Programmation Linéaire, Lancer de Rayon et Polarité

Y. Gérard

LAIC, Université Clermont I, Aubière, France
gerard@laic.u-clermont1.fr

Mots-clefs : géométrie algorithmique, optimisation géométrique

Nous commencerons par présenter quelques problèmes de géométrie algorithmique ou d'optimisation géométrique dits de type LP avant de nous intéresser plus particulièrement à un problème élémentaire de cette classe, le problème de lancer de rayon sur un polytope : input : un ensemble fini S de points, une droite orientée (le rayon) output : les sommets de la face éclairée de l'enveloppe convexe de S.

Nous montrerons que non seulement ce problème est de type LP, mais qu'il s'agit exactement de programmation linéaire, c'est-à-dire que résoudre un programme linéaire consiste exactement à lancer un rayon sur un ensemble de points. La présentation de ce point de vue géométrique sur la programmation linéaire est l'objectif principal de l'exposé. Nous verrons qu'il permet d'interpréter simplement la LP-dualité et qu'on peut ainsi interpréter la relation entre contraintes et solutions comme une transformation géométrique connue sous le nom de polarité. Nous utiliserons enfin ce point de vue original pour comprendre les algorithmes classiques (Simplex, Megiddo, Ellipsoïde ?, points intérieurs ?) comme des algorithmes de géométrie algorithmique et en développer de nouveaux...