



Methods and Models for Decision Making

Alberto Colorni – Dipartimento INDACO, Politecnico di Milano

Alessandro Lué – Consorzio Poliedra, Politecnico di Milano

God in 7 steps:

- Rating problems: a logical path
- Def. of indicators, weights, categories, profiles
- Comparison between objects and profiles
- Outranking (when $K \geq P_{ij}$) & thresholds
- Examples of rating
- Winning coalitions

Index:

- | | |
|--------------------------------|-------------------------------|
| • (1a) Introduction | (1b) Tools & frame |
| • (2a) Mental models | (2b) Design & decision |
| • (3a) Classification | (3b) Ranking-1, risk analysis |
| • (4) Ranking-2, multicriteria | (5) A tentative case |
| • (6a) Rating problems | (6b) Seminar M. Henig |
| • (7a) Group decision | (7b) Research topics |
| • (7c) Conclusions | |

Group decision

1. Uninominal voting vs voting-by-ranking
2. The Arrow's theorem
3. Problems of the uninominal voting
4. Two voting-by-ranking systems: Condorcet and Borda
5. The *Colorni award* with your rankings
6. A general framework for negotiation:
Maastricht & Distillation approaches
7. Possible research topics
8. Conclusions of the course

- N decision makers, each with his/her ranking
- The “social” choice → a shared (collective) decision
- Two general ways:
 - (i) uninominal voting
 - (ii) voting-by-ranking
- Non-existence of a “sure” method (Arrow’s theorem)
- Ranking → pro and con of Condorcet
- Ranking → pro and con of Borda

Arrow's impossibility theorem (1)

We consider 5 properties that we assume to be reasonable requirements of a fair voting method:

- **Anonymity** → No voter should be favored to others; if two voters switch their ranking, the collective ranking should remain the same.
- **Neutrality** → No candidate should be favored to others; if two candidates switch their positions (name), they should switch positions also in the ranking.
- **Monotonicity** → If the ranking of a candidate is improved by a voter, its position in the collective ranking can only improve.
- **Consistency** → If voters are split into two disjoint sets, S and T, and both the aggregation of voters in S and the aggregation of voters in T prefer a to b, also the aggregation of all voters should prefer a to b.
- **Sincerity** → Voters vote for the candidates they prefer; there are not strategic behaviors of the voters.

Arrow's impossibility theorem (2)

If the decision-making body has at least two voters (decision-makers) and at least three alternatives (candidates or options) to decide among,

then

it is impossible to design a social welfare function (that is a collective ranking) that satisfies all these properties at once

Kenneth Arrow (1972 Nobel Prize in Economics)

Voto uninominale: gli inconvenienti

• Dittatura d. maggioranza

↳ $\left\{ \begin{array}{l} 51 \text{ voti con } \boxed{a} > b > \dots > v > z \\ 49 \text{ voti con } \boxed{z} > b > \dots > v > a \end{array} \right\}$

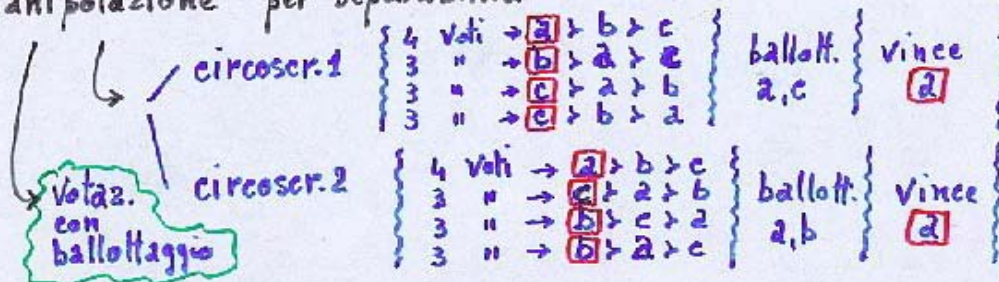
sarebbe più
accettabile b
(compromesso?)

