

# Heuristiques basées sur la génération de colonnes pour résoudre un problème de tournées de véhicules combinées à la gestion de stock

S. Michel<sup>1,3</sup> et F. Vanderbeck<sup>2,3</sup>

1. LMAH, Université du Havre,  
ISEL, Quai Frissard BP 1137, 76063 Le Havre Cedex  
michels@univ-lehavre.fr

2. IMB, Université Bordeaux 1,  
351 cours de la Libération, 33405 Talence Cedex  
fv@math.u-bordeaux1.fr

3. INRIA Bordeaux Sud-Ouest

**Mots-clefs :** heuristiques primales, génération de colonnes, tournées de véhicules, planification, problème industriel.

## 1 Heuristiques basées sur la génération de colonnes

Les heuristiques classiques de type glouton, de recherche locale ou d'arrondi de la solution continue, peuvent être adaptées dans le cadre d'une approche de génération de colonnes. Intégrées à une méthode exacte de Branch-and-Price, elles permettent d'améliorer l'incumbent et ainsi de réduire le nombre de nœuds à explorer. Ces heuristiques permettent de trouver de "bonnes" solutions pour des problèmes réels de grande taille dont la structure se prête à une décomposition de Dantzig-Wolfe.

Dans une première partie de l'exposé, nous verrons comment implémenter dans le cadre d'une approche de décomposition les quatre heuristiques classiques suivantes :

- la résolution du maître restreint en nombre entier,
  - les heuristiques de type glouton,
  - les heuristiques d'arrondi,
  - les heuristiques de recherche locale et méta-heuristiques,
- tout en pointant leur utilisation dans la littérature [1, 3, 4, 5, 7, 9, 11, 13, 14].

Dans une deuxième partie, nous exposerons les résultats obtenus sur un problème réel de tournées de véhicules combinées à la gestion de stock.

## 2 Tournées de véhicules combinées à la gestion des stocks

Dans l'application industrielle qui a motivé notre étude, les tournées de véhicules sont combinées à la gestion de stock chez les sites clients. 3 décisions doivent être prises : (i) quand servir un client, (ii) quelle quantité livrer ou collecter chez le client servi, (iii) quelles routes utiliser. Ce problème est connu sous le nom d' "Inventory Routing Problem". Beaucoup de variantes ont été traitées dans la littérature [2, 6, 8, 16], mais les approches existantes tendent à faire des hypothèses restrictives (telle que la politique de partition fixe) ou d'adopter une optimisation hiérarchique où l'élaboration d'un planning est décidée avant la construction des routes. De

plus, la plupart de ces approches heuristiques ne fournissent pas de déviation à l’optimalité et sont spécifiques à la variante du problème.

Dans la variante considérée ici, une flotte homogène de véhicules est affectée à collecter un seul produit sur différents sites. Chaque site a son propre taux d’accumulation déterministe et sa capacité de stockage. A chaque visite, le stock est vidé (“order-up-to-level policy”). Dans la phase de planification tactique, nous cherchons une solution périodique qui est répétée dans le temps. L’objectif est de minimiser la taille de la flotte et les coûts de transport tout en donnant un découpage régionale de l’espace par une partition des sites entre les véhicules.

La structure du problème est exploitée pour développer une approche de décomposition de Dantzig-Wolfe [15]. Des plannings périodiques sont générés pour les véhicules en résolvant un problème de sac-à-dos à choix multiple [12]. L’élaboration des plannings de collecte pour les sites est traitée dans le programme maître. Les bornes duales sont calculées par une méthode tronquée de Branch-and-Price-and-Cut. Les bornes primales sont obtenues par des heuristiques d’arrondi et de recherche locale développées dans le contexte de la génération de colonnes. Des instances, fournies par notre partenaire industriel, sont ainsi résolues avec une déviation à l’optimalité raisonnable.

