Citoyen* et *Une Nouvelle Energie pour Toulouse*, alors qu'elle l'était moins avec *Pour la Cohésion*, ce qui se traduit par une représentation proportionnelle de cette dernière, et une représentation biaisée des deux autres listes. Comme on peut s'y attendre, quand il y a une violation de la proportionnalité, elle se fait en général au bénéfice de la liste ayant recueilli le plus de voix au premier tour (Montpellier, Toulouse); le 15ème arrondissement de Paris ne suit pas cette règle, mais les scores des deux listes au premier tour étaient très proches, et surtout, la partie de la liste qui s'éloigne de la proportionnalité concerne des sièges ingagnables (au-delà de la 43ème place).<sup>3</sup>

On peut maintenant s'intéresser aux indices de disproportionnalité. A Montpellier, ils sont respectivement de 2.85, 2.29 et 5.62 pour les trois listes *Rassemblement écologique et de la gauche*, *Nous sommes Montpellier* et *Le coeur et l'action*; le score de disproportionnalité global est de 3.58. A Tou-

3. En extrapolant les résultats du premier tour sur le second, on obtient que le nombre de sièges obtenu par la liste fusionnée sera compris en 40 et 43. Dans l'hypothèse basse (40), la représentation est complètement proportionnelle, alors que dans l'hypothèse haute (43 sièges), elle est légèrement biaisée en faveur de la liste *Philippe Goujon*; faut-il y voir une incitation des électeurs de la liste Goujon à se reporter sur la liste fusionnée, en dépit des relations conflictuelles entre les deux listes du premier tour ?

louse, ils sont respectivement de 5.85, 5.4 et 0.17 pour les trois listes *Archipel citoyen*, *Une nouvelle énergie pour Toulouse* et *Pour la cohésion*; le score de disproportionnalité global est de 3.81, soit un peu plus qu'à Montpellier. A Paris 15, comme seulement deux listes ont fusionné, les scores de disproportionnalité sont les mêmes pour chacune : 1.73.

La définition de la proportionnalité que nous avons prise jusqu'à présent est cependant imparfaite. En effet, elle ne tient pas compte du fait que les places de la liste ne sont pas toutes de même importance. Examinons plusieurs cas de figure.

Dans le cas du 15ème arrondissement de Paris (Figure 5), la liste fusionnée de l'union de la droite est assurée (sauf cataclysme) de remporter l'élection. Tous les sièges de la première moitié de la liste sont donc équivalents, puisque leurs occupants seront élus. Les sièges de la fin de la liste sont aussi équivalents, puisque leurs occupants ne seront pas élus. Pour savoir où se situe la partie de la liste où chaque position compte, il faut tenir compte des résultats attendus du vote. Pour faire simple, on peut supposer, avec peu de risque de se tromper, que la liste d'union de la droite aura un score compris entre 44 % (somme des scores des deux listes de droite qui fusionnent) et 55 % (valeur précédente, ajoutée aux 11% de voix qui se sont portées sur des listes non représentées au second tour).

En calculant les indices de disproportionnalité uniquement sur ces intervalles de confiance on obtient une mesure plus fine de la disproportionnalité réelle, qu'on appellera indice de *proportionnalité réaliste*. Pour Paris XVème, circonscription pour laquelle la liste fusionnée est quasiment sûre d'obtenir le bonus de majorité, on peut établir l'intervalle de confiance entre 40 et 43 sièges (correspondant respectivement à 44 % et 55% des votes, cf. *supra*). On obtient un indice de 3.0 pour chacune des deux listes, ce qui est bien au-dessus de la valeur de 1.73 précédente.

Pour Toulouse, la somme des scores des listes fusionnées est de 51%. Cela dit, il y a beaucoup d'incertitude sur le report des voix de la liste *Une nouvelle énergie pour Toulouse*, en raison des rapports conflictuels avec *Archipel Citoyen* que nous avons évoqués, et il y a donc une incertitude sur l'issue du vote, que les sondages prédisent très serrée. Il y a donc quatre intervalles dans la liste : les 16 premiers candidats de la liste seront élus dans tous les cas ; le candidat en position 17 sera élu si la liste gagne, ou si elle perd avec un score compris entre 47.5% et 50% ; les candidats en position 18 à 54 seront élus si et seulement la liste gagne ; et le candidat en position 55 sera élu si la liste gagne avec plus de 52.5%. Les valeurs de  $k$  qui nous intéressent pour le calcul de l'indice de disproportionnalité réaliste sont donc 16, 17, 54 et 55. Ce qui nous donne, pour chacune des trois listes présentes au premier tour, les indices de disproportionnalité suivants :

- dans le cas où la liste gagne : 7 pour *Archipel Citoyen*, 7 pour *Une Nouvelle Energie pour Toulouse* et 0 pour *Pour la Cohésion ! L'autre choix*
- dans le cas où elle perd : 3.5, 3 et 0.

C'est un peu plus que les indices calculés en tenant compte de toutes les positions dans le cas où elle gagne, et un peu moins sinon.

Pour en avoir le coeur net, il faudrait analyser d'autres cas, mais ce que nous pouvons conjecturer est que l'indice de disproportionnalité réaliste (en tenant compte seulement des positions qui comptent réellement) est légèrement supérieur à l'indice de disproportionnalité brut (qui tient compte de toutes les positions), ce qu'on peut reformuler comme ceci : pour les places qui comptent réellement, et dans l'hypothèse où la liste remporte l'élection, l'effet des rapports de force est plus fort que pour les autres places (pour lesquelles cela ne coûte pas grand chose de respecter la proportionnalité...).

Une dernière hypothèse, que nous n'avons pas eu le temps de vérifier : lorsque les rapports de force sont largement en faveur de la liste « principale » (en ce sens que cette liste pourrait envisager de ne pas fusionner, tout en conservant des chances de gagner), les listes secondaires sont en position de faiblesse et on peut s'attendre à ce qu'elles soient mal représentées dans la liste fusionnée. Une représentation inéquitable dans une liste fusionnée serait donc une situation intermédiaire entre une représentation équitable et un échec de la fusion (comme par exemple en ce qui concerne les listes PS et EELV à Lille).

Il reste aussi à voir s'il y a une corrélation entre la proportionnalité de la liste fusionnée et le bon report des voix. À suivre après les résultats...

## Références

- [1] Piotr Skowron, Martin Lackner, Markus Brill, Dominik Peters, and Edith Elkind. Proportional rankings. In *Proceedings of the Twenty-Sixth International Joint Conference on Artificial Intelligence, IJCAI 2017*, pages 409–415, 2017.