• Non rispetto d. maggioranza

↳ $\left\{ \begin{array}{l} 10 \text{ voti con } \boxed{a} > b > c \\ 6 \text{ voti con } \boxed{b} > c > a \\ 5 \text{ voti con } \boxed{c} > b > a \end{array} \right\}$

la maggioranza ritiene
che a sia il peggiore
(ballottaggio?)

• Manipolazione per separabilità



in una unica
circoscriz.
a sarebbe
eliminato !!
(coerenza?)

Voting-by-ranking systems: an example

- 5 decision-makers
- 4 alternatives → A, B, C, D

	1° pos	2° pos	3° pos	4° pos
2 DM	D	C	B	A
2 DM	D	C	A	B
1 DM	C	A	B	D

Condorcet (1)

- Each decision-maker expresses her own ranking of the alternatives
- The alternatives are pairwise compared considering the number of decision-makers that prefer one alternative over another
- The alternative that prevails in all the comparisons is chosen

Condorcet (2)

N° of decision-makers that prefers the alternative in the row in respect to the alternative on the column

		A	B	C	D
A	-				
B		-			
C				-	
D					-

	1°	2°	3°	4°
2 dec.	D	C	B	A
2 dec.	D	C	A	B
1 dec.	C	A	B	D

Condorcet (3)

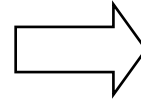
N° of decision-makers that prefers the alternative in the row in respect to the alternative on the column

	1°	2°	3°	4°
2 dec.	D	C	B	A
2 dec.	D	C	A	B
1 dec.	C	A	B	D

	A	B	C	D
A	-	3	0	1
B	2	-	0	1
C	5	5	-	1
D	4	4	4	-

Condorcet (4)

In red: the alternatives that prevails in the single pairwise comparisons



Alternative D prevails in all the pairwise comparisons

	A	B	C	D
A	-	3	0	1
B	2	-	0	1
C	5	5	-	1
D	4	4	4	-

	1°	2°	3°	4°
2 dec.	D	C	B	A
2 dec.	D	C	A	B
1 dec.	C	A	B	D

Condorcet (5)

- 3 decision-makers
- 4 alternatives: A, B, C e D

Rankings:

- Two DMs: B A C D
- One DM: A C D B

	A	B	C	D
A	-	1	3	3
B	2	-	2	2
C	0	1	-	3
D	0	1	0	-

The method is not compensatory

B is chosen, although is really a bad alternative for one decision-maker

Borda (1)

- Each decision-maker expresses her ranking of the alternatives
- How many times (decision-makers) each alternative takes a particular ranking position?
- A score is assigned to each position
- For each alternative, the scores are summed
- The alternative with the overall "best" score is chosen

Borda (2)

N° of decision-makers for which the alternative (row) is in the ranking position (column)

	1°	2°	3°	4°
A				
B				
C				
D				

	1°	2°	3°	4°
2 dec.	D	C	B	A
2 dec.	D	C	A	B
1 dec.	C	A	B	D

Borda (2)

N° of decision-makers for which the alternative (row) is in the ranking position (column)

	1°	2°	3°	4°
2 dec.	D	C	B	A
2 dec.	D	C	A	B
1 dec.	C	A	B	D

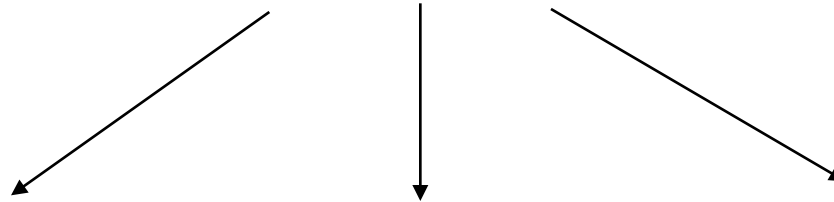
	1°	2°	3°	4°
A		1	2	2
B			3	2
C	1	4		
D	4			1

Borda (3)