### 3 Branch-and-Price-and-Cut heuristique

La décomposition de Dantzig-Wolfe permet d’éliminer la symétrie liée à l’indexation des véhicules, la formulation obtenue souffre cependant d’une symétrie en temps. En-effet, décaler les départs des routes dans une solution périodique définit une solution symétrique. Pour éviter cette symétrie en temps, le problème maître *discret* est alors reformulé en terme de variables agrégées, nous obtenons un problème maître *agrégé*. Nous montrons que les problèmes maîtres agrégé et discret ont la même solution linéaire optimale. Néanmoins, la formulation agrégée est une relaxation du problème et la formulation discrète reste utile pour le calcul d’une solution entière.

En conséquence, la borne duale est obtenue en résolvant à l’optimalité la relaxation linéaire du problème maître agrégé par génération de colonnes. Pour améliorer la formulation, des coupes sont ajoutées au problème maître agrégé. Ces coupes sont dérivées de nos contraintes de couverture de la demande en utilisant une procédure d’arrondi. Notre objectif étant focalisé sur l’utilisation des véhicules, nous branchons sur la variable comptabilisant ce nombre. L’impact de ce branchement partiel sur la borne duale est important, contrairement aux coupes. Notre meilleure borne duale permet d’évaluer la qualité de nos solutions obtenues par les heuristiques primales.

La borne primale est obtenue par des heuristiques basées sur la formulation agrégée, mais à chacune de leurs étapes, nous nous assurons que la solution partielle construite est réalisable pour la formulation discrète. Plusieurs variantes des heuristiques sont comparées, les heuristiques d’arrondi et de recherche locale fournissent nos meilleures solutions.

## Références

- [1] C. Archetti, MWP. Savelsbergh, MG. Speranza, An Optimization-Based Heuristic for the Split Delivery Routing Problem, *Working Paper, University of Brescia*, 2006.
- [2] J. Bramel, D. Simchi-Levi, A location based heuristic for general routing problems, *Operations Research*, 43 :649–660, 2005.
- [3] A. Ceselli, G. Righini, M. Salani, A column generation algorithm for a vehicle routing problem with economies of scale and additional constraints, *Tristan*, 2007.
- [4] A. Chabrier, E. Danna, C. Le Pape, Coopération entre génération de colonnes et recherche locale appliquées au problème de routage de véhicules, *JNPC*, 2002.
- [5] A. Chabrier, Heuristic Branch-and-Price-and-Cut to solve a network design problem, *Proceedings CPAIOR*, 2003.
- [6] AM. Campbell, LW Clarke, MWP. Savelsbergh, Inventory routing in practice, *The Vehicle Routing Problem*, eds P. Toth, D. Vigo, SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, 2002.
- [7] FL. Cimelière, Optimisation du traitement de l'ordre de fabrication dans l'industrie textile, *Thèse, Université de Bordeaux1*, 2004.
- [8] V. Gaur, ML. Fisher, A periodic inventory routing problem at a supermarket chain, *Operations Research*, 52 :813–822, 2004.
- [9] O. Gulunk, T. Kimbel, L. Ladangi, B. Schieber, G. Sorkin, Vehicle routing and staffing for sedan service, *Transportation Science*, 2005.
- [10] S. Michel Optimisation des tournées de véhicules combinée à la gestion des stocks *Thèse, Université de Bordeaux1*, 2006.
- [11] N. Perrot, Integer Programming Column Generation Strategies for the Cutting Stock Problem and its Variants, *Thèse, Université de Bordeaux1*, 2005.
- [12] D. Pisinger, A minimal Algorithm for the Multiple-Choice Knapsack Problem, *European Journal of Operational Research*, 83 :394–410, 1995.
- [13] E. Taillard, A heuristic column generation method for the heterogeneous VRP, *RAIRO Operations Research*, 33 :1–14, 1999.
- [14] F. Vanderbeck, Exact Algorithm for minimising the number of setups in the one-dimensional cutting stock problem, *Operations Research*, 48 :915–926, 2000.
- [15] F. Vanderbeck, M.W.P. Savelsbergh, A Generic View of Dantzig-Wolfe Decomposition in Mixed Integer Programming, *Operations Research Letters*, 34 :296-306, 2006.
- [16] I. Webb, R. Larson, Period and Phase of customer replenishment : A new approach to the Strategic Inventory/Routing Problem *European Journal of Operational Research*, 85 :132–148, 1995.