Polytope des cliques circulaires et calcul du nombre d'indépendance des graphes quasi-adjoints

A. Pêcher[1]

1. Université de Bordeaux (LaBRI, INRIA),
351 cours de la Libération, 33405 Talence, France
arnaud.pecher@labri.fr

Mots-clefs : graphes parfaits, colorations circulaires, graphes sans griffes

Un résultat majeur de la théorie des graphes est que le nombre chromatique d'un graphe parfait [1] est calculable en temps polynomial (Grötschel, Lovász et Schrijver [2, 3]). Le nombre circulaire chromatique est un raffinement du nombre chromatique usuel d'un graphe. Xuding Zhu a mis en évidence que les cliques circulaires sont le pendant naturel des cliques pour les colorations circulaires. Ceci lui a permis de définir élégamment les graphes circulaires-parfaits [5], une famille de graphes contenant strictement les graphes parfaits. La complexité du calcul du nombre circulaire chromatique d'un graphe circulaire parfait est inconnue.

Nous introduisons le polytope des cliques circulaires, un polytope dont les points extrémaux sont en correspondance avec les cliques circulaires induites d'un graphe, et nous montrons à l'aide de celui-ci et le résultat de Grötschel, Lovász et Schrijver déjà mentionné, que le nombre (circulaire) chromatique d'un graphe fortement circulaire-parfait est calculable en temps polynomial (les graphes fortement circulaire-parfaits étant une famille intermédiaire entre les graphes parfaits et les graphes circulaire-parfaits).

Une autre application, plus inattendue, de ce polytope est qu'en le combinant avec la caratérisation des facettes du polytope des stables d'un graphe proche-biparti de Shepherd [4], nous avons pu établir que le nombre d'indépendance d'un graphe quasi-adjoint est calculable en temps polynomial. Il s'agit de la première preuve de ce résultat de nature polyédrale, mais elle est limitée au cas non-pondéré. Pour la version pondérée, une compréhension plus fine du polytope des stables reste nécessaire.

Références

[1] C. Berge, *Färbungen von Graphen, deren sämtliche bzw. deren ungerade Kreise starr sind*, Wiss. Zeitschrift der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg 10 (1961) 114–115.

[2] M. Grötschel, L. Lovász et A. Schrijver, *The Ellipsoid Method and its Consequences in Combinatorial Optimization.* Combinatorica 1 (1981) 169-197.

[3] M. Grötschel, L. Lovász et A. Schrijver, *Geometric Algorithms and Combinatorial Optimization.* Springer-Verlag (1988).

[4] F.B. Shepherd. *Applying lehman's theorem to packing problems* Math. Program. 71 (1995) 353–367

[5] X. Zhu, *Circular Perfect Graphs* J. of Graph Theory 48 (2005) 186–209