From the ranking position to the score



A subjective scale



score = position

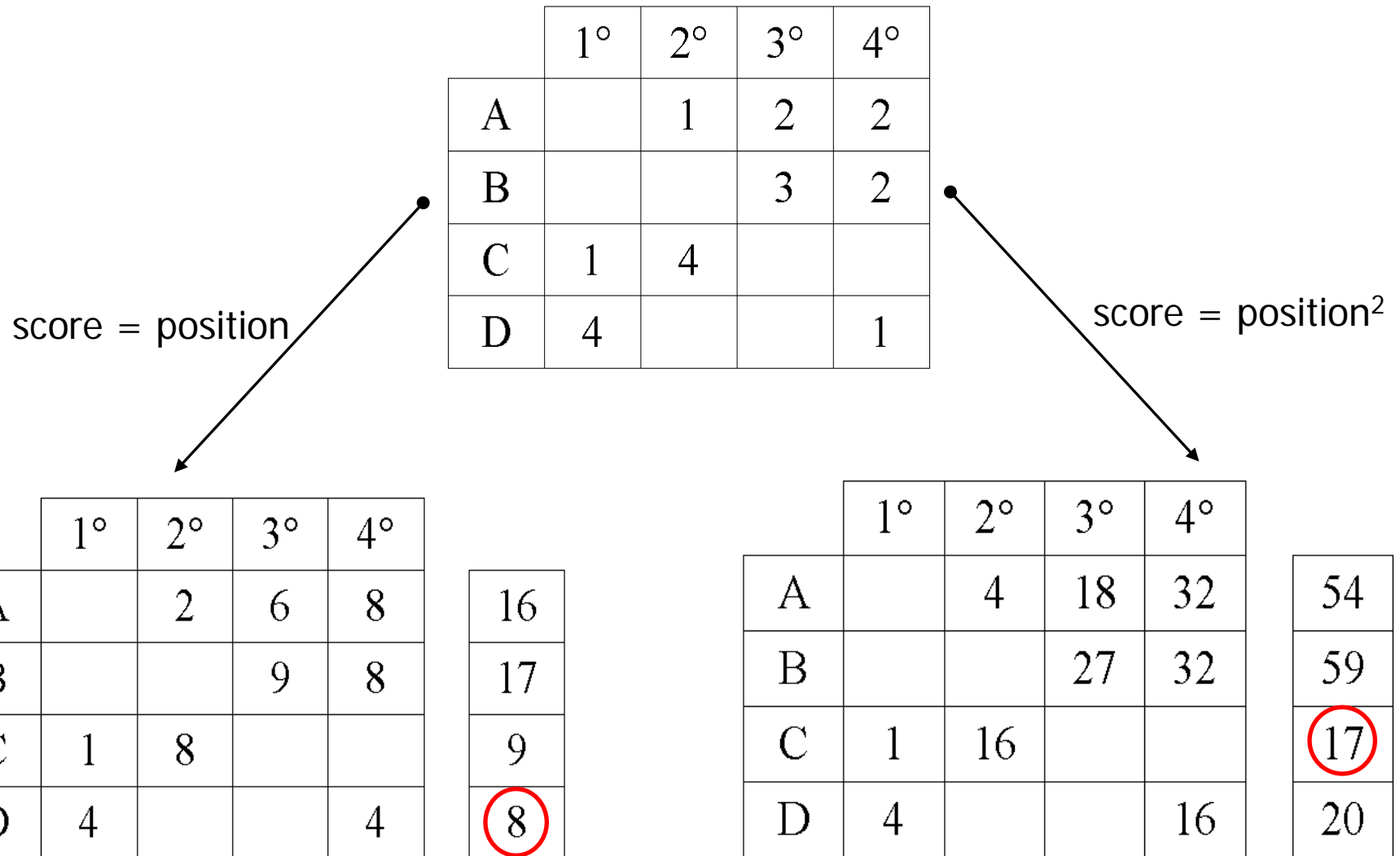
Es.: 3th pos. \Rightarrow
3 points

score = position²

Es.: 3th pos. \Rightarrow
9 points

other
possible
scales ...

Borda (4)



Borda (5): independence of irrelevant alternatives

	A	B	C	D
Voter 1	1°	2°	3°	4°
Voter 2	4°	1°	2°	3°
Voter 3	3°	4°	1°	2°
Voter 4	1°	2°	3°	4°
Voter 5	4°	1°	2°	3°
Voter 6	3°	4°	1°	2°
Voter 7	1°	2°	3°	4°

4 candidates (A, B, C e D)

Score = inverse of the position

(1° → 4 points, 2° → 3 points, 3° → 2 points, 4° → 1 points)

	A	B	C	D
Voter 1	4	3	2	1
Voter 2	1	4	3	2
Voter 3	2	1	4	3
Voter 4	4	3	2	1
Voter 5	1	4	3	2
Voter 6	2	1	4	3
Voter 7	4	3	2	1

Total score	18	19	20	13
-------------	----	----	----	----

Borda (5): independence of irrelevant alternatives

	A	B	C
Voter 1	1°	2°	3°
Voter 2	3°	1°	2°
Voter 3	2°	3°	1°
Voter 4	1°	2°	3°
Voter 5	3°	1°	2°
Voter 6	2°	3°	1°
Voter 7	1°	2°	3°

3 candidati (A, B, e C)

Score = inverse of the position

(1° → 3 points, 2° → 2 points 3° → 1 points)

	A	B	C
Voter 1	3	2	1
Voter 2	1	3	2
Voter 3	2	1	3
Voter 4	3	2	1
Voter 5	1	3	2
Voter 6	2	1	3
Voter 7	3	2	1

Total score

15	14	13
----	----	----

Borda or Condorcet?

Un software di ricerca che cerca...

12:07 F.1 - Ferrari, Montezemolo e Schumacher da Campione

CALENDARIO
CIRCUITI
PILOTI
TEAM
RISULTATI
TEMERARI
STATISTICHE
CAMPIONE
LA TECNICA
ARCHIVIO
STORICO

RISULTATI

GP DISPUTATI: seleziona

CLASSIFICA PILOTI

Pilota	Austria	Malesia	Brasile	R. San Marino	Spagna	Austria	Montecarlo	Canada	Europa	Gran Bretagna	Francia	Germania	Ungheria	Belgio	Italia	USA	Giappone	Punti
1 M. Schumacher	10	4	10	10	10	10	5	10	6	10	10	10	6	10	6	6	10	144
2 R. Barrichello	-	-	-	6	-	6	-	4	10	6	-	3	10	6	10	10	6	77
3 J. Montoya	6	6	2	3	6	4	-	-	4	3	5	-	4	-	3	3	-	60
4 R. Schumacher	-	10	6	4	-	3	4	-	3	-	2	4	4	2	-	-	-	47
5 D. Coulthart	-	-	4	1	4	1	10	5	-	4	2	2	3	-	4	-	-	41
6 K. Raikkonen	4	-	-	-	-	-	-	3	4	-	6	-	3	-	-	-	4	24
7 J. Button	-	3	3	2	-	-	-	-	2	-	1	-	-	-	2	-	1	14
8 J. Trulli	-	-	-	-	-	-	3	1	-	-	-	-	-	-	3	2	-	9
9 E. Irvine	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	4	-	-	8
10 N. Heidfeld	-	2	-	-	3	-	-	-	-	1	-	1	-	-	-	-	-	7
11 G. Fisichella	-	-	-	-	-	2	2	3	-	-	-	-	1	-	-	-	-	7
12 J. Villeneuve	-	-	-	-	-	-	-	-	3	-	-	-	-	-	-	1	-	6
13 F. Massa	-	1	-	-	2	-	-	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	4
14 O. Panis	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2	-	-	-	-	1	-	-	3
15 M. Webber	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2
16 T. Sato	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2	2
17 M. Sato	1	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2
18 H. Frentzen	-	-	-	-	1	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2

MA MOLTI
NON SANNO
ANCORA CHI
SONO



E' tempo di FantaEuroLeague Pagina 1 di 2



HOME | MAPPA | LA REDAZIONE | SPORTING CLUB | SCRIVICI | GAZZETTA PACK |

CERCA PRIMO PIANO

E' tempo di FantaEuroLeague

Sport

- CALCIO
- CICLISMO
- MOTORI
- ALTRI SPORT
- SPORT USA
- ARCHIVIO STORICO
- SPORTING CLUB
- Le statistiche della serie A
- Le probabili formazioni

Le squadre

Serie A

Speciali

- Serie A
- Champions League
- Coppa Italia
- Coppa Italia
- Euro 2004
- Formula 1
- Motomondiale
- NBA's Cup
- Fantaleague e Basket
- Tutto sul bridge

Archivio speciali

Area Gazzetta

- SPORT
- Work
- events
- Intervista
- INTERVISTE
- MAZZATTONI
- Intervista
- Intervista
- VIDEO

McGroup

Scarica lo screen saver di Sport Obsession

Link

Altri siti

Video giochi

Reclamo



Scene magiche di coppa. Aldo Liverati

La Gazzetta dello Sport lancia la 2ª edizione del concorso nato dal Fantacalcio ma in versione legata alla Champions League 2000-2001.

Partecipando a FantaEuroLeague è possibile allestire una squadra di 15 giocatori protagonisti della rinnovata competizione europea indicati in una tabella pubblicata da Gazzetta dello Sport - schierarla in campo e partecipare alle diverse classifiche che assegneranno premi dopo la Prima fase (dal 12-9 all'8-11-2000), dopo la Seconda (2000 al 14-3-2001), dopo i Quarti (3-4 e 17-18 aprile 2001), dopo le gare di semifinale (maggio) e anche dopo la finalissima del 23 maggio 2001.

QUANDO CONCORRERE - Le iscrizioni sono scattate alle ore 12 di mercoledì 5/2000 e resteranno aperte sino alle ore 20 del 12 settembre, quando comincerà la League.

Sarà comunque sempre possibile iscrivere nuove squadre, ma senza punteggio di nuova formazione iscritta a FantaEuroLeague partirà senza i punti conquistati dalle giornate precedenti. Le iscrizioni al concorso sono possibili solo nelle giornate di Champions League. Ogni squadra, comunque, concorre per tutte le classifiche. Iscriviti definitivamente chiuse prima della disputa delle semifinali.

LE DATE - Il mercato è sempre aperto o non ci sono limiti al numero di cambi o di ogni fantasquadra.

COME SI CALCOLA IL PUNTEGGIO - In FantaEuroLeague non si usano le pagine oggettive. I giocatori ricevono punti in funzione di alcuni parametri elencati di seguito: **GOL** - Al portiere e al difensore che sogna un gol 5 punti; al centrocampista 4 punti 3.

AUTOGOL - Ogni giocatore sarà penalizzato con un -3 in caso di autorete.

GOL SUBITI - Il portiere verrà penalizzato di un punto per ogni rete subita.

DIFESA IMBATTUTA - Ogni portiere che chiuda imbattuto una partita di Champions League riceverà 4 punti. Tutti i difensori schierati per almeno 45' riceveranno 2 punti se la chiuderà la partita senza aver subito reti.

RISULTATO - Partita vinta: 3 punti per ogni giocatore della squadra che vince. Pareggio: 1 punto per ogni giocatore delle squadre che pareggiano. Nessun punto per le squadre battute nel turno di Champions League (la regola e i punti si applica chi sono scesi in campo, anche solo un minuto nel turno in oggetto).

RIGORI - Al giocatore che tira e trasforma un calcio di rigore verranno attribuiti 5 punti; sbaglia (fuori o parato dal portiere) sarà penalizzato di 3 punti. Il portiere che para riceverà 3 punti.

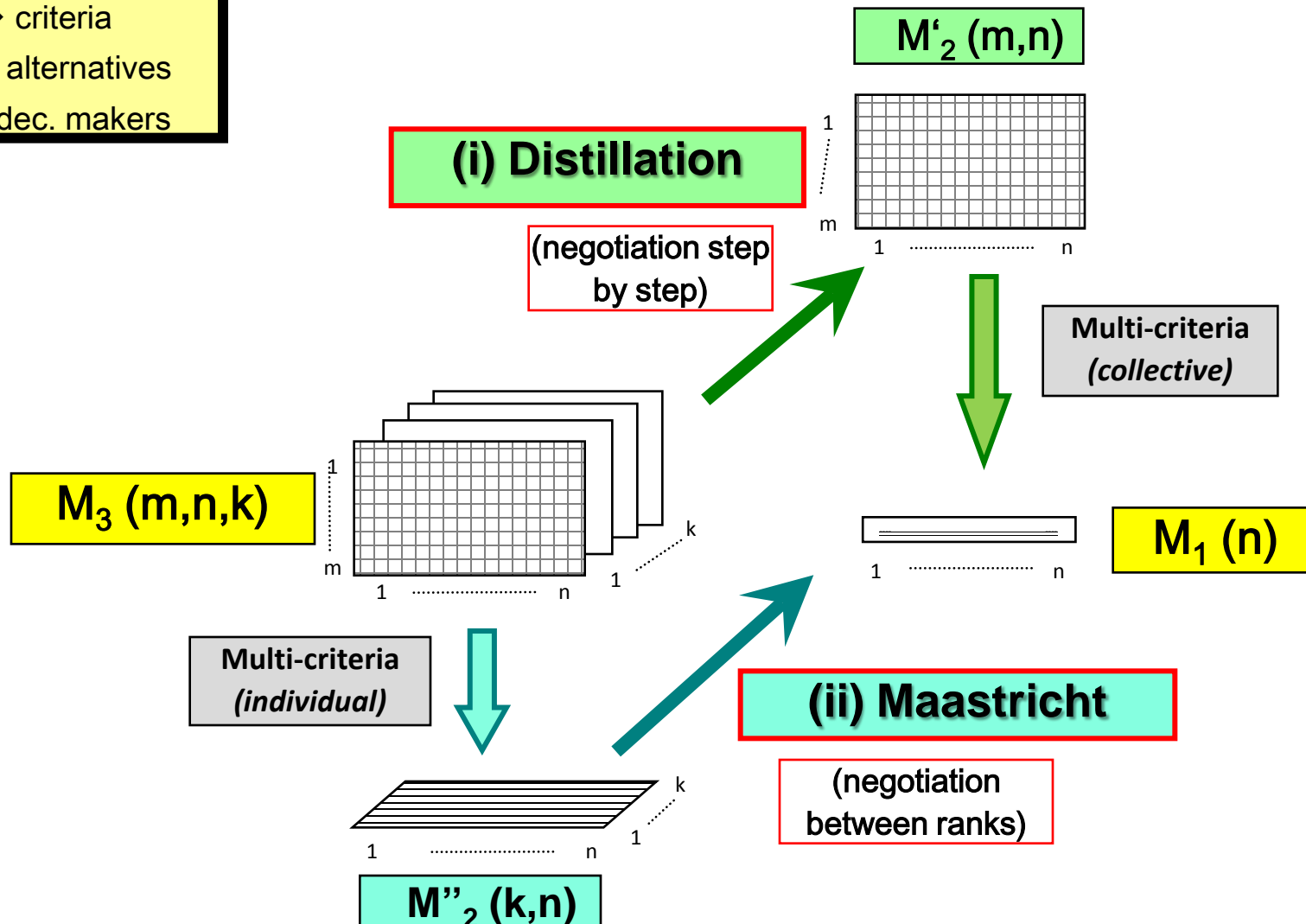
AMMONIZIONI - Ogni giocatore ammonito sarà penalizzato di un punto.

ESPULSIONI - Ogni giocatore espulso sarà penalizzato di 3 punti.

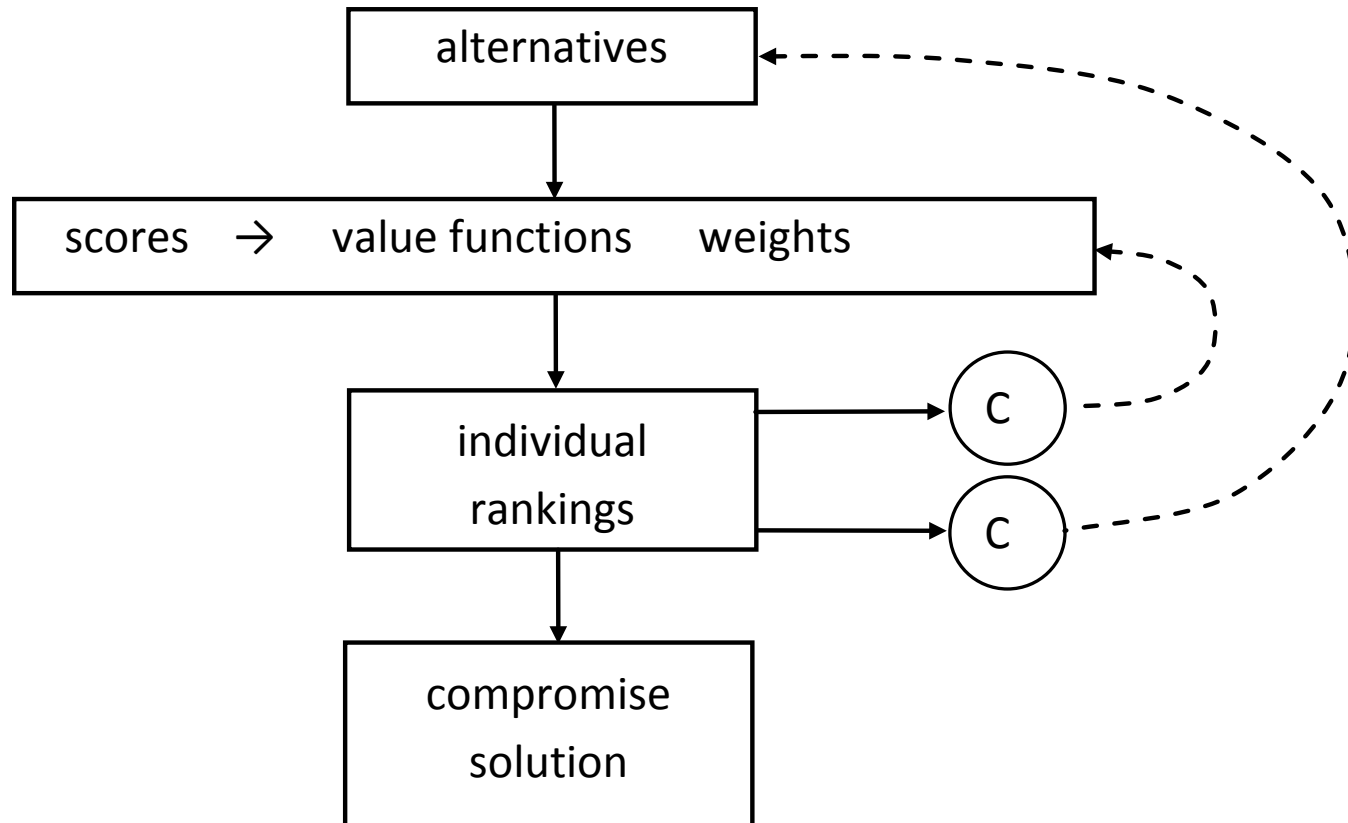
PRESENZA - Ogni giocatore sceso in campo nel turno di Champions League rice-

From $M_3(m,n,k)$ to $M_1(n)$: two ways

$m \rightarrow$ criteria
 $n \rightarrow$ alternatives
 $k \rightarrow$ dec. makers

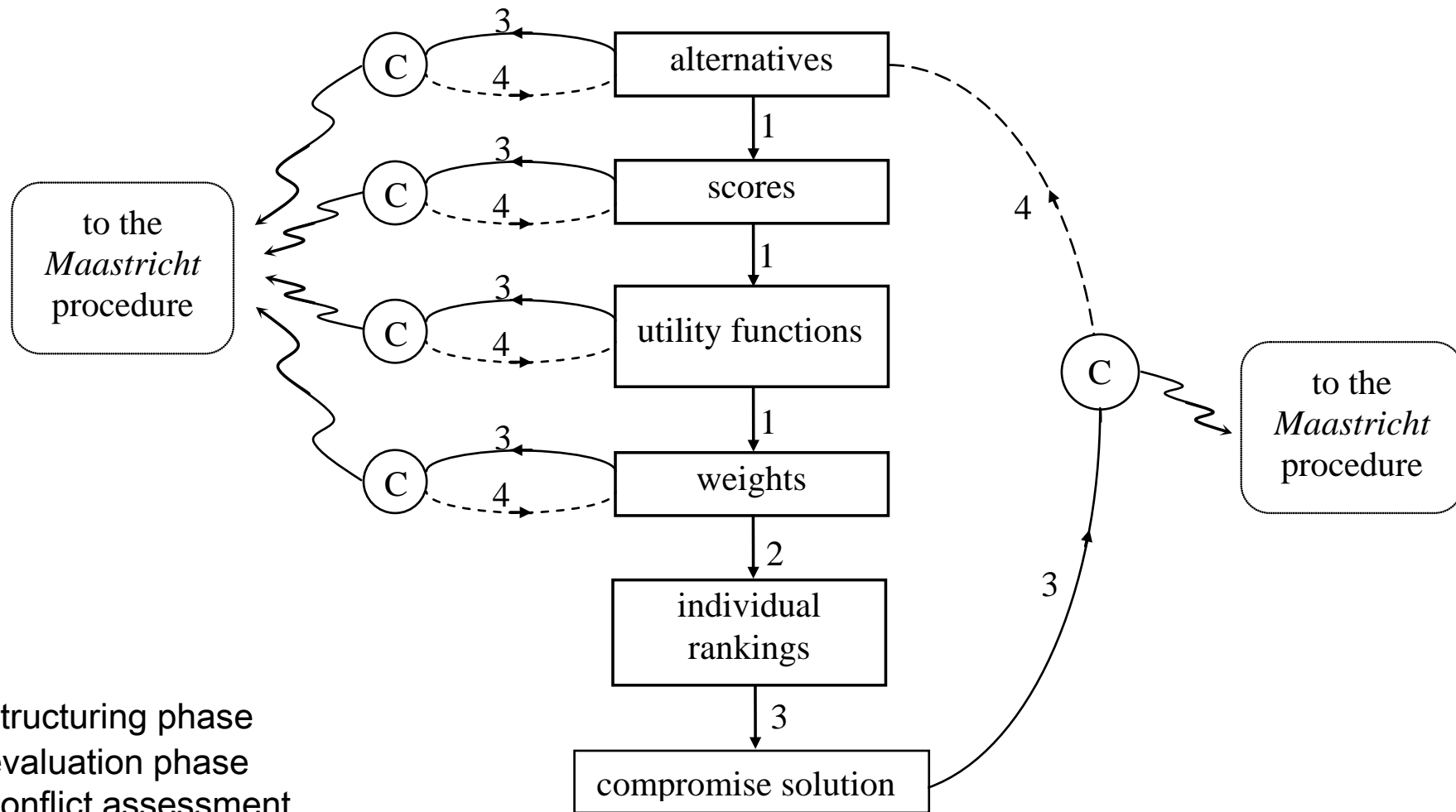


The Maastricht procedure for the MAUT



C possible conflict

The Distillation procedure for the MAUT



- 1 structuring phase
- 2 evaluation phase
- 3 conflict assessment
- 4 conflict mitigation
- C possible conflict

Possible research topics

- How to decide **collectively how to structure** the problem (identification of the criteria, alternatives, ...)
- The identification of a **reasonable** number of alternatives as a combination of several actions
- The **uncertainty** in a group multicriteria problem
- Application of a group multicriteria analysis to a **real** case study regarding the field you are studying
- **You** propose ...